

Otimização Multiobjetivo de Portfólios de Investimento Utilizando Algoritmos Evolutivos

Alexandre Heiden¹, Felipe Marchi Ramos¹, Omir Correia Alves Junior²

¹ Acadêmico do Curso de Ciência da Computação – CCT – voluntário

² Orientador, Departamento de Ciência da Computação – CCT – omalves@gmail.com

Palavras-chave: *Otimização multiobjetivo de portfólios. Meta-heurísticas. Gestão financeira.*

O mercado financeiro é um ambiente em que são comercializados ativos, que são divididos em monetários (moeda e câmbio), títulos públicos e privados, *commodities* e ações. Ações são títulos que correspondem a cotas de propriedade de uma empresa, possibilitando ao acionista direito proporcional sobre ativos e participação nos lucros, de acordo com o número de ações adquiridas. A posse de um conjunto de ações de uma ou mais empresas, constitui o que é chamado de portfólio (ou carteira) de investimento.

No mercado de capitais o valor da ação está suscetível a fatores sociais, econômicos e políticos, de tal forma que seu valor torna-se volátil, podendo oscilar em um curto período de tempo. Esta dinamicidade caracteriza o alto risco do investimento, sendo portanto, o fator de preocupação dos investidores. Baseado neste aspecto vários modelos matemáticos de otimização de portfólios de investimento foram propostos para minimizar o fator risco e maximizar o fator retorno. Markowitz (1952) formulou o primeiro modelo matemático para otimização de portfólios de investimento. O modelo estima o risco utilizando o valor da variação da distribuição dos retornos do ativo (variância) e o retorno usando o valor esperado do ativo. Rockafellar e Uryasev (2002) propuseram o modelo de valor em risco condicional (CVaR), que considera apenas os valores dos desvios negativos, o que permite contemplar as piores possíveis perdas do portfólio, ou seja, o cenário de maior prejuízo.

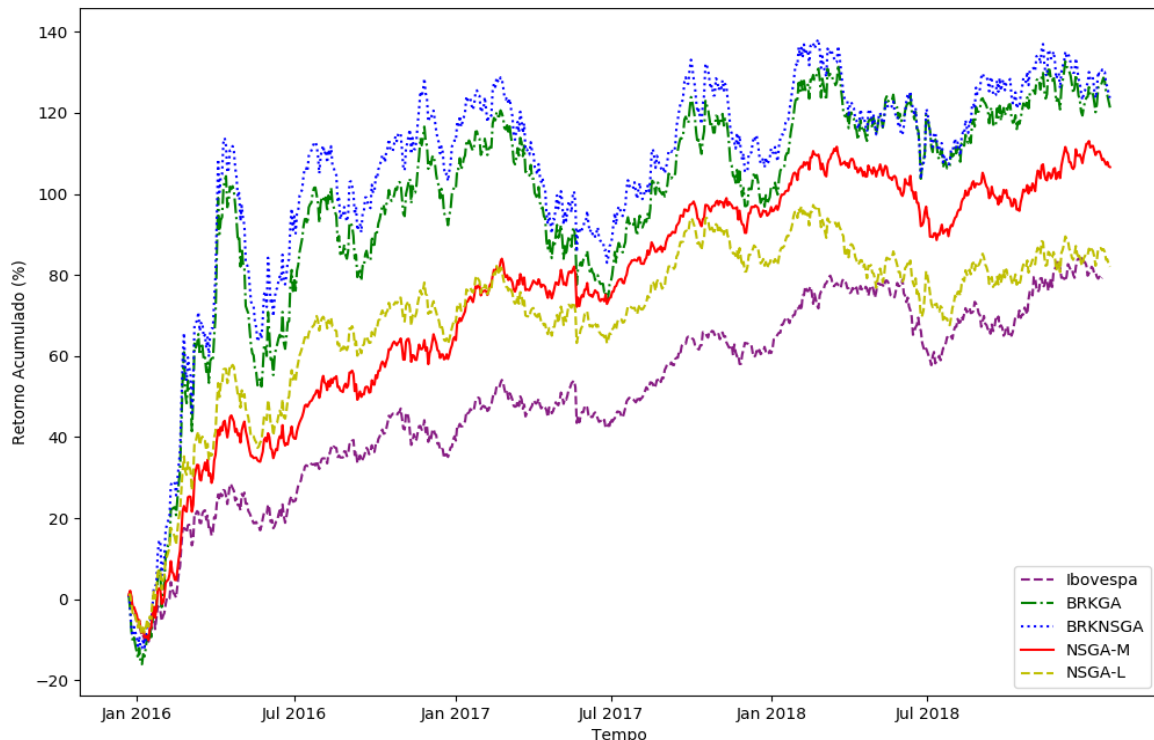
O modelo multiobjetivo deste trabalho é formulado visando maximizar o retorno e minimizar o risco, utilizando o CVaR como medida de risco conforme formulado por Rockafellar e Uryasev (2002). O modelo, apresentado a seguir, também apresenta restrições de investimento de capital e cardinalidade (quantidade de ativos) do portfólio.

$$\begin{aligned}
 \min_{x \in X} \quad & \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \sum_{j=1}^J \pi_j [f(x, y_j) - \zeta]^+ \\
 \max_{x \in X} \quad & \sum_{i=1}^N w_i \mu_i
 \end{aligned}
 \quad \text{sujeito a} \quad
 \begin{aligned}
 \sum_{i=1}^N z_i &= k \\
 \sum_{i=1}^N w_i &= 1 \\
 z_i &\in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, N \\
 0 \leq w_i &\leq 1, \forall i = 1, \dots, N
 \end{aligned}$$

Considerando o problema apresentado, identifica-se que não é viável obter soluções utilizando métodos exatos: o problema pertence à classe NP-Completo, conforme Chang (2000). Isso ocorre devido a existência de variáveis inteiras no modelo, tornando-o um problema combinatório. Esse aumento na complexidade computacional, portanto, desfavorece o uso de métodos que encontram a solução exata para uma instância qualquer. Para resolver o problema serão utilizadas duas meta-heurísticas: *Biased Random-Key Genetic Algorithm* (BRKGA), *Non-*

dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II) e um algoritmo híbrido (BRKNSGA). Um conjunto de experimentos foi realizado com o intuito de investigar a eficácia dos algoritmos propostos em relação à estratégia estudada na literatura atual.

Fig. 1 Comparação do melhor portfólio gerado para cada algoritmo com cardinalidade = 9



Este trabalho propôs três algoritmos, BRKGA, BRKNSGA, e uma releitura do NSGA-II para otimização de portfólios de investimento. Os resultados obtidos em um estudo de caso real apresentam indicativos estatisticamente significantes de que os algoritmos propostos possibilitam a escolha de carteiras com bom desempenho para os investidores. Os experimentos evidenciam o potencial do BRKGA e do BRKNSGA, que conseguiram produzir resultados reveladores. O desempenho do algoritmo híbrido BRKNSGA foi satisfatório em todos os experimentos, mostrando que a combinação das heurísticas BRKGA e NSGA-II resulta em uma ferramenta interessante para a resolução do problema.

Referências Bibliográficas:

CHANG, T.-J., MEADE, N., BEASLEY, J. E., e SHARAIHA, Y. M. **Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation**. Computers & Operations Research, 2000.

MARKOWITZ, H. **Portfolio selection**. The journal of finance, 1952.

ROCKAFELLAR, R. T. e URYASEV, S. **Conditional value-at-risk for general loss distributions**. Journal of banking & finance, 2002.