

# O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

---

PET – MATEMÁTICA

Bolsista: Michell Dias

Tutor: Prof. Daniel Cordeiro

19 de Novembro de 2010

# Vamos começar do início...

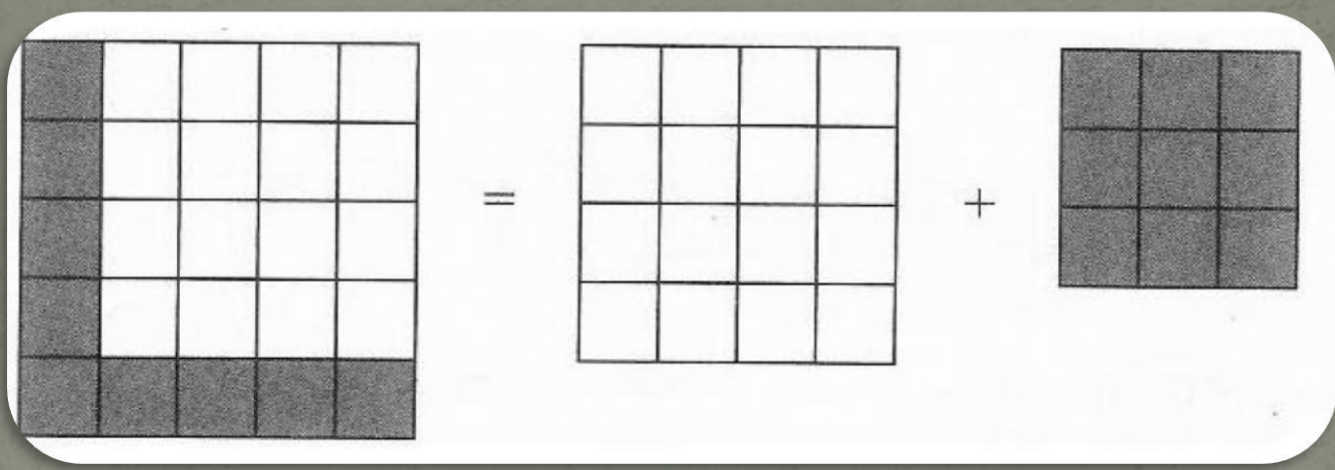
- De alguma forma, o Último Teorema surgiu séculos antes com outro teorema muito famoso: o Teorema de Pitágoras.
- Se  $a$  é a medida da hipotenusa,  $b$  e  $c$ , a medida dos catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras equivale a:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

- Geometricamente, temos:







- Resolver a equação:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

- Para  $x, y$  e  $z$  inteiros não-negativos, equivale a encontrar os pontos sobre a circunferência:

$$x^2 + y^2 = 1$$

- Para  $x$  e  $y$  racionais não-negativos.

# Diofanto

- Diofanto (360-430), o pai da álgebra!
- Desenvolveu métodos para resolução de equações cujas soluções são números inteiros.
- Um exemplo clássico: dado  $A$  inteiro, encontrar  $x$  e  $y$  inteiros tais que:

$$A = x^2 + y^2$$

- A equação pitagórica pode ser visto como uma equação diofantina!



# Diofanto

- É possível demonstrar que todas as soluções inteiras da equação  $x^2 + y^2 = z^2$ , são da forma:

$$x = a^2 - b^2; y = 2ab \text{ e } z = a^2 + b^2,$$

onde  $a$  e  $b$  satisfazem algumas hipóteses.

# Quem foi Fermat?



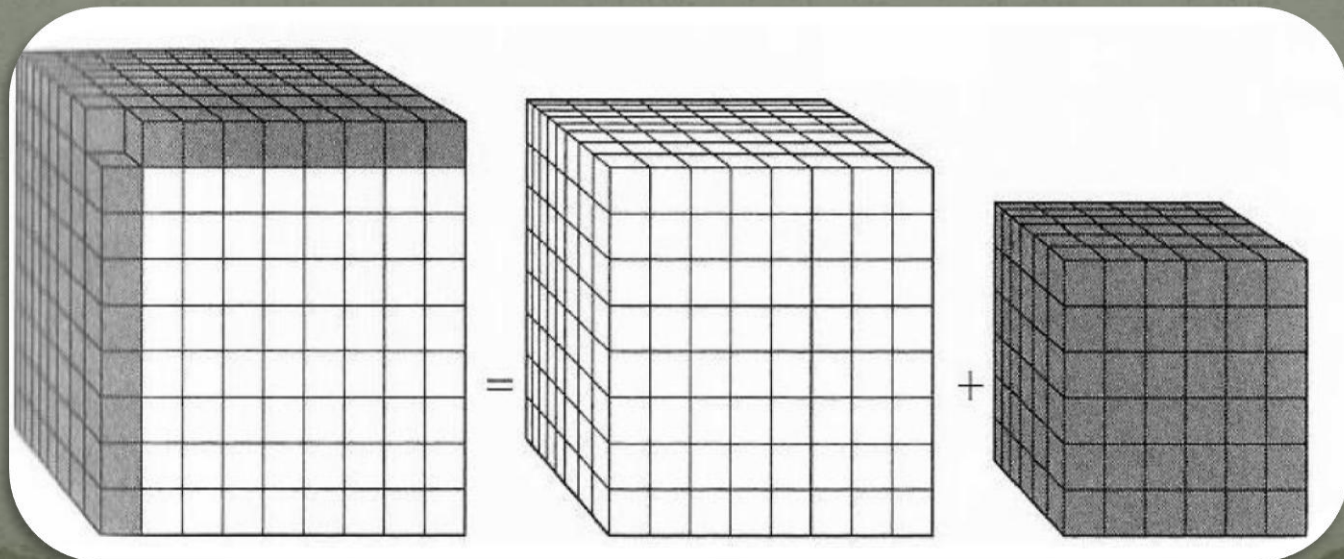
- O francês Pierre de Fermat (1601-1665) é considerado um dos grandes matemáticos do século XVII.
- Exerceu grande influência sobre seus contemporâneos mesmo seu trabalho sendo amador!
- Suas contribuições abriram portas para várias áreas da matemática, como a teoria dos números.
- Supostamente, seu entusiasmo deu-se ao estudar a obra de outro grande matemático: Aritmética, de Diofanto.



# Fermat

- Logo, era natural que Fermat se perguntasse: “Existe um cubo de lado inteiro que possa ser decomposto em dois outros cubos também de lados inteiros?”

$$z^3 = x^3 + y^3?$$

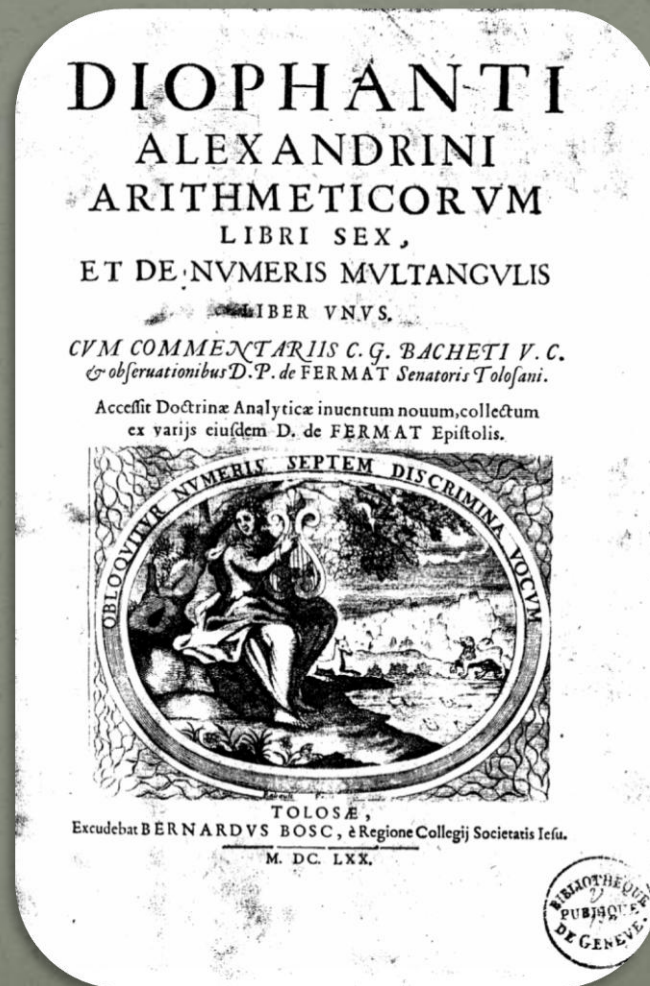


# Fermat

- Ou ainda, em um caso mais geral, dados  $x, y$  e  $z$  inteiros não-negativos, é válida a seguinte equação?

$$x^n + y^n = z^n \text{ para } n \text{ maior do que } 2.$$

- Após a morte de Fermat, seu filho mais velho passou 5 anos colecionando suas observações e publicou-as numa nova edição do livro Aritmética, de Diofanto.





- A conjectura do problema VIII de Aritmética deu origem a um dos mais enigmáticos problemas matemáticos de todos os tempos: o Último Teorema de Fermat!

# Arithmeticon Liber II.

61

interuallum numerorum 2. minor autem  
1 N. arque ideu maior 1 N. + 2. Oportet  
itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & ad-  
huc superaddere 10. Ter igitur 2. adici-

εἰ ἴσος ὁ ἀριθμὸς ἑστὶν ἑῷ ἰσὺς καὶ β. διέ-  
σει ἀπὸ ἀεὶ μὲν δ' ἑκάστου δ' ὑπερβαίνει  
ἢ καὶ β. & ἑστὶ ὑπερβαίνει καὶ β. τρις ἀπὸ  
μὲν δ' ἑῷ καὶ β. ἑστὶ αὖτις ἑῷ δ' ὑπερβαίνει

## OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

**C**ubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos  
& generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eius-  
dem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi.  
Hanc marginis exiguitas non caperet.

τοῦ ἑκὸς ὅτι καὶ ἡ ἀριθμὸς 16. ἑστὶν ἰσὺς καὶ β. διέ-  
σει ἀπὸ ἀεὶ μὲν δ' ἑκάστου δ' ὑπερβαίνει  
ἢ καὶ β. & ἑστὶ ὑπερβαίνει καὶ β. τρις ἀπὸ  
μὲν δ' ἑῷ καὶ β. ἑστὶ αὖτις ἑῷ δ' ὑπερβαίνει

### OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

**C**ubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos  
& generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eius-  
dem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi.  
Hanc marginis exiguitas non caperet.

#### QVÆSTIO IX.

**R**ursus oporteat quadratum 16  
diuidere in duos quadratos. Ponat  
tur rursus primi latus 1 N. alterius verò  
quotcumque numerorum cum defectu tot  
vitatum, quot constet latus diuidendi.  
Eſſo itaque 2 N. - 4. erunt quadrati, hic  
quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. - 16 N.  
Cæterum volo vtrumque simul æquari  
vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. - 16 N.  
æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. 4 erit

**Ε**στὶν δὲ πάλιν τὸν ἑῷ τετραγώνου δι-  
λεῖν εἰς δύο τετραγώνους. τετραγώνου πάλιν  
ἢ τὸν ἀπὸ τοῦ πλάτους εἰ ἴσος, ἢ ἢ τὸν ἑῷ  
εἰ ὅσον δὲ τὸν λαμβάνει καὶ ὅσον εἰς τὸν δι-  
αμῆν πλάτους. ἑστὶν δὲ καὶ β. λαμβάνει καὶ β.  
ἑστὶν δὲ τὸν τετραγώνου ὅς μὲν διπλασιάζει  
ὅς δὲ διπλασιάζει δ' καὶ β. λαμβάνει εἰς τὸν β.  
λαμβάνει τὸν δὲ πάλιν συντάσσεται τὸν ἑῷ καὶ  
εἰς τὸν διπλασιάζει ἀπὸ τὸν λαμβάνει εἰς τὸν ἑῷ  
καὶ β. καὶ γίνονται ὁ ἀριθμὸς καὶ πηλίκου

# Traduzindo...

- “Dividir um cubo em dois cubos, uma quarta potência ou, em geral uma potência qualquer em duas potências de mesma denominação acima da segunda é impossível, e eu seguramente encontrei uma prova admirável desse fato, mas a margem é muito curta para contê-la”.

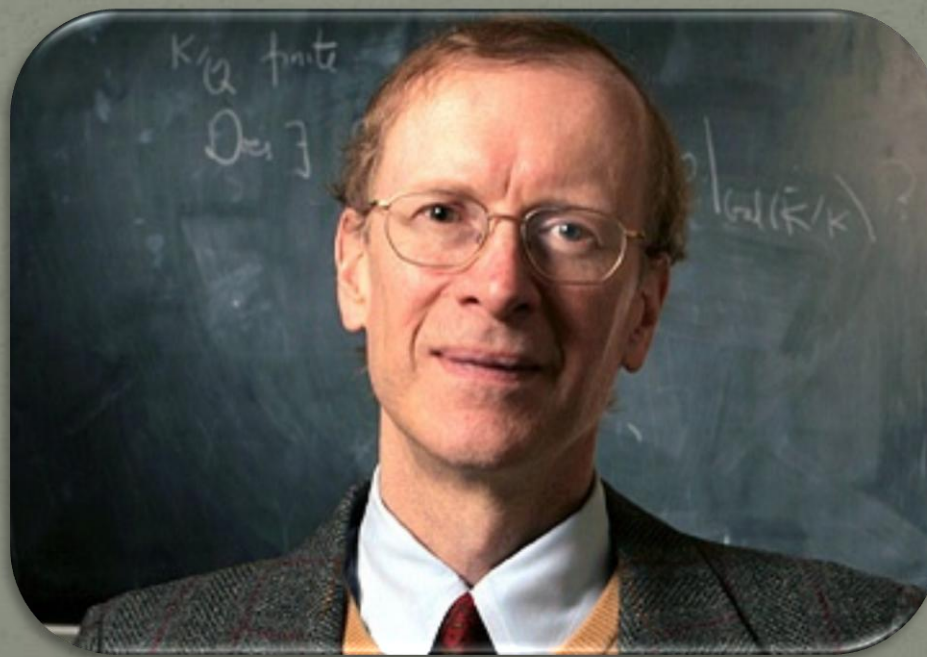
# Veja que curioso!

- a) Para provar o Último Teorema basta tomar  $n$  primo.
- b) Usar o Último Teorema para provar que raiz  $n$ -ésima de 2 é irracional, para  $n > 2$ .
- c) A equação  $x^3 + y^3 + z^3 = w^3$  tem solução!



# “Eureca”!

- Em 1995, após três séculos e meio, o inglês Andrew Wiles (1953-) dá a primeira demonstração correta para o Último Teorema de Fermat.



# Referências bibliográficas

- SINGH, S.O Último Teorema de Fermat - 3ª edição. Editora Record – 1997
- GARCIA, A. LEQUAIN, Y. Elementos de Álgebra. IMPA – 2002.
- CORDEIRO, D. Um Convite à Matemática – 2ª edição. EDUFCEG – 2007.