56 ELETROMAGNETISMO

- 13. Um condutor grande, oco c isolado está carregado positivamente. Uma pequena bola metálica com carga negativa de mesmo módulo, suspensa por um fio, é introduzida no condutor através de uma pequena abertura existente no seu topo. A bola é conduzida a tocar na superfície interna do condutor, sendo, a seguir, retirada. Qual é, na seqüência, a carga sobre (a) a superfície interna do condutor, (b) a superfície externa do condutor e (c) a bola?
- 14. Podemos deduzir, a partir dos argumentos apresentados na Seção 25-7, que os elétrons da fiação elétrica de uma casa se deslocam ao longo das superfícies dos fios quando a corrente está passando? Caso contrário, por que não?
- 15. De acordo com a lei de Gauss, como se aplicou na Seção 25-7, 6 necessário que todos os elétrons de condução num condutor isolado estejam sobre sua superfície?
- 16. Suponha que se tenha uma superfície gaussiana na forma de uma rosca e que ela envolva uma única carga puntiforme. A lei de Gauss é válida? Se não for, explique o porquê. Se a resposta for afirmativa, existe simetria suficiente para aplicarmos a lei de Gauss com sucesso?
- 17. Uma carga puntiforme positiva q é colocada no centro de uma esfera metálica oca. Que cargas aparecem sobre (a) a superfície interna e

- (b) a superfície externa da esfera? (c) Se aproximarmos da esfera um objeto metálico (descarregado), suas respostas aos itens (a) e (b) serão alteradas? Tal aproximação vai alterar a distribuição da carga sobre a esfera?
- 18. Explique por que a simetria da Fig. 25-13 nos restringe à consideração de que E só tem componentes radiais.
- 19. Na Seção 25-9, a carga *total* sobre uma barra infinita é infinita. Por que E também não é infinito? Afinal, de acordo com a lei de Gauss, se q for infinito, E também o será.
- **20.** Explique por que a simetria da Fig. 25-16 nos restringe à consideração de que E só tem componentes perpendiculares à chapa? Por que, por exemplo. E não poderia ter componentes paralelos à chapa?
- 21. O campo criado por uma chapa infinita uniformemente carregada tem a mesma intensidade em todos os pontos, não importando quão distantes eles estejam da chapa. Explique como isto pode ocorrer contrariando a lei de Coulomb do inverso do quadrado.
- **22.** Explique por que a simetria esférica da Fig. 25-7 nos restringe à consideração de que E só tem componentes radiais.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 25-3 Fluxo

1E. Num canal de irrigação, de largura $w=3,22\,\mathrm{m}$ e profundidade $d=1,04\,\mathrm{m}$, a água flui com uma velocidade escalar de $0.207\,\mathrm{m/s}$. O fluxo de massa da água escoando através de uma superfície imaginária é o produto entre a densidade da água $(1.000\,\mathrm{kg/m^3})$ e seu fluxo de volume através daquela superfície. Determine o fluxo de massa através das seguintes superfícies imaginárias: (a) uma superfície de área wd, inteiramente na água, perpendicular ao fluxo; (b) uma superfície com área 3wdl 2, da qual wd está na água, perpendicular ao fluxo; (c) uma superfície de área wd, inteiramente na água, perpendicular ao fluxo; (d) uma superfície de área wd, metade na água e metade fora, perpendicular ao fluxo; (e) uma superfície de área wd, inteiramente na água, com sua normal fazendo um ângulo de 34° com a direção do fluxo.

Seção 25-4 Fluxo do Campo Elétrico

2E. A superfície quadrada na Fig. 25-24 tem 3.2 mm de lado. Ela está imersa num campo elétrico uniforme com E=1.800 N/C. As linhas do campo fazem um ângulo de 35° com a normal "apontando para fora", como é mostrado. Calcular o fluxo através da superfície.

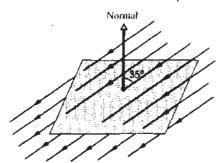


Fig. 25-24 Exercício 2.

3E. Um cubo com 1,40 m de aresta está orientado, como é mostrado na Fig. 25-25, numa região de campo elétrico uniforme. Determine o fluxo elétrico através da face direita se o campo elétrico, em newtons por

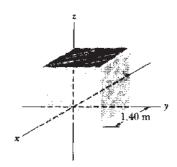


Fig. 25-25 Exercício 3 e Problema 12.

coulomb, for dado por (a) 6.00i, (b) -2.00j e (c) -3.00i + 4.00k, (d) Qual é o fluxo total através do cubo para cada um dos campos?

4P. Calcule Φ através (a) da base plana e (b) da superfície curvada de um hemisfério de raio R. O campo E é uniforme e perpendicular à base plana do hemisfério e as linhas do campo entram através da base plana.

Seção 25-5 Lei de Gauss

5E. Quatro cargas, 2q, q, -q e -2q, estão dispostas nos vértices de um quadrado, como mostra a Fig. 25-26. Descreva, se possível, uma superfície fechada que envolva a carga 2q e através da qual o fluxo líquido seja (a) 0, (b) $+3q/\epsilon_0$ e (c) $-2q/\epsilon_0$.

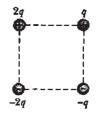


Fig. 25-26 Exercício 5.

6E. A carga de um condutor neutro é separada pela aproximação de uma barra carregada positivamente, como mostra a Fig. 25-27. Qual é o fluxo através de cada uma das cinco superfícies gaussianas mostradas em seção transversal? Suponha que as cargas envolvidas por S_1 , S_2 e S_3 sejam iguais em módulo.

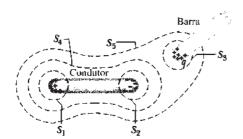


Fig. 25-27 Exercício 6.

7E. Uma carga puntiforme de 1.8 μ C está no centro de uma superfície gaussiana cúbica com 55 cm de aresta. Qual é o fluxo elétrico líquido através da superfície?

8E. O fluxo elétrico líquido através de cada face de um dado tem um módulo em unidades de 103 N·m²/C que é exatamente igual ao número de pontos sobre a face (1 até 6). O fluxo é para dentro em relação às faces de numeração ímpar e para fora em relação às de numeração par. Qual é a carga líquida dentro do dado?

9E. Na Fig. 25-28, uma carga puntiforme $\pm q$ está a uma distância d/2 diretamente acima do centro de um quadrado de lado d. Qual é o fluxo elétrico através do quadrado? (Sugestão: Pense no quadrado como uma das faces de um cubo de aresta d.)

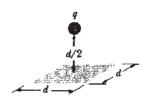


Fig. 25-28 Exercício 9.

10E. Uma rede de caçar borboletas está num campo elétrico uniforme, como mostra a Fig. 25-29. A borda da rede, um círculo de raio a, está colocada perpendicularmente ao campo. Determine o fluxo elétrico através da rede.

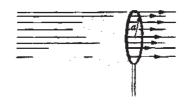


Fig. 25-29 Exercício 10.

11P. Determinou-se, experimentalmente, que o campo elétrico numa certa região da atmosfera terrestre, está dirigido verticalmente para baixo. Numa altitude de 300 m, o campo tem módulo de 60,0 N/C; e numa altitude de 200 m, 100 N/C. Determine a carga líquida contida num cubo

de 100 m de aresta, com as faces horizontais nas altitudes de 200 e 300 m. Despreze a curvatura da Terra.

12P. Determine o fluxo líquido através do cubo do Exercício 3 e Fig. 25-25 se o campo elétrico for dado por (a) $\mathbf{E} = 3.00$ y**j** e (b) $\mathbf{E} = -4.00$ i + (6.00 + 3.00 y)**j**. E é dado em newtons por coulomb, e y em metros. (c) Em cada caso, qual é a quantidade de carga dentro do cubo?

13P. Uma carga puntiforme q está colocada num dos vértices de um cubo de aresta a. Qual é o fluxo através de cada uma das faces do cubo? (Sugestão: Use a lei de Gauss e argumentos de simetria.)

14P. "A lei de Gauss para a gravitação" é

$$\frac{1}{4\pi G}\,\Phi_{\varepsilon}=\frac{1}{4\pi G}\oint \mathbf{g}\cdot d\mathbf{A}=-m,$$

na qual $\Phi_{\rm g}$ é o fluxo do *campo gravitacional* ${\bf g}$ através de uma superfície gaussiana que envolve a massa m. O campo ${\bf g}$ é definido como a aceleração de partícula teste sobre a qual a massa m exerce uma força gravitacional. Deduza a lei da gravitação de Newton a partir dela. Qual é o significado do sinal "menos"?

Seção 25-7 Um Condutor Carregado Isolado

15E. O campo elétrico imediatamente acima, da superfície de um tambor carregado de uma máquina de fotocópias, tem um módulo E de 2,3 \times 10⁸ N/C. Qual é a densidade superficial de carga sobre o tambor, sendo ele um condutor?

16E. Uma esfera condutora uniformemente carregada, de 1,2 m de diâmetro, possui uma densidade superficial de carga de 8,1 μ C/m². (a) Determine a carga sobre a esfera. (b) Qual é o fluxo elétrico total que está saindo da superfície da esfera?

17E. Veículos espaciais, viajando através dos "cinturões de radiação" da Terra, podem interceptar um número significativo de elétrons. A carga resultante acumulada pode danificar componentes eletrônicos e interromper operações. Suponba que um satélite metálico de forma esférica com 1,3 m de diâmetro acumule 2,4 μ C de carga numa rotação orbital. (a) Determine a densidade superficial de carga resultante, (b) Calcule o módulo do campo elétrico resultante, imediatamente fora da superfície do satélite, devido à carga superficial.

18E. Uma esfera condutora com carga Q é envolvida por uma casca esférica condutora. (a) Qual é a carga líquida sobre a superfície interna da casca? (b) Uma outra carga q é colocada fora da casca. Qual é então a carga líquida sobre a superfície interna da casca? (c) Se a carga q for deslocada para uma posição entre a casca e a esfera, qual será a carga líquida sobre a superfície interna da casca? (d) Suas respostas seriam válidas se a esfera e a casca não fossem concêntricas?

19P. Um condutor isolado de forma arbitrária tem uma carga líquida de $\pm 10 \times 10^{-6}$ C. Dentro do condutor existe uma cavidade, no interior da qual está uma carga puntiforme $q = \pm 3.0 \times 10^{-6}$ C. Qual é a carga (a) sobre a parede da cavidade e (b) sobre a superfície externa do condutor?

20P. Um condutor de forma irregular possui em seu interior uma cavidade também irregular. Uma carga q é colocada sobre o condutor, mas não há carga dentro da cavidade. Mostre que não há carga líquida sobre a parede da cavidade.

Seção 25-9 Lei de Gauss: Simetria Cilíndrica

21E. Uma linha infinita de carga produz um campo de 4.5×10^4 N/C a uma distância de 2.0 m. Calcule a densidade linear de carga.

22E. (a) O tambor da máquina de fotocópias do Exercício 15 tem um comprimento de 42 cm c um diâmetro de 12 cm. Qual é a carga total

sobre o tambor? (b) O fabricante da máquina deseja produzir um modelo menor. Tal fato requer a redução do tamanho do tambor para 28 cm de comprimento e 8,0 cm de diâmetro. O campo elétrico na superfície do tambor deve permanecer inalterado. Qual deve ser a carga sobre este novo tambor?

23P. A Fig. 25-30 mostra uma seção através de um tubo longo metálico, cujas paredes são finas. O tubo tem um raio R e uma carga por unidade de comprimento λ sobre a sua superfícic. Obtenha expressões para E em função da distância r ao eixo do tubo, considerando: (a) r > R e (b) r < R. Faça um gráfico de seus resultados na faixa de r = 0 até r = 5.0 cm, supondo que $\lambda = 2.0 \times 10^{-8}$ C/m e R = 3.0 cm. (Sugestão: Use superfícies gaussianas cilíndricas, coaxiais com o tubo metálico.)

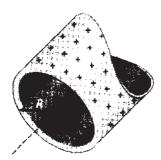


Fig. 25-30 Problema 23.

24P. A Fig 25-31 mostra uma seção através de dois longos e finos cilindros concêntricos de raios $a \in b$ com a < b. Os cilindros possuem cargas íguais e opostas por unidade de comprimento λ . Usando a lei de Gauss, prove que (a) E = 0 para r < a e (b) entre os cilindros, isto é, para a < r < b.

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}.$$

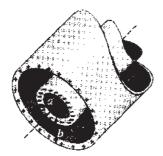


Fig. 25-31 Problema 24.

25P. Um fio reto longo tem uma carga negativa fixa com uma densidade linear de carga de módulo 3,6 nC/m. O fio é envolvido por um cilindro não-condutor, fino, de raio externo 1.5 cm, co-axial com o fio. O cilindro carregado positivamente sobre sua superfície externa deve ter uma densidade superfícial de carga σ de um valor tal que o campo elétrico resultante fora do cilindro seja zero. Determine o valor necessário de σ .

26P. A Fig. 25-32 mostra um contador Geiger, dispositivo usado para detectar radiação ionizante (radiação que causa a ionização de átomos). O contador consiste em um fio central, fino, carregado positivamente, circundado por um cilindro condutor circular concêntrico, com uma carga igual negativa. Desse modo, um forte campo elétrico radial é criado no interior do cilindro. O cilindro contém um gás inerte a baixa pressão.

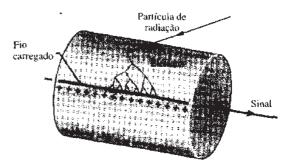


Fig. 25-32 Problema 26.

Quando uma partícula de radiação entra no dispositivo através da parede do cilindro, ioniza alguns átomos do gás. Os elétrons fivres resultantes são atraídos para o fio positivo. Entretanto, o campo elétrico é tão intenso que, entre as colisões com outros átomos do gás, os elétrons fivres ganham energia suficiente para ionizá-los também. Criam-se, assim, mais elétrons livres, processo que se repete até os elétrons alcançarem o fio. A "avalanche" de elétrons é coletada pelo fio, gerando um sinal usado para registrar a passagem da partícula de radiação. Suponha que o raio do fio central seja de 25 μm ; o raio do cilindro, 1,4 cm; o comprimento do tubo, 16 cm. Se o campo elétrico na parede interna do cilindro for de 2,9 \times 10° N/C, qual será a carga total positiva sobre o fio central?

27P. Uma barra cilíndrica condutora, muito longa, de comprimento L_t com uma carga total $\pm q$, é circundada por uma casca cilíndrica condutora (também de comprimento L), com carga total $\pm 2q$, como é mostrado em seção transversal na Fig. 25-33. Use a lei de Gauss para determinar (a) o campo elétrico em pontos fora da casca condutora. (b) a distribuição de carga sobre a casca condutora e (c) o campo elétrico na região entre a casca e a barra.

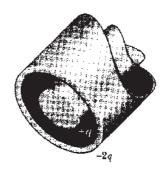


Fig. 25-33 Problema 27.

28P. Dois cilindros carregados, longos e concêntricos, têm raios de 3,0 cm e 6.0 cm. A carga por unidade de comprimento sobre o cilindro interno é 5,0 \times 10 ° C/m, e sobre o cilindro externo é de -7.0×10^{-6} C/m. Determine o campo elétrico em (a) r = 4.0 cm e (b) r = 8.0 cm, onde r é a distância radial ao eixo central dos cilindros.

29P. Um **pósitron**, de carga 1.60×10^{-19} C, descreve uma trajetória circular de raio r, entre os dois cilindros concêntricos do Problema 24. Qual deve ser a sua energia cinética K em elétrons-volts? Suponha que a = 2.0 cm, b = 3.0 cm, e = 3.0 nC/m.

30P. Uma carga está uniformemente distribuída através do volume de um cilindro infinitamente longo de raio R. (a) Mostre que E a uma distância r do eixo do cilindro ($r \le R$) é dado por

$$E=\frac{\rho r}{2\epsilon_0},$$

onde ρ é a densidade volumétrica de carga. (b) Escreva uma expressão para E a uma distância $r \ge R$.

Seção 25-10 Lei de Gauss: Simetria Plana

31E. A Fig. 25-34 mostra duas chapas não-condutoras, grandes e paralelas, com distribuições idênticas de carga positiva. Qual é o valor de E para pontos (a) à esquerda das chapas, (b) entre elas e (c) à direita delas?

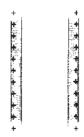


Fig. 25-34 Exercício 31.

32E. Uma placa metálica quadrada de 8.0 cm de lado e espessura desprezível tem uma carga total de 6.0 \times 10 $\,^{\circ}$ C. (a) Estime o módulo E do campo elétrico imediatamente fora do centro da placa (a uma distância, digamos, de 0.50 mm), supondo que a carga esteja uniformemente distribuída sobre as duas faces da placa. (b) Estime E a uma distância de 30 m (relativamente grande, comparada ao tamanho da placa), supondo que a placa seja uma carga puntiforme.

33E. Uma superfície plana grande, não-condutora, tem uma densidade de carga uniforme σ . Um pequeno furo circular de raio R está situado bem no mejo da chapa, como mostra a Fig. 25-35. Despreze a distorção das linhas do campo ao redor das bordas, e calcule o campo elétrico no ponto P, a uma distância z do centro do furo, ao longo de seu eixo. (Sugestão: Veja a Eq. 24-27 e use o princípio da superposição.)

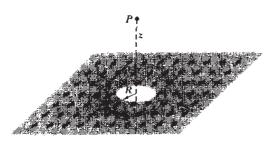


Fig. 25-35 Exercício 33.

34P. Na Fig. 25-36, uma pequena bola, não-condutora, de massa m=1.0 mg e carga $q = 2.0 \times 10^{-8}$ C uniformemente distribuída, está suspensa de um fio isolante que faz um ângulo $\theta = 30^{\circ}$ com uma chapa não-condutora, vertical, uniformemente carregada. Considerando o peso da bola e supondo a chapa extensa, calcule a densidade superficial de carga σ da chapa.

35P. Um elétron é projetado diretamente sobre o centro de uma grande placa metálica, carregada negativamente com uma densidade superficial de carga de módulo 2.0 × 10 ° C/m². Sabendo-se que a energia cinética inicial do elétron é de 100 eV e que ele para (devido à repulsão eletrostática) imediatamente antes de alcançar a placa, a que distância da placa ele foi lançado?

36P. Duas extensas placas metálicas, estão paralelas e próximas uma da outra, como mostra a Fig. 25-37. Sobre suas faces internas, as placas

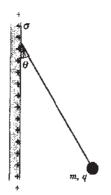


Fig. 25-36 Problema 34.



Fig. 25-37 Problema 36.

têm densidades superficiais de carga de sinais opostos e de módulo 7,0 \times 10⁻²² C/m². Qual é o valor de **E** para pontos (a) à esquerda das placas, (b) à direita delas e (c) entre as mesmas?

37P. Duas extensas placas metálicas de área 1,0 m² estão dispostas paralelamente uma à outra. Elas estão separadas pela distância de 5,0 cm e possuem cargas iguais, mas de sinais opostos sobre suas faces internas. Sabendo-se que E entre as placas é de 55 N/C, qual o módulo das cargas sobre as placas? Despreze o efeito de bordas.

38P. Numa experiência de laboratório, o peso de um elétron é equilibrado pela força exercida sobre ele por um campo elétrico. Sabendo-se que o campo elétrico é criado por duas placas não-condutoras, extensas e paralelas, carregadas com cargas de mesmo módulo e sinais opostos, e separadas pela distância de 2.3 cm. (a) qual é o módulo da densidade superficial de carga, suposta constante sobre as placas, e (b) em que direção aponta o campo?

39P.* Uma chapa plana, de espessura d, tem uma densidade volumétrica de carga constante p. Determine o módulo do campo elétrico em todos os pontos do espaço, tanto (a) dentro como (b) fora da chapa, em termos de a, a distância medida a partir do plano central da chapa.

Seção 25-11 Lei de Gauss: Simetria Esférica

40E. Uma esfera condutora de 10 cm de raio possui uma carga de valor desconhecido. Sabendo-se que o campo elétrico a distância de 15 cm do centro da esfera tem módulo igual a 3,0 × 103 N/C e aponta radialmente para dentro, qual é a carga líquida sobre a esfera?

41E. Uma carga puntiforme produz um fluxo elétrico de −750 N·m³/C através de uma superfície gaussiana esférica de 10 cm de raio centrada na carga. (a) Se o raio da superfície gaussiana fosse dobrado, qual seria o fluxo através da superfície? (b) Qual é o valor da carga puntiforme?

42E. Uma esfera metálica de parede fina tem um raio de 25 cm e uma carga de 2.0×10^{-7} C. Determine E para um ponto (a) dentro da esfera, (b) imediatamente fora da esfera e (c) a 3,0 m do centro da esfera.

43E. Duas esferas concêntricas carregadas têm raios de 10.0 cm e 15.0 cm. A carga sobre a esfera interna é de $4.00 \times 10^{-8} \text{ C}$ e sobre a esfera externa é de $2.00 \times 10^{-8} \text{ C}$. Determine o campo elétrico (a) em r = 12.0 cm e (b) em r = 20.0 cm.

44E. Uma casca fina esférica metálica de raio a tem uma carga q_a . Concentrica com ela está uma outra casca fina, esférica, metálica de raio b (onde $b \ge a$) e carga q_b . Determine o campo elétrico em pontos radiais r onde (a) $r \le a$, (b) $a \le r \le b$ e (c) $r \ge b$. (d) Discuta o critério que podería ser usado para determinar a forma como as cargas estão distribuídas pelas superfícies interna e externa das cascas.

45E. Num trabalho escrito em 1911. Ernest Rutherford disse: "Para se ter alguma idéia das forças necessárias para desviar uma partícula α através de um grande ângulo, considere um átomo contendo uma carga puntiforme positiva Ze no seu centro e circundada por uma distribuição de eletricidade negativa, -Ze, uniformemente distribuída dentro de uma esfera de rajo R. O campo elétrico E... a uma distância r do centro para um ponto dentro do átomo é

$$E = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3} \right).$$

Verifique esta equação.

46E. A Eq. 25-12 ($E = \sigma/\epsilon_0$) nos dá o campo elétrico para pontos próximos de uma superfície condutora carregada. Aplique-a a uma esfera condutora de raío re carga q, e mostre que o campo elétrico fora da esfera é idêntico ao campo de uma carga puntiforme situada no centro da esfera.

47P. Uma casca esférica, fina e descarregada, tem uma carga puntiforme q em seu centro. Deduza expressões para o campo elétrico (a) no interior da casca e (b) fora da casca, usando a lei de Gauss. (c) A casca tem alguma influência sobre o campo criado por q? (d) A presença da carga q tem alguma influência sobre a distribuição de carga da casca? (e) Se uma segunda carga puntiforme for colocada do lado de fora da casca, ela sofrerá a ação de alguma força? (f) A carga interna sofre ação de alguma força? (g) Existe alguma contradição com a terceira lei de Newton? Justifique sua resposta.

48P. A Fig. 25-38 mostra uma esfera, de raio a e carga +q uniformemente distribuída através de seu volume, concêntrica com uma casca esférica condutora de raio interno b e raio externo c. A casca tem uma carga líquida de -q. Determine expressões para o campo elétrico em função do raio r (a) dentro da esfera (r < a); (b) entre a esfera e a casca (a < r < b); (c) no interior da casca (b < r < c); e (d) fora da casca (r > c). (e) Quais são as cargas sobre as superfícies interna e externa da casca?

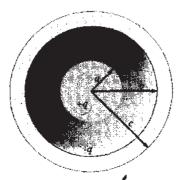


Fig. 25-38 Problema 48.

49P. A Fig 25-39 mostra uma casca esférica com densidade volumétrica de carga constante ρ . Faça um gráfico mostrando a variação de E com

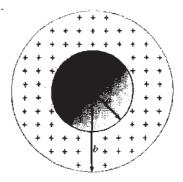


Fig. 25-39 Problema 49.

a distância r ao centro da casca desde zero até 30 cm. Suponha que $\rho=1.0\times10^{-6}$ C/m³, a=10 cm e b=20 cm.

50P. A Fig. 25-40 mostra uma carga puntiforme $q=1.0\times10^{-7}$ C, no centro de uma cavidade esférica de raio 3.0 cm existente numa peça de metal. Use a lei de Gauss para determinar o campo elétrico (a) no ponto P_1 , a meia distância entre o centro e a superfície da cavidade e (b) no ponto P_2 .

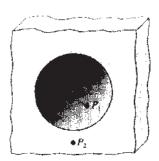


Fig. 25-40 Problema 50.

51P. Um próton descreve um movimento circular com velocidade escalar $v = 3.00 \times 10^5$ m/s ao redor e imediatamente fora de uma esfera carregada de raio r = 1.00 cm. Qual é a carga sobre a esfera?

52P. Uma esfera maciça, não-condutora, de raio R, tem uma distribuição de carga não-uniforme de densidade volumétrica dada por $\rho \approx \rho \mathcal{N}$ R, onde ρ , é uma constante e r é a distância ao centro da esfera. Mostre que (a) a carga total da esfera é $Q = \pi \rho_r R^3$ e (b) o campo elétrico dentro da esfera tem módulo dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^4} r^2.$$

53P. Na Fig. 25-41, uma casca esférica não-condutora, com raio interno a e raio externo b, tem uma densidade volumétrica de carga $\rho = A/r$, onde A é uma constante e r é a distância ao centro da casca. Além disso, uma carga puntiforme q está localizada no centro. Qual deve ser o valor de A para que o campo elétrico na casca ($a \le r \le b$) tenha módulo constante? (Sugestão: A depende de a mas não de b.)

54P*. Uma esfera não-condutora tem uma densidade volumétrica de carga ρ . Seja \mathbf{r} o vetor que vai do centro da esfera até um ponto genérico P dentro da esfera. (a) Mostre que o campo elétrico em P é dado por $\mathbf{E} = \rho \mathbf{r}/3\epsilon_n$ (Note que o resultado é independente do raio da esfera.) (b) Uma cavidade esférica é aberta na esfera como nos mostra a Fig. 25-42.

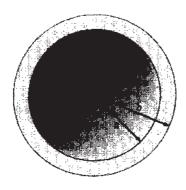


Fig. 25-41 Problema 53.

Usando conceitos de superposição, mostre que o campo elétrico em todos os pontos dentro da cavidade é $\mathbf{E} = \rho \mathbf{a}/3\epsilon_0$ (campo uniforme), onde a é o vetor posição apontando do centro da esfera para o centro da cavidade. (Note que o resultado é independente dos raios da esfera e da cavidade.)



Fig. 25-42 Problema 54.

55P*. Mostre que o equilíbrio estável é impossível se as únicas forças atuantes forem forças eletrostáticas. (Sugestão) Suponha que uma carga + q fique em equilíbrio estável ao ser colocada num certo ponto P num campo elétrico E. Desenhe uma superfície gaussiana esférica em torno de P, imagine como E deve estar apontando sobre esta superfície, e aplique a lei de Gauss para mostrar que a suposição leva a uma contradição.) Esse resultado é conhecido como teorema de Earnshaw.

PROBLEMAS ADICIONAIS

- 56. Uma distribuição de carga esfericamente simétrica, não-uniforme, produz um campo elétrico de módulo $E = Kr^4$, orientado radialmente para fora da esfera. Na expressão, r é a distância ao centro da esfera. Qual é a densidade volumétrica de carga da distribuição?
- 57. Um átomo de hidrogênio pode ser considerado possuidor de um próton central de carga (puntiforme) positiva e e um elétron de carga negativa -e, distribuída ao redor do próton de acordo com a densidade volumétrica de carga $\rho = A \exp(-2rla_0)$. Nesta expressão, A é uma constante, $a_0 = 0.53 \times 10^{-10}$ m é o *raio de Bohr* e r é a distância ao centro do átomo. (a) Usando o fato de que o hidrogênio é eletricamente neutro, determine A. (b) A seguir, determine o campo elétrico produzido pelo átomo a uma distância igual ao raio de Bohr.
- 58. Num modelo antigo do átomo de hidrogênio, a carga +e do próton está uniformemente distribuída sobre uma esfera de raio a_0 , tendo em seu centro o elétron de carga -e e massa m. (a) Se o elétron fosse deslocado do centro até uma distância $r \le a_0$, qual seria a força eletrostática sobre ele nessa posição? (b) Qual seria a freqüência angular de oscilação do elétron, em torno do centro do átomo, ao ser liberado naquela posição?
- **59.** Quando uma esfera metálica, eletricamente neutra, de raio a, está imersa num campo elétrico uniforme de módulo E, encontra-se que a densidade superficial de carga induzida sobre a esfera é $\sigma = 3\epsilon_0 E \cos \theta$, onde θ é o ângulo entre a direção de E e o raio até P (Fig. 25-43). Mostre, integrando σ na superfície da esfera, que o fluxo elétrico total originando e terminando sobre a esfera é nulo.
- **60.** Uma carga +q colocada a uma distância a de um'plano condutor infinito, induz carga sobre o plano com uma densidade superficial $\sigma = -qa/(2\pi r^3)$, onde r é a distância da carga +q até um ponto sobre o plano (veja a Fig. 25-44). Quais são (a) o módulo E do campo elétrico normal ao plano, tendo em vista carga induzida e (b) a carga total induzida sobre o plano?

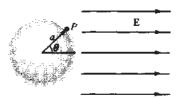


Fig. 25-43 Problema 59.

61. (a) Para a situação do Problema 60, qual é a força eletrostática entre a carga +q e a carga induzida sobre o plano condutor? Ela é atrativa ou repulsiva? (b) Que carga, colocada na posição simétrica à da carga +q, em relação ao plano, proporcionará a mesma força?

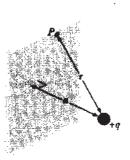


Fig. 25-44 Problema 60.