LFOC4: Linguagens Formais e Autômatos

Aula 02: Linguagens Regulares e Autômatos Finitos Determinísticos

Bacharelado em Ciência da Computação
Prof. Dr. David Buzatto

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Linguagens Regulares

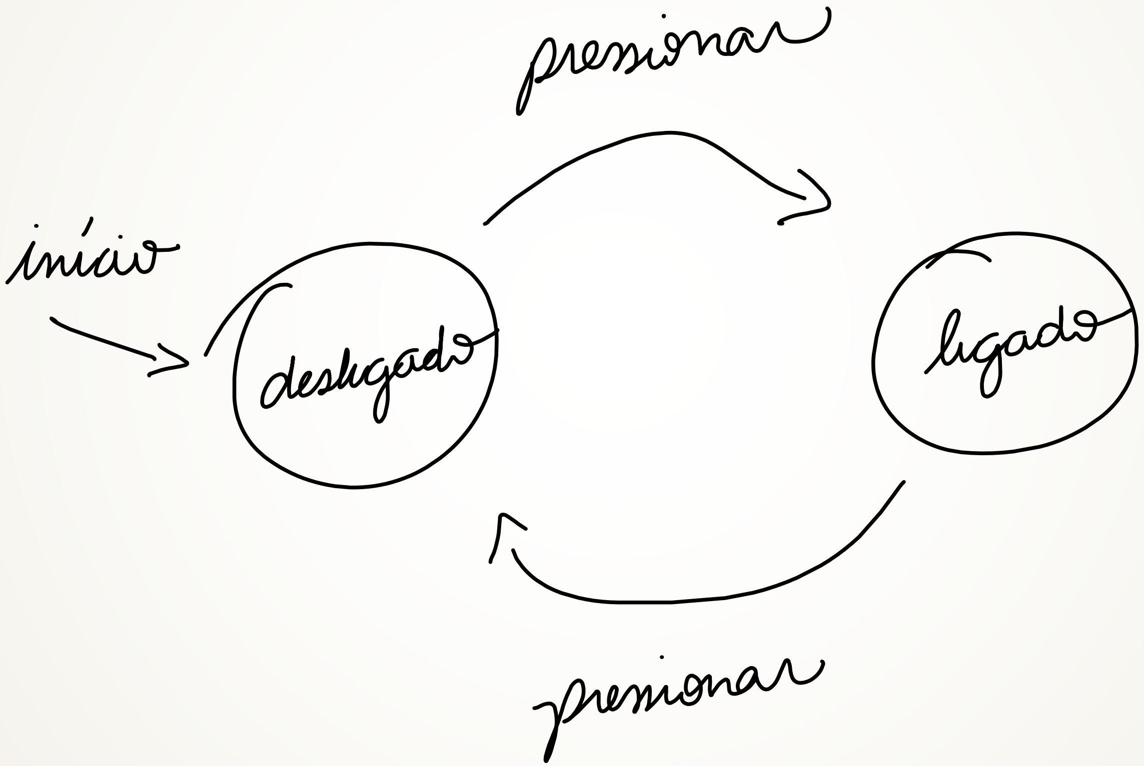
- Linguagens Regulares

Tipo	Classe de Linguagens	Modelo de Gramática	Modelo de Reconhecedor
0	Recursivamente enumeráveis	Irrestrita	Máquina de Turing
1	Sensíveis ao contexto	Sensível ao contexto	Máquina de Turing com fita limitada
2	Livres de contexto	Livre de contexto	Autômato de pilha
3	**Regulares**	**Linear (direita ou esquerda)**	**Autômato finito**

Linguagens Regulares

- **Linguagens Regulares:** são as linguagens descritas e reconhecidas por autômatos finitos;
- **Autômato Finito:** possui um conjunto finito de estados e seu controle se desloca de estado para estado em resposta à entradas externas;
- **Autômato Finito Determinístico (DFA):** o controle é determinístico, ou seja, **sempre está em um único estado** em qualquer instante;
- **Autômato Finito Não-Determinístico (NFA):** o controle **pode estar em mais de um estado** em qualquer instante.

Linguagens Regulares
Autômatos Finitos Determinísticos



Linguagens Regulares

Autômatos Finitos Determinísticos

- A adição do não-determinismo não permite a definição de quaisquer linguagens que não sejam reconhecidas por DFAs;
- O não-determinismo permite "programar" soluções para problemas usando uma linguagem de alto nível, que depois podem ser "compiladas" em DFAs que, por sua vez, podem então ser executados em computadores convencionais;
- Trocando em miúdos, o não-determinismo nos dá mais ferramentas para descrever o autômato finito, facilitando sua definição e então podemos convertê-lo, usando um algoritmo que estudaremos, para um DFA;
- Em relação à terminologia, chamaremos um Autômato Finito Determinístico de DFA ou simplesmente de Autômato Finito.

Autômatos Finitos Determinísticos

- Definição formal:

$$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

- A: autômato finito, uma quíntupla (tupla de 5 elementos), onde:
  - Q: conjunto finito de estados;
  - Σ: conjunto finito de símbolos de entrada (alfabeto);
  - δ: função de transição, na forma $\delta(q, a) \rightarrow p$, tal que $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
  - q_0: estado inicial, tal que $q_0 \in Q$
  - F: conjunto de estados finais ou de aceitação, tal que $F \subseteq Q$
- **Obs:** alguns autores chamam os autômatos de M (máquina)

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos
Exemplo 1

- Para:

$$L = \{\, w \mid w \text{ é da forma } x01y \text{ para algumas strings x e y que consistem em somente } 0's \text{ e } 1's \,\}$$

ou

$$L = \{\, x01y \mid x \text{ e } y \text{ são quaisquer strings de } 0's \text{ e } 1's \,\}$$

- Strings da linguagem: 01, 11010 e 100011, ...
- Strings que não são da linguagem: ε, 0, 111000, ...

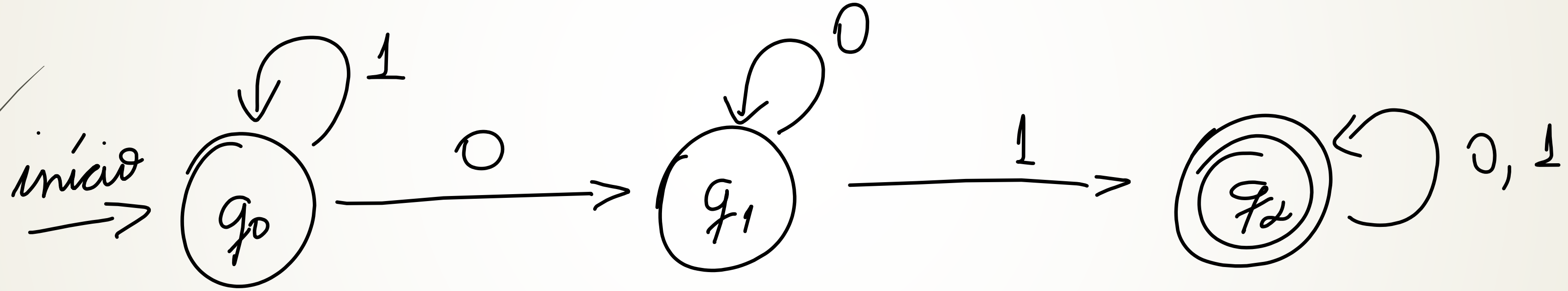
- **Como definir o DFA que reconhece essa linguagem?**

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

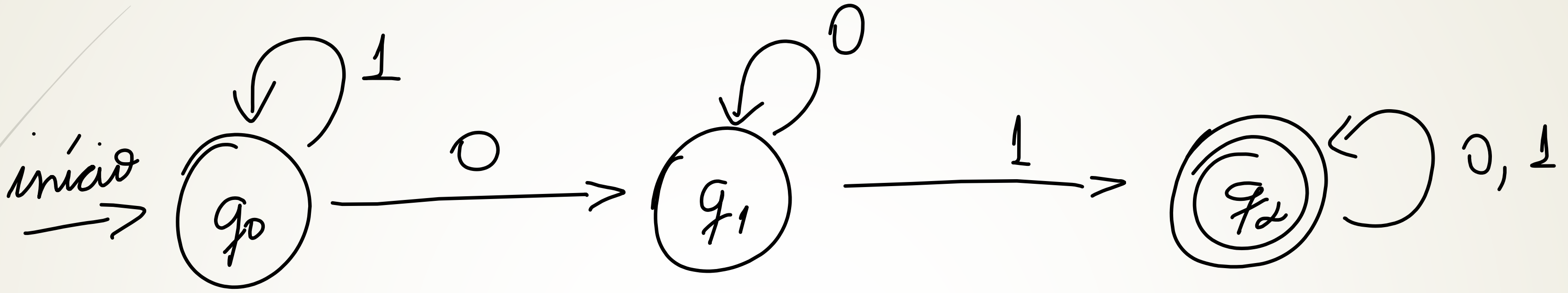
Exemplo 1

- Diagrama de transições:



Autômatos Finitos Determinísticos

Exemplo 1



- $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:
- $Q = \{ q_0, q_1, q_2 \}$
- $\Sigma = \{ 0, 1 \}$
- $F = \{q_2\}$
- δ corresponde à tabela de transições:

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2

Autômatos Finitos Determinísticos

Exemplo 2

- Para:

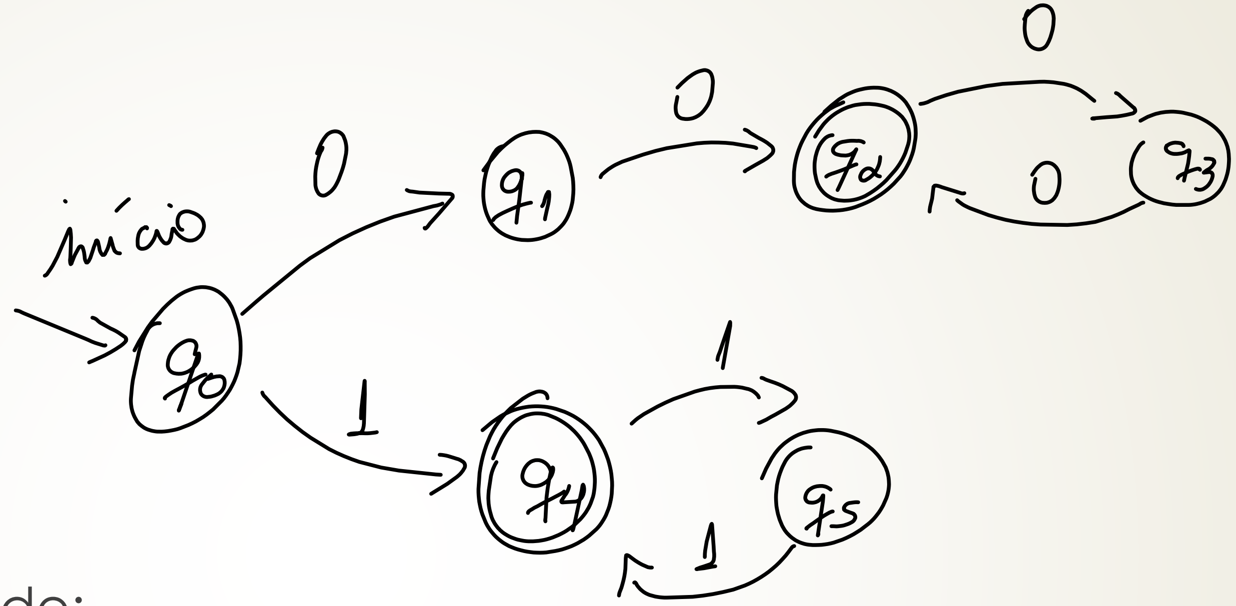
$$L = \{\, 0^i \vee 1^j \mid i > 0 \text{ e par e } j > 0 \text{ e ímpar} \,\}$$

- Strings da linguagem: 00, 0000, 000000, 1, 111, 11111, ...
- Strings que não são da linguagem: ε, 0, 000, 11, 1111, 0101, 1010, ...

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Exemplo 2



- $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:
- $Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}$
- $\Sigma = \{ 0, 1 \}$
- $F = \{ q_2, q_4 \}$
- δ corresponde à tabela de transições:

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_4
q_1	q_2	$\emptyset$
$* \, q_2$	q_3	$\emptyset$
q_3	q_2	$\emptyset$
$* \, q_4$	$\emptyset$	q_5
q_5	$\emptyset$	q_4

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- Necessária para tornar exata a noção da linguagem de um DFA;
- Se δ é a função de transição, $\hat{\delta}$ (delta chapéu) é a função de transição estendida;
- Definição:
  - **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$

  Se estamos em q e não lemos nada, ficamos em q

  - **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$

  $\hat{\delta}(q, x)$ é o estado em que o autômato se encontra após processar tudo, exceto o último símbolo de w. Se esse estado for p, ou seja, $\hat{\delta}(q, x) = p$, então $\hat{\delta}(q, w)$ é o que obtemos ao fazer uma transição de p sobre a entrada a, o último símbolo de w. Isto é $\hat{\delta}(q, x) = \delta(p, a)$.
- **Obs:** convencionaremos que letras do início do alfabeto $(a, b, c, \dots)$ indicam símbolos, enquanto letras do fim do alfabeto indicam strings (w, x, y, z).

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- Necessária para tornar exata a noção da linguage
- Se δ é a função de transição, $\hat{\delta}$ (delta chapéu) é a fun estendida;

Não se desespere! Por enquanto... 😵 🤯 🤯

- Definição:
  - **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$

    Se estamos em q e não lemos nada, ficamos em q
  - **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$

    $\hat{\delta}(q, x)$ é o estado em que o autômato se encontra após processar tudo, exceto o último símbolo de w. Se esse estado for p, ou seja, $\hat{\delta}(q, x) = p$, então $\hat{\delta}(q, w)$ é o que obtemos ao fazer uma transição de p sobre a entrada a, o último símbolo de w. Isto é $\hat{\delta}(q, x) = \delta(p, a)$.
- **Obs:** convencionaremos que letras do início do alfabeto $(a, b, c, \dots)$ indicam símbolos, enquanto letras do fim do alfabeto indicam strings (w, x, y, z).

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

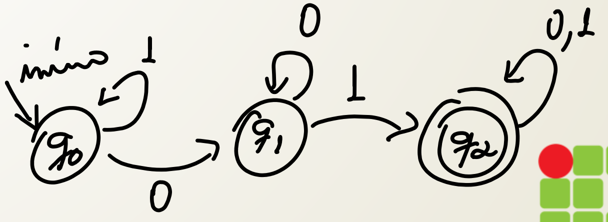
Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- **Exemplo:** Para $A = (\{\, q_0, q_1, q_2 \,\},\{\, 0, 1 \,\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, realizar a computação de $\hat{\delta}(q_0,w)$ para cada prefixo w de 110010, começando em δ e aumentando o tamanho:
  - $\hat{\delta}(q_0,\varepsilon) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,1) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,\varepsilon),1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,11) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,1),1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,110) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,11),0\big) = \delta(q_0,0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0,1100) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,110),0\big) = \delta(q_1,0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0,11001) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,1100),1\big) = \delta(q_1,1) = q_2$
  - $\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,11001),0\big) = \delta(q_2,0) = q_2$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



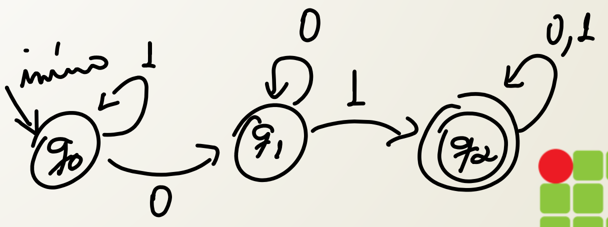
Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- **Exemplo:** Para $A = (\{\, q_0, q_1, q_2 \,\}, \{\, 0, 1 \,\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, realizar a computação de $\hat{\delta}(q_0, w)$ para cada prefixo w de 110010, começando em δ e aumentando o tamanho:
  - $\hat{\delta}(q_0, \varepsilon) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0, \varepsilon 1) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, \varepsilon), 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0, 11) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 1), 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0, 110) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11), 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0, 1100) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 110), 0\big) = \delta(q_1, 0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0, 11001) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 1100), 1\big) = \delta(q_1, 1) = q_2$
  - $\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11001), 0\big) = \delta(q_2, 0) = q_2$

δ

δ	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



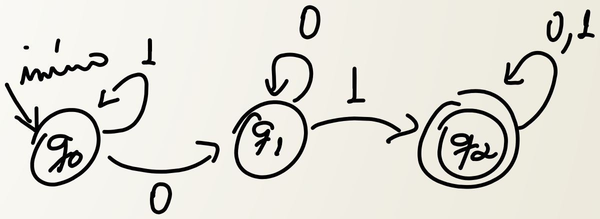
Autômatos Finitos Determinísticos
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

  $\hat{\delta}(q_0, 110010)$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

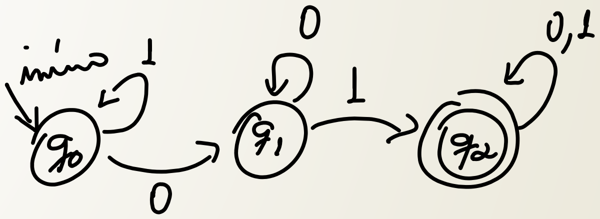
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11001), 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

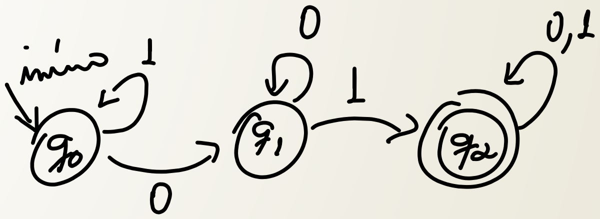
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}_{\delta(\hat{\delta}(q_0, 1100), 1)}, 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

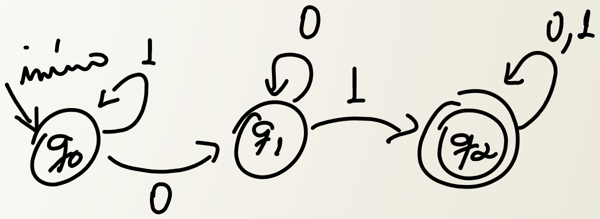
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}_{\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}_{\delta\big(\hat{\delta}(q_0, 110), 0\big)}, 1\big)}, 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

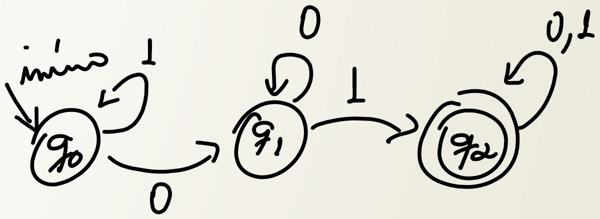
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11), 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11001)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1100)},1\big)$$

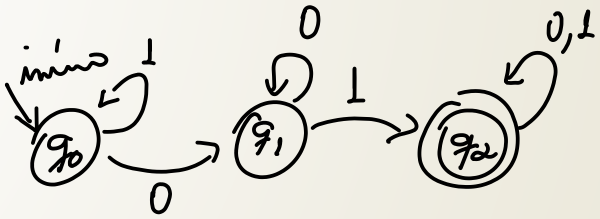
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,110)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11)},0\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0,1),1\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

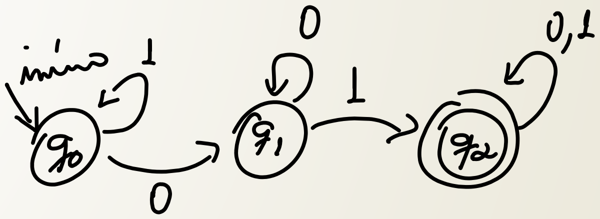
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0, \varepsilon), 1\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11001)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1100)},1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,110)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11)},0\big)$$

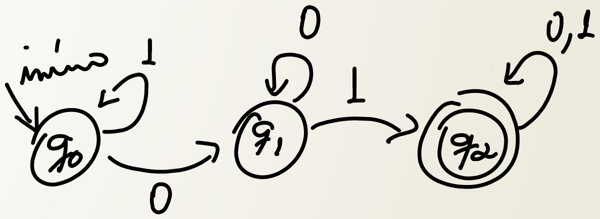
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1)},1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,\varepsilon)},1\big)$$

$$q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11001)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1100)},1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,110)},0\big)$$

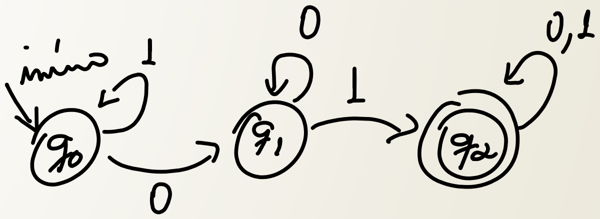
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1)},1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,\varepsilon)}_{q_0},1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* \, q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big)$$

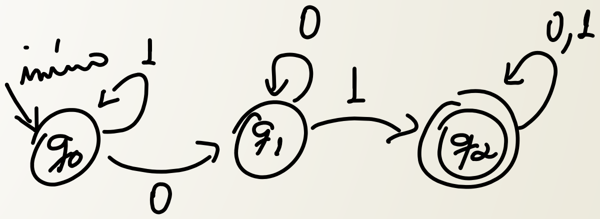
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

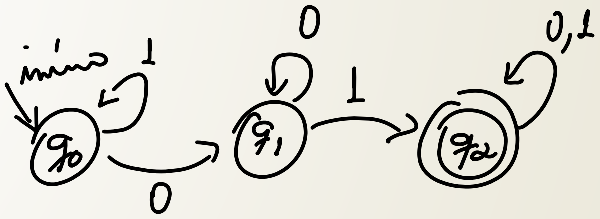
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}_{q_0}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big) = \delta(q_1, 0) = q_1$$

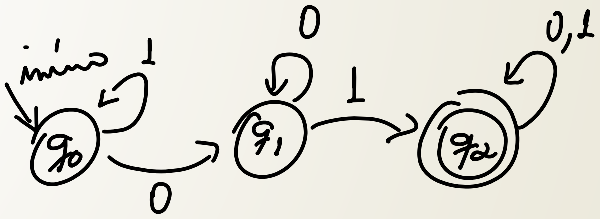
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}_{q_0}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* \, q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big) = \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big) = \delta(q_1, 0) = q_1$$

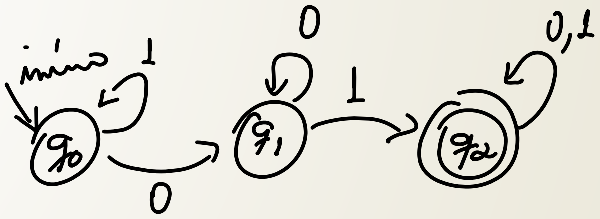
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}_{q_0}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big) = \delta(q_2, 0) = q_2$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big) = \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big) = \delta(q_1, 0) = q_1$$

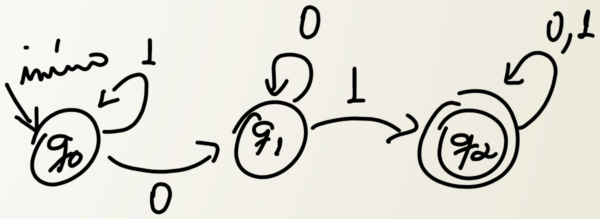
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}_{q_0}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição de Linguagem de um DFA

- Dado um DFA $A = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$, sua linguagem $L(A)$ é definida por:

$$L(A) = \{\, w \mid \hat{\delta}(q_0, w) \text{ está em } F \,\}$$

- Isto é, a linguagem de A é o conjunto de strings w que levam o estado inicial q_0 até um dos estados de aceitação. **Se L é $L(A)$ para algum DFA A, dizemos que L é uma linguagem regular.**

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.1: Para cada linguagem abaixo, todas sobre o alfabeto $\{ 0, 1 \}$, defina formalmente o seu respectivo DFA, apresentando a tabela e o diagrama de transições:

a) $L = \{ w \mid w \text{ termina em } 00 \}$

b) $L = \{ w \mid w \text{ começa com 1 e termina com } 0 \}$

c) $L = \{ w \mid w \text{ possui três } 0'\text{s consecutivos} \}$

d) $L = \{ w \mid w \text{ contém a subcadeia } 0101\text{, isto é, } w = x0101y \text{ para algum } x \text{ e algum } y \}$

e) $L = \{ w \mid w \text{ começa com 0 e tem comprimento ímpar, ou começa com 1 e tem comprimento par} \}$

f) $L = \{ w \mid w \text{ possui um ou mais blocos de cinco símbolos consecutivos que contém pelo menos dois } 0'\text{s} \}$

g) $L = \{ w \mid \text{o comprimento de } w \text{ é no máximo } 5 \}$

h) $L = \Sigma^*$

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.1: Para cada linguagem abaixo, todas sobre o alfabeto $\{0, 1\}$, defina formalmente o seu respectivo DFA, apresentando a tabela e o diagrama de transições:

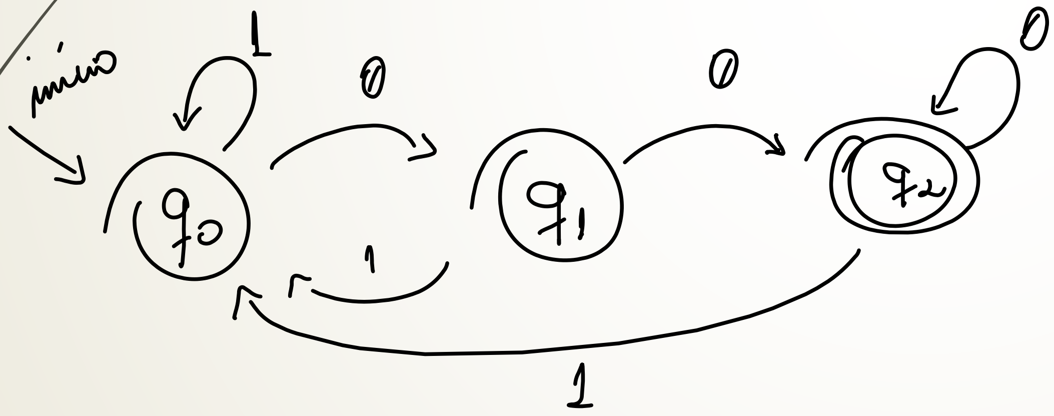
a) $L = \{ w \mid w \text{ termina em } 00 \}$

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$F = \{F\}$



δ:

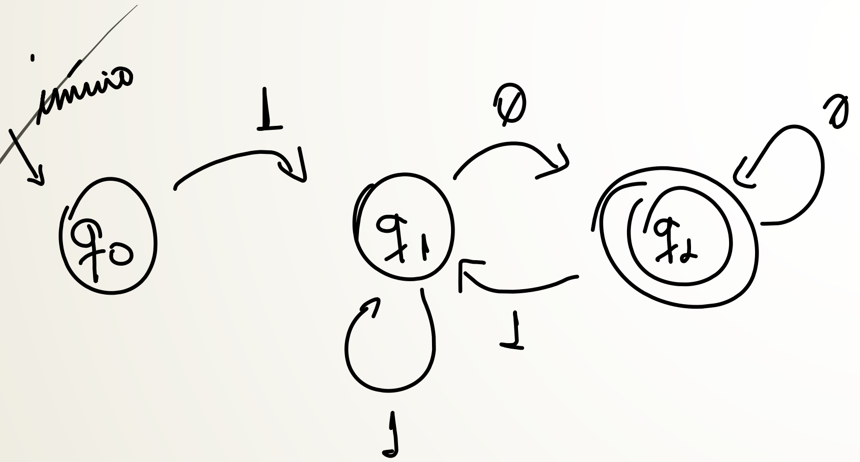
	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0
$* q_2$	q_2	q_0

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.1: Para cada linguagem abaixo, todas sobre o alfabeto $\{0, 1\}$, defina formalmente o seu respectivo DFA, apresentando a tabela e o diagrama de transições:

b) $L = \{ w \mid w \text{ começa com } 1 \text{ e termina com } 0 \}$



$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$F = \{q_2\}$

δ:

	0	1
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	q_1
q_1	q_2	q_1
$* q_2$	q_2	q_1

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.2: Para cada string abaixo, compute a função de transição estendida.

a) 1100, usando o DFA do item a) do exercício e2.1.
b) 1100, usando o DFA do item b) do exercício e2.1.
c) 10001, usando o DFA do item c) do exercício e2.1.
d) 11010100, usando o DFA do item d) do exercício e2.1.
e) 0101, usando o DFA do item e) do exercício e2.1.
f) 11001, usando o DFA do item f) do exercício e2.1.
g) 001, usando o DFA do item g) do exercício e2.1.
h) 10101, usando o DFA do item h) do exercício e2.1.

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios de Implementação

Exercício i2.1: Em uma classe pública denominada `DFA` (arquivo `DFA.java`), que representa um autômato finito determinístico, implemente o método `public boolean accepts( String string ) throws IllegalStateException` que, ao ser invocado, deve ser capaz de retornar `true` caso o argumento do parâmetro `string` represente uma string reconhecida pela linguagem do DFA, ou `false` caso contrário.

Observação: No projeto **Aula02** do NetBeans, disponibilizado no material desta aula, há a implementação parcial da classe requisita, chamada `DFAEsqueleto`, contida no arquivo `DFAEsqueleto.java`. Nessa implementação toda a infraestrutura já se encontra escrita, permitindo que essa estrutura de dados seja capaz de representar um autômato finito determinístico. No arquivo `TestesDFA.java`, que contém a classe `TestesDFA`, há a implementação do método `main` que usa a classe DFA para construir os dois DFAs de exemplo, apresentados nos slides, e para testar as strings apresentadas como pertencentes ou não às suas respectivas linguagens. **Atenção:** você não precisa modificar nada na classe, somente implementar o corpo do método `accepts`, e sua implementação deve ser capaz de resolver o problema de pertinência de uma string em uma linguagem, para qualquer DFA construído, sobre qualquer alfabeto possível.

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios de Implementação

- Saídas caso o método **accepts** esteja implementado corretamente.

```
Exemplo 1:
L = { x01y | x e y são quaisquer strings de 0's e 1's }

DFA:
A = { Q, Σ, δ, q0, F }
Q = { q0, q1, q2 }
Σ = { '0', '1' }
F = { q2 }
δ:      0       1
->q0    q1      q0
q1      q1      q2
*q2     q2      q2

Verificações:
        01 ∈ L(A)
        11010 ∈ L(A)
        100011 ∈ L(A)
        ε ∉ L(A)
        0 ∉ L(A)
        111000 ∉ L(A)
        111a000 ∉ L(A)
```

```
Exemplo 2:
L = { 0^i v 1^j | i > 0 e par e j > 0 e ímpar }

DFA:
A = { Q, Σ, δ, q0, F }
Q = { q0, q1, q2, q3, q4, q5 }
Σ = { '0', '1' }
F = { q2, q4 }
δ:      0       1
->q0    q1      q4
q1      q2      ∅
*q2     q3      ∅
q3      q2      ∅
*q4     ∅       q5
q5      ∅       q4

Verificações:
        00 ∉ L(A)
        0000 ∉ L(A)
        000000 ∉ L(A)
        1 ∉ L(A)
        111 ∉ L(A)
        11111 ∉ L(A)
        ε ∉ L(A)
        0 ∉ L(A)
        000 ∉ L(A)
        11 ∉ L(A)
        1111 ∉ L(A)
        0101 ∉ L(A)
        1010 ∉ L(A)
        11111a ∉ L(A)
```

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Bibliografia

HOPCROFT, J. E.; ULLMAN, J. D.; MOTWANI, R. **Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002. 560 p.

RAMOS, M. V. M.; JOSÉ NETO, J.; VEGA, I. S. **Linguagens Formais: Teoria, Modelagem e Implementação**. Porto Alegre: Bookman, 2009. 656 p.

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017. 459 p.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista