UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Equações Diferenciais Ordinárias
Primeira Lista de Exercícios
Livros de equações diferenciais disponíveis na biblioteca

1. Determinar a ordem da equação diferencial e dizer se esta é linear ou não linear:
   (a) $t^2y'' + ty' + 2y = sin(t)$
   (b) $(1 + y^2)y'' + ty' + y = e^t$
   (c) $y'''' + y''' + y'' + y' + y = 1$
   (d) $y' + ty^2 = 0$
   (e) $y'' + sin(t + y) = sin(t)$
   (f) $y''' + ty' + (cos^2t)y = t^3$
   (g) $(1 - t)y'' - 4ty' + 5y = cos(t)$
   (h) $yy' + 2y = 1 + t^2$
   (i) $t^3y'''' - t^2y'' + 4ty' - 3y = 0$
   (j) $(sent)y''' - (cost)y' = 2$

2. Verificar se as funções dadas constituem solução da EDO:
   (a) $y'' - y = 0$; $y_1(t) = e^t$, $y_2(t) = cosh(t)$
   (b) $y'' + 2y' - 3y = 0$; $y_1(t) = e^{-3t}$, $y_2(t) = e^t$
   (c) $ty' - y = t^2$; $y_1(t) = 3t + t^2$
   (d) $y'''' + 4y''' + 3y = t$; $y_1(t) = t/3$, $y_2(t) = e^{-t} + t/3$
   (e) $2t^2y'' + 3ty' - y = 0, t > 0$; $y_1(t) = t^{1/2}$, $y_2(t) = t^{-1}$
   (f) $t^2y'' + 5ty' + 4y = 0, t > 0$; $y_1(t) = t^{-2}$, $y_2(t) = t^{-2}ln(t)$
   (g) $2y' + y = 0$; $y_1(t) = e^{-x/2}$
   (h) $y' - 2y = e^{3t}$; $y_1(t) = e^{3t} + 10e^{2t}$
   (i) $y' = 25 + y^2$; $y_1(t) = 5tg(5t)$
   (j) $y' + 20y = 24$; $y_1(t) = \frac{6}{5} - \frac{6e^{-20t}}{5}$
   (k) $y'' - 6y' + 13y + 0$; $y_1(t) = e^{3t}cos(2t)$
   (l) $y'' = y$; $y_1(t) = cosh(t) + senh(t)$
   (m) $t^2y'' - 3ty' + 4y = 0$; $y_1(t) = t^2 + t^2ln(t)$, x¿0
   (n) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$; $y_1(t) = t^2e^t$
   (o) $y'' - 4y' + 4y = 0$; $y_1(t) = e^{2t} + te^{2t}$

3. Determinar os valores de r para os quais a equação diferencial dada tem soluçãos da forma $y = e^{rt}$:
   (a) $y' + 2y = 0$
   (b) $y'' - y = 0$
   (c) $y'' + y' - 6y = 0$
   (d) $y''' - 3y'' + 2y' = 0$
   (e) $y'' - 5y' + 6y = 0$
   (f) $y'' + 10y' + 25y = 0$

4. Determinar os valores de r para os quais a equação diferencial dada tem solução da forma $y = t^r$ para $t > 0$:
   (a) $t^2y'' + 4ty' + 2y = 0$
   (b) $t^2y'' - 4ty' + 4y = 0$
   (c) $t^2y'' - y = 0$
   (d) $t^2y'' + 6ty' + 4y = 0$

5. Determine, por integração direta, a solução da equação diferencial dada:
   (a) $y' = 2x$
   (b) $y'' = 1$
   (c) $y'' = y'$
   (d) $y'' = -y'$

(e) $y' = 5y$
(f) $y' = y^3 - 8$
(g) $2yy' = 1$
(h) $y'' = y$

6. Mostre que $y_1(t) = t^2$ e $y_2(t) = t^3$, são ambas soluções para

$$t^2y'' - 4ty' + 6y = 0$$

. As funções c_1y_1 e c_2y_2, com c_1 e c_2 constantes arbitrárias, são também soluções? A soma $y_1 + y_2$ é uma solução?

7. Mostre que $y_1(t) = 2t + 2$ e $y_2(t) = -t^2/2$, são ambas soluções para

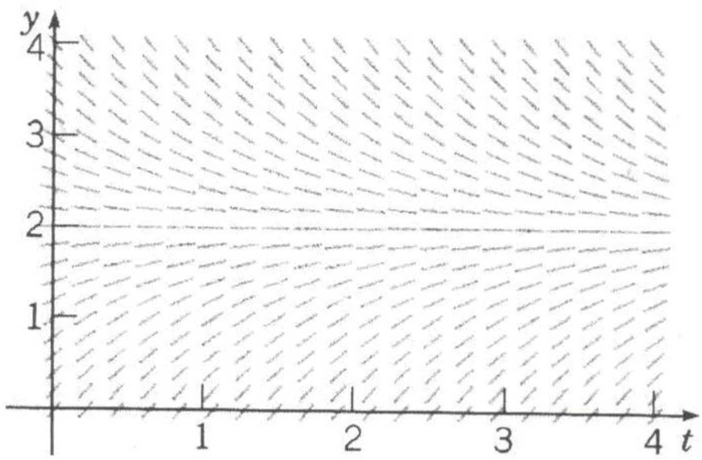
$$y = ty' + \frac{(y')^2}{2}$$

As funções c_1y_1 e c_2y_2, com c_1 e c_2 constantes arbitrárias, são também soluções? A soma $y_1 + y_2$ é uma solução?

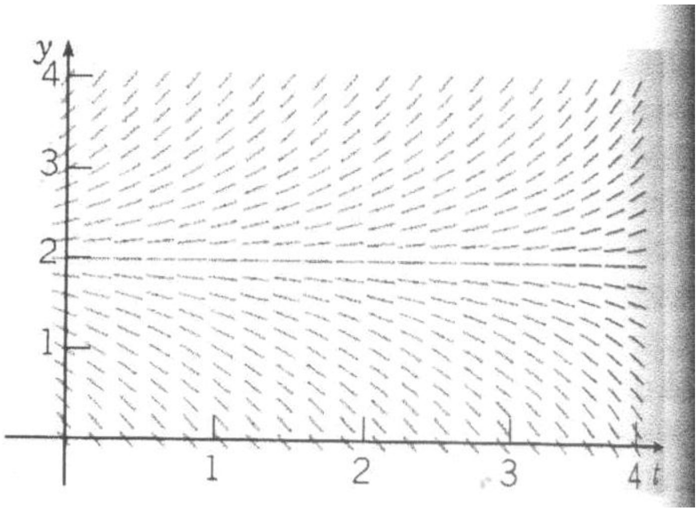
8. Considere a lista de equações diferenciais, algumas das quais produziram os campos de direção ilustrados nas figuras abaixo. Em cada um dos problemas, identifique a equação diferencial que corresponde ao campo de direção dado.

(a) $y' = 2y - 1$
(b) $y' = y - 2$
(c) $y' = y(y - 3)$
(d) $y' = -2 - y$
(e) $y' = 1 - 2y$
(f) $y' = 2 + y$
(g) $y' = y(y + 3)$
(h) $y' = 1 + 2y$
(i) $y' = y(3 - y)$
(j) $y' = 2 - y$

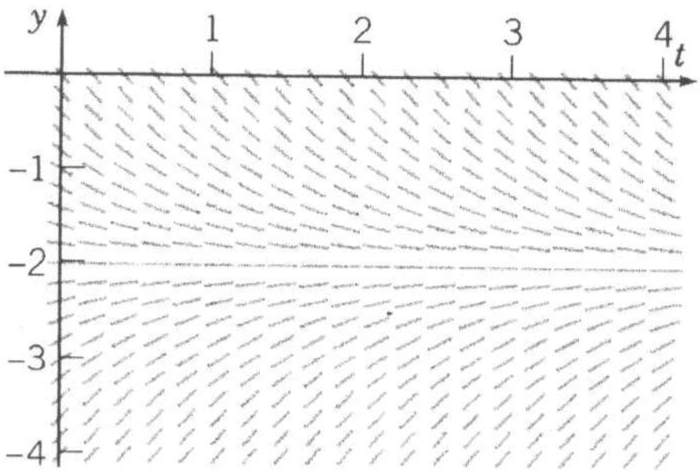
- campo 1



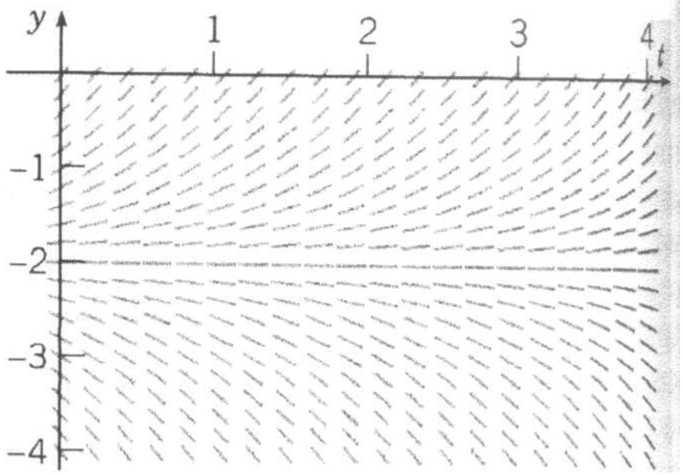
- campo 2



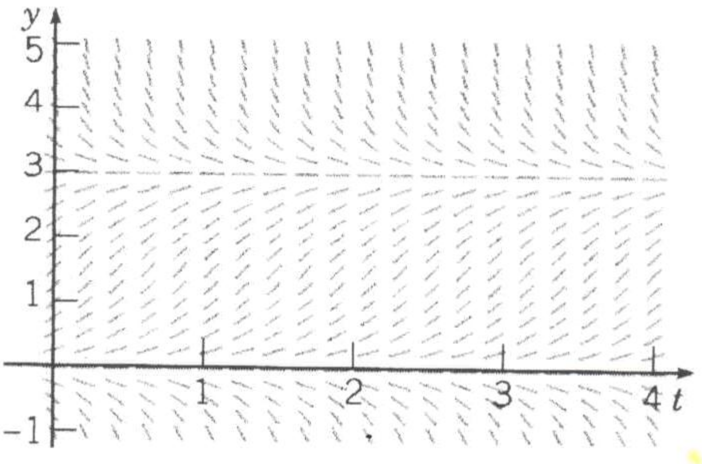
- campo 3



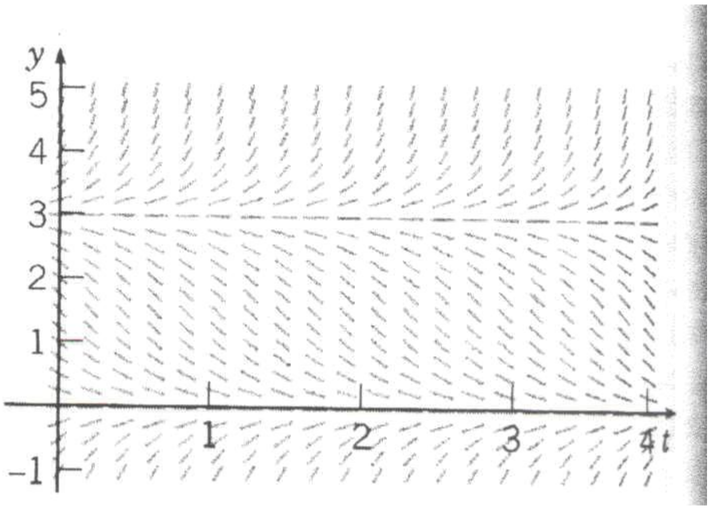
- campo 4



- campo 5



- campo 6



Resp: campo 1: (j), campo 2: (c), campo 3: (g), campo 4: (b), campo 5: (h), campo 6: (e).

9. Classifique as equacões abaixo quanto ao tipo, a ordem e a linearidade.

   (a) $yy^{'} + t = 0$ Resp: EDO 1^a ordem não linear

   (b) $x^2y^{''} + bxy^{'} + cy = 0$ Resp: EDO 2^a ordem linear

10. Determine qual ou quais das funcões $y_1(x) = x^2$, $y_2(x) = x^3$ e $y_3(x) = e^{-x}$ são solucões da equacão

$$(x + 3)y^{''} + (x + 2)y^{'} - y = 0$$

Resp: Apenas y_3 é solução da E.D.

11. Sejam a, b, c $\in \Re$. Mostre que

   (a) $y(t) = e^{rt}$, com r raiz de $ar + b = 0$, é solucão da equacão $ay^{'} + by = 0$.

   (b) $y(t) = e^{rt}$, com r raiz de $ar^2 + br + c = 0$, é solucão da equacão $ay^{''} + by^{'} + cy = 0$.

   (c) $y(x) = x^r$, com r raiz de $r^2 + (b - 1)r + c = 0$, é solucão da equacão $x^2y^{''} + bxy^{'} + cy = 0$.

12. Determine os valores de r para os quais a funcão $y(t)$ é solução da equacão.

   (a) $y(t) = \dfrac{r}{t^2 - 3}$ e $y^{'} + ty^2 = 0$ Resp: $r = 0$ ou $r = 2$

   (b) $y(t) = \dfrac{r}{t^2 + 1}$ e $y^{'} - 2ty^2 = 0$ Resp: $r = 0$ ou $r = -1$

   (c) $y(t) = \dfrac{r}{t^2 + 1}$ e $y^{'} - 6ty^2 = 0$ Resp: $r = 0$ ou $r = -1/3$

   (d) $y(t) = \dfrac{r}{t^2 + 2}$ e $y^{'} - ty^2 = 0$ Resp: $r = 0$ ou $r = -2$