FACULDADES INTEGRADAS VIANNA JÚNIOR
Credenciada pela Portaria Ministerial nº 4.348 de 13/12/2005

ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS

MATEMÁTICA DISCRETA

Prof. Ferrari

Unidade 02 – Conjuntos

Um *conjunto* é um conceito primitivo, que informalmente pode ser entendido como uma coleção *não ordenada* de entidades distintas, chamadas de *elementos* do conjunto.
Dizemos que um elemento *x pertence* a um conjunto *A* se *x* é um elemento de *A*. Denotamos este fato por $x \in A$.
Para denotar que *x não pertence* a *A*, ou seja, que *x* não é um elemento do conjunto *A*, escrevemos $x \notin A$.

Notação de conjuntos:
Por exemplo, o conjunto de ***dígitos*** consiste na coleção dos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Se usarmos o símbolo D para representar o conjunto dos dígitos, então podemos escrever

$$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Logo temos que: $2 \in D$ e $1/3 \notin D$

Nessa notação, as chaves são usadas para, dentro delas, colocar os objetos, ou ***elementos***, do conjunto.
Esse método de representar um conjunto é chamado de ***método de extensão***.
Um segundo modo de representar um conjunto é usando a **notação de *construção de um conjunto*** (propriedade que o caracteriza), então podemos escrever

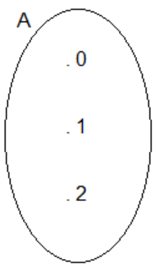
$$D = \{x \mid x \text{ é um dígito}\}$$

Lê-se: “D é o conjunto de todos os x tais que x é um dígito”

Exemplos:
a) $E = \{x \mid x \text{ é um dígito par}\} = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
b) $F = \{x \mid x \text{ é um dígito menor do que } 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Informalmente, dizemos que um conjunto *A* é *finito* se ele tem um número finito de elementos e que é *infinito* se ele não é finito.

Diagramas de Venn:
Podemos representar conjuntos e suas operações através de figuras geométricas, como elipses e retângulos, chamados ***Diagramas de Venn***.
Exemplo:



$A = \{0, 1, 2\}$

Conjunto Vazio:
Um conjunto que não contém elemento é denominado conjunto vazio ou conjunto nulo e é representado pelo símbolo $\varnothing$ ou simplesmente $\{\ \}$.

Exemplo:

A = $\{$ x **|** x é um dígito par maior do que 8$\}$ = $\varnothing$

Relação de Inclusão

Sejam *A* e *B* dois conjuntos. Dizemos que *A* é um *subconjunto* de *B* se, e somente se, todo elemento de *A* é um elemento de *B*. Neste caso, dizemos também que *A está contido em B*, ou que *B contém A*.

Denotamos esta condição por $A \subset B$ ou $B \supset A$.

Se existe um elemento de *A* que não pertence a *B*, então *A* não é subconjunto de *B*, e escrevemos $A \not\subset B$. De acordo com esta definição, todo conjunto está contido em si próprio e contém o conjunto vazio; ou seja, $A \subset A$ e $\varnothing \subset A$, para qualquer conjunto *A*.

Por exemplo:

$\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$; $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2\}$; $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$

Número de Subconjuntos de um Conjunto

Seja A um conjunto qualquer. O número de subconjuntos de A (conjunto das partes) é dado pela expressão

$$\boxed{2^n}$$

onde **n** representa o número de elementos do conjunto A.

Exemplo:

A = $\{1, 2, 3\} \Rightarrow$ o conjunto A possui $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ subconjuntos. São eles:

P(A) = $\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

Conjunto Universo

O *conjunto universo* U é definido como o conjunto que consiste em todos os elementos em consideração.

Se A for um conjunto qualquer e se U for o conjunto universo, então todo elemento de A deverá estar em U (pois U consiste em todos os elementos em consideração). Como resultado

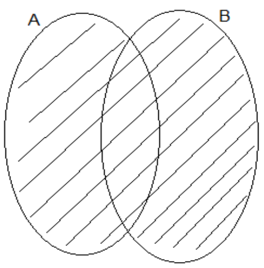
$$\boxed{A \subset U}$$

para qualquer conjunto A.

Operações com Conjuntos:

1. União

A *união* de *A* e *B*, denotada por $A \cup B$, é o conjunto de todos os elementos que estão em pelo menos um dos conjuntos, *A* ou *B*.



$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$

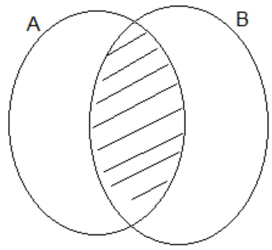
Exemplo:

A = {1, 2, 3} e B = {1, 3, 5, 7}

$A \cup B$ = { 1, 2, 3, 5, 7}

2. Intersecção

A *intersecção* de *A* e *B*, denotada por *A* $\cap$ *B*, é o conjunto de todos os elementos que estão em ambos os conjuntos, *A* e *B*.

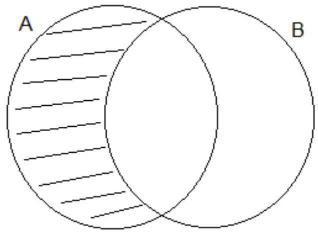


A $\cap$ B = { x | x $\in$ A e x $\in$ B}
Exemplo:
A = {1, 2, 3} e B = {1, 3, 5, 7}
A $\cap$ B = {1, 3}

Obs.: Se A $\cap$ B = $\varnothing$, A e B são chamados ***disjuntos***.

3. Diferença

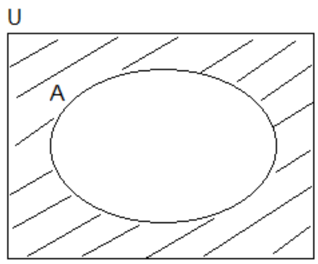
A *diferença de A e B* é o conjunto de todos os elementos de *A* que não estão em *B*. Este conjunto é também chamado *A menos B*.



A - B = { x | x $\in$ A e x $\notin$ B}
Exemplo:
A = {1, 2, 3} e B = {1, 3, 5, 7}
A - B = {2}

3.1. Complemento de um Conjunto

Seja A um conjunto qualquer. O complemento de A, que pode ser escrito como $\overline{A}$ ou A^C é definido como o conjunto que consiste nos elementos do conjunto universo U que ***não*** estão em A. Isto é,



$$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\} = U - A$$

Exemplo:
A = {1, 2, 3} e U = {1, 2, 3, 5, 7}

$$\overline{A} = \{5,\ 7\}$$

Exercícios:

1) Complete com $\subset$, ou =, para tornar a sentença verdadeira. É possível mais de uma resposta.
{1, 2, 3, 4} _____ {1, 2, 3, 4}

2) Complete com $\cup$ ou $\cap$, para tornar a sentença verdadeira.
{1, 2, 3, 4} _____ {1, 3, 5, 7} = {1, 2, 3, 4, 5, 7}

3) Complete com $\cup$ ou $\cap$, para tornar a sentença verdadeira.
{1, 2, 3} _____ {2, 3, 4, 5} = {2, 3}

4) Considere os conjuntos *A* = {divisores de 12}, *B* = {divisores de 18} e as afirmações:

$A \subset B$	$4 \in B$	$\{2, 3, 4, 6\} \subset B$
$B \subset A$	$6 \in A \cap B$	$9 \in A \cup B$
$4 \in A$	$\{2, 3, 4, 6\} \subset A$	$\mathrm{n}(A) = \mathrm{n}(B)$

O número de afirmações corretas é:

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5) Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Sabe-se que B é um subconjunto de A que possui 2 elementos.
O número de possibilidades para o conjunto B é:
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6) Uma sala possui 4 lâmpadas diferentes e cada uma pode estar acesa ou apagada. O número de modos distintos para iluminar esta sala é:
A) 7 B) 8 C) 9 D) 15 E) 16

Enunciado para as questões **7** a **11**
Considere os conjuntos:
$A = \{0, 3, 5, 6, 8, 9\}$
$B = \{1, 3, 4, 7, 8, 9\}$
$C = \{1, 2, 3, 5, 9\}$

7) O número de elementos do conjunto $A \cap B$ é:
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8) O conjunto $B - A$ é:
A) {4, 7} B) {4, 7, 8} C) {1, 4, 7} D) {1, 4, 6, 8} E) {4, 7, 9}

9) O conjunto $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ é:
A) {3, 9} B) {1, 3, 9} C) {5, 3, 9} D) {1, 2, 3, 5} E) {1, 3, 5, 9}

10) A soma dos elementos do conjunto $B - (A \cup C)$ é:
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

11) Assinale V (verdadeiro) ou F (falso) nas afirmativas abaixo:
1. ( ) $2 \in \{1, 3, 9\}$
2. ( ) $3 \subset \{1, 3, 5\}$
3. ( ) $\{2, 3\} \subset \{3, 5, 7\}$
4. ( ) $\{2, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$
5. ( ) $\varnothing \not\subset \{1, 2\}$
6. ( ) $\{2\} \in \{\varnothing, \{1,2\}, \{2\}\}$
7. ( ) $3 \notin \{x \mid x \text{ é divisor de } 12\}$
8. ( ) $5 \in \varnothing$

12) Se U = {1, 2, 3, 4, 5} e se A = {3, 5}, B = {1, 2, 3}, C = {2, 3, 4}, determine:
a) $\overline{A} \cap \overline{B}$
b) $\overline{A \cap C}$
c) $A \cup \overline{(B - C)}$

13) Em certa prova havia duas questões discursivas. Em uma turma de 40 alunos, 10 acertaram as duas, 25 acertaram a primeira e 18 acertaram a segunda. Quantos alunos não acertaram nenhuma delas?
A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

14) Consultadas 500 pessoas sobre suas preferências a respeito das emissoras *A* e *B* de televisão, obteve-se o seguinte resultado: 280 pessoas assistem ao canal *A*, 270 assistem ao canal *B* e 70 não assistem nem *A* nem *B*. O número de pessoas que assistem ao canal *A* mas não assistem ao canal *B* é:
A) 30 B) 150 C) 160 D) 200 E) 210

15) Uma empresa divide-se unicamente nos departamentos A e B. Sabendo-se que 19 funcionários trabalham em A, 13 trabalham em B e existem 4 funcionários que trabalham em ambos os departamentos. O total de trabalhadores dessa empresa é:
a) 36 b) 32 c) 30 d) 28 e) 24

16) Numa Universidade com N alunos, 80 estudam Física, 90 Biologia, 55 Química, 32 Biologia e Física, 23 Química e Física, 16 biologia e Química e 8 estudam nas 3 faculdades. Sabendo-se que esta Universidade somente mantém as 3 faculdades, quantos alunos estão matriculados na Universidade
a) 304 b) 162 c) 146 d) 154 e) 175

17) As marcas de cerveja mais consumidas em um bar, num certo dia, foram A, B e S. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir:

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
S	80
A e B	60
B e S	40
A e S	20
A, B e S	15
Outras	70

a) Quantos beberam cerveja no bar, nesse dia?
b) Dentre os consumidores de A, B e S, quantos beberam apenas duas dessas marcas?
c) Quantos não consumiram a cerveja S?
d) Quantos não consumiram a marca B nem a marca S?

Gabarito:

01 - $\subset$ / =	**11 –** 1.F, 2.F, 3.F, 4.V, 5.F, 6.V, 7.F, 8.F
02 - $\cup$	**12 –** a) {4}; b) {1, 2, 4, 5}; c) {2, 3, 4, 5}
03 - $\cap$	**13 –** A
04 – A	**14 –** C
05 – E	**15 –** D
06 – D	**16 –** B
07 – D	**17 –** a) 315; b) 75; c) 235; d) 155
08 – C	
09 – E	
10 – A	

* * * * *