1. Considere as concatenações de símbolos do alfabeto da Lógica Proposicional

dadas a seguir. Identifique aquelas que são fórmulas da Lógica Proposicional.

Considere a forma simplificada de representação de fór mulas, em que os símbolos de pontuação podem ser omitidos.

(a) $(P\ Q \vee P10.000)$ não existe.
(b) $(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \vee \neg\neg R)$
(c) $\neg\neg P$
(d) $\vee Q$ não existe.
(e) $(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow \neg R))$

2. Responda as questões a seguir, justificando suas res postas.

(a) Existe fórmula sem símbolo de pontuação?

Existe. como P ↔ Q

(b) Quantos tipos de símbolos possui o alfabeto da Lógi ca Proposicional?
Quais são esses símbolos?

R= Sâo 5 tipos de conectivos proposicionais são eles: ¬ ∨ ∧ C ↔

(c) Existe fórmula da Lógica Proposicional com algum conectivo, mas sem símbolo de pontuação?

R= Não. Toda fórmula com conectivo possui símbolo de pontuação

3. Determine o comprimento e as subfórmulas das fórmulas a seguir.

(a) $((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P10.000$

R= $((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P10.000$, $((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$, $P10.000$, $(\neg\neg P \vee Q)$, $(P \rightarrow Q)$, P, Q.

----

comprimento

----

comp[¬¬P]+comp[Q]+1   comp[P]+comp[Q]+1+1+1+1
comp[¬P]+1+1+1   comp[P]+1+1+1+1+1
comp[P]+1+1+1+1   +1+1+1+1+1+1
+1+1+1+1+1
= 11

(b) P → ((Q → R) → ((P → R) → (P → R)))

R= P → ((Q → R) → ((P → R) → (P → R))), ((Q → R) → ((P → R) → (P → R))), P, (Q → R) → ((P → R), (P → R), P, R.

----

comprimento

----

comp[p]+1 comp[Q]+1 comp[r]+1, comp[p]+1 comp[r]+1, comp[p]+1 comp[r]

1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 13

(c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$

R= $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$, $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P)$, Q, $(P \rightarrow \neg P)$, $\neg P$, P.

----

comprimento

----

comp[p]+1 comp[¬p]+1 comp[¬p]+1 comp[q],

1+1 comp[p]+1+1 comp[p]+1+1 comp[q]

1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 9

(d) $\neg(P \rightarrow \neg P)$

R= $\neg(P \rightarrow \neg P)$, P, $\neg$P.

----

comprimento

----

comp[p]+1 comp[¬p]+1

1+1 comp[p]+1+1

1+1+1+1+1 = 5

4. Elimine o maior número possível de símbolos de pont
uação das fórmulas a
seguir, mantendo a representação da fórmula original.

(a) $((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P))$

$R = P \leftrightarrow (\neg(P \vee Q) \rightarrow R) \wedge P$

(b) $(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$

$R = (\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow (P \wedge Q) \leftrightarrow (R \vee \neg P)$

(c) $((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$

$R = P \vee Q \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

5. Considere as concatenações de símbolos a seguir. A partir da introdução de

símbolos de pontuação, identique quais fórmulas da Ló gica Proposicional é possível obter.

(a) $P \vee \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R =$

$P\vee \neg Q\rightarrow R\rightarrow \neg R$
$(P\vee \neg Q)\rightarrow R\rightarrow \neg R$
$(P\vee \neg Q)\rightarrow(R\rightarrow \neg R)$
$(P\vee(\neg Q\rightarrow R))\rightarrow \neg R$
$P\vee(\neg Q\rightarrow(R\rightarrow \neg R))$
$P\vee \neg(Q\rightarrow R\rightarrow \neg R)$

(b) $Q \rightarrow \neg P \wedge Q$

$Q\rightarrow \neg P\wedge Q$
$Q\rightarrow(\neg P\wedge Q)$
$Q\rightarrow \neg(P\wedge Q)$

(c) $\neg P \vee Q \leftrightarrow Q$

$\neg P\vee Q\leftrightarrow Q$
$(\neg P\vee Q)\leftrightarrow Q$
$\neg(P\vee Q)\leftrightarrow Q$

$\neg(P \vee Q \leftrightarrow Q)$

(d) $\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P\neg\neg R = F$

6. (a) Escreva as fórmulas dos Exercícios 3 e 4 utilizand o a notação polonesa.

(b) Determine quais sequências de símbolos, indicadas a seguir, são fórmulas

da Lógica Proposicional que utilizam a notação polones a. No caso em que a sequência de símbolos é uma fórmula, reescreva-a utilizando a notação convencional.

$\vee \rightarrow P\ Q \leftrightarrow R \rightarrow \vee P\ Q \neg S$
$\rightarrow \leftrightarrow P\ Q \vee \rightarrow P\ Q \rightarrow \neg R R$

→ ¬P¬QR ∨ ∨P Q ∨ ¬R¬P
↔→ ¬P ∨ QR ↔ ∧P Q ∨ ¬¬R¬P

Exercício 3

a)∧ ↔ ∨¬¬PQ→PQtrue
b)→P→→QR→→PR→PR
c)∨ ↔→P¬P¬PQ
d)¬ →P¬P

Exercício 4

a)↔ ∧¬ → ¬¬∨PQRP¬¬P
b)↔→ ¬P∨QR↔ ∧PQ∨¬¬R¬P
c)→ ∨PQ→P¬Q

7. Responda, justicando sua resposta.

(a) É possível encontrar uma fórmula H, da

Lógica Proposicional, escrita

na notação convencional e que corresponda a duas fór
mulas diferentes
escritas na notação polonesa?

(b) É possível encontrar uma fórmula H escrita na notaç
ão polonesa, que

corresponda a duas fórmulas diferentes da Lógica Prop
osicional escritas
na notação convencional?

8. Faça os Exercícios 5 e 6 considerando a notação pós
-xa, indicada pelas
correspondências.
($\neg P$) corresponde a $P\neg$
($P \wedge Q$) corresponde a $P\ Q\wedge$
($P \vee Q$) corresponde a $P\ Q\vee$

(P → Q) corresponde a P Q →
(P ↔ Q) corresponde a P Q ↔

9. Qual a paridade do número de símbolos de pontuaçã
o de uma fórmula da
Lógica Proposicional?

A paridade é par, pois por definição o símbolo de pontu
ação sempre abre "("e fecha ")".

10. Seja H uma fórmula que não contém o conectivo ¬ .
(a) Qual a paridade de comp[H]?

comp[H] e um numero impar

(b) Qual a relação entre comp[H] e o número de conecti
vos de H?

comp[H] e o dobro do numero de conectivos de H mais um.

----

2. Comente, do ponto de vista lógico, a diferença entre sintaxe e semântica.

R= sintaxe e uma unificação da linguagem diz respeito aos simbolos semantica e o significado
ou interpretação dos objetos sintaticos

3 A interpretação do conectivo ∨, na Lógica Proposicion
al, corresponde ao exato

signicado da palavra ou? Justique sua resposta. Nessa
análise, considere,

por exemplo, o signicado da sentença: Vou ao teatro O
U ao cinema como

sendo verdadeiro. Desse fato, é possível concluir que ir
ei ao teatro e ao cinema

ao mesmo tempo? Faça uma análise análoga para os o
utros conectivos.

R= Não. na logica para que uma disjunção seja verdade
ira não e necessario nenhuma

releção entre suas alternativas

4. Sejam I uma interpretação e a fórmula H = (P → Q).

(a) Se I[H] = T, o que se pode concluir a respeito de I[P] e I[Q]? Para I[H]=T, I[Q]=T ou I[P]=F e I[Q]=F

(b) Se I[H] = T e I[P] = T, o que se pode concluir a respeito de I[Q]? para que I[H]=T ↔ I[Q]=T

(c) Se I[Q] = T, o que se pode concluir a respeito de I[H] ? I[H]=T pois I[P] pode ser true ou flase que a formula cotinuar vedadeira

(d) Se I[H] = T e I[P] = F, o que se pode concluir a respeito de I[Q]? I[H]=T pois I[Q] pode ser true ou flase que a formula cotinuar vedadeira

(e) Se I[Q] = F e I[P] = T, o que se pode concluir a respeito de I[H]? I[H]=F

5. Considere as fórmulas a seguir:

(a) $(\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \to Q)$

p	Q	$\neg P$	$(P \to Q)$	$(\neg P \lor Q)$	$(\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \to Q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	T

(b) $P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))$

p	Q	R	$(Q \to R)$	$(P \to R)$	$P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	F	T	T	T

(c) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$

p	¬Q	¬P	(P → ¬Q)	(P → ¬Q) ↔ ¬P
T	T	F	T	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

(d) $(Q \rightarrow \neg P)$

¬p	Q	(Q → ¬P)
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

(e) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$

p	Q	R	$(Q \rightarrow R)$	$(P \land Q)$	$(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \land Q) \rightarrow R)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	T
F	T	F	F	F	T
F	F	F	T	F	T

(f) $(R \land \neg P) \leftrightarrow (P \land R)$

R	P	$\neg P$	$(R \land \neg P)$	$(P \land R)$	$(R \land \neg P) \leftrightarrow (P \land R)$
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	F	F
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T

(g) $(P \to Q) \to (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow Q))$

P	Q	$(P \to Q)$	$(P \land Q) \leftrightarrow P)$	$(P \lor Q) \leftrightarrow Q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	F	T

(h) $(\text{false} \to Q) \leftrightarrow R$

FLASE	Q	R	(false → Q) ↔ R
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	F

(i) true → Q

TRUE	Q	true → Q
T	T	T
T	T	T
T	F	F
T	F	F

(j) (P → false) ↔ R

FLASE	P	R	(P → false) ↔ R
F	T	T	F
F	T	F	T

F	F	T	F
F	F	F	F

(k) $P \rightarrow \text{true}$

TRUE	P	$P \rightarrow \text{true}$
T	T	T
T	T	T
T	F	F
T	F	F

. Determine a tabela-verdade associada a cada fórmula.

. Seja I uma interpretação tal que I[P] = T, I[Q] = F e I[R] = F, o que

podemos concluir a respeito do valor de verdade de cada fórmula?

. Seja J uma interpretação que interpreta todas as fórm ulas anteriores

como sendo verdadeiras. Além disso, J[P] = T. O que p odemos concluir
a respeito de J[Q] e J[R], em cada um dos casos?

6. Seja I uma interpretação tal que: I[P → Q] = T. O que se pode deduzir a

respeito dos resultados das interpretações a seguir?

Para $I[P \rightarrow Q] = T$. $I[P]=T$ e/ou $I[Q]=T$,

(a) $I[(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)]$ para ser true, $I[Q]=T$

(b) $I[(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)]$ para ser true, $I[Q]=T$ e $I[R]=T$

(c) $I[(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)]$ nada

Repita este exercício supondo $I[P \rightarrow Q] = F$.

Para $I[P \rightarrow Q] = T$. $I[P]=F$ e $I[Q]=T$,

(a) $I[(P \lor R) \rightarrow (Q \lor R)]$ nada

(b) $I[(P \land R) \rightarrow (Q \land R)]$ nada

(c) $I[(\neg P \lor Q) \rightarrow (P \lor Q)]$ flase

7. Seja I uma interpretação tal que: $I[P \leftrightarrow Q] = T$. O que podemos deduzir a
respeito dos resultados das interpretações a seguir?

Para $I[P \leftrightarrow Q] = T$. $I[P]=F$ e $I[Q]=F$, ou $I[P]=T$ e $I[Q]=T$

(a) $I[\neg P \land Q]$ flase

(b) $I[P \lor \neg Q]$ true

(c) $I[Q \rightarrow P]$ true

(d) $I[(P \wedge R) \leftrightarrow (Q \wedge R)]$ para ser true $I[R]=T$

(e) $I[(P \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R)]$ true

Repita este exercício supondo $I[P \leftrightarrow Q] = F$.

Para $I[P \leftrightarrow Q] = F$. $I[P]=T$ e $I[Q]=F$, ou $I[P]=F$ e $I[Q]=T$

a) $I[\neg P \wedge Q]$ para ser true $I[\neg P]=T$ e $I[Q]=T$.

(b) $I[P \vee \neg Q]$ para ser true $I[P]=T$ e/ou $I[\neg Q]=T$.

(c) $I[Q \rightarrow P]$ para ser true $I[\neg P]=T$ e $I[Q]=T$.

(d) $I[(P \wedge R) \leftrightarrow (Q \wedge R)]$ para ser true $I[R]=T$ e $I[\neg P]=T$ e $I[Q]=T$.

(e) $I[(P \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R)]$ para ser true $I[R]=T$ e/ou $I[\neg P]=T$ e $I[Q]=T$.

8. Seja H a fórmula a seguir e I uma interpretação.
$H = ((P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))) \rightarrow P$

(a) Se $I[P] = F$, o que se pode concluir a resp eito de I[H]?

se I[P] = F e I[Q]=T a formula de I[H]=F

(b) Se I[P] = T, o que se pode concluir a respeito de I[H]
?

se I[P] = T e I[Q]=T a formula de I[H]=T

10. Escreva as sentenças a seguir utilizando a linguage
m da Lógica Proposicional.

Utilize símbolos proposicionais para representar proposi
ções.

(a) José virá à festa e Maria não gostará, ou José não vi
rá à festa e Maria

gostará da festa.

P = jose vira a festa Q= maria nn gostara ¬P= jose nao vira a festa ¬Q = maria gotara

$(P \rightarrow Q) \land (\neg P \rightarrow \neg Q)$

(b) A novela será exibida, a menos que seja exibido o programa político.

p = novela sera exibida R = exibido programa politico

$P \leftrightarrow R$

(c) Se chover, irei para casa, caso contrário, irei no escritório.

P= se chover Q = irei a casa R= irei no escritorio

$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow R)$

(d) Se Maria é bonita, inteligente e sensível e se Rodrigo ama Maria, então ele é feliz.

Q = se Se Maria é bonita, inteligente e sensível P= Rodrigo ama Maria R= ele é feliz.

$(Q \wedge P) \rightarrow R$

(e) Se sr. Oscar é feliz, sra. Oscar é infeliz, e se sra. Oscar é feliz, sr. Oscar é infeliz.

P= Se sr. Oscar é feliz Q= sra. Oscar é infeliz

$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg Q)$

(f) Maurício virá à festa e Kátia não virá ou Maurício não virá à festa e Kátia ficará infeliz.

P= Maurício virá à festa Q= Kátia não virá R= ficara infel iz

$(P \rightarrow Q)$ v $((\neg P \rightarrow Q) \rightarrow R)$

12. A sentença Todo homem é mortal pode ser represe
ntada na Lógica Proposicional, simplesmente fazendo:
P = Todo homem é mortal. Assim, nesse

caso, a sentença é representada pelo símbolo P. Entret
anto, podemos dizer

que essa não é uma representação que considera os de
talhes da sentença, pois
ela representa a sentença como um todo.

Represente as sentenças a seguir utilizando a linguage
m da Lógica Proposicional. Em cada caso, a sua repres
entação considera elementos internos da
sentença? Nos casos em que não for, justique.

(a) Possivelmente, irei ao cinema.

p= irei ao cinema

(b) Fui gordo, hoje sou magro.

Q= fui gordo P= hoje sou magro $P \rightarrow Q$

(c) Existe no curso de Ciência da Computação um aluno admirado por todos.

Q = Existe no curso de Ciência da Computação R= alun o admirado por todos.

(d) Existe um aluno em minha sala que não gosta de ne nhum colega.

Q = Existe um aluno em minha sala R= não gosta de nenhum colega.

(e) Existe aluno de Ciência da Computação que é detestado por seus colegas.

Q= Existe aluno de Ciência da Computação P= detestado por seus colegas.

(f) Necessariamente algum político é desonesto.

Q= Necessariamente algum político P= desonesto.

(g) Amanhã irei ao cinema e depois irei ao teatro.

Q= irei ao cinema P= irei ao teatro.

Q= irei ao cinema R= irei ao teatro.

(h) Quase todo político é desonesto.

Q= Quase todo P= político é desonesto.

(i) Adalton sempre foi amigo de João Augusto.

P= Adalton sempre foi amigo Q= João Augusto.

(j) Toda regra tem exceção.

R= Toda regra tem exceção.

(k) Quase todo funcionário da Sigma é um talento.

Q= Quase todo funcionário da Sigma P= um talento.

(l) Poucos funcionários da Sigma não são empreendedo res.

P= Poucos funcionários da Sigma Q= não são empreen dedores.

(m) O presidente da Sigma é admirado por seus colabor adores.

P= O presidente da Sigma Q= admirado por seus colab
oradores.