

Árvores Rubro-Negras

SCC0502 – Algoritmos e Estruturas de
Dados I

Árvores rubro-negras

Introdução

- Árvores binárias de busca
- Popularizada por Leonidas Guibas, em 1978
- Piores casos de execução
 - Inserção: $O(\log(n))$
 - Remoção: $O(\log(n))$
 - Busca: $O(\log(n))$

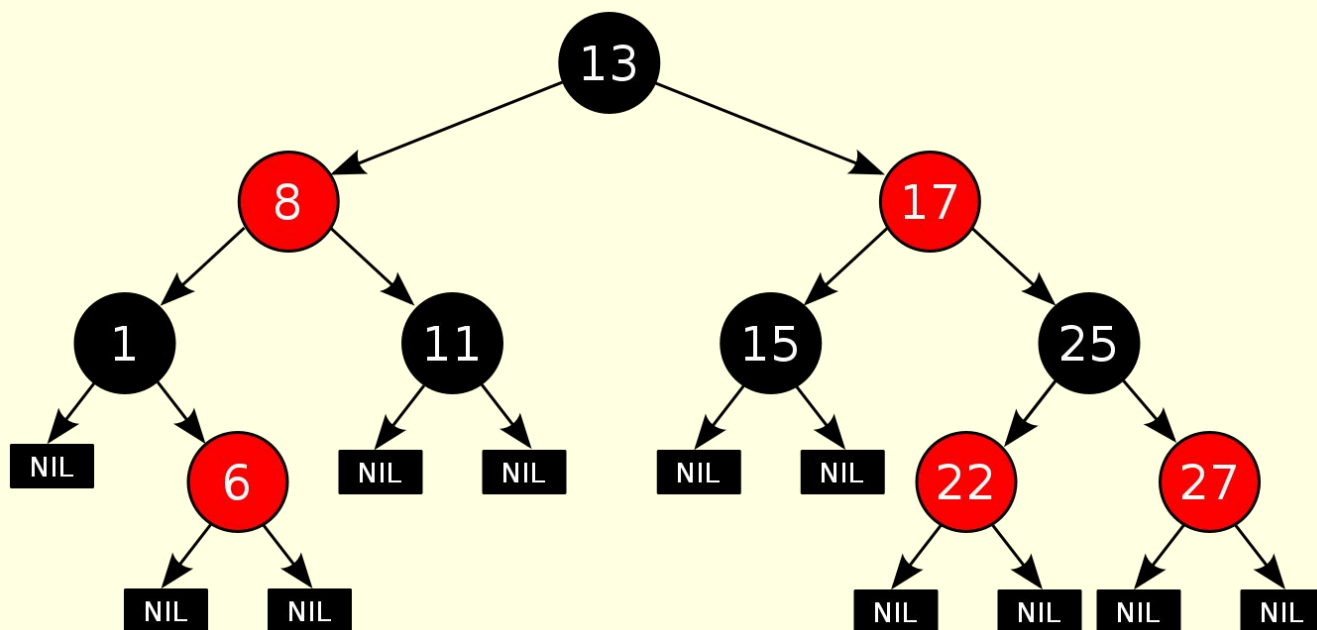
Árvores RN vs Árvores AVL

Introdução

- Rubro-negras possuem altura maior
 - $2 \log_2(n+1)$
- Árvores AVL realizam muito mais rotações
- Depende da aplicação
 - AVL boas para busca
 - Rubro-negras boas para inserções

Árvores rubro-negras

Exemplo



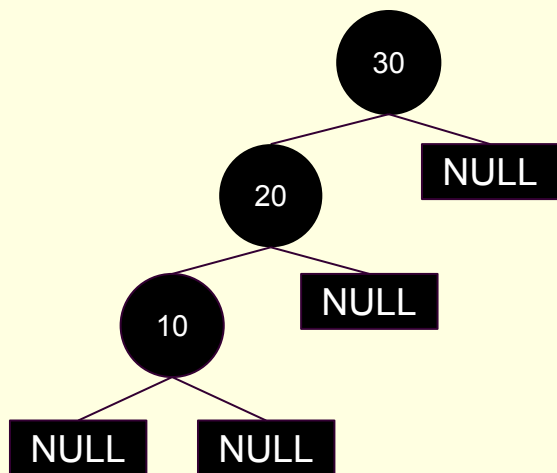
Árvores rubro-negras

Propriedades

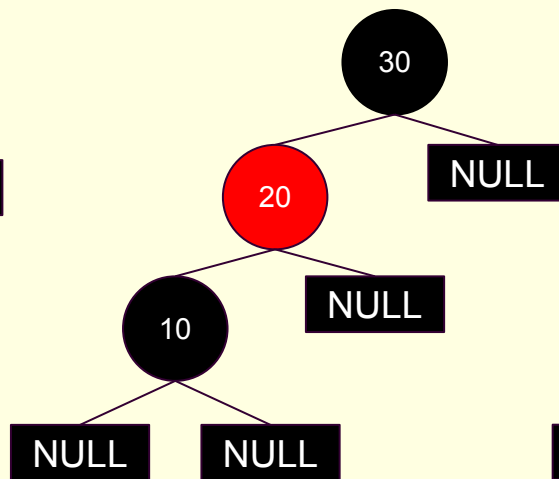
1. Um nó é vermelho ou preto
2. A raiz é sempre preta
3. Todas as folhas são pretas
4. Não existem dois nós consecutivos que são vermelhos
5. Todo caminho de um nó para qualquer um das suas folhas contém o mesmo número de nós pretos (altura negra)

Árvores rubro-negras

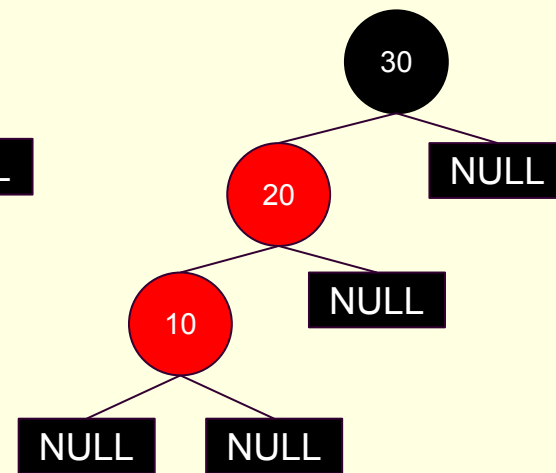
Exemplo



Viola propriedade 5



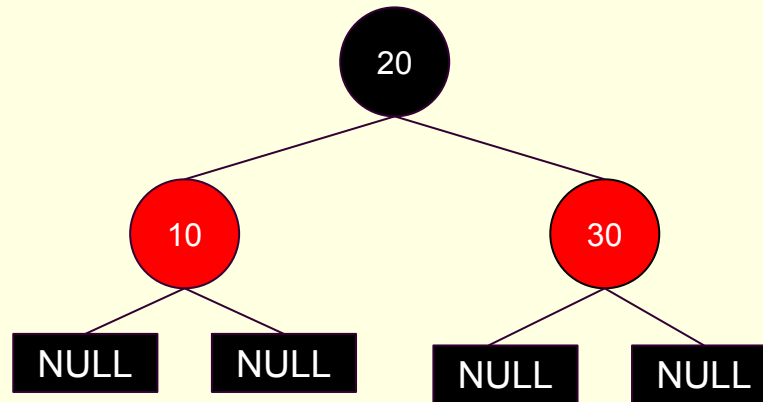
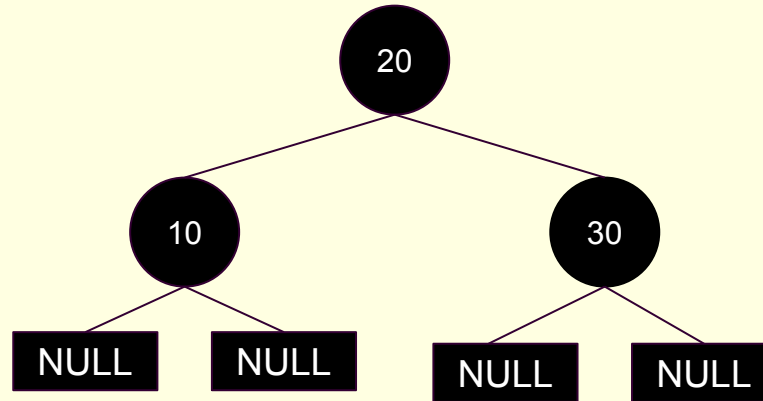
Viola propriedade 5



Viola propriedade 4

Árvores rubro-negras

Exemplo

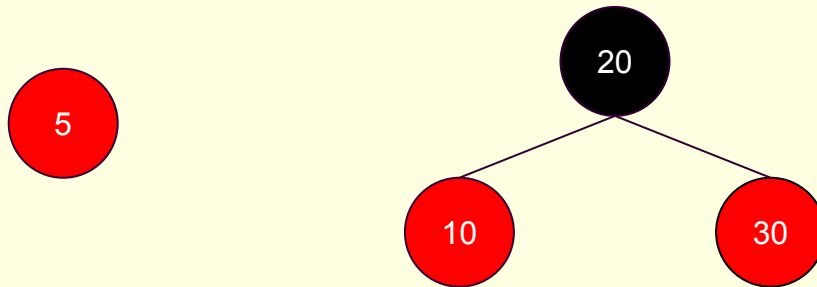


Inserção

- Recolorindo e Rotacionando
- Um nó inserido é sempre vermelho
- Se o nó é raiz, então ele se torna preto
- Se o pai é vermelho, verifica-se o nó-tio:
 - Se o nó-tio é vermelho: recolore
 - Se o nó-tio é preto: rotaciona e recolore

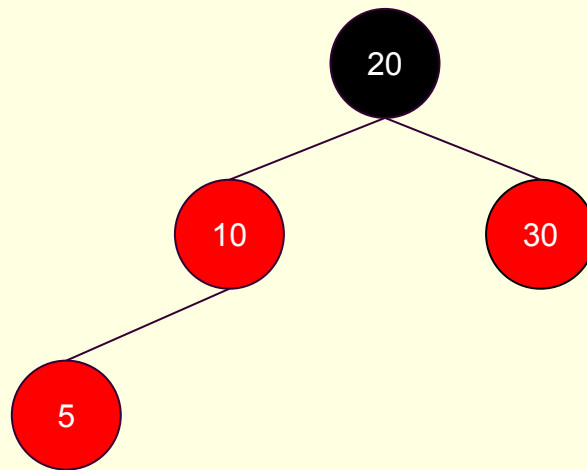
Inserção

■ Inserção do nó 5



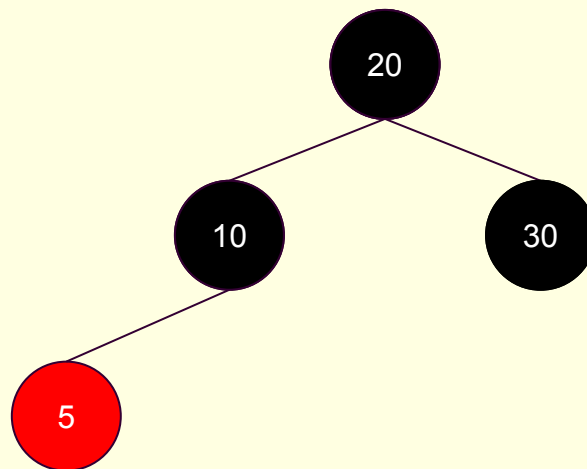
Inserção

■ Inserção do nó 5



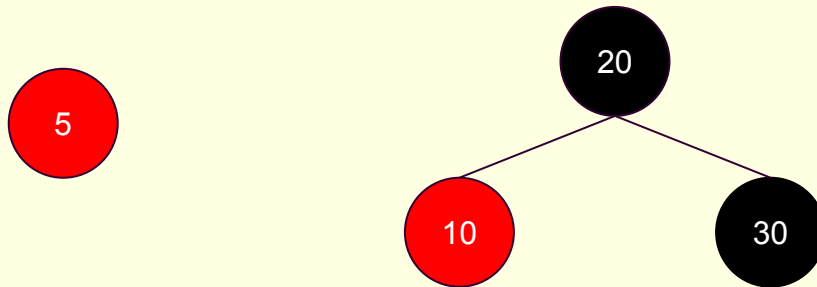
Inserção

- Se o nó-tio é vermelho
 - Pai e tio se tornam pretos
 - Avô se torna vermelho
 - Recursivo para o avô



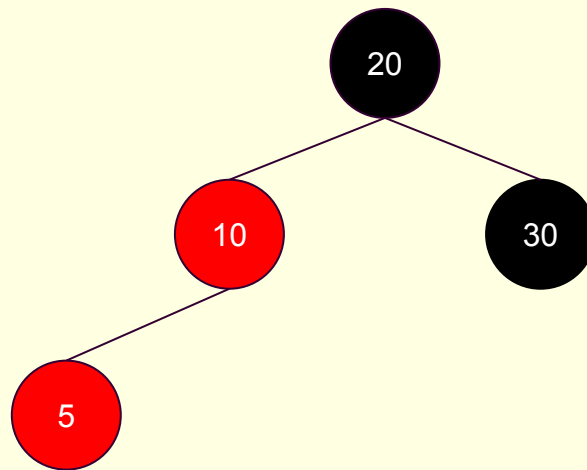
Inserção

■ Inserção do nó 5



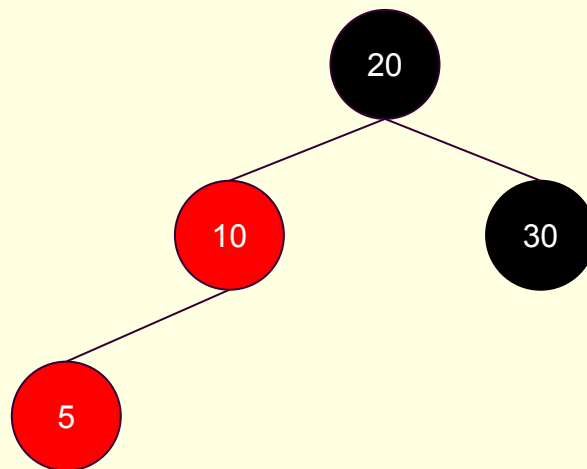
Inserção

■ Inserção do nó 5



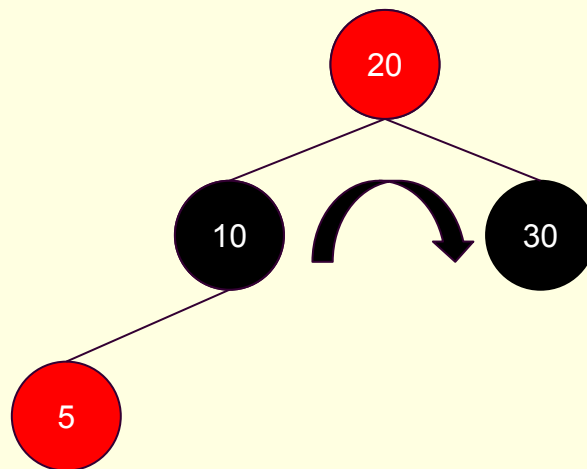
Inserção

- Se o nó-tio é preto
 - Casos da AVL (DD, DE, etc)
 - Pai e avô trocam de cor
 - Rotação



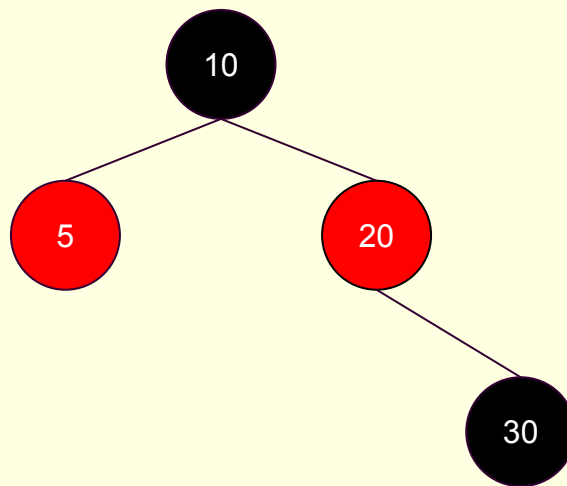
Inserção

- Se o nó-tio é preto
 - Casos da AVL (DD, DE, etc)
 - Pai e avô trocam de cor
 - Rotação



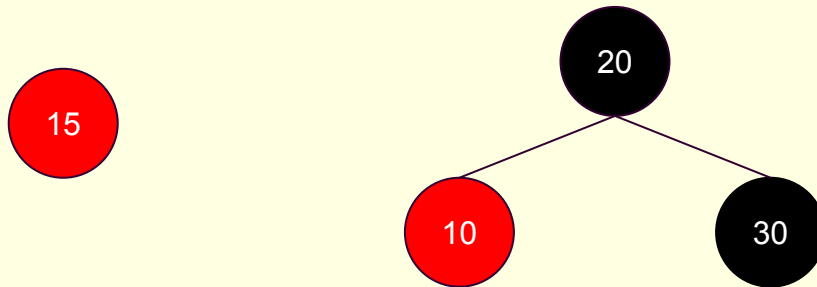
Inserção

- Se o nó-tio é preto
 - Casos da AVL (DD, DE, etc)
 - Pai e avô trocam de cor
 - Rotação



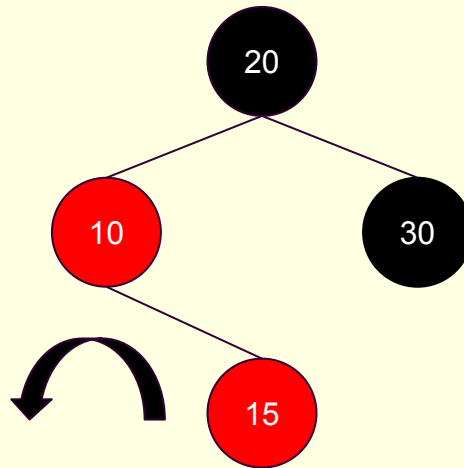
Inserção

- Se o nó-tio é preto
 - Rotação



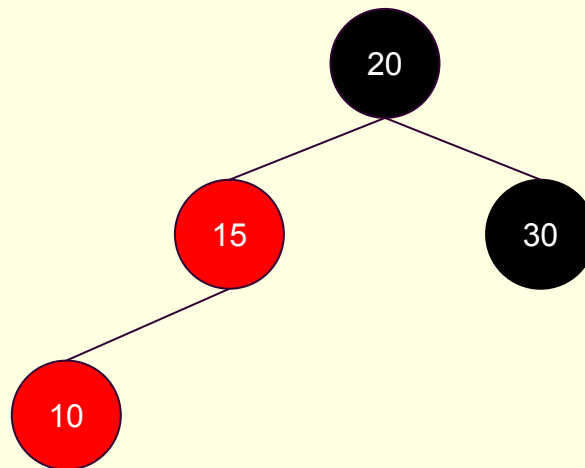
Inserção

- Se o nó-tio é preto
 - Rotação



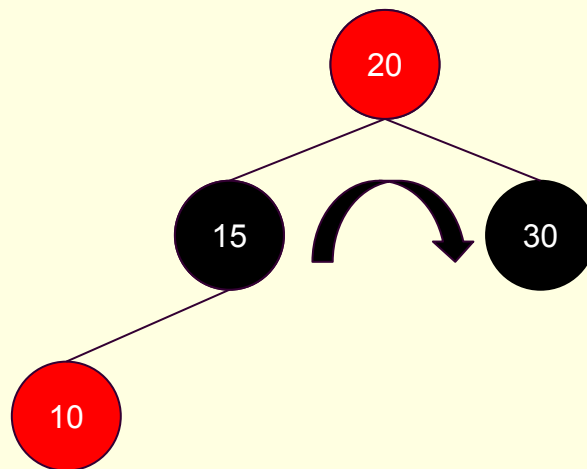
Inserção

- Se o nó-tio é preto
 - Rotação
 - Pai e avô trocam de cor
 - Rotação



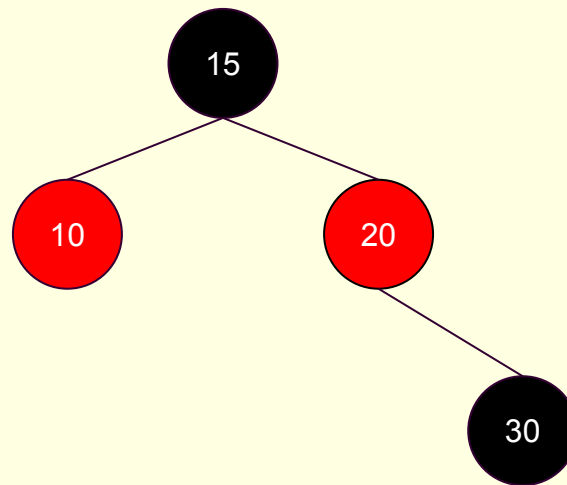
Inserção

- Se o nó-tio é preto
 - Rotação
 - Pai e avô trocam de cor
 - Rotação



Inserção

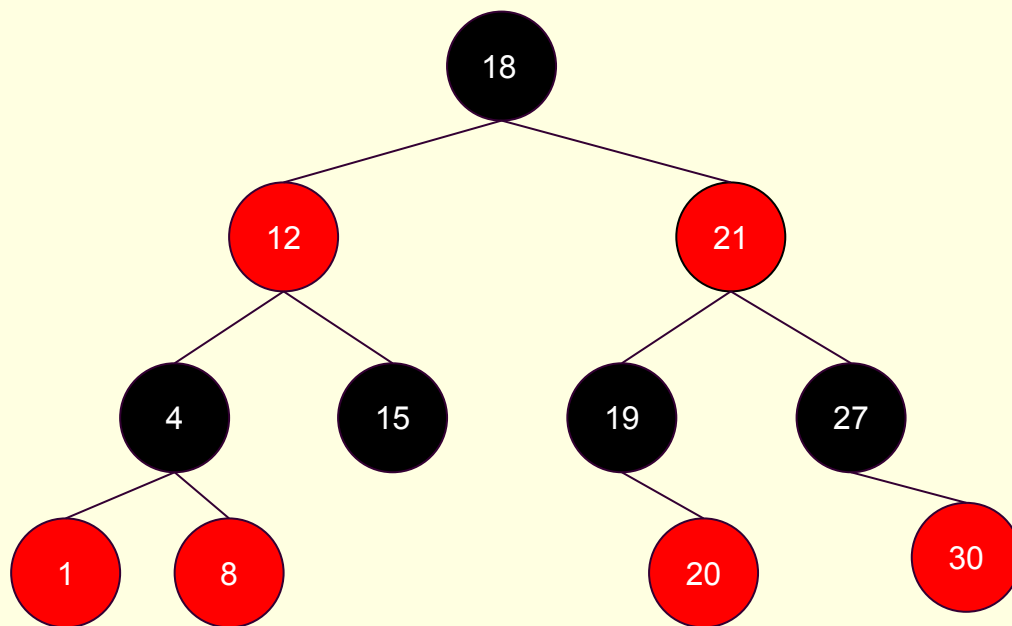
- Se o nó-tio é preto
 - Rotação
 - Pai e avô trocam de cor
 - Rotação



Inserção

Exercício de inserção:

4, 12, 21, 15, 27, 18, 19, 30, 1, 8, 20

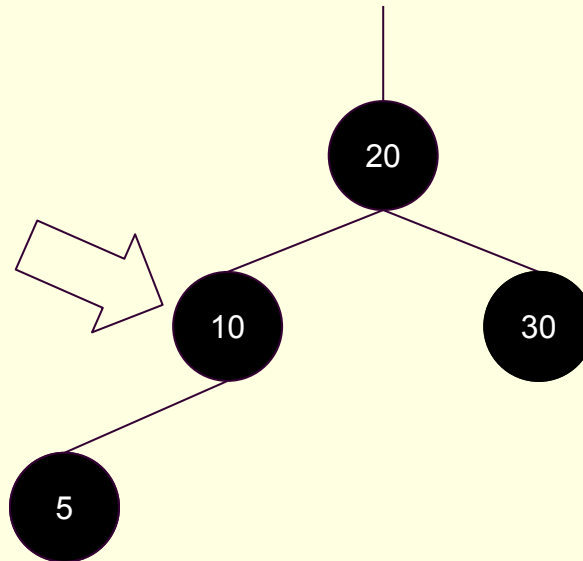


Remoção

- Problemas da deleção:
 - Violação da altura negra
 - Nós se tornam duplamente negros
- Checagem dos irmãos para decisão

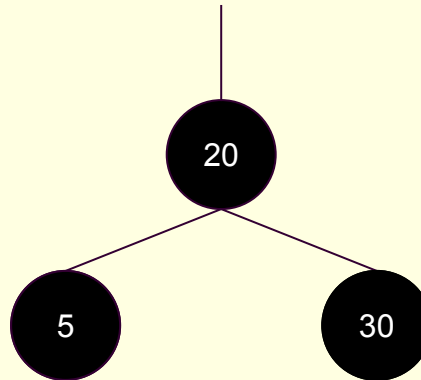
Remoção

- Caso mais simples:
 - Nó é folha, ou possui apenas um filho



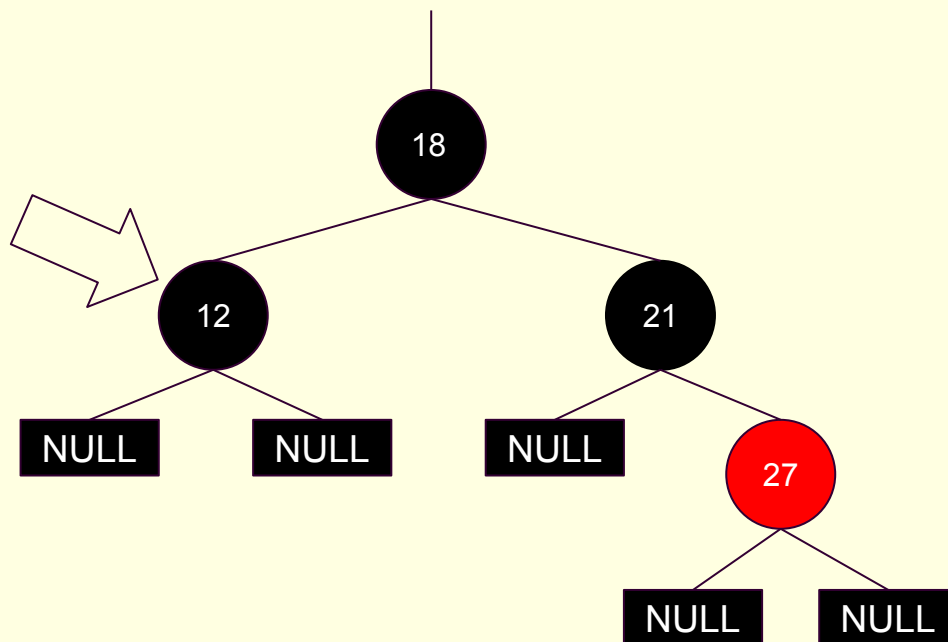
Remoção

- Caso mais simples:
 - Nó é folha, ou possui apenas um filho



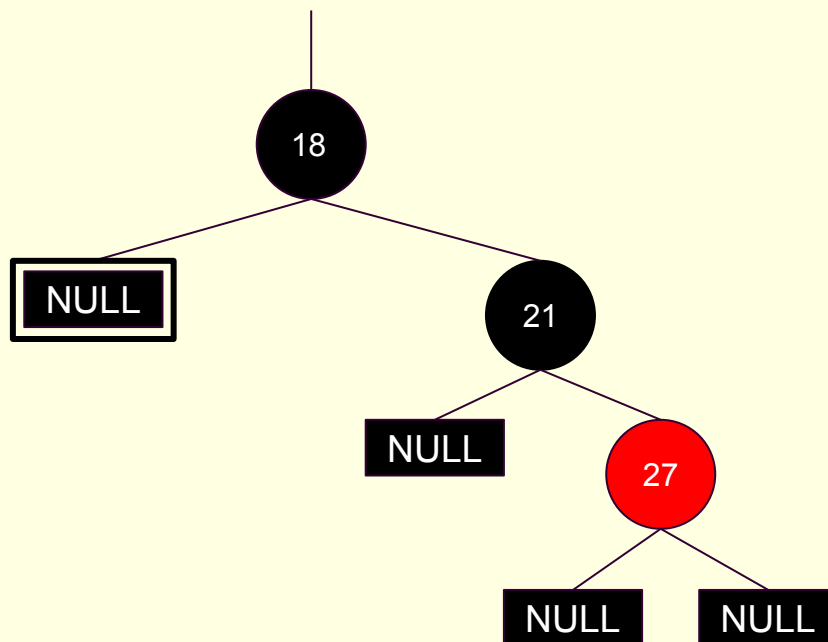
Remoção

- O nó a ser removido e sucessor são pretos
 - O nó substituto é marcado com preto duplo
 - Necessário transformá-lo em preto simples



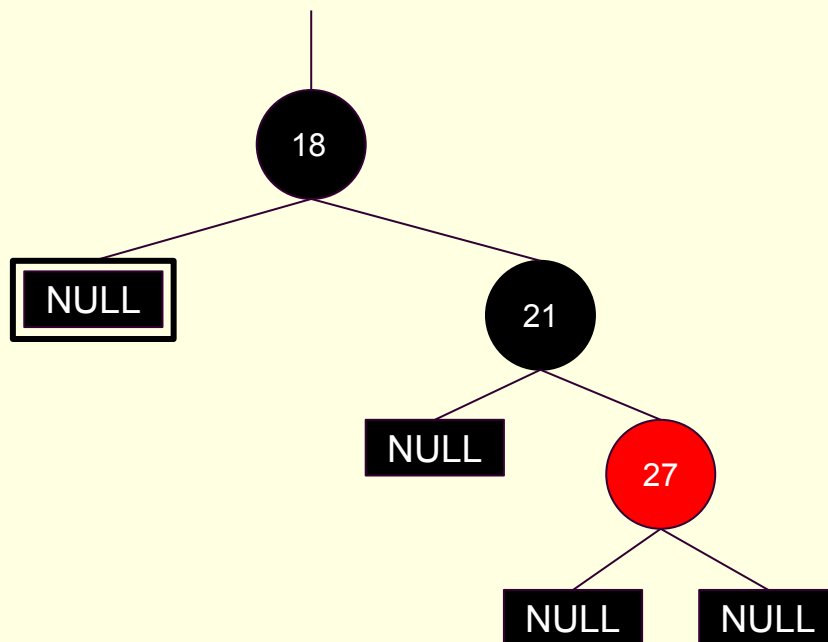
Remoção

- O nó a ser removido e sucessor são pretos
 - O nó substituto é marcado com preto duplo
 - Necessário transformá-lo em preto simples



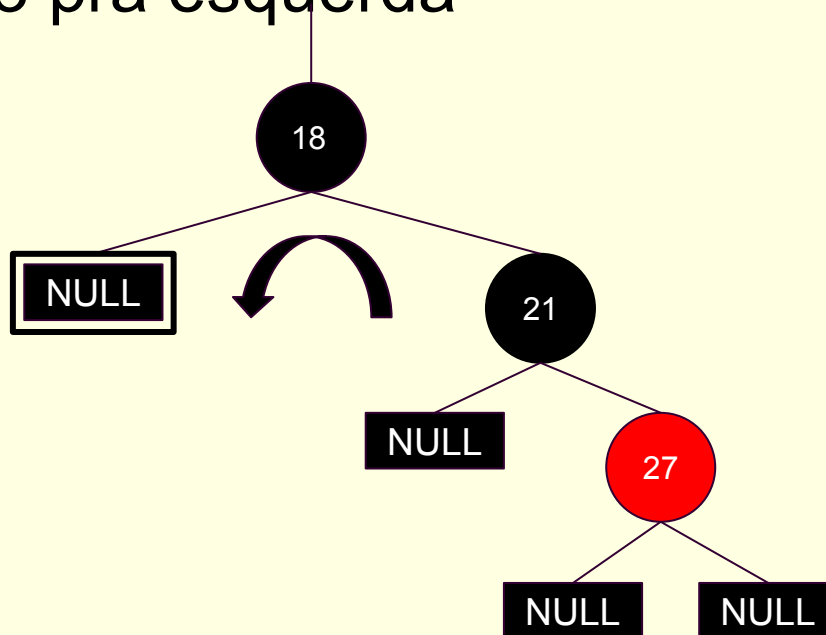
Remoção

- Se o irmão é preto
- E um dos sobrinhos é vermelho
 - Sobrinho direito (ou ambos)



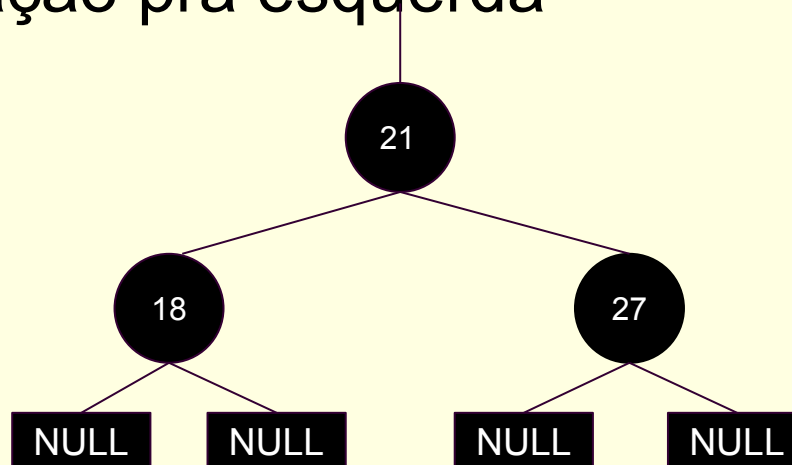
Remoção

- Se o irmão é preto
- E um dos sobrinhos é vermelho
 - Sobrinho direito (ou ambos)
 - Rotação pra esquerda



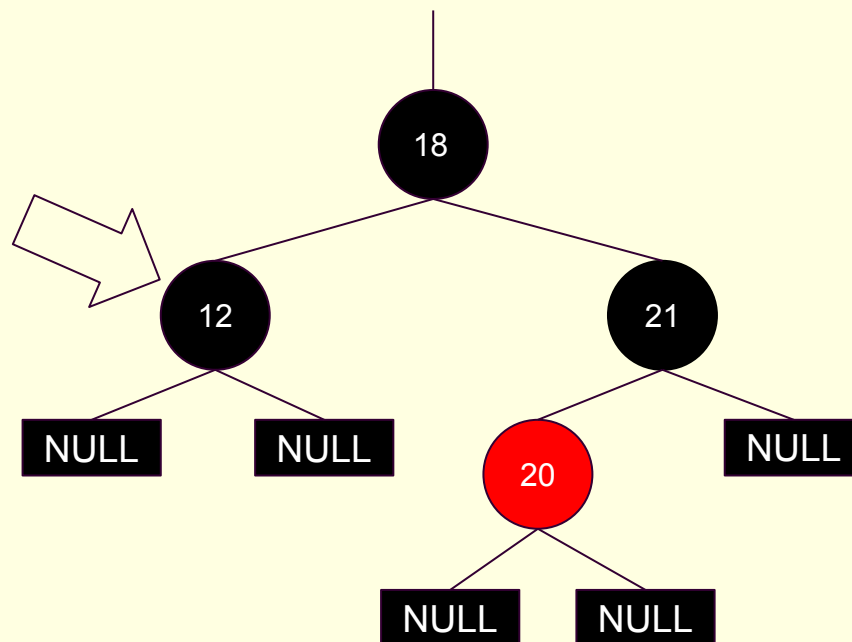
Remoção

- Se o irmão é preto
- E um dos sobrinhos é vermelho
 - Sobrinho direito (ou ambos)
 - Rotação pra esquerda



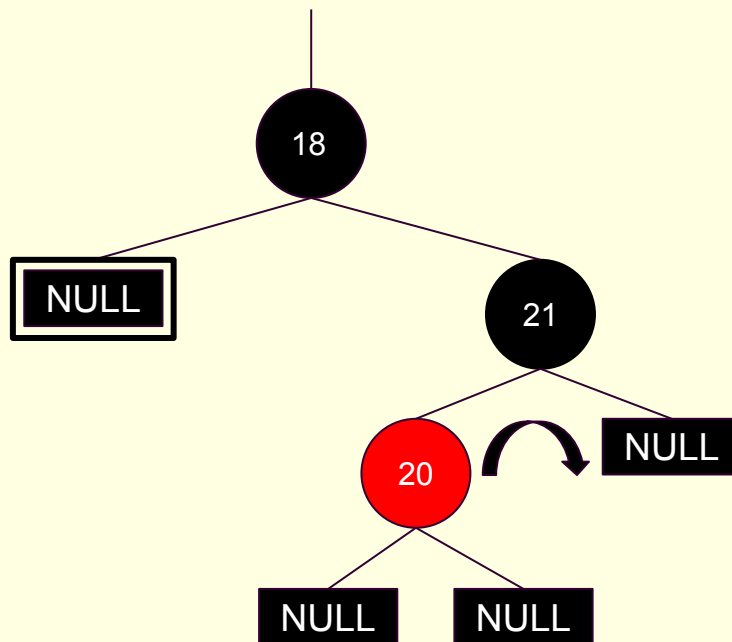
Remoção

- Se o irmão é preto
- E um dos sobrinhos é vermelho
 - Sobrinho esquerdo
 - Rotação para direita, troca de cores



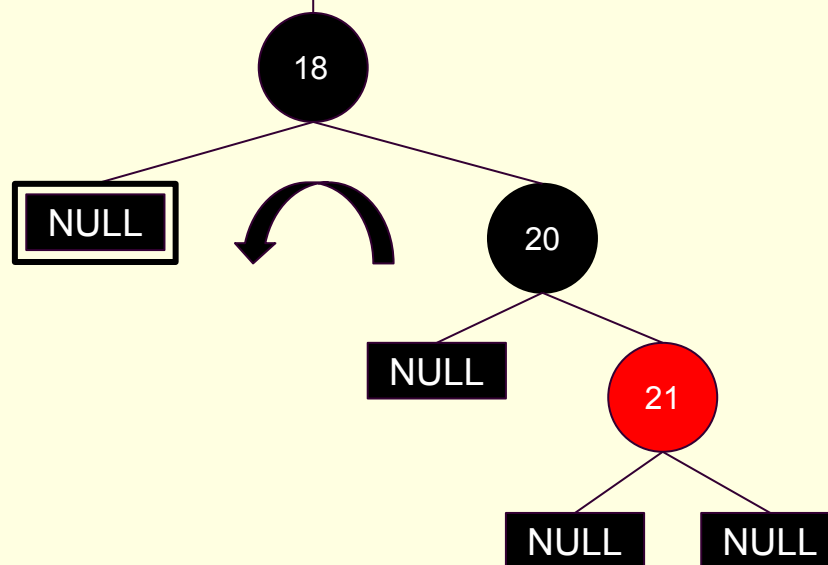
Remoção

- Se o irmão é preto
- E um dos sobrinhos é vermelho
 - Sobrinho esquerdo
 - Rotação para direita, troca de cores



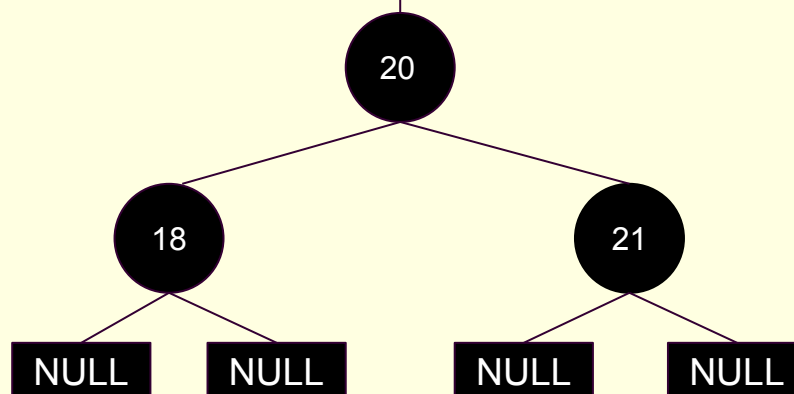
Remoção

- Se o irmão é preto
- E um dos sobrinhos é vermelho
 - Sobrinho esquerdo
 - Rotação pra direita, troca de cores
 - Rotação para esquerda



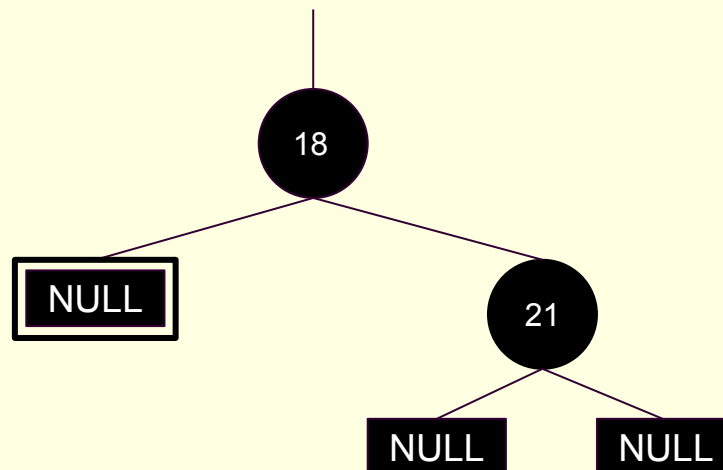
Remoção

- Se o irmão é preto
- E um dos sobrinhos é vermelho
 - Sobrinho esquerdo
 - Rotação pra direita, troca de cores
 - Rotação para esquerda



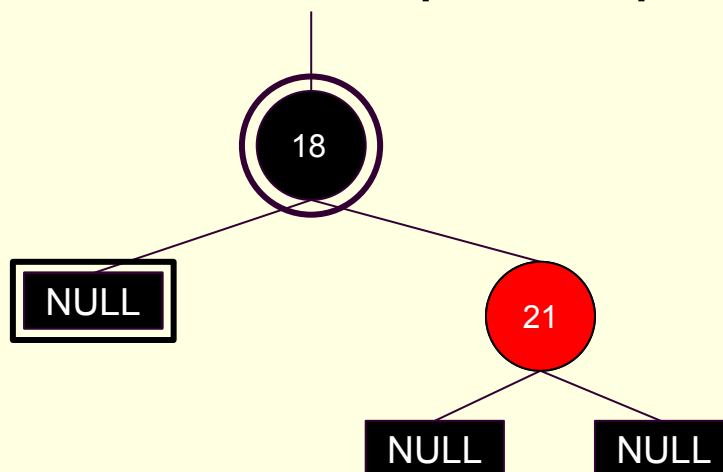
Remoção

- Se o irmão é preto
- E os dois sobrinhos são pretos



Remoção

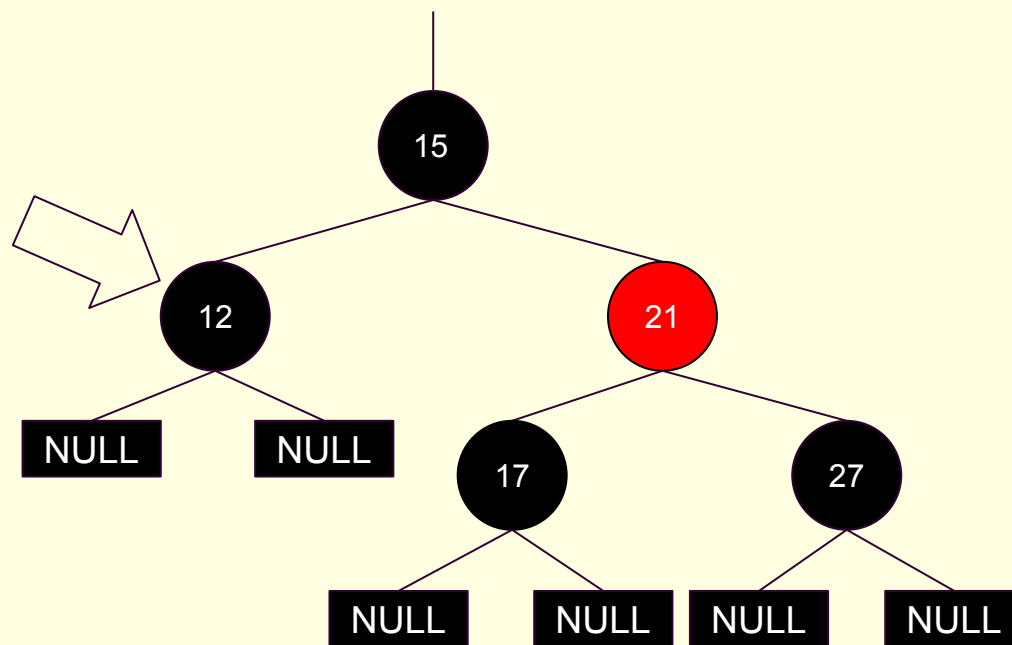
- Se o irmão é preto
- E os dois sobrinhos são pretos
 - Recolore o irmão
 - Passagem recursiva para o pai



*Se o pai for vermelho (ou raiz), o preto-duplo some!

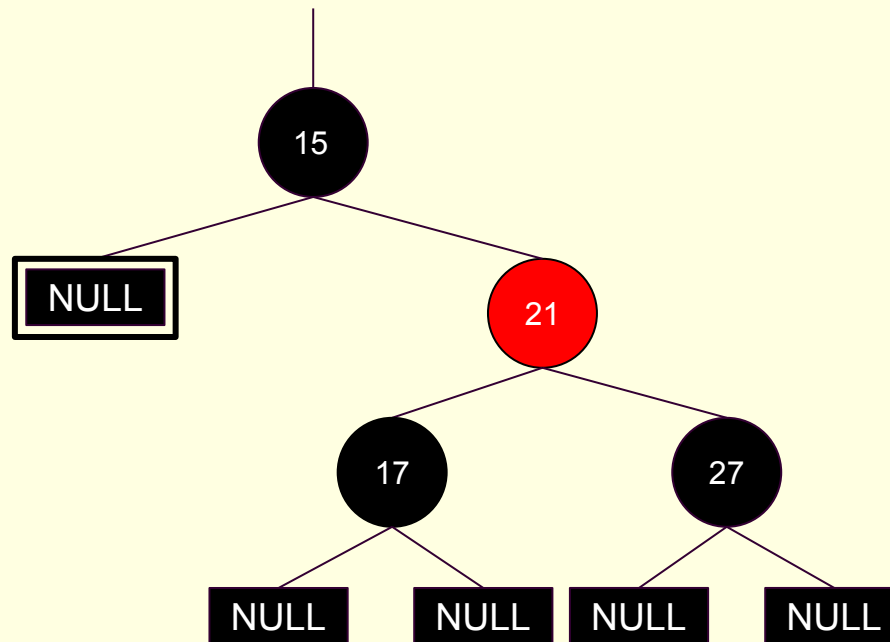
Remoção

- Se o irmão é vermelho
 - Recolore o pai e o irmão
 - Rotaciona



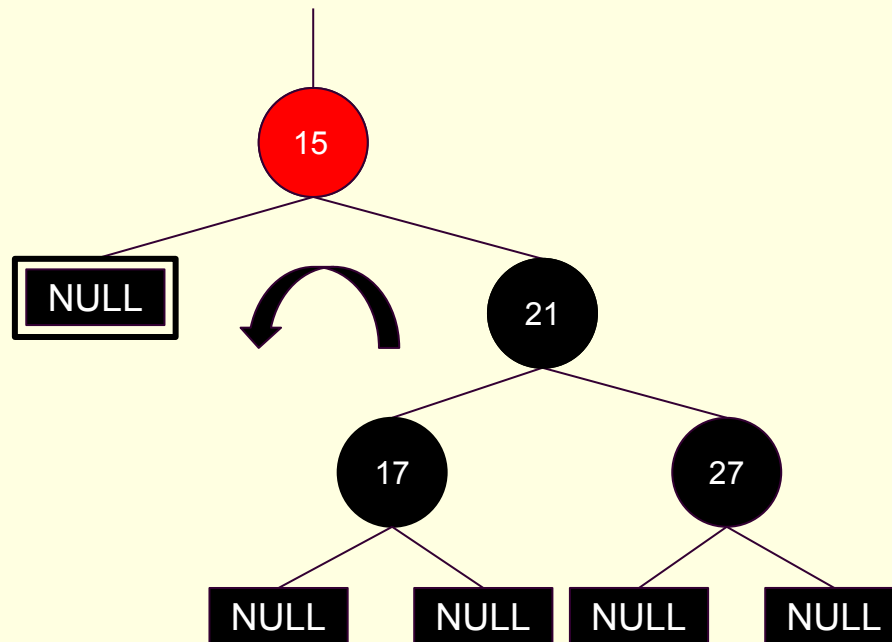
Remoção

- Se o irmão é vermelho
 - Recolore o pai e o irmão
 - Rotaciona



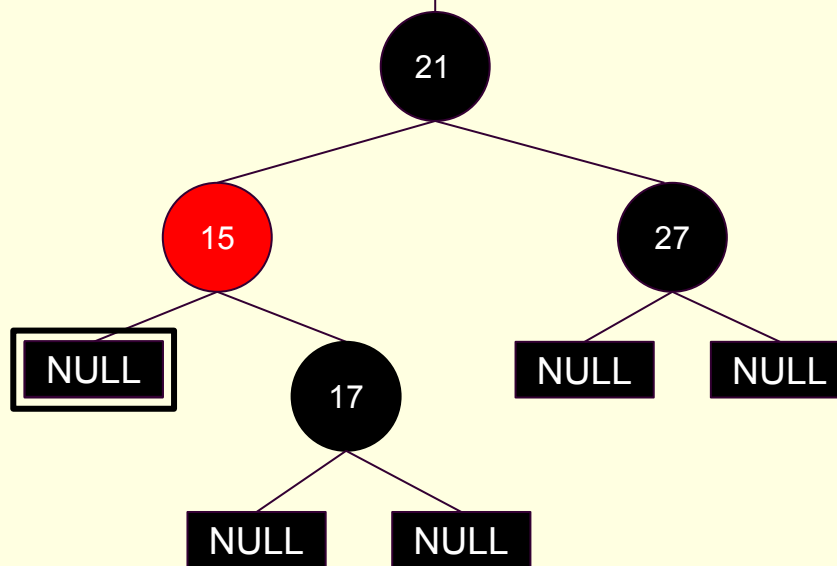
Remoção

- Se o irmão é vermelho
 - Recolore o pai e o irmão
 - Rotaciona



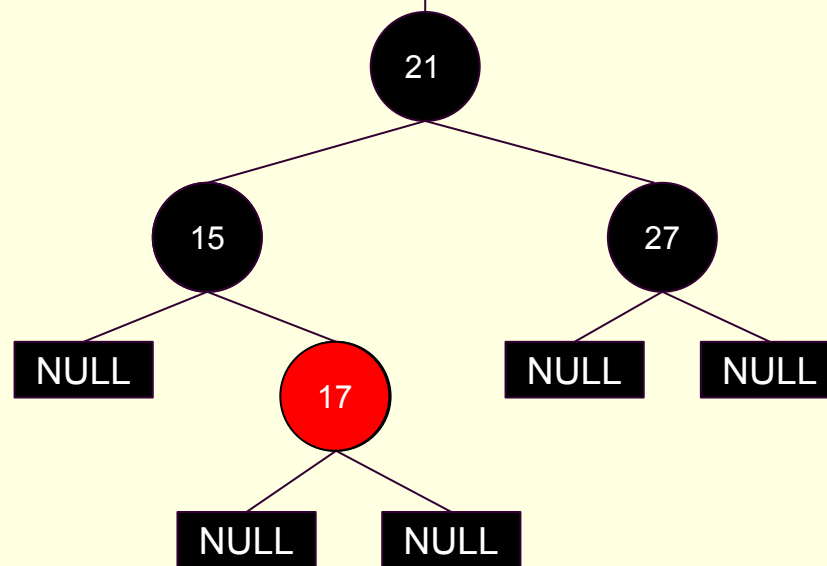
Remoção

- Se o irmão é vermelho
 - Recolore o pai e o irmão
 - Rotaciona
 - Recursivo para o preto duplo



Remoção

- Se o irmão é vermelho
 - Recolore o pai e o irmão
 - Rotaciona
 - Recursivo para o preto duplo



Referências

- Cormen, Thomas H., et al. "Algoritmos: teoria e prática." Editora Campus 2 (2002).
- Geek for Geeks, "Red-Black Tree",
<http://www.geeksforgeeks.org/red-black-tree-set-1-in-troduction-2/>
- Red Black Tree visualization,
<https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/RedBlack.html>