Exercícios Resolvidos de Termodinâmica

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,

Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Física

Matéria para a QUARTA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro "Fundamentos de Física", Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: *http://www.if.ufrgs.br/~jgallas*

Conteúdo

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para `jgallas @ if.ufrgs.br`

(`lista4.tex`)

20 Calor e 1ª Lei da Termodinâmica

20.1 Questões

Q 20-4.

O calor pode ser absorvido por uma substância sem que esta mude sua temperatura. Esta afirmação contradiz o conceito do calor como uma energia no processo de transferência, devido a uma diferença de temperatura?

▶ Não. Um sistema pode absorver calor e utilizar essa energia na realização de um trabalho; a temperatura do sistema *não* muda e *não* é violado o princípio da conservação da energia.

O sistema também absorver calor sem mudar temperatura ao sofrer uma *mudança de fase*.

Q 20-7.

Um ventilador não esfria o ar que circula, mas o esquenta levemente. Como pode, então, lhe refrescar?

▶ O movimento do ar estabelece uma corrente de convecção, com o ar mais quente subindo, e o ar mais frio ocupando-lhe o lugar, refrescando o ambiente.

Q 20-14.

Você põe a mão dentro de um forno quente para tirar uma forma e queima seus dedos nela. Entretanto, o ar em torno dela está à mesma temperatura, mas não queima seus dedos. Por quê?

▶ Porque a forma, feita de metal como o alumínio, por exemplo, conduz muito melhor o calor do que o ar.

Q 20-20.

Os mecanismos fisiológicos, que mantém a temperatura interna de um ser humano, operam dentro de uma faixa limitada de temperatura externa. Explique como essa faixa pode ser aumentada, para os dois extremos, com o uso de roupas.

▶ No verão, usam-se roupas claras, que refletem a radiação, e soltas, que favorecem a convecção do ar, ventilando o corpo. Com as roupas mais grossas de inverno, a camada de ar junto da pele, aquecida por irradiação do corpo, funciona como isolante térmico.

Q 20-27.

Discuta o processo pelo o qual a água congela, do ponto de vista da primeira lei da termodinâmica. Lembre-se que o gelo ocupa um volume maior do que a mesma massa de água.

▶ Pela primeira lei, tem-se para o processo $\Delta U = Q - W$. O calor Q é removido da água, e, portanto, igual a $-L_F$, o calor de fusão do gelo. O trabalho é dado por $W = p(V_f - V_i)$, sendo p a pressão atmosférica. V_f é maior que V_i, sendo o trabalho positivo. Então, a variação da energia interna é $\Delta U = -L_F - W$, sendo, portanto, negativa.

Q 20-31.

Por que as panelas de aço freqüentemente possuem uma placa de cobre ou alumínio no fundo?

▶ Porque o cobre e o alumínio conduzem mais eficientemente o calor do que o aço.

20.2 Exercícios e Problemas

20.2.1 A absorção de calor por sólidos e líquidos

E 20-6 (19-28/6ª)

Quanta água permanece líquida após 50.2 kJ de calor serem extraídos de 260 g de água, inicialmente no ponto de congelamento?

▶ De Tabela no livro, vemos que o calor de fusão da água é $L_F = 333$ kJ/kg. Portanto, com os $Q = 50.2 \times 10^3$ J disponíveis é possível solidificar

$$m' = \frac{Q}{L_F} = \frac{50.2 \times 10^3}{3.33 \times 10^5} = 0.150 \text{ kg} = 150 \text{ g},$$

de água. Portanto,

$$\Delta m = m - m' = 260 - 150 = 110 \text{ g}$$

de água permanecem no estado líquido.

Para solidificar 260 g de água seria preciso extrairmos

$$Q = m\,L_F = (0.260)(333 \times 10^3) = 8.66 \times 10^4 \text{ J}.$$

E 20-13.

Um objeto de massa de 6 kg cai de uma altura de 50 m e, por meio de uma engrenagem mecânica, gira uma roda que desloca 0.6 kg de água. A água está inicialmente a 15 ^{o}C. Qual o aumento máximo da temperatura da água?

► A energia potencial gravitacional perdida pelo objeto de massa m_o na queda é:

$$W = m_o g h = (6)(9.8)(50) = 2940 \text{ J} = 702.34 \text{ cal}.$$

O aumento máximo de temperatura da água será

$$\Delta T = \frac{Q}{m_a\,c} = \frac{702.34}{(600)(1)} = 1.17\ {}^o\text{C}.$$

Este aumento máximo ocorrerá apenas se não houverem perdas no processo de conversão.
Perceba bem: porque foi necessário converter Joules para calorias?

P 20-18.

Calcule o calor específico de um metal a partir dos seguintes dados. Um recipiente feito do metal tem massa de 3.6 kg e contém 14 kg de água. Uma peça de 1.8 kg deste metal, inicialmente a 180 ^{o}C, é colocada dentro da água. O recipiente e a água tinham inicialmente a temperatura de 16 ^{o}C e a final do sistema foi de 18 ^{o}C.

► O calor fornecido pela peça quente será redistribuido de modo que

$$Q_p = Q_a + Q_r,$$

onde Q_p, Q_a, Q_r representam os calores da peça, da água e do recipiente, respectivamente. Como é usual, usaremos ΔT sempre positivos, agregando as palavras "cedido" e "absorvido" para indicar qual a natureza da variação, positiva ou negativa. Usamos m_a, m_p, m_r, para representar as massas da água, peça e do recipiente. Idem para os calores específicos.
O calor Q_a absorvido pela água e cedido pela peça é

$$Q_a = m_a c_a \Delta T = (14000)(1)(18 - 16) = 28000 \text{ cal}.$$

O calor absorvido pelo recipiente e cedido pela peça é

$$Q_r = m_r c_r\,\Delta T = (3600)(c_r)(18 - 16) = 7200\,c_r.$$

O calor cedido pela peça é igual a

$$\begin{aligned} Q_p = m_p c_r\,\Delta T &= (1800)(c_r)(180 - 18) \\ &= 291600\,c_r. \end{aligned}$$

Usando agora o fato que $Q_p = Q_a + Q_r$, temos

$$291600\,c_r = 28000 + 7200\,c_r,$$

donde extraimos que o calor específico do metal do recipiente é

$$c_r = \frac{28000}{291600 - 7200} = \frac{28000}{284400} = 0.098 \text{ cal}/(g\,{}^oC).$$

P 20-24.

Um bloco de gelo, em seu ponto de fusão e com massa inicial de 50 kg, desliza sobre uma superfície horizontal, começando à velocidade de 5.38 m/s e finalmente parando, depois de percorrer 28.3 m. Calcule a massa de gelo derretido como resultado do atrito entre o bloco e a superfície. (Suponha que todo o calor produzido pelo atrito seja absorvido pelo bloco de gelo.)

► A massa de gelo derretido sai da relação $Q = m\,L_F$, onde Q representa o calor produzido pelo atrito, que precisa ser determinado. Sabemos que $Q = W = F\,x = (ma)x$. A incógnita nesta expressão é a aceleração a, que não é difícil de se determinar, relembrando-se que $v^2 = v_o^2 - 2\,a\,x$. Portanto

$$a = \frac{v_0^2 - v^2}{2x} = \frac{(5.38)^2 - 0^2}{(2)(28.3)} = 0.511\ m/s^2.$$

Assim, vemos que o calor produzido pelo atrito é

$$\begin{aligned} Q = W = F\,x = (ma)x &= (50)(0.511)(28.3) \\ &= 723.61\ J. \end{aligned}$$

Agora fica fácil determinar a massa de gelo derretido:

$$m = \frac{Q}{L_F} = \frac{723.61}{3.33 \times 10^5} = 0.002 \text{ kg}.$$

P 20-30.

(a) Dois cubos de gelo de 50 g são colocados num vidro contendo 200 g de água. Se a água estava inicialmente à temperatura de 25 ^{o}C e se o gelo veio diretamente do *freezer* a -15 ^{o}C, qual será a temperatura final do sistema quando a água e o gelo atingirem a mesma temperatura? **(b)** Supondo que somente um cubo de gelo foi usado em **(a)**, qual a temperatura final do sistema? Ignore a capacidade térmica do vidro.

► **(a)**Se a água resfriar até 0 ^{o}C, o calor fornecido por ela será de

$$Q_a = m_a c_a \,\Delta T = (200)(1)(25) = 5000 \text{ cal.}$$

Para o gelo chegar a $0\,^oC$, necessita-se:

$$\begin{aligned} Q_g &= m_g c_g \Delta T \\ &= (100)(0.53)(15) = 795 \text{ cal.} \end{aligned}$$

Para fundir o gelo seriam necessárias:

$$Q' = m_g\, L_F = (100)(79.5) = 7950 \text{ cal}$$

Então o calor fornecido derreterá só parte do gelo. O calor disponível será:

$$5000 - 795 = 4205 \text{ cal.}$$

Com essa quantidade de calor, pode-se fundir

$$m_g = \frac{Q}{L_F} = \frac{4205}{79.5} = 53 \text{ g.}$$

Portanto, ter-se-á uma mistura de água e gelo a $0\,^oC$, restando $100 - 53 = 47$ g de gelo.
(b) Se apenas *um* cubo de gelo for adicionado á água:

$$\begin{aligned} Q_g = m_g\, c_g\, \Delta T &= (50)(0.53)(0-(-15)) \\ &= 397.5 \text{ cal} \end{aligned}$$

$$Q_F = m_g\, L = (50)(79.5) = 3975 \text{ cal}$$

$$Q_g + Q_F = 4372.50 \text{ cal.}$$

Agora o calor fornecido pela água será suficiente para derreter todo o gelo. A temperatura final do sistema estará algo acima da temperatura de fusão:

$$\begin{aligned} Q'_g &= m_g\, c_a\, \Delta T \\ &= (50)(1)(T_f - 0\,^o) \\ &= 50\, T_f \\ Q_{ABSORVIDO} &= Q_{gelo} + Q_{\text{Fusão}} + Q\prime_{gelo} \\ &= 4372.50 + 50\, T_f \\ Q_{CEDIDO} &= m_a c_a \,\Delta T \\ &= (200)(1)(T_f - 25^o) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{ABSORVIDO} + Q_{CEDIDO} &= 0 \\ 4372.50 + 50\, T_f + 200\, T_f - 5000 &= 0 \end{aligned}$$

$$T_f = \frac{672.50}{250} = 2.51\,^oC.$$

P 20-34*

Dois blocos de metal são isolados de seu ambiente. O primeiro bloco, que tem massa $m_1 = 3.16$ kg e temperatura inicial $T_i = 17$ ^{o}C, tem um calor específico quatro vezes maior do que o segundo bloco. Este está à temperatura $T_2 = 47$ ^{o}C e seu coeficiente de dilatação linear é $15 \times 10^{-6}/^oC$. Quando os dois blocos são colocados juntos e alcançam seu equilíbrio térmico, a área de uma face do segundo bloco diminui em 0.03%. Encontre a massa deste bloco.

► A variação percentual da área A_2 de uma das faces do segundo bloco é

$$\frac{\Delta A_2}{A_2} = 2\,\alpha\,(T_f - 47^o) = -\frac{0.03}{100},$$

onde o sinal negativo indica que houve uma redução da área. Portanto, a temperatura final de equilíbrio é

$$T_f = 47 - \frac{0.0003}{30 \times 10^{-6}} = 47 - 10 = 37\ ^o\text{C.}$$

O balanço dos calores cedido e absorvido fornece-nos

$$(3.16)(4c)(37-17) + m_2\,(c)(37-47) = 0,$$

ou seja,

$$m_2 = \frac{(3.16)(4c)(20)}{(c)(10)} = (3.16)(8) = 25.28 \text{ kg.}$$

20.2.2 Alguns casos especiais da primeira lei da termodinâmica

P 20-42.

Quando um sistema passa de um estado i para f pelo caminho *iaf* na Fig. 20-23, $Q = 50$ cal e $W = 20$ cal. Pelo caminho *ibf*, $Q = 36$ cal. (**a**) Qual o trabalho W para o caminho *ibf*? (**b**) Se $W = -13$ cal para o caminho curvo de retorno *fi*, qual é Q para esse caminho? (**c**) Seja $\Delta E_{int,i} = 10$ cal. Qual é $\Delta E_{int,f}$? (**d**) Se $\Delta E_{int,b} = 22$ cal, quais os valores de Q para os processos *ib* e *bf*?

▶ (**a**) A mudança da energia interna ΔE_{int} é a mesma tanto para o caminho iaf quanto para o caminho ibf. De acordo com a primeira lei da termodinâmica temos $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$, onde Q é o calor absorvido e W é o trabalho executado pelo sistema. O caminho iaf permite determinar o valor de ΔE_{int}:

$$\Delta E_{int} = Q - W = 50 - 20 = 30 \text{ cal}.$$

Com este valor, podemos agora determinar o trabalho ao longo de ibf

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = 36 - 30 = 6 \text{ cal}.$$

(**b**) Como a trajetória curva é atravessada de f para i, a variac cão da energia interna é -30 cal e

$$Q = \Delta E_{\text{int}} + W = -30 - 13 = -43 \text{ cal}.$$

(**c**) Como $\Delta E_{\text{int}} = \Delta E_{\text{int,f}} - \Delta E_{\text{int,i}}$, temos

$$\Delta E_{\text{int,f}} = \Delta E_{\text{int}} + \Delta E_{\text{int,i}} = 30 + 10 = 40 \text{ cal}.$$

(**d**) O trabalho W_{bf} para o caminho bf é zero, de modo que

$$Q_{bf} = \Delta E_{\text{int,f}} - \Delta E_{\text{int,b}} = 40 - 22 = 18 \text{ cal}.$$

Para o caminho ibf temos $Q = 36$ cal de modo que

$$Q_{ib} = Q - Q_{bf} = 36 - 18 = 18 \text{ cal}.$$

P 20-43.*

Um cilindro possui um pistão de metal bem ajustado de 2 kg, cuja área da seção reta é de 2 cm^2 (Fig. 20-24). O cilindro contém água e vapor à temperatura constante. Observa-se que o pistão desce lentamente, à taxa de 0.30 cm/s, pois o calor escapa do cilindro pelas suas paredes. Enquanto o processo ocorre, algum vapor se condensa na câmara. A densidade do vapor dentro dela é de 6×10^{-4} g/cm^3 e a pressão atmosférica, de 1 atm. (**a**) Calcule a taxa de condensação do vapor. (**b**) A que razão o calor deixa a câmara? (**c**) Qual a taxa de variação da energia interna do vapor e da água dentro da câmara?

▶ (**a**) Expressando a massa de vapor em termos da densidade e do volume ocupado,

$$m_v = \rho_v \Delta V = \rho_v \, A \, \Delta y,$$

a taxa de condensação de vapor será:

$$\begin{aligned} \frac{dm_v}{dt} &= \rho_v \, A \, \frac{dy}{dt} \\ &= (0.6)(2 \times 10^{-4})(3 \times 10^{-3}) \\ &= 3.6 \times 10^{-7} \text{ kg/s} = 0.36 \text{ mg/s}. \end{aligned}$$

(**b**) O calor deixa a câmara à razão de:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_v}{dt} &= L_v \, \frac{dm_v}{dt} \\ &= (2260)(3.6 \times 10^{-7}) = 0.81 \; J/s \end{aligned}$$

(**c**) A taxa de realização de trabalho é:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} = m_{pistão} \, g \, \frac{dy}{dt} &= (2)(9.8)(3 \times 10^{-3}) \\ &= 0.06 \text{ J/s}. \end{aligned}$$

No ítem (**b**), a taxa calculada é a do calor que *deixa* a câmara, sendo então negativa, de acordo com a convenção de sinais adotada. Também no ítem (**c**), o trabalho por unidade de tempo é realizado *sobre* o sistema, sendo, portanto, negativo. Reunindo esses resultados na primeira lei, chega-se à taxa de variação da energia interna na câmara:

$$\begin{aligned} \frac{dE_{int}}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} &= -0.81 - (-0.06) \\ &= -0.75 \text{ J/s}. \end{aligned}$$

20.2.3 A transferência de calor

E 20-48.

Um bastão cilíndrico de cobre, de comprimento 1.2 m e área de seção reta de 4.8 cm^2 é isolado, para evitar perda de calor pela sua superfície. Os extremos são mantidos à diferença de temperatura de 100 ^{o}C, um colocado em uma mistura água-gelo e o outro em água fervendo e vapor. **(a)** Ache a taxa em que o calor é conduzido através do bastão. **(b)** Ache a taxa em que o gelo derrete no extremo frio.

▶ **(a)** A taxa de condução do calor é [veja Eq. 20-18]

$$\begin{aligned} H &= \frac{kA(T_H - T_C)}{L} \\ &= \frac{(401)(4.8\times 10^{-4})(100)}{1.2} = 16 \text{ J/s}, \end{aligned}$$

onde $k = 401$ W/(m.K) foi tirado da Tabela 20-4.
(b) Da equação para a condução do calor obtemos

$$\frac{dQ}{dt} = H = L_F \frac{dm_{gelo}}{dt}.$$

Portanto

$$\frac{dm_{gelo}}{dt} = \frac{H}{L_F} = \frac{16}{333\times 10^3} = 0.048 \text{ g/s}.$$

P 20-55

Um grande tanque cilíndrico de água com fundo de 1.7 m de diâmetro é feito de ferro galvanizado de 5.2 mm de espessura. Quando a água esquenta, o aquecedor a gás embaixo mantém a diferença de temperatura entre as superfícies superior e inferior, da chapa do fundo, em 2.3 ^{o}C. Quanto calor é conduzido através dessa placa em 5 minutos? O ferro tem condutividade térmica igual a 67 W/(m K).

▶ A área da chapa é $A = \pi d^2/4 = 2.27$ m^2. A taxa de condução do calor é

$$H = \frac{k\,A\,\Delta T}{L} = \frac{(67)(2.27)(2.3)}{0.0052} = 67271 \text{ W}.$$

O calor conduzido no intervalo de 5 minutos será:

$$\begin{aligned} Q = H\Delta t &= (67271)(300) \\ &= 2.02\times 10^7 \text{ J} = 20.2 \text{ MJ} \end{aligned}$$

P 20-58.

Formou-se gelo em um chafariz e foi alcançado o estado estacionário, com ar acima do gelo a -5 ^{o}C e o fundo do chafariz a 4 ^{o}C. Se a profundidade total do gelo + água for 1.4 m, qual a espessura do gelo? Suponha que as condutividades térmicas do gelo e da água sejam 0.40 e 0.12 cal/m ^{o}C s, respectivamente.

▶ No regime estacionário, as taxas de condução do calor através do gelo e da água igualam-se:

$$k_g\,A\,\frac{(T_2 - T_3)}{x} = k_a\,A\,\frac{(T_1 - T_2)}{L - x},$$

onde x é a espessura do gelo e $L - x$ é a espessura da água, sendo $L = 1.4$ m a espessura total.
Como a temperatura na interface é $T_2 = 0$ ^{o}C, encontramos

$$x = \frac{L}{1 + \frac{k_a}{k_g}\frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3}} = \frac{1.4}{1 + \frac{(0.12)}{(0.40)}\frac{(4-0)}{(0-(-5))}} = 1.13 \text{ m}.$$

20.2.4 Problemas Adicionais

P 20-62.

Quantos cubos de gelo de 20 g, cuja temperatura inicial é -10^oC, precisam ser colocados em 1 L de chá quente, com temperatura inicial de 90^oC, para que a mistura final tenha a temperatura de 10^oC? Suponha que todo o gelo estará derretido na mistura final e que o calor específico do chá seja o mesmo da água.

▶ Considerando os valores para os calores específicos da água e do gelo, $c_a = 4190$ J/(kg K) e $c_g = 2220$ J/(kg K), o calor extraído do gelo para trazê-lo à temperatura de fusão é:

$$Q_1 = m_g\,c_g\,\Delta T = m_g(2220)(10) = 22200\,m_g$$

Para fundir o gelo necessitamos

$$Q_2 = m_g\,L_F = 333000\,m_g.$$

Para aquecer o gelo derretido de 0 ^{o}C a 10 ^{o}C:

$$\begin{aligned} Q_3 &= m_g\,c_a\,\Delta T \\ &= m_g(4190)(10) = 41900\,m_g. \end{aligned}$$

O calor removido do chá é:

$$\begin{aligned} Q_4 &= m_a\,c_a\,\Delta T \\ &= (1)(4190)(-80) = -335200 \text{ J}. \end{aligned}$$

Reunindo todos os valores calculados acima, vem:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_4 = 0$$

$$(22200 + 333000 + 41900)\, m_g = 335200$$

$$m_g = \frac{335200}{397000} = 0.844 \text{ kg}.$$

Como cada cubo tem $m_g = 0.020$ kg, deve-se acrescentar ao chá $n = \frac{0.844}{0.020} \simeq 42$ cubos de gelo.

P 20-63.

Uma amostra de gás se expande a partir de uma pressão e um volume iniciais de 10 Pa e 1 m^3 para um volume final de 2 m^3. Durante a expansão, a pressão e o volume são obtidos pela equação $p = a\,V^2$, onde $a = 10$ N/m^8. Determine o trabalho realizado pelo gás durante a expansão.

► O trabalho realizado pela gás na expansão é dado por

$$dW \;=\; p\,dV \;=\; a\,V^2\,dV$$

Integrando do volume inicial V_i até o volume final V_f:

$$\begin{aligned} W &= a\int_{V_i}^{V_f} V^2\,dV \\ &= a\Big[\frac{V^3}{3}\Big]_{V_i}^{V_f} = a\left[\frac{V_f^3}{3} - \frac{V_i^3}{3}\right] \\ &= (10\,N/m^8)\left[\tfrac{8}{3} - \tfrac{1}{3}\right](m^9) \\ &= 23.33\ J. \end{aligned}$$