

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Instituto de Ciências Exatas e Informática

Curso de Ciência da Computação - Coração Eucarístico

Profa.: Camila Laranjeira - mila.laranjeira@gmail.com

Disciplina: Inteligência Artificial / 1o Semestre de 2022

Lista 02 - Lógica Proposicional

Nesta lista você usará os conceitos de lógica proposicional aprendidos em sala de aula. Antes das questões, este documento apresenta a visão geral dos conceitos com base no material [Preparatório para o Teste da ANPAD](#), da professora Cristiane Neri Nobre.

1. Proposições têm sentido completo e podem ser verdadeiras ou falsas. Na lógica proposicional, são representadas por uma letra maiúscula. Exemplos:

Proposição	Símbolo
A árvore tem folhas.	A
Joana se cortou.	B
Eu vi um macaco na esquina.	C

Não são exemplos de proposição:

- Macaco.
- Que horas são?

2. Conectivos. Para compor fórmulas, podemos ter uma ou mais proposições conectadas por um dos seguintes símbolos

1. não (\sim , - ou \neg), também chamada de negação;
2. e (\wedge ou \bullet), também chamada de conjunção;
3. ou (\vee ou $+$), também chamada de disjunção;
4. \rightarrow , também chamada de condicional;
5. \leftrightarrow , também chamada de bicondicional (se e somente se ou ainda bi-implicação);

3. Fórmulas. Quando uma ou mais proposições estão acompanhadas por conectivos, temos a composição de uma fórmula. Exemplos:

Joana não se cortou.	$\neg B$
Eu vi um macaco na esquina ou a árvore tem folhas.	$C \vee A$
A árvore tem folhas e eu vi um macaco na esquina.	$A \wedge C$
Se a árvore tem folhas, então eu vi um macaco na esquina	$A \rightarrow C$
Eu vi um macaco na esquina se e somente se a árvore tem folhas	$C \leftrightarrow A$

Conectivos possuem ordem de precedência, mas você pode usar parênteses ou colchetes para alterar essa ordem. Para conectivos dentro de vários parênteses, efetua-se primeiro as expressões dentro dos parênteses mais internos.

Ordem de Precedência (esquerda para direita)			
\neg	\vee, \wedge	\rightarrow	\leftrightarrow

Nesse sentido, a expressão $A \rightarrow B \vee C$ é interpretada como $A \rightarrow (B \vee C)$ a menos que parênteses sejam explicitados, como na expressão diferente $(A \rightarrow B) \vee C$.

4. Valor-verdade e Tabela-verdade. Toda fórmula e toda proposição possuem um valor-verdade, que pode assumir o valor **Verdadeiro/V/1** ou **Falso/F/0**. Uma ferramenta para avaliar o valor-verdade de uma determinada fórmula é a tabela-verdade, onde avaliamos os possíveis modelos de nosso problema. A seguir temos a tabela-verdade das fórmulas básicas na lógica proposicional.

A	B	$\sim A$ (o contrário de A)	$\sim B$ (o contrário de B)	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B = (\sim A \vee B)$	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	F	F	V	V

Tabela 6 - Tabela verdade para a negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional para duas proposições.

Chamamos de **modelo** (w) nesse contexto, a associação de valores-verdade às proposições. Caso não se conheça o valor-verdade de uma ou mais proposições, consideramos que existem diferentes possibilidades de modelo para o problema em questão. No exemplo $w = \{A: V, B: F, C: ?\}$ temos dois possíveis modelos:

- $w1 = \{A: V, B: F, C: V\}$
- $w2 = \{A: V, B: F, C: F\}$

5. Tautologia, contradição e contingência.

- Tautologia: expressões verdadeiras para todos os possíveis modelos.
- Contradição: expressões falsas para todos os possíveis modelos.
- Contingência: expressões que podem ser verdadeiras em alguns modelos e falsas em outros.

Tautologia

A	C	$A \vee C$	$A \rightarrow (A \vee C)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Contradição

A	$\sim A$	$A \wedge \sim A$
V	F	F
F	V	F

Contingência

A	$\sim A$	$A \rightarrow \sim A$
V	F	F
F	V	V

6. Regras de Inferência. Para derivar novas proposições a partir de um conhecimento prévio existem regras que nos permitem deduzir conclusões lógicas. Essas regras definem **tautologias**, pois deduzem expressões que são verdadeiras para todos os mundos definidos pelo conhecimento prévio.

Regras de Inferência		
De	Podemos deduzir	Nome/abreviação da regra
$P \rightarrow Q$ e P	Q	Modus ponens
$P \rightarrow Q$ e $\sim Q$	$\sim P$	Modus tollens
P e Q	$P \wedge Q$	Conjunção
$P \vee Q$ e $P \vee \sim Q$	P	Simplificação disjuntiva
P	$P \vee Q$	Adição
$P \rightarrow Q$ e $Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	Silogismo hipotético
$P \vee Q$ e $\sim P$	Q	Silogismo disjuntivo

$P \rightarrow Q$ $\sim Q \rightarrow \sim P$	$\sim Q \rightarrow \sim P$ $P \rightarrow Q$	Contraposição
P $P \vee P$	$P \wedge P$ P	Auto-referência
$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	Exportação
P e $\sim P$	Q	Inconsistência

Exemplo: a partir das expressões

- Se eu ganhar na Loteria, serei rica
- Eu ganhei na Loteria

Podemos deduzir por Modus Ponens que eu sou rica.



Questões

1. Represente as seguintes frases de acordo com a lógica proposicional. Use o mesmo símbolo quando a mesma proposição aparecer em exemplos diferentes.

Frase	Fórmula
Está chovendo ou nevando.	
Está chovendo, mas não está nevando.	
Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio.	
O ônibus para quando alguém quer descer ou subir.	
Só quando o trem passa a cancela fica abaixada.	
Se o trem passa, a cancela fica abaixada.	
Ana e Beto são mecânicos.	
Ana é mecânica ou enfermeira.	
Se Ana é mecânica, então ela não é professora.	

2. Seja A: rosas são vermelhas, B: violetas são azuis e C: Açúcar é doce, escreva em português as seguintes fórmulas:

Frase	Fórmula
	$\neg B$
	$B \vee \neg C$
	$\neg B \wedge (A \rightarrow C)$
	$C \wedge (\neg A \leftrightarrow B)$

3. Considere o modelo $w = \{P: 0, Q: 1\}$ e calcule o **valor-verdade** das expressões a seguir.

Fórmula	Valor-verdade	Fórmula	Valor-verdade
$P \rightarrow Q$		$P \rightarrow \neg \neg P$	
$\neg P \rightarrow Q$		$P \leftrightarrow \neg P$	
$\neg(P \rightarrow Q)$		$(P \vee Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$	
$\neg P \vee \neg Q \leftrightarrow P \wedge Q$		$P \vee Q \vee \neg P \wedge \neg Q$	
$(\neg P \vee \neg Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$		$(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$	

4. Considerando a sintaxe que vimos em aula, transforme em código as expressões da questão 1.

- `Atom(x)`
- `Not(x)`
- `And(x, y), AndList(x1,x2,...,xn)`
- `Or(x, y), OrList(x1,x2,...,xn)`
- `Xor(x,y)`
- `Implies(x, y)`
- `Equiv(x, y)`

Frase	Está chovendo ou nevando.
Código	<code>Or (Atom ("Chuva"), Atom ("Neve"))</code>
Frase	Está chovendo, mas não está nevando.
Código	
Frase	Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio.
Código	
Frase	O ônibus para quando alguém quer descer ou subir.
Código	
Frase	Só quando o trem passa a cancela fica abaixada.
Código	
Frase	Se o trem passa, a cancela fica abaixada.
Código	
Frase	Ana e Beto são mecânicos.
Código	
Frase	Ana é mecânica ou enfermeira.
Código	
Frase	Se Ana é mecânica, então ela não é professora.
Código	

5. Considere as proposições a seguir e responda: Sócrates está disposto a visitar Platão? Você pode construir uma **tabela-verdade** para te ajudar a chegar na resposta.

Se Platão estiver disposto a visitar Sócrates então Sócrates está disposto a visitar Platão.
Se Sócrates estiver disposto a visitar Platão então Platão não está disposto a visitar Sócrates.
Se Sócrates não estiver disposto a visitar Platão então Platão está disposto a visitar Sócrates.

Resposta:	
-----------	--

6. Considere que você está numa realidade onde as pessoas sempre mentem ou sempre dizem a verdade. Você encontra duas pessoas, Fulana e Beltrana. Fulana diz: “Pelo menos uma de nós é mentirosa.”

Fulana é a pessoa que sempre mente ou a que sempre diz a verdade? E Beltrana? Justifique.

Resposta:	
-----------	--