



RELATÓRIO DE FUNDAMENTOS DE CONTROLE

Data: 20 de junho de 2017

Matheus Francisco Batista Machado

Matrícula : 14202492

Luan Lorenzo dos Santos Borges

Matrícula : 15104328

Disciplina: Fundamentos de Controle

Trabalho 3: Projeto de um Compensador de Atraso de Fase do Sistema 12

Considerando o sistema com realimentação unitária em malha fechada como mostrado na Figura 1, será projetado, utilizando métodos em resposta em frequência, um compensador de atraso de fase de forma que o sistema em malha fechada apresente $K_v = 1,9 * 10^3$ e sobressinal de 4% para a resposta ao degrau.

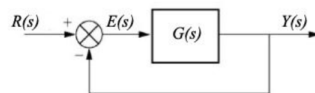


Figure 1: Sistema com realimentação unitária

Será analisado o sistema 12, onde $G(s)$ é a função de transferência abaixo:

$$G(s) = \frac{K(s + 99)}{s(s + 157)(s + 645)(s + 856)} \quad (1)$$

O primeiro passo tomado para o projeto do compensador de fase foi plotar o diagrama de Bode para $G(s)$, considerando um ganho unitário. O diagrama pode ser observado na Figura 2.

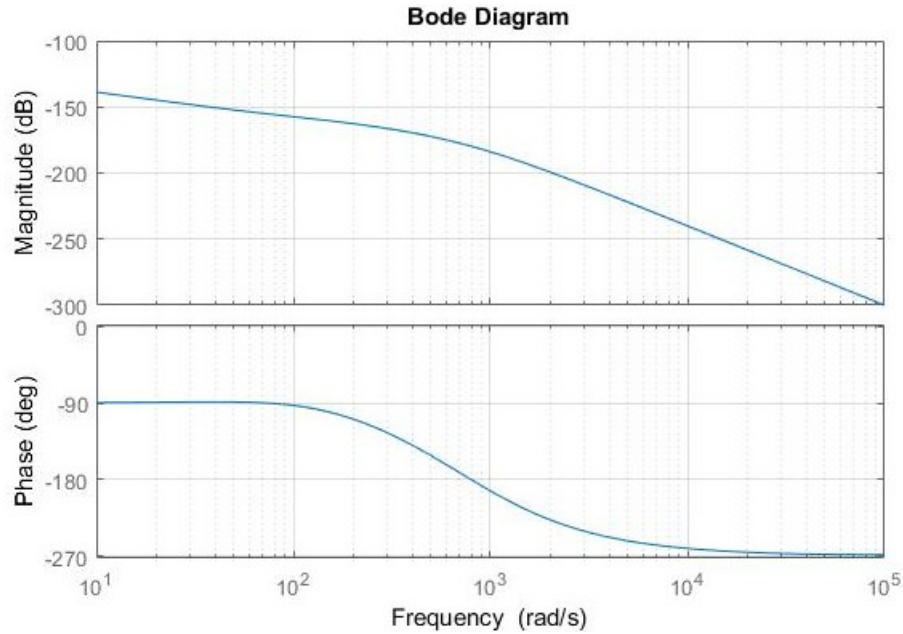


Figure 2: Diagrama de Bode de G(s)

Para determinar o coeficiente de amortecimento que resulta no sobressinal $M_p = 0,04$ foram utilizadas as seguintes equações:

$$x = \left(\frac{\ln(\frac{4}{100})}{\pi} \right)^2 = 1.0498$$

e

$$\xi = \sqrt{\frac{1.0498}{1.0498 + 1}} = 0.7156$$

Com o valor do coeficiente de amortecimento ξ , encontrou-se a margem de fase a partir da fórmula abaixo:

$$\Phi_M = 90 - \arctan\left(\frac{\sqrt{-2\xi^2 + \sqrt{4\xi^4 + 1}}}{2\xi}\right) \Bigg|_{\xi=0.7156} = 65.97$$

O próximo passo para obter o incremento de ganho que deve ser inserido para que o diagrama apresente a margem de ganho especificada, foi utilizar o método analítico através das fórmulas abaixo e o resultado foi conferido pelo diagrama de Bode:

$$180 - 90 - \arctan \frac{\omega}{157} - \arctan \frac{\omega}{645} - \arctan \frac{\omega}{856} = 65.97$$

O valor encontrado foi de $\omega = 232.363 \text{ rad/s}$. A seguir, é obtido o módulo da função de transferência do sistema nessa frequência, considerando um ganho unitário.

$$|G(j\omega)| = \frac{K \sqrt{\omega^2 + 99^2}}{\omega \sqrt{\omega^2 + 157^2} \sqrt{\omega^2 + 645^2} \sqrt{\omega^2 + 856^2}} \Bigg|_{\omega=232.363}$$

O valor de $K = 1568824432,3$. Com esse valor de K , calculou-se o K_v que não atendeu ao requisito especificado.

$$\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{1568824432,3 * 99}{157 * 645 * 856} = 179.16$$

Para encontrar o K que atende o K_v requerido, isolou-se o K na fórmula do K_v e assim chegou-se a equação abaixo:

$$K = \frac{1.9 * 10^3 * 157 * 645 * 856}{99} = 1.6636 * 10^9$$

Com o novo ganho, o requisito de $K_v = 1900$ é atendido. De acordo com o Nise, o sistema em malha aberta, com o ganho ajustado e sem compensador, é estável e corresponde ao K_v solicitado. Porém, ao fechar a malha, o sistema apresenta um sobressinal diferente do requerido e, dessa forma, faz-se necessário a utilização do compensador de atraso de fase.

Continuando os passos para projetar o compensador de atraso de fase, calcula-se a influência do compensador na curva de fase, onde a margem de fase corrigida é:

$$\Phi_M = 65.95 + 5.13 = 71.1$$

$$180 - 90 - \arctan \frac{\omega}{157} - \arctan \frac{\omega}{645} - \arctan \frac{\omega}{856} = 71.1$$

Resolvendo a equação acima, chega-se ao valor de $\omega = 201.874 \text{ rad/s}$. O módulo da função transferência nesta frequência é obtido a seguir:

$$|G(j\omega)| = \frac{1663610061 \sqrt{\omega^2 + 99^2}}{\omega \sqrt{\omega^2 + 157^2} \sqrt{\omega^2 + 645^2} \sqrt{\omega^2 + 856^2}} \Big|_{\xi=201.874}$$

$$|G(j\omega)| = 12.18915954 = 21.7195 \text{ dB}$$

Para que o requisito de M_p seja atendido, o compensador deve reduzir a curva de ganho em aproximadamente 21.7195 dB na frequência $\omega = 201.875$. A partir disso, tem-se a hipótese de o zero do compensador deve ser localizado uma década abaixo de 201.875 .

$$\omega_{zc} = 20.1875 \text{ rad/s}$$

A localização do polo do compensador e o ganho do compensador para manter o K_v podem ser calculados como:

$$\omega_{pc} = \frac{\omega_{zc}}{|G(j\omega)|} = \frac{20.1875}{12.18915954} = 1.656176534$$

$$G_c(s) = \frac{\omega_{pc}}{\omega_{zc}} = \frac{1.656176534}{20.1875} = 0.08204011$$

E a função de transferência do sistema compensado calculada é:

$$G_c(s)G(s) = \frac{136482753.8(s + 20.18)(s + 99)}{s(s + 1.656176534)(s + 157)(s + 645)(s + 856)}$$

O K_v para o sistema acima foi calculado como $\lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s)$ com isso chegou-se ao valor de $K_v = 1900$, atendendo os requisitos do sistema. A Figura 3 mostra os dois diagramas de Bode, do gráfico original e do com compensador de atraso de fase.

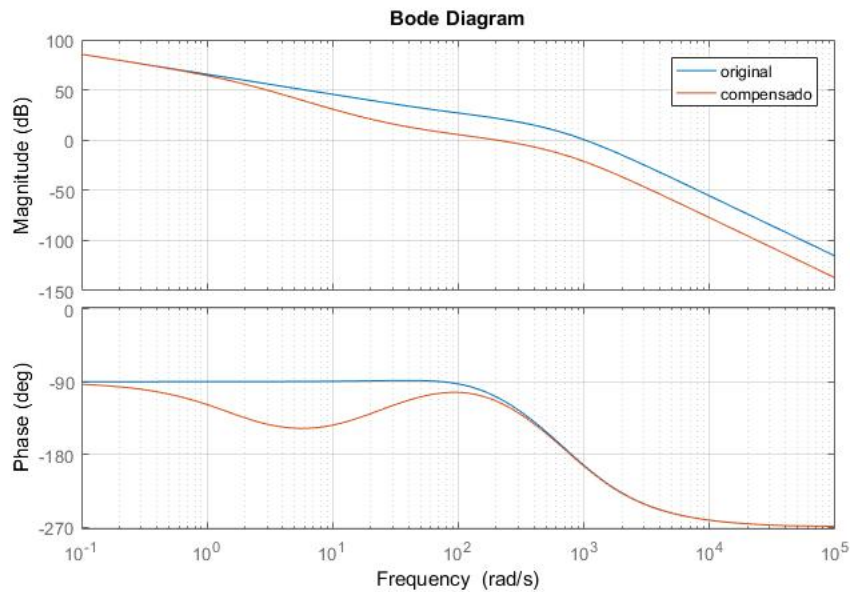


Figure 3: Diagrama de bode do sistema original e do sistema com compensador de atraso de fase.

Fechando a malha e simulando no MatLab para um sinal de entrada do tipo degrau, chega-se ao gráfico da Figura 4. O sobressinal obtido para o sistema compensado é de $M_p = 5.79\%$, é um valor relativamente próximo ao sobressinal requisitado, porém, caso desejado uma precisão maior, faz-se necessário a inclusão de um compensador de avanço de fase no sistema.

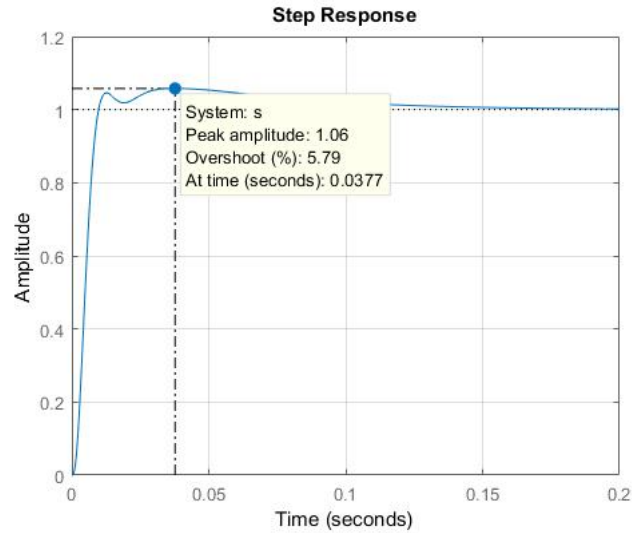


Figure 4: Resposta do sistema compensado pelo sinal de entrada tipo degrau.

1 Referências

NISE, Norman S. Engenharia de sistemas de controle. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, c2012. xiv, 745 p.