Universidade Fedeal de Minas Gerais

Exercício Prático de Classificador de Bayes

Disciplina: Reconhecimento de Padrões

Prof. Braga

12 de março de 2019

Distribuições Normais de Duas Variáveis

Considere duas distribuições normais no espaço R^2, ou seja, duas distribuições com duas variáveis cada x_1 e x_2. As distribuição são caracterizadas como $\mathcal{N}(\{2,2\},\sigma^2)$ e $\mathcal{N}(\{4,4\},\sigma^2)$, como pode ser visualizado na Figura 0.1. Os dados foram gerados considerando-se correlação nula. As funções de densidade das funções geradoras podem ser representadas pela Equação geral 0.1 para duas variáveis.

$$p(x_1,x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left((\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1})^2-(\frac{2\rho(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2})+(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2})^2\right)} \tag{0.1}$$

em que ρ é o coeficiente de correlação linear entre as variáveis x_1 e x_2.

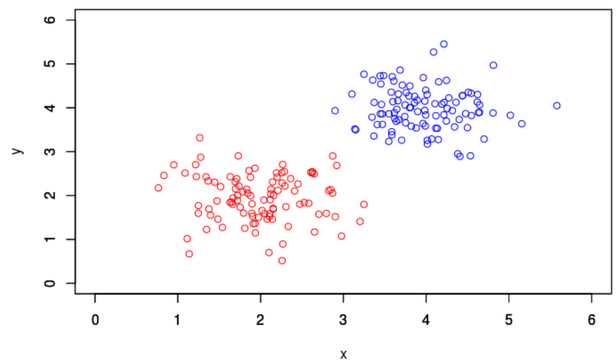

Figura 0.1: Dados amostrados de duas distribuições Normais com médias $m1 = (2;2)^T$ e $m2 = (4;4)^T$ e coeficiente de correlação nulo

Pede-se:

1. Gerar os dados conforme Figura 0.1.
2. Estimar as densidades para as duas classes e apresentar o gráfico da funções de densidade para as duas distribuições, conforme Figura 0.2.

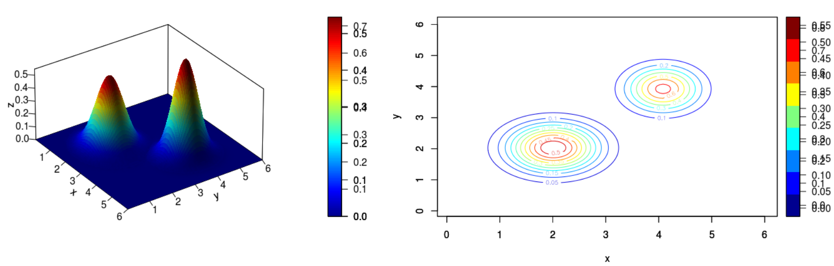

Figura 0.2: Estilo de resposta - questão 1

Distribuições Normais de Múltiplas Variáveis

Considere agora a expressão da distribuição Normal de múltiplas variáveis aprsentada na Equação 0.2.
Pede-se:

1. Repita o exercício do item anterior considerando a expressão da Equação 0.2.

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|\mathbf{\Sigma}|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right) \tag{0.2}$$

em que n é a dimensão de $\mathbf{x}$, $\mathbf{\Sigma}$ é a matriz de covariâncias, $|\mathbf{\Sigma}|$ o seu determinante e μ é o vetor de médias das distribuições marginais, conforme apresentado a seguir nas Equações 0.3 e 0.4.

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \cdots & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdots & \rho_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{n1}\sigma_n\sigma_1 & \rho_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \tag{0.3}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} \tag{0.4}$$

Classificador de Bayes

Pede-se

1. Aplicar a Regra de Bayes para o problema dos itens anteriores para um *grid* de pontos no plano e apresentar a superfície de separação resultante para os dados acima.