UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE SISTEMAS
Otimização Não Linear - Trabalho Computacional 2
2017-02
Prof. Felipe Campelo
Matheus Silva Araujo - 2013066265

---

1 Introdução

O segundo Trabalho Computacional da disciplina Otimização Não Linear tem como objetivo avaliar métodos de otimização de problemas restritos.

Para isso serão implementados e avaliados dois métodos:

- Método das Penalidades Exteriores
- Método das Penalidades Interiores

Métodos de Penalidades transformam o problema restrito em um problema irrestrito equivalente através de funções de penalidades.

2 Método de Penalidades Exteriores

2.1 Conceito

O método de *Penalidades Exteriores*, ou *Penalidades Externas*, converte o problema restrito em um problema irrestrito criando uma função de penalidade, $P(\boldsymbol{x})$, definida por:

$$P(\boldsymbol{x}) = r^h \sum_{j=1}^{m} h_j(\boldsymbol{x})^2 + r^g \sum_{u=1}^{l} (\max(0, g_i(\boldsymbol{x})))^2$$

O algoritmo soma a função $P(\boldsymbol{x})$ à função objetivo e otimiza essa função resultante. Ele repete o processo alterando os fatores de penalidade r^h e r^g até que $P(\boldsymbol{x}) = 0$.

A função $P(\boldsymbol{x})$ *penaliza* violações das restrições e aproxima da solução ótima *externamente*.

2.2 Avaliação

O método de Penalidades Exteriores foi avaliado na otimização da seguinte equação:

$$\boldsymbol{x}^* = \arg\min_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}) = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$$

Sujeita a:

$$g_1(\boldsymbol{x}) = 0.25x_1^2 + 0.75x_2^2 - 1 \leq 0$$
$$h_1(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 2 = 0$$

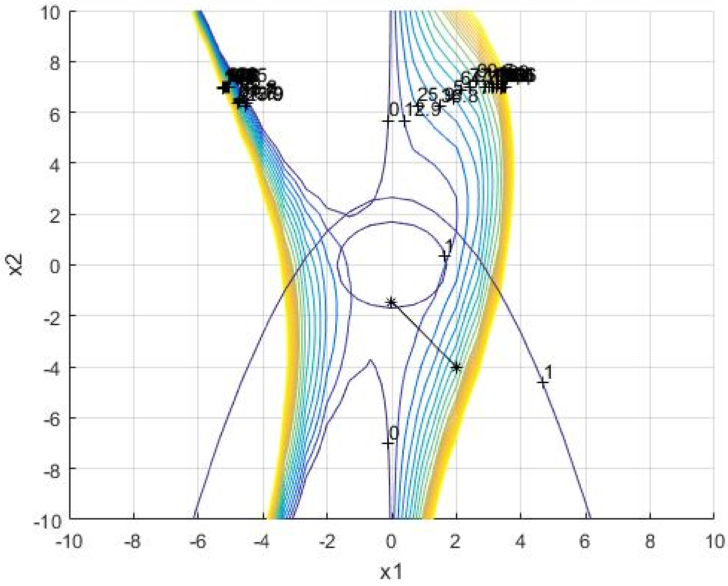

Figura 1: Método de Penalidades Exteriores

2.3 Resultados

A trajetória dos pontos obtidos durante a otimização utilizando o método de *Penalidades Exteriores* é mostrado na Figura 1.

Os valores finais encontrados foram:

- Ponto final: $\boldsymbol{x} = [-0.006157 - 1.430599]$
- Valor da função objetivo no ponto: $f(\boldsymbol{x}) = 3.99986$
- $r^h = r^g = 0.500000$

3 Método de Penalidades Interiores

3.1 Conceito

O método de *Penalidades Interiores*, ou *Método de Barreira*, converte o problema restrito em um problema irrestrito criando uma função de barreira, $b(\boldsymbol{x})$, definida por:

$$b(\boldsymbol{x}) = -u \sum_{i=1}^{l} \frac{1}{g_i(\boldsymbol{x})}$$

O algoritmo soma a função $b(\boldsymbol{x})$ à função objetivo e otimiza essa função resultante. Ele repete o processo alterando o fator de penalidade u até que um critério de parada desejado seja atingido.

Funções de barreira não podem ser definidas para restrições de igualdade.

A função $b(\boldsymbol{x})$ *penaliza saídas* da região factível e aproxima da solução ótima *internamente*.

3.2 Avaliação

O método de Penalidades Interiores foi avaliado na otimização da seguinte equação:

$$\boldsymbol{x}^* = \arg\min_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 3)^2$$

Sujeita a:

$$g_1(\boldsymbol{x}) = x_1 + x_2 - 3 \leq 0$$
$$g_2(\boldsymbol{x}) = -x_1 + 2x_2 - 4 \leq 0$$

3.3 Resultados

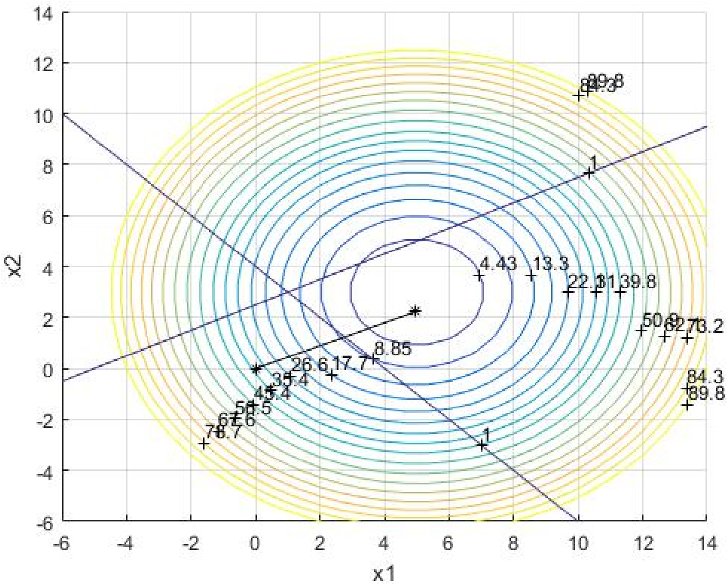

Figura 2: Método de Penalidades Interiores

A trajetória dos pontos obtidos durante a otimização utilizando o método de *Penalidades Interiores* é mostrado na Figura 2.

Os valores finais encontrados foram:

Os valores finais encontrados foram:

- Ponto final: $\boldsymbol{x} = [4.9631742.224315]$
- Valor da função objetivo no ponto: $f(\boldsymbol{x}) = 0.603044$
- $r^h = r^g = 5.000000$

4 Conclusão

Através do segundo Trabalho Computacional da disciplina Otimização Não Linear foi possível avaliar o funcionamento dos métodos de penalidades externa e interna.

Nos dois métodos foram necessárias poucas iterações para encontrar o ponto de ótimo. No método de *Penalidade Interior*, o mínimo encontrato estava próximo de 0.