
Exercícios Resolvidos de Termodinâmica

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,

Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Instituto de Física

Matéria para a QUARTA prova. Numeração conforme a **quarta** edição do livro
“Fundamentos de Física”, Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: <http://www.if.ufrgs.br/~jgallas>

Conteúdo

		21.1 Questões	2
		21.2 Exercícios e Problemas	3
21 A Teoria Cinética dos Gases	2	21.3 Problemas Adicionais	9

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para [jgallas @ if.ufrgs.br](mailto:jgallas@if.ufrgs.br)
(lista4.tex)

21 A Teoria Cinética dos Gases

21.1 Questões

Q 21-5.

Duas salas de mesmo tamanho se comunicam por uma porta aberta. Entretanto, a média de temperatura nas duas salas é mantida a valores diferentes. Em qual sala há mais ar?

► Pela equação do gás ideal $\frac{pV}{R} = \text{constante}$, se a pressão é a mesma nas duas salas. Então $n_1 T_1 = n_2 T_2$. Se $T_2 > T_1$, tem-se $n_2 < n_1$, ou seja, há mais ar na sala cuja temperatura é mais baixa.

Q 21-12.

Por que a temperatura de ebulição de um líquido aumenta com a pressão?

► Com a pressão externa maior aplicada sobre o líquido, as moléculas precisam ter uma energia cinética maior para vencer as forças (fracas) que as unem e "escapar" ou evaporar. Uma energia cinética maior das moléculas significa uma temperatura maior. A grandes altitudes acima do nível do mar, no topo das montanhas, onde a pressão atmosférica é menor, a água, por exemplo, pode ferver a uns 80 °C; ao nível do mar, ferve a 100 °C.

Q 21-19.

Que evidência direta temos para a existência dos átomos? E indireta?

► Não percebemos diretamente a existência dos átomos, mas indiretamente sim, e de muitas formas. Quando sentimos o vento no rosto ou o interceptamos com a palma da mão, sabemos que se trata de um gás, cujas partículas em movimento, exercem força sobre a superfície em que incidem. Fenômenos observados como o movimento Browniano ou o efeito fotoelétrico também indicam claramente que todas as substâncias são formadas por estas minúsculas partículas.

Q 21-25.

Dê uma explicação qualitativa da conexão entre o livre caminho médio das moléculas de amônia no ar e o tempo que se leva para sentir o cheiro da amônia, quando um vidro é aberto do outro lado de uma sala.

► O tempo típico para se sentir o cheiro é de cerca de um minuto. As moléculas de amônia difundem-se no ar, tendo um livre caminho médio da ordem de 10^{-8} m, sofrendo da ordem de 10^9 colisões por segundo. Como as moléculas movem-se em todas as direções devido às colisões, precisam deste tempo para atravessar uma sala. O movimento das moléculas também é afetado pelas correntes de convecção do ar, em geral presentes numa sala.

Q 21-28.

As duas paredes opostas de um recipiente de gás são mantidas a diferentes temperaturas. O ar entre os vidros de uma janela contra tempestade é um bom exemplo. Descreva, em termos de teoria cinética, o mecanismo de condução do calor através do gás.

► O calor é transferido no gás por um mecanismo combinado de condução e convecção. As moléculas de ar próximas da parede mais quente tem energia maior que a energia média e perdem energia nas colisões com as moléculas que tem energia mais baixa, que estão mais próximas da parede mais fria. Mas há também um transporte de massa no processo, porque o ar junto da parede quente expande-se, tendo sua densidade diminuída. O ar mais frio vai ocupando o lugar deixado pelo ar mais quente, estabelecendo-se uma corrente de convecção entre as paredes.

Q 21-32.

Que tipo de observação forneceria boa evidência de que nem todas as moléculas de um corpo estão se movendo com a mesma velocidade a uma dada temperatura?

► Um fenômeno que fornece boa evidência de que as moléculas não se movem à mesma velocidade a uma dada temperatura, é o processo de evaporação de um líquido, em que as moléculas mais rápidas são as que mais facilmente escapam da sua superfície.

Q 21-37.

Explique como podemos manter um gás a uma temperatura constante, durante um processo termodinâmico.

► O processo no qual a temperatura mantém-se constante, chama-se *isotérmico*. Para que a temperatura se mantenha constante durante o processo, as variações nas outras grandezas (pressão, volume) devem ser efetuadas muito lentamente e deve haver transferência de calor. De um modo geral, as grandezas Q , W e ΔE_{int} não são nulas nos processos termodinâmicos. Para o *gás ideal* a energia interna só depende da temperatura; se esta é constante, ΔE_{int} é nula e $Q = W$.

Q 21-40.

Explique por que a temperatura de um gás diminui em uma expansão adiabática.

► Não havendo qualquer troca de calor, pela primeira lei da termodinâmica, a variação da energia interna é igual ao trabalho realizado na expansão, que é positivo. Portanto, a energia interna do gás diminui, o que corresponde a uma diminuição da temperatura do gás.

21.2 Exercícios e Problemas

P 21-3.

Se as moléculas de água em 1,00 g de água fossem distribuídas uniformemente pela superfície da Terra, quantas moléculas haveria em 1,00 cm² da superfície?

► A massa molar M da água é de 18,0 g/mol. O número N de moléculas na massa de 1,00 g é dado por:

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{(1,00)(6,02 \times 10^{23})}{18} = 3,344 \times 10^{22} \text{ moléculas}$$

A área A da Terra é $A = 4\pi R^2 = 5,1 \times 10^{18} \text{ cm}^2$. O número de moléculas por unidade de área é então:

$$\frac{N}{A} = \frac{3,344 \times 10^{22}}{5,1 \times 10^{18}} = 6558 \text{ moléculas/cm}^2.$$

P 21-13.

(a) Qual o número de moléculas por metro cúbico no ar a 20 °C e à pressão de 1,0 atm ($= 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$)? (b) Qual a massa de 1,0 m³ desse ar? Suponha que 75% das moléculas sejam de nitrogênio (N_2) e 25% de oxigênio (O_2).

► (a) Da equação do gás ideal:

$$pV = nRT, \quad n = \frac{N}{N_A}$$

$$\frac{N}{V} = \frac{pN_A}{RT} = \frac{(1,01 \times 10^5)(6,02 \times 10^{23})}{(8,31)(293)} = 2,5 \times 10^{25} \text{ moléculas/m}^3$$

(b) As massas molares são $M_{O_2} = 16,0 \text{ g/mol}$ e $M_{N_2} = 14,0 \text{ g/mol}$. O número total de moles na amostra de gás é:

$$n_T = \frac{pV}{RT} = 41,48 \text{ moles}$$

Para os percentuais indicados, $n_{O_2} = 0,75 \times 41,48 = 31,11 \text{ moles}$ e $n_{N_2} = 0,25 \times 41,48 = 10,37 \text{ moles}$. As massas dos gases serão:

$$m_{O_2} = n_{O_2} M_{O_2} = (10,37)(16,0) = 166 \text{ g}$$

$$m_{N_2} = n_{N_2} M_{N_2} = (31,11)(14,0) = 436 \text{ g}$$

A massa total de gás é $m_T = 602 \text{ g}$.

P 21-15.

Uma amostra de ar, que ocupa 0,14 m³ à pressão manométrica de $1,03 \times 10^5 \text{ Pa}$, se expande isotermicamente até atingir a pressão atmosférica e é então resfriada, à pressão constante, até que retorne ao seu volume inicial. Calcule o trabalho realizado pelo ar.

► Começando pela expansão isotérmica:

$$p_i V_i = p_f V_f,$$

$$V_f = V_i \frac{p_i}{p_f} = (0,14) \frac{(1,01 + 1,03) \times 10^5}{1,01 \times 10^5} = 0,28 \text{ m}^3$$

$$p_i V_i = nRT = 2,856 \times 10^4 \text{ J}$$

$$W_{\text{isotérmico}} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$W_{\text{isotérmico}} = (2,856 \times 10^4) \ln \left(\frac{0,28}{0,14} \right) = 1,98 \times 10^4 \text{ J.}$$

Para o processo isobárico,

$$W_{\text{isobárico}} = p(V_f - V_i)$$

$$W_{\text{isobárico}} = (1,01 \times 10^5)(0,14 - 0,28) = -1,41 \times 10^4 \text{ J.}$$

O trabalho total realizado pelo ar é então:

$$W_T = (1,98 - 1,41) \times 10^4 = 5,7 \times 10^3 \text{ J.}$$

P 21-20.

Um tubo de comprimento $L = 25,0 \text{ m}$, aberto em uma das extremidades contém ar à pressão atmosférica. Ele é colocado verticalmente em um lago de água doce, até que a água preencha metade do tubo, como mostrado na Fig. 21 – 16. Qual a profundidade h da parte submersa do tubo? Considere a temperatura como sendo a mesma em todo o lugar e constante.

► Se a temperatura é constante, então $pV = nRT = \text{constante}$. A pressão do ar, ocupando agora a metade do volume do tubo, é dada por

$$p_i V_i = p_f V_f$$

$$p_o LA = p \frac{L}{2} A \quad e \quad p = 2p_o$$

A pressão p_{fundo} do lago é dada por:

$$p_{\text{fundo}} = p + \rho g \frac{L}{2}$$

$$p_{\text{fundo}} = 2p_o + \rho g \frac{L}{2}$$

A mesma pressão p_{fundo} , calculada a partir da superfície do lago é dada por

$$p_{\text{fundo}} = p_o + \rho gh$$

Igualando as duas equações para p_{fundo} , vem:

$$2p_o + \rho g \frac{L}{2} = p_o + \rho gh$$

$$p_o = \rho g \left(h - \frac{L}{2} \right)$$

$$h = \frac{L}{2} + \frac{p_o}{\rho g}$$

$$h = 12,5 + \frac{1,01 \times 10^5}{(1000)(9,8)} = 22,60 \text{ m}$$

P 21-23.

O recipiente A , na Fig. 21 – 17, contém um gás ideal à pressão de $5,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ e à temperatura de 300 K . Ele está conectado por um fino tubo ao recipiente B , que tem quatro vezes o volume de A . O B contém o mesmo gás ideal, à pressão de $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ e à temperatura de 400 K . A válvula de conexão é aberta e o equilíbrio é atingido a uma pressão comum, enquanto a temperatura de cada recipiente é mantida constante, em seu valor inicial. Qual a pressão final do sistema?

► As temperaturas nos dois recipientes não se alteram com a abertura da válvula. A pressão final de equilíbrio será indicada por p . Com os dados fornecidos, calcula-se o número de moles n_A e n_B de gás em cada recipiente *antes* da abertura da válvula. *Depois*, esses números são n'_A e n'_B e o número total de moles nos dois recipientes é n :

$$\frac{V_A}{RT_A} = \frac{n_A}{p_A} = \frac{n'_A}{p}$$

Para um volume unitário:

$$\begin{aligned} n_A = \frac{p_A}{RT_A} &= \frac{5,0 \times 10^5 \text{ Pa}}{(8,31 \text{ J/mol.K})(300 \text{ K})} \\ &= 200,56 \text{ moles} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_B = \frac{4p_B}{RT_B} &= \frac{(4)(1,0 \times 10^5 \text{ Pa})}{(8,31 \text{ J/mol.K})(400 \text{ K})} \\ &= 120,34 \text{ moles} \end{aligned}$$

$$n_A + n_B = 320,90 \text{ moles}$$

$$n'_A + n'_B = n$$

$$\frac{n_A T_A}{p_A} = \frac{n'_A T_A}{p} = \frac{n_B T_B}{4p_B} = \frac{n'_B T_B}{4p}$$

$$\frac{n'_A T_A}{p} = \frac{n'_B T_B}{4p}$$

$$n'_A = n'_B \frac{T_B}{4T_A} = 0,333 n'_B$$

$$0,333 n'_B + n'_B = n$$

$$n'_B = \frac{320,90}{1,333} = 240,68 \text{ moles}$$

$$n'_A = 80,22 \text{ moles}$$

E, finalmente, obtem-se a pressão:

$$p'_A = \frac{n'_A}{n_A} \cdot p_A = \left(\frac{80,22}{200,56} \right) (5,0 \times 10^5) = 1,99 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$= \frac{(0,0124 \text{ kg/m}^3)(8,31 \text{ J/mol.K})(273 \text{ K})}{1,01 \times 10^3}$$

$$= 0,0279 \text{ kg/mol}$$

E 21-28.

(a) Encontre a velocidade quadrática média de uma molécula de nitrogênio a 20 °C. (b) A que temperaturas a velocidade quadrática média será a metade e o dobro desse valor?

► (a) A massa molar da molécula de N_2 é $M = 28,0 \text{ g/mol}$:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(3)(8,31 \text{ J/mol.K})(301 \text{ K})}{0,028 \text{ g/mol}}} = 517,68 \text{ m/s}$$

(b) A metade da v_{rms} do item (a) é igual a 258,84 m/s. A temperatura correspondente será:

$$T' = \frac{M v_{\text{rms}}^2}{3R} = 75,25 \text{ K} (\simeq -198^\circ \text{C})$$

O dobro da v_{rms} do item (a) é igual a 1035,36 m/s. A nova temperatura será:

$$T'' = \frac{M v_{\text{rms}}^2}{3R} = 1204 \text{ K} (\simeq 931^\circ \text{C}).$$

P 21-30.

A densidade de um gás a 273 K e $1,00 \times 10^{-2} \text{ atm}$ é de $1,24 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^3$. (a) Encontre a velocidade v_{rms} para as moléculas do gás. (b) Ache a massa molar do gás e identifique-o.

► (a) Escrevendo a equação do gás ideal em termos da massa da amostra e da massa molar M do gás, tem-se:

$$\frac{p}{RT} = \frac{m}{MV}, \quad \text{onde} \quad \frac{m}{V} = \rho.$$

A massa molar é $M = \frac{\rho RT}{p}$ e a velocidade quadrática média pode então ser expressa por $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$ e obtida com os dados fornecidos acima:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(3)(1,01 \times 10^3 \text{ Pa})}{0,0124 \text{ kg/m}^3}} = 494,32 \text{ m/s}.$$

(b) A massa molar M vale:

$$M = \frac{\rho RT}{p}$$

Na tabela de Propriedades dos Elementos, Apêndice D, encontramos a massa molar do nitrogênio, que, na forma molecular, tem massa $M = 28,0 \text{ g/mol}$.

P 21-36.

Mostre que a equação do gás ideal (Eq. 21-4) pode ser escrita nas formas alternativas: (a) $p = \frac{\rho RT}{M}$, onde ρ é a densidade de massa do gás e M , a massa molar; (b) $pV = NkT$, onde N é o número de partículas do gás (átomos ou moléculas).

► (a) Na equação do gás ideal, o número n de moles pode ser expresso por $n = \frac{m}{M}$, onde m é a massa da amostra de gás e M , a sua massa molar:

$$p = \frac{mRT}{MV}, \quad \text{onde} \quad \frac{m}{V} = \rho,$$

$$p = \frac{\rho RT}{M}.$$

(b) O número de moles da amostra de gás também pode ser expressa em termos de N , o número total de partículas e o número de Avogadro: $n = \frac{N}{N_A}$. Lembrando que $k = \frac{R}{N_A}$, vem

$$pV = NkT.$$

P 21-43.

Em um certo acelerador de partículas, os prótons percorrem um caminho circular de diâmetro de 23,0 m em uma câmara onde a pressão é $1,00 \times 10^{-6} \text{ mm de Hg}$ e a temperatura é 295 K. (a) Calcule o número de moléculas de gás por centímetro cúbico, a esta pressão. (b) Qual o livre caminho médio das moléculas de gás sob estas condições, se o diâmetro molecular for de $2,00 \times 10^{-8} \text{ cm}$?

► (a) Em unidades do Sistema Internacional, a pressão dada é igual a $p = 1,33 \times 10^{-4} \text{ Pa}$. Expressando o número de moles em termos do número de partículas, $n = \frac{N}{N_A}$, da equação do gás ideal vem:

$$\frac{N}{V} = \frac{pN_A}{RT} = \frac{(1,33 \times 10^{-4} \text{ Pa})(6,02 \times 10^{23})}{(8,31 \text{ J/mol.K})(295 \text{ K})}$$

$$\frac{N}{V} = 3,26 \times 10^{10} \text{ moléculas/cm}^3.$$

(b) Com o diâmetro molecular dado, o livre caminho médio é obtido diretamente por:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2(N/V)} = 17261 \text{ cm.}$$

ou $\lambda \simeq 173 \text{ m.}$

P 21-54.

Certa molécula de hidrogênio (diâmetro de $1,0 \times 10^{-8} \text{ cm}$) escapa de um forno ($T = 4000 \text{ K}$) com velocidade quadrática média e entra em uma câmara contendo átomos de argônio frio (diâmetro de $3,0 \times 10^{-8} \text{ cm}$), sendo a densidade deste último de $4,0 \times 10^{19} \text{ átomos/cm}^3$. (a) Qual a velocidade da molécula de hidrogênio? (b) Se a molécula de hidrogênio e um átomo de argônio colidirem, qual a menor distância entre seus centros, considerando ambos como esferas rígidas? (c) Qual o número inicial de colisões por segundo sofridas pela molécula de hidrogênio?

► (a) A massa molar da molécula de H_2 é $M = 2,02 \text{ g/mol}$ e sua velocidade quadrática média é:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{(3)(8,31 \text{ J/mol.K})(4000 \text{ K})}{0,00202 \text{ kg/mol}}} = 7026 \text{ m/s.}$$

(b) A distâncias entre os centros da molécula de H_2 e o átomo de Ar é igual a soma dos seus raios, isto é,

$$d = r_{\text{Ar}} + r_{\text{H}_2} = 2,0 \times 10^{-8} \text{ cm.}$$

(c) O livre caminho médio dos átomos de Ar nas condições dadas é

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{\text{Ar}}^2(N/V)} = 6,25 \times 10^{-8} \text{ m.}$$

O número de colisões por segundo, f , é dado por

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{7026 \text{ m/s}}{6,25 \times 10^{-8} \text{ m}} = 1,12 \times 10^{11} \text{ colisões/s.}$$

P 21-56.

Para a distribuição hipotética de velocidades das N partículas de um gás, mostrada na Fig. 21-19 [$P(v) = Cv^2$ para $0 < v \leq v_o$; $P(v) = 0$ para $v > v_o$], encontre (a) uma expressão para C

em termos de N e v_o , (b) a velocidade média das partículas e (c) a velocidade rms das partículas.

► (a) Para o cálculo de C , tem-se:

$$\int_0^{v_o} Cv^2 dv = N,$$

$$C = \frac{3N}{v_o^3}.$$

(b) A velocidade média é obtida por:

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \int P(v)dv$$

$$\bar{v} = \left(\frac{3N}{v_o^3}\right) \frac{1}{N} \int_0^{v_o} v^3 dv$$

$$\bar{v} = \frac{3v_o}{4} = 0,75 v_o.$$

(c) A velocidade quadrática média calcula-se por:

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{N} \int P(v)v^2 dv$$

$$\bar{v}^2 = \left(\frac{3N}{v_o^3}\right) \frac{1}{N} \int_0^{v_o} v^4 dv$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3v_o}{5}$$

$$\sqrt{\bar{v}^2} = v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3}{5}} v_o = 0,775 v_o.$$

P 21-61.

20,9 J de calor são adicionados a um certo gás ideal. Como resultado, seu volume aumenta de 50,0 para 100 cm^3 , enquanto a pressão permanece constante (1,0 atm). (a) Qual a variação na energia interna do gás? (b) Se a quantidade de gás presente for de $2,00 \times 10^{-3} \text{ mol}$, calcule o calor específico molar à pressão constante. (c) Calcule o calor específico molar a volume constante.

► (a) O trabalho realizado na expansão do gás é

$$W = p\Delta V = (1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(50 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 5,05 \text{ J.}$$

E a variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = 20,6 - 5,05 = 15,55 \text{ J.}$$

(b) A variação da temperatura no processo pode ser calculada a partir do trabalho:

$$W = p\Delta V = nR\Delta T,$$

$$\Delta T = \frac{W}{nR} = \frac{5,05 J}{(2,0 \times 10^{-3} mol)(8,31 J/mol.K)}$$

$$\simeq 304 K.$$

E para o calor específico molar à pressão constante vem:

$$C_P = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{20,9 J}{(2,0 \times 10^{-3} mol)(304 K)}$$

$$= 34,36 J/mol.K.$$

(c) O calor específico molar a volume constante é obtido diretamente do resultado do item anterior:

$$C_V = C_P - R = 34,36 - 8,31 = 26,07 J/mol.K.$$

P 21-68.

Suponha que 4,0 moles de um gás ideal diatômico, cujas moléculas estejam em rotação sem oscilar, sofrem um aumento de temperatura de 60,0 K à pressão constante. (a) Quanto calor foi transferido para o gás? (b) Em quanto aumentou a energia interna do gás? (c) Quanto trabalho foi realizado pelo gás? (d) Qual foi o aumento na energia interna translacional das moléculas do gás?

► (a) O calor transferido para o gás à pressão constante foi:

$$Q = nC_P\Delta T$$

$$= (4,0 mol)\left(\frac{7}{2}\right)(8,31 J/mol.K)(60,0 K)$$

$$= 6980 J.$$

(b) A variação da energia interna, para qualquer processo, é dada por $\Delta E_{int} = nC_V\Delta T$:

$$\Delta E_{int} = (4,0 mol)\left(\frac{5}{2}\right)(8,31 J/mol.K)(60,0 K)$$

$$= 4968 J.$$

(c) O trabalho realizado pelo gás é

$$p_o\Delta V = nR\Delta T$$

$$= (4,0 mol)(8,31 J/mol.K)(60,0 K)$$

$$= 1994 J.$$

(d) Levando em conta só os graus de liberdade translacionais das moléculas, a energia interna correspondente será:

$$\Delta E_{int} = (4,0 mol)\left(\frac{3}{2}\right)(8,31 J/mol.K)(60,0 K)$$

$$= 2992 J.$$

P 21-69.

A massa molar do iodo é de 127 g/mol. Uma onda estacionária em um tubo cheio de gás de iodo a 400 K tem os seus nós 6,77 cm distantes um do outro, quando a frequência é 1000 Hz. O gás de iodo é monoatômico ou diatômico?

► Se a distância entre nós é 6,77 cm, o comprimento de onda é $\lambda = 2 \times 6,77 = 13,54$ cm e a velocidade de propagação é $v = \lambda f = 135,4$ m/s. O módulo de elasticidade volumétrica pode ser expresso em termos da constante adiabática γ e da pressão:

$$B = -V \frac{dp}{dV} = \gamma p.$$

A velocidade de propagação é então $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ e, como foi mostrado no P-36, $\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M}$. Assim, a velocidade é, finalmente, $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$. Com os dados disponíveis, pode-se agora obter γ :

$$\gamma = \frac{v^2 M}{RT} = \frac{(135,4 m/s)^2 (2 \times 127 g/mol)}{(8,31 J/mol.K)(400 K)} = 1,4.$$

Dobrou-se a massa molar no cálculo para obter $\gamma = 1,4$, o valor da constante adiabática de um gás diatômico.

E 21-71.

(a) Um litro de gás com $\gamma = 1,3$ está a 273 K e 1,00 atm. O gás é subitamente (adiabaticamente) comprimido até a metade do seu volume inicial. Calcule suas temperatura e pressão finais. (b) O gás é então resfriado até 273 K, à pressão constante. Qual o seu volume final?

► (a) Para o processo adiabático, são válidas as relações:

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$$

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma = 2,46 \text{ atm.}$$

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

$$T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = 336 \text{ K.}$$

(b) O número de moles de gás na amostra é

$$\begin{aligned} n = \frac{p_i V_i}{RT_i} &= \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(0,001 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol.K})(273 \text{ K})} \\ &= 0,0445 \text{ mol.} \end{aligned}$$

E a variação produzida no volume é então

$$p\Delta V = nR\Delta T,$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{nR\Delta T}{p} \\ &= \frac{(0,0445 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol.K})(-63 \text{ K})}{(2,46)(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})} \\ &\simeq -0,10 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

$$V_f = \Delta V + V_i = -0,1 + 0,5 = 0,4 \text{ litro.}$$

$$T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = (273 \text{ K})(10^3)^{\frac{2}{3}} = 27300 \text{ K.}$$

(c) O número de moles presentes é calculado da equação de estado do gás ideal:

$$\begin{aligned} n = \frac{p_i V_i}{RT_i} &= \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(10^3 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol.K})(273 \text{ K})} \\ &= 44520,26 \text{ moles.} \end{aligned}$$

(d) A energia cinética translacional por mol, antes da compressão é:

$$\frac{K_i}{n} = \frac{3}{2} RT_i = 3403 \text{ J,}$$

e depois da compressão é:

$$\frac{K_f}{n} = \frac{3}{2} RT_f = 340300 \text{ J.}$$

(e) A razão entre os quadrados das v_{rms} , antes e depois da compressão, é:

$$\frac{v_{\text{rms},f}^2}{v_{\text{rms},i}^2} = \frac{T_f}{T_i} = \frac{27300}{273} = 100.$$

P 21-80.

Um gás ideal sofre uma compressão adiabática de $p = 1,0 \text{ atm}$, $V = 1,0 \times 10^6 \text{ litros}$, $T = 0,0^\circ\text{C}$ para $p = 1,0 \times 10^5 \text{ atm}$, $V = 1,0 \times 10^3 \text{ litros}$. (a) Este gás é monoatômico, diatômico ou poliatômico? (b) Qual a sua temperatura final? (c) Quantos moles do gás estão presentes? (d) Qual a energia cinética translacional total por mole, antes e depois da compressão? (e) Qual a razão entre os quadrados das velocidades rms de suas moléculas, antes e depois da compressão?

► (a) Para os processos adiabáticos vale a relação:

$$\begin{aligned} p_i V_i^\gamma &= p_f V_f^\gamma, \\ p_i V_i^\gamma &= 10^5 p_i (10^{-3} V_i)^\gamma \\ 5 - 3\gamma &= 0, \quad e \quad \gamma = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Portanto, trata-se de um gás monoatômico.

(b) Para achar a temperatura final, tem-se outra relação para os processos adiabáticos:

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1},$$

P 21-83.

Certa máquina térmica processa 1,00 mol de um gás ideal monoatômico através do ciclo mostrado na Fig. 21-21. O processo $1 \rightarrow 2$ acontece a volume constante, o $2 \rightarrow 3$ é adiabático e o $3 \rightarrow 1$ acontece à pressão constante. (a) Calcule o calor Q , a variação da energia interna ΔE_{int} e o trabalho realizado W , para cada um dos três processos e para o ciclo como um todo. (b) Se a pressão inicial no ponto 1 for 1,00 atm, encontre a pressão e o volume nos pontos 2 e 3. Use $1,00 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ e $R = 8,314 \text{ J/mol.K}$.

► (a) Começando com o processo a volume constante,

$$\begin{aligned} Q_{1 \rightarrow 2} &= nC_V \Delta T \\ &= (1,0)(1,5)(8,31)(600 - 300) \\ &= 3740 \text{ J.} \end{aligned}$$

O trabalho é nulo neste processo e, portanto, a variação da energia interna é igual ao calor absorvido, ou seja,

$$\Delta E_{\text{int},1 \rightarrow 2} = 3740 \text{ J.}$$

No processo adiabático, $Q = 0$ e da primeira lei tem-se:

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{int},2 \rightarrow 3} &= -W, \\ \Delta E_{\text{int},2 \rightarrow 3} &= nC_V \Delta T \\ &= (1,0)(1,5)(8,314)(455 - 600) \\ &= -1808 \text{ J.}\end{aligned}$$

Portanto, $W_{2 \rightarrow 3} = 1808 \text{ J}$.

Para o processo à pressão constante tem-se:

$$\begin{aligned}Q_{3 \rightarrow 1} &= nC_P \Delta T \\ &= (1,0)(2,5)(8,314)(300 - 455) \\ &= -3222 \text{ J,}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_{3 \rightarrow 1} &= p \Delta V = nR \Delta T \\ &= (1,0)(8,31)(300 - 455) \\ &= -1290 \text{ J,}\end{aligned}$$

$$\Delta E_{\text{int},3 \rightarrow 1} = -3222 - (-1290) = -1932 \text{ J.}$$

O calor efetivo transferido no ciclo é:

$$\begin{aligned}Q_{\text{Total}} &= Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} \\ &= 3740 + 0 - 3222 \\ &= 518 \text{ J.}\end{aligned}$$

O trabalho total realizado no ciclo é:

$$\begin{aligned}W_{\text{Total}} &= W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1} \\ &= 0 + 1808 - 1290 \\ &= 518 \text{ J.}\end{aligned}$$

E para o ciclo, $\Delta E_{\text{int}} = Q_{\text{Total}} - W_{\text{Total}} = 0$.

(b) Dada $p_1 = 1,0 \text{ atm}$ e $T_1 = 300 \text{ K}$, obtém-se a pressão p_2 :

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

donde tiramos facilmente

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = (1,0 \text{ atm}) \left(\frac{600}{300} \right) = 2,0 \text{ atm.}$$

Para obter p_3 , usa-se a relação entre a pressão e o volume válida para os processos adiabáticos:

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

O volume V_2 é calculado com a equação de estado do gás ideal:

$$\begin{aligned}V_2 &= \frac{nRT_2}{p_2} = \frac{(1,0)(8,31)(300)}{1,013 \times 10^5} \\ &= 0,02462 \text{ m}^3 \\ &= 24,62 \text{ litros.}\end{aligned}$$

O volume V_3 obtém-se da relação:

$$\begin{aligned}T_2 V_2^{\gamma-1} &= T_3 V_3^{\gamma-1}, \\ V_3^{\gamma-1} &= V_2^{\gamma-1} \frac{T_2}{T_3} = (24,6)^{0,67} \frac{600}{455}, \\ V_3^{0,67} &= 11,27 \quad \text{e} \quad V_3 = 37,34 \text{ litros.} \\ p_3 &= p_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma \\ p_3 &= (2,0 \text{ atm}) \left(\frac{24,62}{37,34} \right)^{1,67} = 1,0 \text{ atm.}\end{aligned}$$

21.3 Problemas Adicionais

P 21-85.

Uma amostra de gás ideal passa pelo processo cíclico ilustrado no gráfico $p - V$ da Fig. 21 - 22. A temperatura do gás no ponto a é 200 K . (a) Quantos moles do gás existem na amostra? Quais são (b) a temperatura do gás no ponto b , (c) a temperatura do gás no ponto c e (d) o calor total adicionado ao gás durante o ciclo?

► (a) O número de moles na amostra é:

$$n = \frac{pV}{RT_a} = \frac{(2,5 \times 10^3 \text{ Pa})(1,0 \text{ m}^3)}{(8,314 \text{ J/mol.K})(200 \text{ K})} = 1,5 \text{ mol}$$

(b) Para a temperatura no ponto b tem-se:

$$\frac{p_a V_a}{T_a} = \frac{p_b V_b}{T_b},$$

$$\begin{aligned}T_b &= T_a \frac{p_b V_b}{p_a V_a} = (200 \text{ K}) \frac{(7,5 \times 10^3 \text{ Pa})(3,0 \text{ m}^3)}{(2,5 \times 10^3)(1,0 \text{ m}^3)} \\ &= 1800 \text{ K.}\end{aligned}$$

(c) E para a temperatura no ponto c tem-se:

$$\begin{aligned}T_c &= T_b \frac{p_c V_c}{p_b V_b} = (1800 \text{ K}) \frac{(2,5 \times 10^3 \text{ Pa})(3,0 \text{ m}^3)}{(7,5 \times 10^3 \text{ Pa})(3,0 \text{ m}^3)} \\ &= 600 \text{ K.}\end{aligned}$$

(d) O trabalho realizado pelo gás no ciclo é igual à área do triângulo abc e vale 5000 J. Como é nula a variação da energia interna no ciclo, o calor total adicionado ao gás é igual ao trabalho, ou seja, 5000 J.

P 21-88.

Uma amostra de gás ideal se expande de pressão e volume iniciais correspondentes a 32 atm e 1,0 litro, respectivamente, para um volume final de 4,0 litros. A temperatura inicial do gás era de 300 K. Quais serão a pressão e temperatura finais desse gás e quanto trabalho ele realizará durante a expansão, se esta for (a) isotérmica, (b) adiabática e o gás monoatômico, e (c) adiabática e o gás diatômico?

► (a) Se a expansão é isotérmica, $\Delta E_{\text{int}} = 0$ e $Q = W$. A pressão no estado final será:

$$p_i V_i = p_f V_f,$$

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right) = (32 \text{ atm}) \frac{1,0 \text{ l}}{4,0 \text{ l}} = 8,0 \text{ atm}.$$

E o trabalho no processo isotérmico é dado por:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$W = (32 \text{ atm} \cdot \text{l}) (\ln 4) = 44,36 \text{ atm} \cdot \text{l} = 4494 \text{ J}.$$

(b) Para a expansão adiabática de um gás *monoatômico* tem-se $Q = 0$, $C_V = \frac{3}{2}R$, $C_P = \frac{5}{2}R$ e $\gamma = \frac{5}{3} = 1,67$. A pressão final é:

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma,$$

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma = (32 \text{ atm}) \left(\frac{1,0 \text{ l}}{4,0 \text{ l}} \right)^{1,67} = 3,16 \text{ atm}.$$

E a temperatura final é obtida por:

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1},$$

$$\begin{aligned} T_f &= T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = (300 \text{ K}) \left(\frac{1,0 \text{ l}}{4,0 \text{ l}} \right)^{0,67} \\ &= 118,5 \text{ K}. \end{aligned}$$

Da primeira lei, $\Delta E_{\text{int}} = -W$. A variação da energia interna é calculada por:

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR (118,5 - 300),$$

Para o estado inicial, obtém-se:

$$\begin{aligned} nR &= \frac{p_i V_i}{T_i} = \frac{(32 \text{ atm})(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(10^{-3} \text{ m}^3)}{300 \text{ K}} \\ &= 10,8 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}} &= \frac{3}{2} (10,8 \text{ J/K}) (118,5 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= -2940,30 \text{ J}. \end{aligned}$$

E, portanto, $W = 2940,30 \text{ J}$.

(c) Se a expansão é adiabática e o gás é *diatômico*, tem-se $Q = 0$, $C_V = \frac{5}{2}R$, $C_P = \frac{7}{2}R$ e $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$. Repetindo os mesmos cálculos do item anterior, obtém-se $p_f = 4,6 \text{ atm}$, $T_f = 172 \text{ K}$ e $W = 3456 \text{ J}$.