

Relatório de Estrutura de Dados e Análise de Algoritmos

Matheus Machado dos Santos 102449

Julho, 2014

1 Apresentar os grafos

A) Grafo dos professores do PPGCOMP

Inicialmente o grafo dos professores pode ser representado por um grafo bipartido $G = U \times W$, onde U são vértices que representam as linhas de pesquisas e W os professores. O Grafo resultante pode ser visto abaixo.

Grafo bipartido Professores X Linha de Pesquisa:

(Adriano Werhli) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Adriano Werhli) \implies (Computação Flexível)
(Adriano Werhli) \implies (Bioinformática)
(Alessandro de Lima Bicho) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Alessandro de Lima Bicho) \implies (Sistemas Multiagentes)
(Danúbia Bueno Espíndola) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Danúbia Bueno Espíndola) \implies (Tecnologias Educacionais e Assistivas)
(Eder Mateus Nunes Gonçalves) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Eder Mateus Nunes Gonçalves) \implies (Sistemas Multiagentes)
(Nelson Lopes Duarte Filho) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Nelson Lopes Duarte Filho) \implies (Sistemas Digitais e Embarcados)
(Regina Barwaldt) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Regina Barwaldt) \implies (Tecnologias Educacionais e Assistivas)
(Ricardo Nagel Rodrigues) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Rodrigo Zelir Azzolin) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
(Silvia Silva da Costa Botelho) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)

(Silvia Silva da Costa Botelho) \implies (Tecnologias Educacionais e Assistivas)
 (Vagner Santos da Rosa) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
 (Vagner Santos da Rosa) \implies (Sistemas Digitais e Embarcados)
 (Vinícius Menezes de Oliveira) \implies (Robótica e Automação Inteligentes)
 (Denis Teixeira Franco) \implies (Sistemas Digitais e Embarcados)
 (Júlio Carlos Balzano de Mattos) \implies (Sistemas Digitais e Embarcados)
 (Paulo Francisco Butzen) \implies (Sistemas Digitais e Embarcados)
 (José Rodrigo Furlanetto Azambuja) \implies (Sistemas Digitais e Embarcados)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \implies (Computação Flexível)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \implies (Sistemas Multiagentes)
 (Karina dos Santos Machado) \implies (Computação Flexível)
 (Karina dos Santos Machado) \implies (Bioinformática)
 (Leonardo Ramos Emmendorfer) \implies (Computação Flexível)
 (Leonardo Ramos Emmendorfer) \implies (Bioinformática)
 (Eduardo Nunes Borges) \implies (Computação Flexível)
 (Antônio Carlos da Rocha Costa) \implies (Sistemas Multiagentes)
 (Antônio Carlos da Rocha Costa) \implies (Tecnologias Educacionais e Assistivas)
 (Diana Francisca Adamatti) \implies (Sistemas Multiagentes)
 (Cleo Zanella Billa) \implies (Sistemas Multiagentes)
 (André Luis de Castro Freitas) \implies (Tecnologias Educacionais e Assistivas)

Graficamente o grafo pode ser visualizado na Figura 1.

Para encontrar o grafo solicitado, onde uma aresta associa 2 professores da mesma linha de pesquisa, basta substituir os vértices U por arestas. O resultado pode ser visto logo abaixo

Grafo relacional Professores-Linha de Pesquisa:

(Adriano Werhli) \iff (Alessandro de Lima Bicho)
 (Adriano Werhli) \iff (Danúbia Bueno Espíndola)
 (Adriano Werhli) \iff (Eder Mateus Nunes Gonçalves)
 (Adriano Werhli) \iff (Nelson Lopes Duarte Filho)
 (Adriano Werhli) \iff (Regina Barwaldt)
 (Adriano Werhli) \iff (Ricardo Nagel Rodrigues)
 (Adriano Werhli) \iff (Rodrigo Zelir Azzolin)

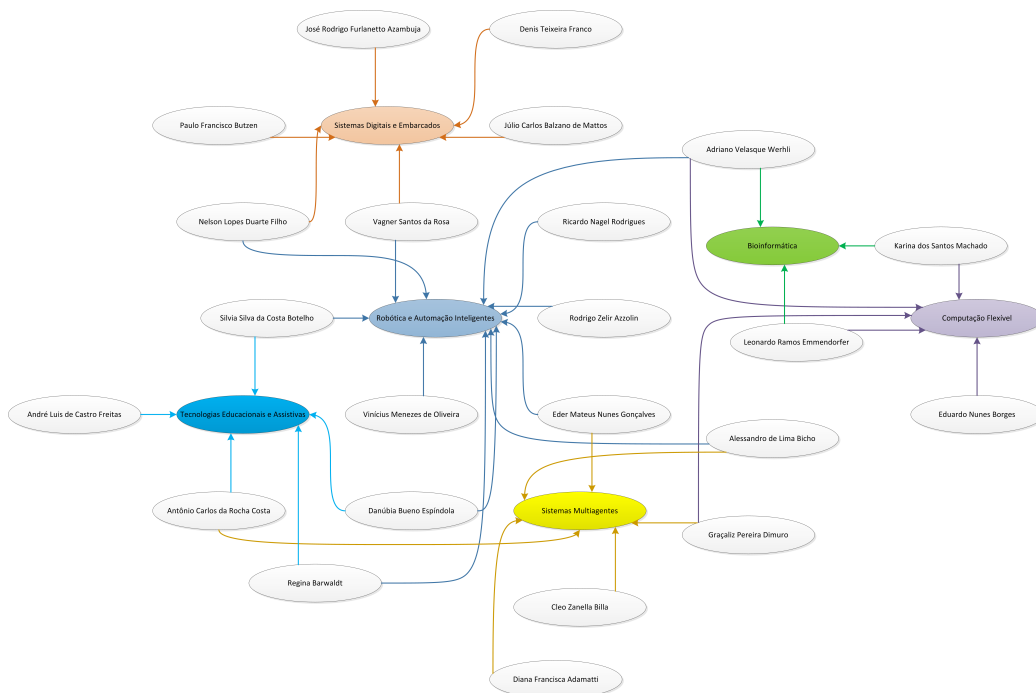


Figure 1: Grafo Bipartido Professores x Linha de Pesquisa

(Adriano Werhli) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Adriano Werhli) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Adriano Werhli) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Adriano Werhli) \iff (Graçaliz Pereira Dimuro)
 (Adriano Werhli) \iff (Karina dos Santos Machado)
 (Adriano Werhli) \iff (Leonardo Ramos Emmendorfer)
 (Adriano Werhli) \iff (Eduardo Nunes Borges)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Danúbia Bueno Espíndola)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Eder Mateus Nunes Gonçalves)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Nelson Lopes Duarte Filho)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Regina Barwaldt)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Ricardo Nagel Rodrigues)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Rodrigo Zelir Azzolin)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Graçaliz Pereira Dimuro)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Antônio Carlos da Rocha Costa)

(Alessandro de Lima Bicho) \iff (Diana Francisca Adamatti)
 (Alessandro de Lima Bicho) \iff (Cleo Zanella Billa)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Eder Mateus Nunes Gonçalves)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Nelson Lopes Duarte Filho)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Regina Barwaldt)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Ricardo Nagel Rodrigues)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Rodrigo Zelir Azzolin)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (Antônio Carlos da Rocha Costa)
 (Danúbia Bueno Espíndola) \iff (André Luis de Castro Freitas)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Nelson Lopes Duarte Filho)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Regina Barwaldt)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Ricardo Nagel Rodrigues)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Rodrigo Zelir Azzolin)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Graçaliz Pereira Dimuro)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Antônio Carlos da Rocha Costa)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Diana Francisca Adamatti)
 (Eder Mateus Nunes Gonçalves) \iff (Cleo Zanella Billa)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Regina Barwaldt)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Ricardo Nagel Rodrigues)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Rodrigo Zelir Azzolin)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Denis Teixeira Franco)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Júlio Carlos Balzano de Mattos)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (Paulo Francisco Butzen)
 (Nelson Lopes Duarte Filho) \iff (José Rodrigo Furlanetto Azambuja)
 (Regina Barwaldt) \iff (Ricardo Nagel Rodrigues)
 (Regina Barwaldt) \iff (Rodrigo Zelir Azzolin)
 (Regina Barwaldt) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Regina Barwaldt) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Regina Barwaldt) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Regina Barwaldt) \iff (Antônio Carlos da Rocha Costa)

(Regina Barwaldt) \iff (André Luis de Castro Freitas)
 (Ricardo Nagel Rodrigues) \iff (Rodrigo Zelir Azzolin)
 (Ricardo Nagel Rodrigues) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Ricardo Nagel Rodrigues) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Ricardo Nagel Rodrigues) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Rodrigo Zelir Azzolin) \iff (Silvia Silva da Costa Botelho)
 (Rodrigo Zelir Azzolin) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Rodrigo Zelir Azzolin) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Silvia Silva da Costa Botelho) \iff (Vagner Santos da Rosa)
 (Silvia Silva da Costa Botelho) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Silvia Silva da Costa Botelho) \iff (Antônio Carlos da Rocha Costa)
 (Silvia Silva da Costa Botelho) \iff (André Luis de Castro Freitas)
 (Vagner Santos da Rosa) \iff (Vinícius Menezes de Oliveira)
 (Vagner Santos da Rosa) \iff (Denis Teixeira Franco)
 (Vagner Santos da Rosa) \iff (Júlio Carlos Balzano de Mattos)
 (Vagner Santos da Rosa) \iff (Paulo Francisco Butzen)
 (Vagner Santos da Rosa) \iff (José Rodrigo Furlanetto Azambuja)
 (Denis Teixeira Franco) \iff (Júlio Carlos Balzano de Mattos)
 (Denis Teixeira Franco) \iff (Paulo Francisco Butzen)
 (Denis Teixeira Franco) \iff (José Rodrigo Furlanetto Azambuja)
 (Júlio Carlos Balzano de Mattos) \iff (Paulo Francisco Butzen)
 (Júlio Carlos Balzano de Mattos) \iff (José Rodrigo Furlanetto Azambuja)
 (Paulo Francisco Butzen) \iff (José Rodrigo Furlanetto Azambuja)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \iff (Karina dos Santos Machado)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \iff (Leonardo Ramos Emmendorfer)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \iff (Eduardo Nunes Borges)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \iff (Antônio Carlos da Rocha Costa)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \iff (Diana Francisca Adamatti)
 (Graçaliz Pereira Dimuro) \iff (Cleo Zanella Billa)
 (Karina dos Santos Machado) \iff (Leonardo Ramos Emmendorfer)
 (Karina dos Santos Machado) \iff (Eduardo Nunes Borges)
 (Leonardo Ramos Emmendorfer) \iff (Eduardo Nunes Borges)
 (Antônio Carlos da Rocha Costa) \iff (Diana Francisca Adamatti)
 (Antônio Carlos da Rocha Costa) \iff (Cleo Zanella Billa)
 (Antônio Carlos da Rocha Costa) \iff (André Luis de Castro Freitas)
 (Diana Francisca Adamatti) \iff (Cleo Zanella Billa)

B) O grafo capaz de representar os diferentes dígitos de um número hexadecimal

Um grafo capaz de representar os diferentes dígitos de um número hexadecimal pode ser construído em forma de árvore e interpretado conforme a notação *Backus Naur Form BNF*. O grafo construído pode ser visto na Figura 2. Nesta representação foi considerado que um número hexadecimal possui um prefixo *0x* que indica que o número esta na base hexadecimal, seguido por uma sequência de n dígitos. Cada dígito pode ser um número de 0 a 9 ou uma letra de A a E.

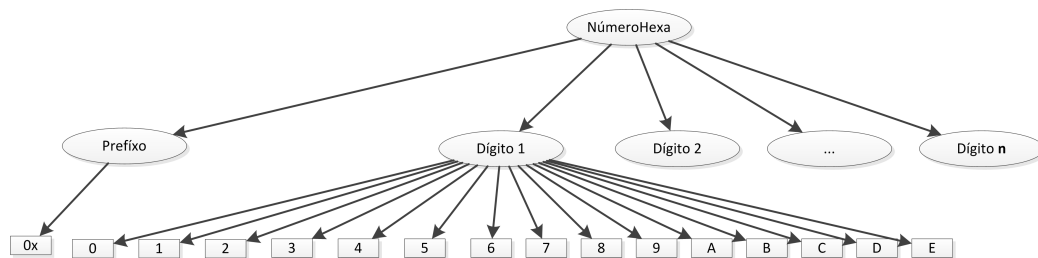


Figure 2: Grafo Bipartido Profesores x Linha de Pesquisa

A notação BNF para este grafo pode ser visualizada logo abaixo:

```

NúmeroHexa ::= <Prefixo><Dígito><Dígito>... <Dígito n>
Prefixo ::= 0x
Dígito ::= | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | λ.

```

C) Grafo que representa todos os estados de um jogo de damas, sem considerar superdama

O Grafo que representa todos os estados de um jogo de damas pode ser construído de forma que os vértices representam os estados do jogo, e as arestas uma jogada, ou uma mudança de estado, relacionando o estado original com o estado resultante.

O grafo resultante possui a forma do grafo exibido na Figura 3. Neste grafo são explorados alguns estados de um jogo de Damas simplificado, utilizando um tabuleiro 4x4 e 2 peças para cada jogador. O resultado é um grafo do tipo árvore, onde as arestas vermelhas representam as jogadas do jogador branco, e as arestas azuis as jogadas do jogador preto. Cada nível da árvore possui todas as possibilidades de jogo de um jogador para o estado pai (anterior).

Uma forma de se estimar o número máximo de estados de um jogo de damas $NMED$ pode ser realizada considerando a largura da árvore em cada nível $LA(i)$, e a sua profundidade (número total de níveis, ou o número máximo de jogas necessárias para concluir um jogo de Damas) P . A largura da árvore em um determinado nível i é o número de estados pai, multiplicado pelo número de jogadas de um estado NJ . Logo a largura da árvore em um nível i é $LA(i) = NJ^i$, e o número total de estados, é o somatório da largura de todos níveis da árvore $NMED = \sum_{i=0}^{i \leq P} NJ^i$. Ou seja, o número de estados que um jogo de damas é exponencial, o que impossibilita a construção do grafo completo, utilizando os recursos disponíveis para realizar este trabalho.

Lembrando que um tabuleiro oficial de Damas possui dimensões 10x10 (100 casas) e cada jogador começa com 20 peças. Na primeira jogada, são possíveis realizar 9 movimentos distintos, e o número mínimo ou máximo de movimentos para vencer um jogo é desconhecido.

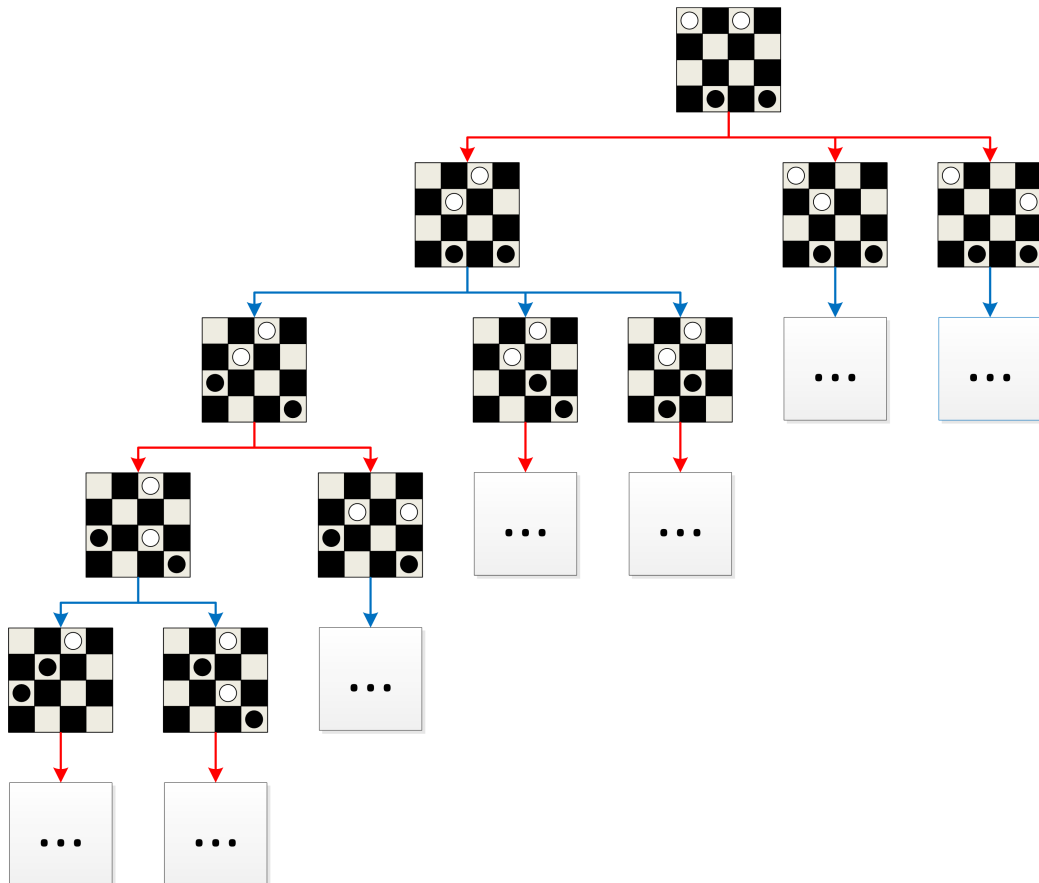


Figure 3: Grafo de Damas

2 Vantagens de construir um circuito em uma superfície esférica

Um grafo para um circuito deve ser imersível, ou seja, as suas arestas se cruzam apenas nos vértices. A vantagem de construir um grafo imersível em uma superfície esférica é que é possível realizar mais ligações sem o cruzamento de arestas do que numa superfície plana.

Este fato pode ser observado analisando o famoso problema das três casas, onde é necessário fornecer linhas de água, luz e esgoto para as três casas sem que aconteçam cruzamentos. A Figura 4 ilustra o problema e mostra que ele não tem solução.

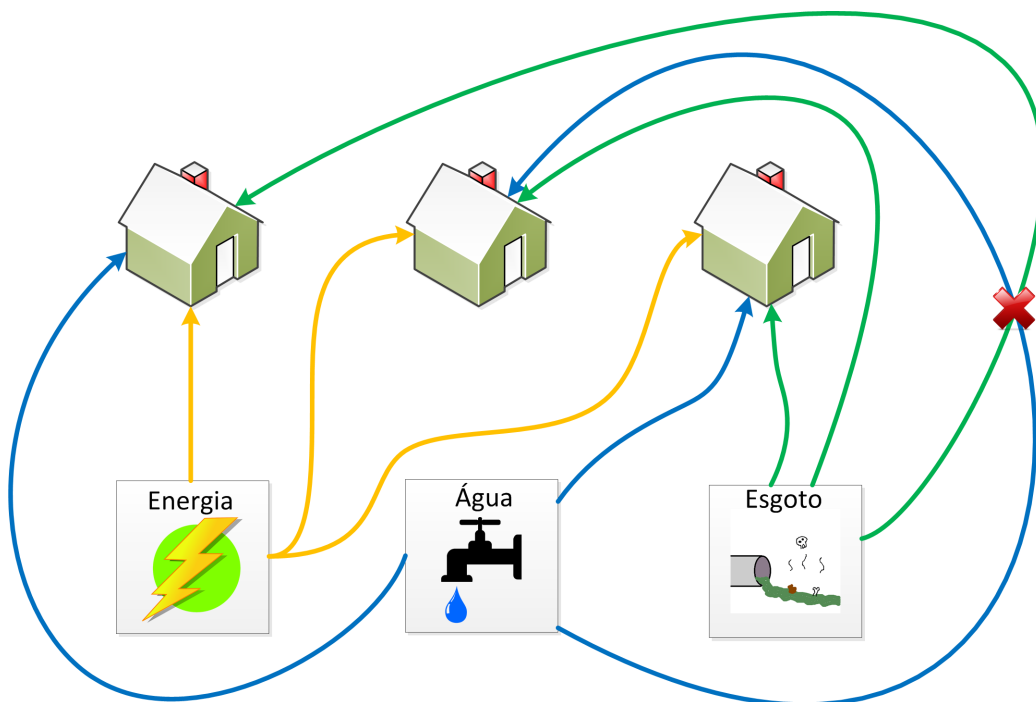


Figure 4: Problema das três casas

Este problema pode ser provado matematicamente que não possui solução. Sabendo que todo poliedro convexo pode ser transformado em um grafo planar abrindo as suas arestas em um plano. Levando em consideração a equação de Euler para poliedros convexos, onde :

$$V + F - A = 2 \quad (1)$$

Onde V é o número de vértices, F o número de faces ou regiões do grafo, e A o número de arestas.

Segundo a equação de Euler, e observando o grafo do problema. Temos 6 vértices, 3 casas e 3 recursos e 9 arestas, pois precisamos ligar os 3 recursos nas 3 casas.

Substituindo os valores na Equação 1 temos que:

$$6 + F - 9 = 2 \quad (2)$$

$$6 + F - 9 = 11 - 6 = 5 \quad (3)$$

O grafo do problema deve possuir 5 regiões.

Em um grafo planar, o grau de uma aresta é sempre 2, pois uma aresta sempre é a borda de duas regiões, o grau das arestas de um grafo é $2 * A$.

Como não existem ligações entre os fornecedores de recurso, ou entre as casas, não existe um ciclo entre 3 vértices, isto é, não existem regiões triangulares. Portanto o menor grau de uma região é maior que 3, (pode ser 4).

Pela equação de Euler o grafo do problema deve ter 5 regiões, portanto o grau total de arestas deve ser:

$$GrauTotalArestas = 5 * 4 = 20. \quad (4)$$

Para termos um grau 20, é necessário:

$$NumeroTotalArestas = 20/2 = 10. \quad (5)$$

O que é uma contradição, pois sabemos que o número de arestas do problema é $9 = 3V * 3V$. Portanto o problema não tem solução para grafos imersíveis em superfícies planas.

Porem o problema pode ser facilmente resolvido quando posto em uma superfície esférica, como é exibido na Figura 5 .

Para superfícies esféricas não existe borda, a borda é contínua, o que permite realizar um número maior de ligações sem cruzamentos do que em superfícies planas.

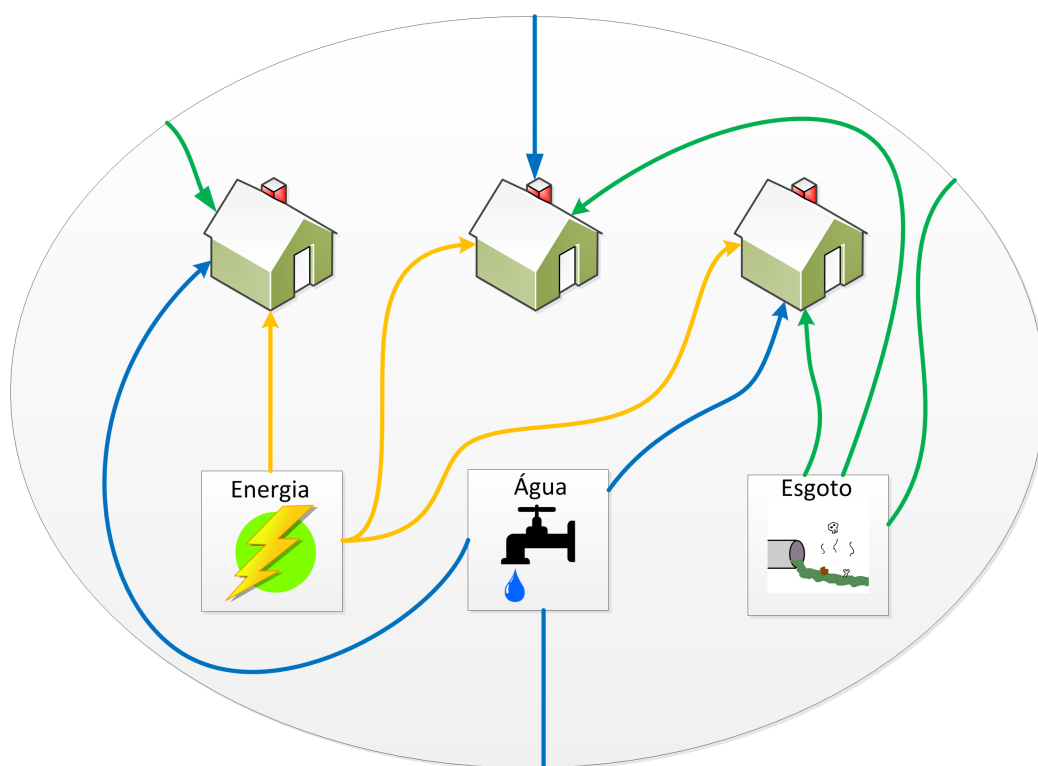


Figure 5: Problema das três casas em uma superfície esférica

3 Subgrafos do grafo de professores do PPDG-COMP

Sabendo que um subgrafo S de um grafo G é um grafo cuja o conjunto de vértices e de arestas é um subconjunto dos conjuntos de vértices e de arestas de G . E que existem 2^n subconjuntos de um conjunto de n elementos.

Para o grafo dos professores do PPGCOMP, que possui 23 vértices e 100 arestas, tem-se no mínimo $2^{100} = 1.267 \times 10^{30}$ subgrafos pois ainda deve-se considerar a combinação dos vértices.

Alguns subgrafos foram criados graficamente e podem ser vistos nas Figuras .

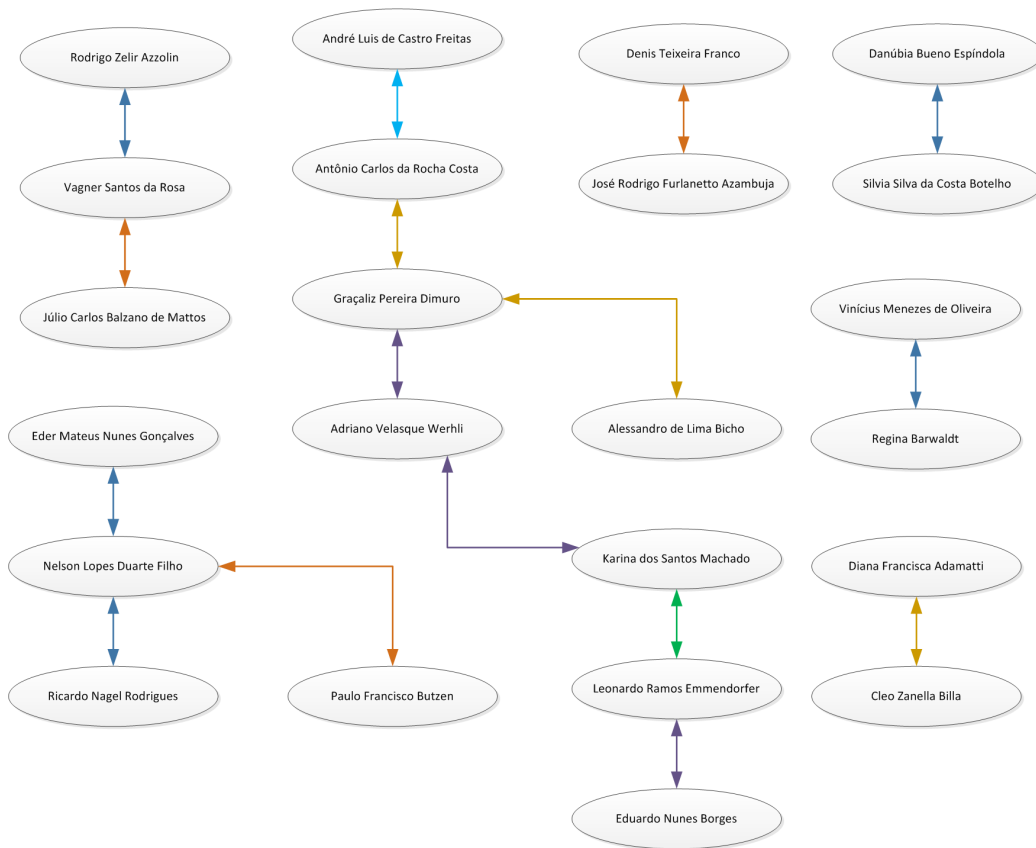


Figure 6: Subgrafo do grafo dos professores do PPGCOMP



Figure 7: Subgrafo do grafo dos professores do PPGCOMP

4 O grau do grafo de professores do PPDG-COMP e o seu significado

O Grau do grafo dos professores do PPGCOMP pode ser visualizados abaixo:

Adriano Werhli = 14
Alessandro de Lima Bicho = 14
Danúbia Bueno Espíndola = 12
Eder Mateus Nunes Gonçalves = 14
Nelson Lopes Duarte Filho = 14
Regina Barwaldt = 12
Ricardo Nagel Rodrigues = 10
Rodrigo Zelir Azzolin = 10
Silvia Silva da Costa Botelho = 12
Vagner Santos da Rosa = 14
Vinícius Menezes de Oliveira = 10
Denis Teixeira Franco = 5
Júlio Carlos Balzano de Mattos = 5

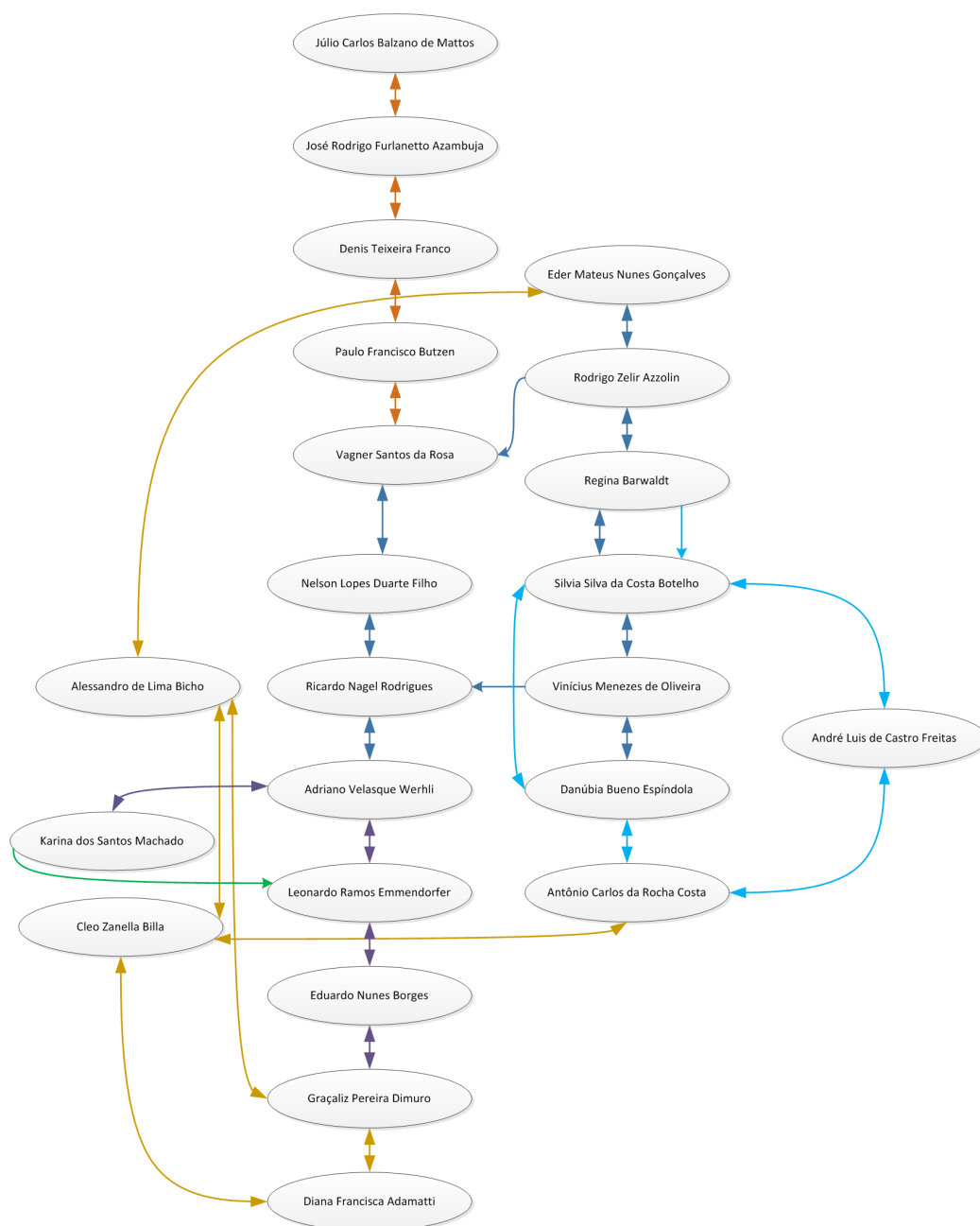


Figure 8: Subgrafo do grafo dos professores do PPGCOMP

Paulo Francisco Butzen = 5
José Rodrigo Furlanetto Azambuja = 5
Graçaliz Pereira Dimuro = 9
Karina dos Santos Machado = 4
Leonardo Ramos Emmendorfer = 4
Eduardo Nunes Borges = 4
Antônio Carlos da Rocha Costa = 9
Diana Francisca Adamatti = 5
Cleo Zanella Billa = 5
André Luis de Castro Freitas = 4
Grau total = 200

O grau de um vértice V , neste caso representado por um professor, indica a quantidade de professores que também atuam nas mesmas linha de pesquisa do professor do vértice V . O Grau total do grafo é 200.

5 Poderíamos ter em um grupo de 13 professores cada pessoa estar em uma linha com exatamente outras 3? Explique utilizando grau de vértices.

Para termos 13 professores, e cada um deles estar ligado a 3 outros professores, seria necessário um grafo com 13 vértices, onde cada vértice é um professor, e que o grau de cada vértice seja exatamente 3.

Pela teoria dos grafos sabemos que o grau total de um grafo é a soma do grau de cada vértice, e que cada aresta contribui com dois graus no grafo, pois uma aresta sempre liga 2 vértices. Portanto o grau total de um grafo é sempre par, caso contrário ele não existe.

Portanto um grafo com 13 vértices, e cada vértice com grau 3, teria-mos um grafo de grau 39 o que não é possível. Portanto não existe um grafo onde cada professor possua exatamente uma ligações com outros 3 professores.