Controle com atraso utilizando aproximação de Padé (T3)

-Introdução ao Controle Avançado-

Felipe Chitolina,
Matheus Lohse.

Relatório - Trabalho 3

Introdução

Em um sistemas de controle industriais é comum a existência de um fenômeno denominado de atraso de transporte, ou tempo morto. Tal fenômeno ocorre, quando a variável de saída de um dado processo percebe variações no sinal de entrada Δt segundos depois desta variação ter efetivamente ocorrido. Para ilustrar fisicamente o efeito do atraso de transporte, considera-se o exemplo do sistema de controle de nível apresentado na Imagem 1.

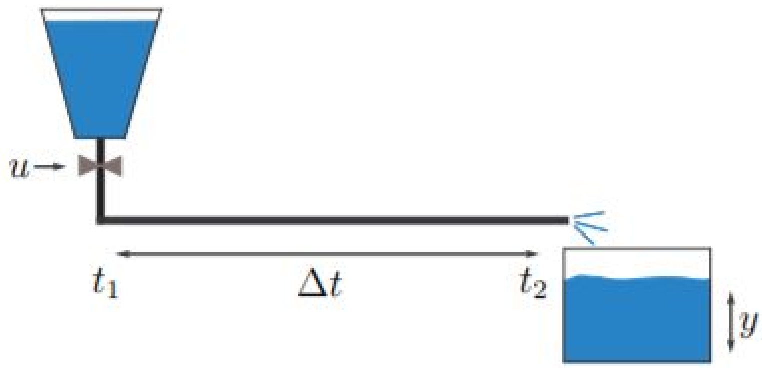

Imagem 1 - Sistema a ser controlado.

Neste trabalho, deseja-se controlar o nível de um dado recipiente localizado no final de uma tubulação. Neste recipiente será colocado um determinado líquido, oriundo do reservatório, entra na tubulação até o momento em que este é despejado no recipiente final é caracterizado como atraso de transporte deste processo.

Processos lineares com atraso de transporte são matematicamente representados no plano S pela sua função de transferência nominal G(s) multiplicada por $e^{-\tau s}$, conforme a Equação 1.

$$G_d(s) = e^{-\tau s}G(s)$$

Equação 1 - Sistema genérico com atraso.

O termo exponencial representa matematicamente a transformada de Laplace associada ao atraso de transporte do sistema, onde neste caso $\Delta t = \tau$ significa a duração deste tempo morto. A influência do atraso de transporte em um sistema de controle levar a uma perda de desempenho dinâmico do sistema ou mesmo a instabilidade em malha fechada. Este efeito pode ser facilmente verificado através da análise da resposta em frequência de $e^{-\tau s}$. Em outras palavras, o atraso de transporte não modifica a curva de magnitude, mas insere um atraso na curva de fase do sistema proporcional à frequência w. Portanto, existe uma diminuição na margem de fase do sistema.

O objetivo deste trabalho é sintonizar um regulador dinâmico de nível para um sistema de enchimento de tanque com atraso de transporte, que apresenta o modelo dinâmico segundo a Equação 2/

$$Y(s) \ = e^{-5s}\left(\frac{2.475}{s^3+9.472s^2+3.465s + 1.256}\right) U(s)$$

Equação 2 - Função de Transferência do sistema a ser controlado.

Fundamentação Teórica

Para iniciarmos o problema vale a pena explicitamos como nos encontrávamos inicialmente, antes de fazermos uso de qualquer tipo de controlador ou filtro.

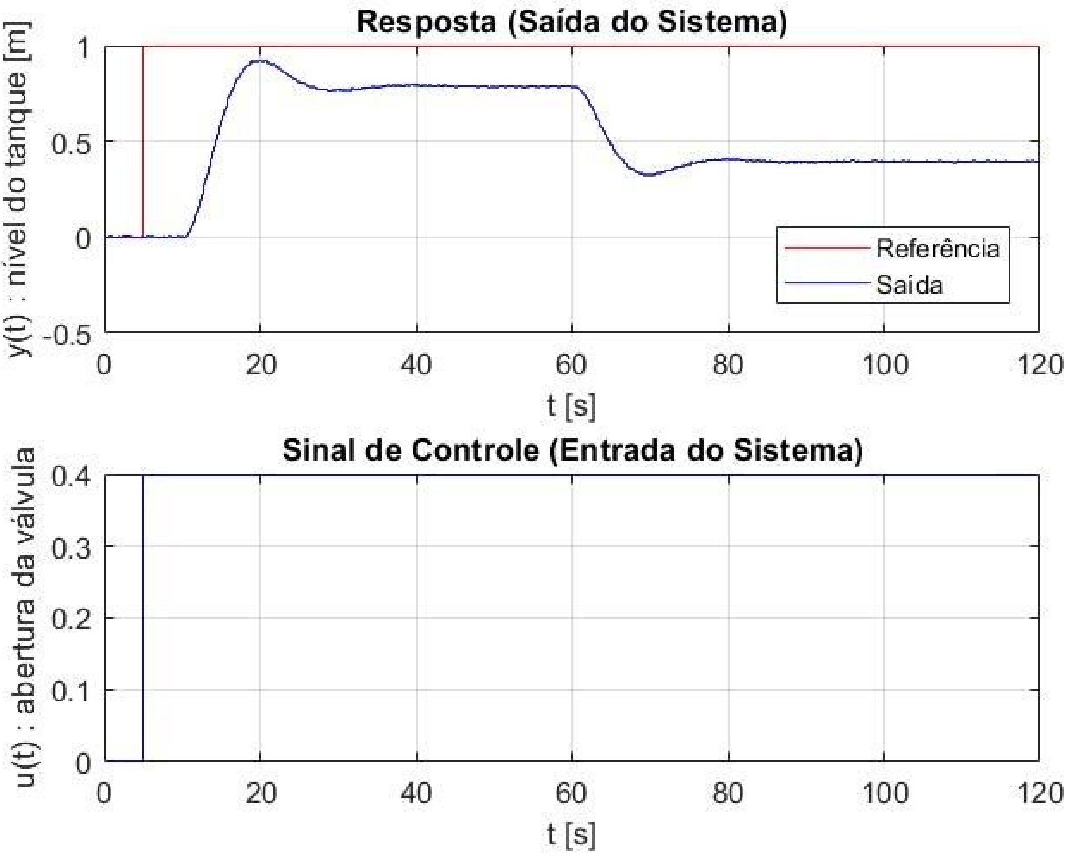

Imagem 2 - Gráficos do sistema a ser controlado.

Para que possamos continuar utilizando as mesmas ferramentas de controles de trabalhos anteriores, precisamos resolver o problema da função atraso de transporte, assim como a Transformada de Laplace, não ser Racional. Para isso, devemos utilizar uma aproximação do termo exponencial por uma função racional denominada Aproximação de Padè, Equação 3.

$$e^{-\tau s} \approx H_n(s) = \frac{b_0 + b_1(\tau s) + \ldots + b_n(\tau s)^n}{a_0 + a_1(\tau s) + \ldots + a_n(\tau s)^n}\ , \quad n = 1,\ 2,\ 3, \ldots$$

Equação 3 - Aproximação de Padè.

Onde n é a ordem da aproximação. As equações que resultam nos valores dos coeficientes da Equação 3 é representado pela 4.

$$\begin{cases} a_i = \dfrac{(2n-i)!}{(n-i)!\,i!} & i = 0, 1, 2, \ldots, n\,. \\ b_i = (-1)^i\, a_i \end{cases}$$

Equação 4 - a_i e b_i da Aproximação de Padè.

Exemplificando para n = 1, 2 e 3, conforme a Tabela 1.

n	$H_n(s)$
1	$\dfrac{2-(\tau s)}{2+(\tau s)}$
2	$\dfrac{12-6(\tau s)+(\tau s)^2}{12+6(\tau s)+(\tau s)^2}$
3	$\dfrac{120-60(\tau s)+12(\tau s)^2-(\tau s)^3}{120+60(\tau s)+12(\tau s)^2+(\tau s)^3}$

Tabela 1 - Aproximação de Padè para n = 1, 2 e 3.

Ao substituirmos o atraso pelas aproximações obtemos como resposta ao degrau em malha aberta a Imagem 3. Vale ressaltar, no entanto, que em todas as ordem das aproximações haverá ondulações na região do atraso, visto que isso é o que torna a equação racional.

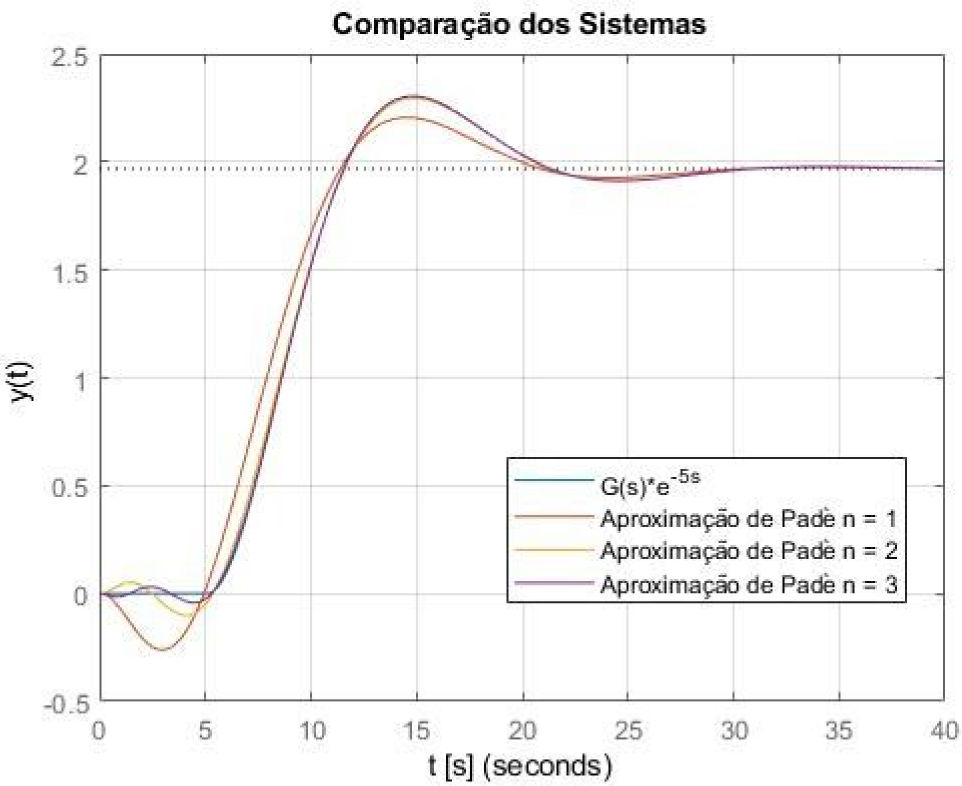

Imagem 3 - Comparação das Aproximações de Padè.

Ao analisarmos as respostas encontradas podemos afirmar que considerando n = 3 podemos aproximar consideravelmente bem o efeito do atraso de transporte.

Para efeito de comparação projetamos um controlador ignorando o atraso do sistema, ou seja, excluindo uma parte da dinâmica. Durante o projeto utilizamos a equação anteriormente explicitada sem o atraso e deixamos o resto da simulação acontecer normalmente.

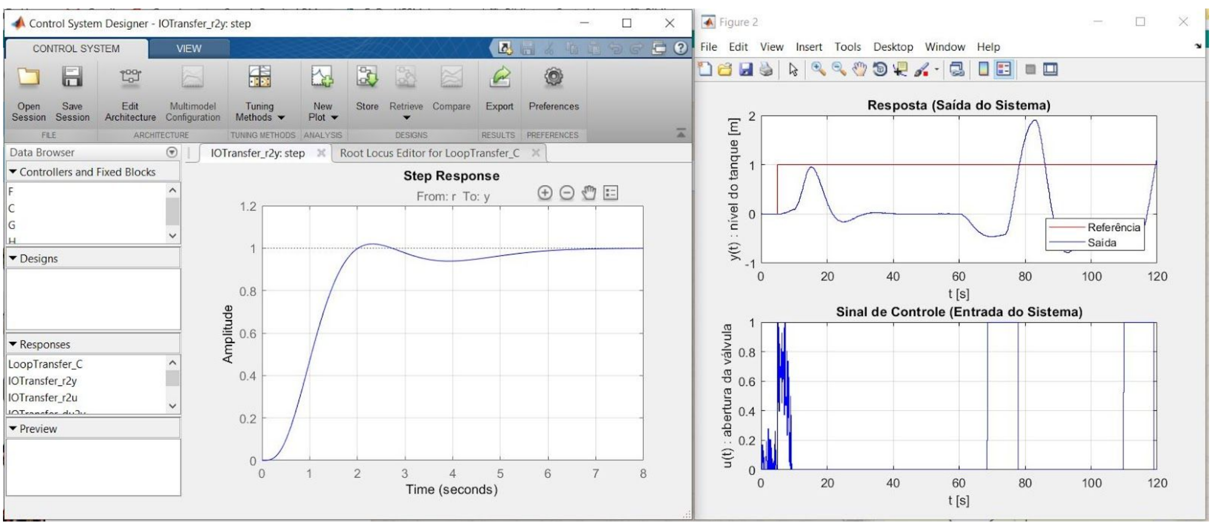

Imagem 4 - Gráficos relativos ao controle sem o atraso.

Como podemos observar pela Imagem 4, a resposta ao degrau da esquerda o sistema, aparentemente, segue todos os parâmetros de projeto com uma certa folga, no entanto ao aplicarmos no sistema, o mesmo não consegue lidar com o atraso gerando os gráficos da direita.

Logo, como mencionado anteriormente, devemos utilizar a Aproximação de Padè. Por estamos utilizando o Matlab e desejamos obter os melhores resultados, utilizamos n = 3. Partindo desse pressuposto, acabamos com a seguinte equação:

$$Y(s) = \frac{-309.4\,s^3 + 742.5\,s^2 - 742.5\,s + 297}{125\,s^6 + 1484\,s^5 + 3575\,s^4 + 4158\,s^3 + 2553\,s^2 + 792.6\,s + 150.7}\,U(s)$$

Com a equação encontrada, partimos para a discretização da mesma e projeto do Controlador. Para que isso, utilizamos a função c2d, com Tustin como método, do Matlab para a discretização e o rltool para o projeto do controlador, nele obtivemos as Imagens 5 e 6.

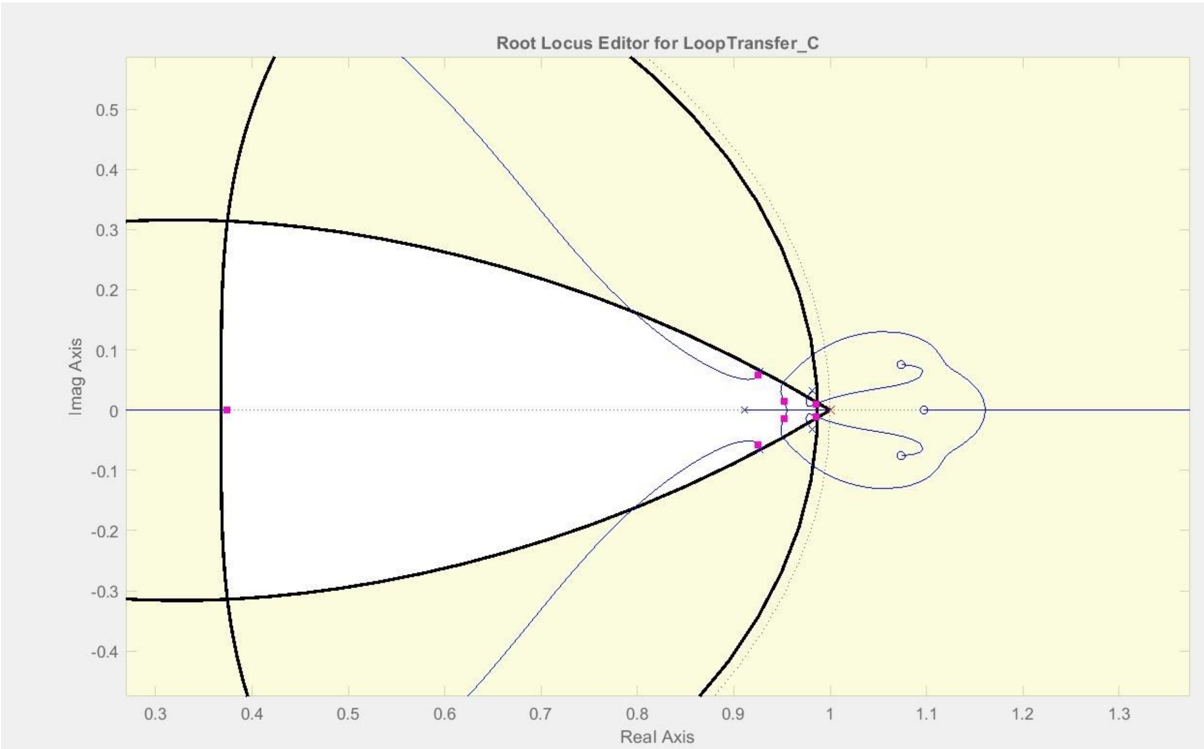

Imagem 5 - RootLocus relativo ao controle com o atraso.

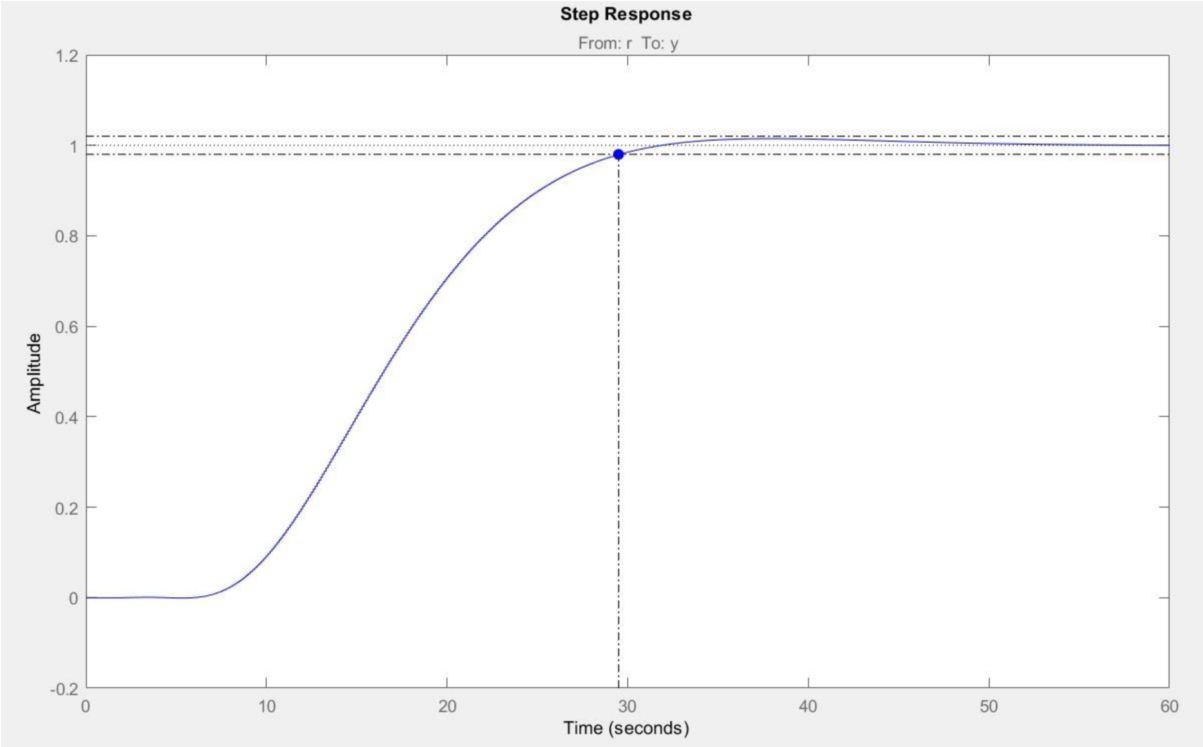

Imagem 6 - Resposta ao degrau relativo ao controle com o atraso.

Por fim, para que possamos comprovar a eficácia do nosso controlador executamos o sistema novamente e obtivemos como resposta a imagem abaixo.

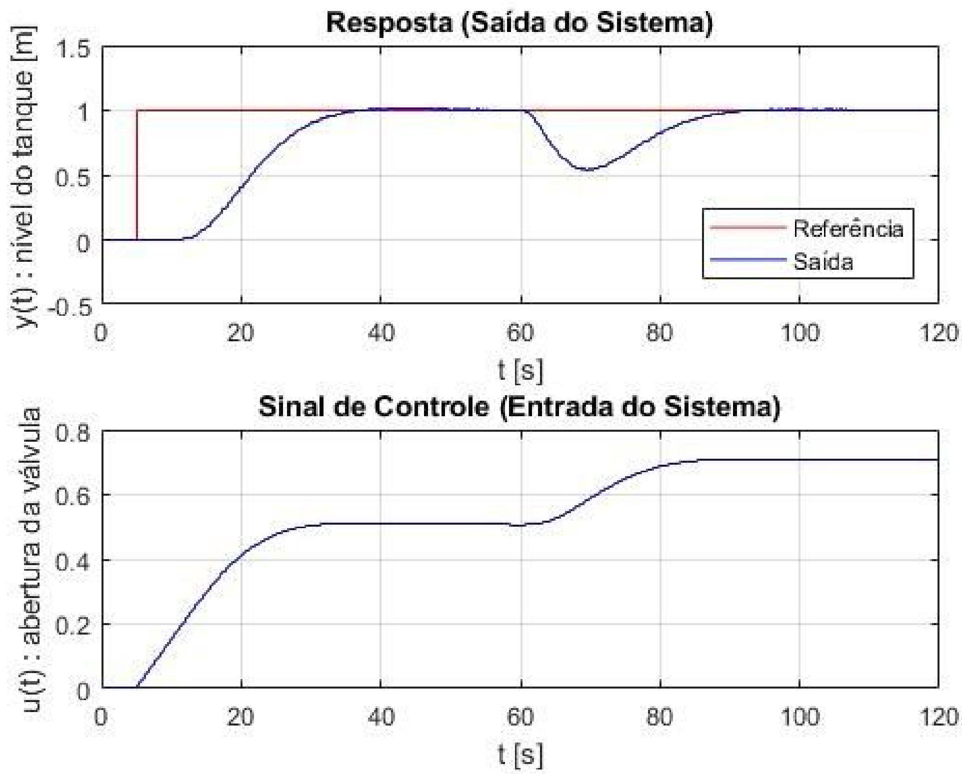

Imagem 7 - Simulação final do sistema.

Códigos Utilizados

main.m

```
clc
close all
clear all

addpath('data');
load('variaveis_controlador.mat')
load('controleatraso.mat')
global Fz Gz Cz

%% Configuração da Simulação

% Atraso de transporte
tau = 5;
s = tf([1 0],[1]);

% Tempo total de simulação
ttotal = 120; % s

% Perído de amostragem do controle
T = 0.1; % s

% Flag para habilitar/desabilitar ruído no
sensor da planta
global noise
noise = true; %( false -> sem ruído , true
-> com ruído )

% Flag para simulação de distúrbio
externo na entrada da planta
global dist
dist = 1; %( 0 -> sem distúrbio ,
        %  1 -> distúrbio do tipo degrau
ativado aos 60 segundos )

%% Ensaio do Sistema

%Código Lohse
Fz = c2d(Fs,T,'tustin');
Cz = c2d(Cs,T,'tustin');
Gs = tf([2.475],[1 9.472 3.465 1.256]);
Gz = c2d(Gs,T,'tustin');

[t,y,yn,u,r,d] = runsim( ttotal , T , 1e-4 );

% t -> vetor de tempo
% yc -> sinal de saída do sistema (limpo)
% yn -> sinal de saída do sistema (ruidoso)
% u -> sinal de controle do sistema
% r -> sinal de referência do controle
% d -> sinal de perturbação aplicado na
planta

%Código Escobal
Hs1 = tf([-tau 2],[tau 2]);
Hs2 = tf([tau^2 -6*tau 12],[tau^2 6*tau
12]);
Hs3 = tf([-tau^3 12*(tau^2) -60*tau
120],[tau^3 12*(tau^2) 60*tau 120]);

Hz3 = c2d(Hs3,T,'Tustin');
Gza = Hz3*Gz;

hold on
step(Gs*exp(-5*s))
step(Gs*Hs1)
step(Gs*Hs2)
step(Gs*Hs3)
grid on
xlabel('t [s]')
ylabel('y(t)')
title('Comparação dos Sistemas')
legend('G(s)*e^-^5^s','Aproximação de
Padè n = 1','Aproximação de Padè n =
2','Aproximação de Padè n = 3')
```

```
[t,y,yn,u,r,d] = runsim( ttotal , T , 1e-4 );

% t -> vetor de tempo
% yc -> sinal de saída do sistema (limpo)
% yn -> sinal de saída do sistema (ruidoso)
% u -> sinal de controle do sistema
% r -> sinal de referência do controle
% d -> sinal de perturbação aplicado na
planta
%% Animação

runanim( u , y , T );

%% Plotagem

figure
subplot(2,1,1)
stairs(t,r,'r')
hold on
stairs(t,yn,'b')
grid on
xlabel('t [s]')
ylabel('y(t) : nível do tanque [m]')
title('Resposta (Saída do Sistema)')
legend('Referência','Saída','Location','SE')
subplot(2,1,2)
stairs(t,u,'b')
grid on
xlabel('t [s]')
ylabel('u(t) : abertura da válvula')
title('Sinal de Controle (Entrada do
Sistema)')
```

setpoint.m

```
function [ r ] = setpoint( t )

% Esta função é responsável por definir o
sinal de referência a ser
% enviado para o sistema de controle.

% Programe aqui a definição de "r"

%     r = 0;

   % Exemplo: Referência do tipo degrau

   if t >= 5
      r = 1;
   else
      r = 0;
   end

   % Exemplo: Referência do tipo senoidal

%     per = 1; % perído da onda [s]
%
%     w = 2*pi/per;
%
%     r = 10*sin( w*t );
%


end
```

control.m

```
function u = control( t , y , r , T )

% Variáveis de Entrada do Controlador
-------------------------------------

   % t -> tempo de execução da simulação
[s]
   % y -> sinal de saída medido na amostra
atual
   % r -> sinal de referência para a saída
atual
   % T -> período de amostragem do
sistema [s]

% Variáveis de Saída do Controlador
---------------------------------------

   % u -> sinal de controle a ser entregue a
planta

% Programe sua lógica de controle aqui
------------------------------------

   % u=0;

   % Exempo de degrau em malha-aberta
para identificação:

   if t >= 5
     u = 0.4;
   else
     u = 0;
   end

   % Exemplo de controle em
malha-fechada proporcional:

%     Kp = 1;
%
%     e = r-y;
%     u = -Kp*e;

   % Exemplo de controle em
malha-fechada PID:

%     persistent ui ed
%     if t == 0
%        ui = 0;
%        ed = 0;
%     end
%
%     Kp = 1;
%     Ki = 1;
%     Kd = 1;
%
%     e  = r-y;
%     ed = e;
%
%     up = Kp*e;
%     ui = ui + Ki*T*e;
%     ud = Kd*(e-ed)/T;
%
%     u  = up+ui+ud;



global Fz Gz Cz
persistent ui rf e ri
      if t == 0
         ui(1:3) = 0;
         rf(1:2) = 0;
         e(1:3) = 0;
         ri(1:2) = r;
      end

   %Vetores da Fz e Cz
   numF = Fz.num{1};
   denF = Fz.den{1};
   numC = Cz.num{1};
   denC = Cz.den{1};

   ri(1) = r;
```

```
    rf(1) = - denF(1)*rf(2) + numF(1)*ri(1)
+ numF(2)*ri(2);
    e(1) = ri(1) - y;
    ui(1) = ui(2) + 0.003*e(1);

    %ui(1) = - denC(2)*ui(2) -
denC(3)*ui(3) + numC(1)*e(1) +
numC(2)*e(2) + numC(3)*e(3);

    ui(3) = ui(2);
    e(3) = e(2);

    ui(2) = ui(1);
    rf(2) = rf(1);
    e(2) = e(1);
    ri(2) = ri(1);

    u = ui(1);

end
```