

1. Dado um vetor de n elementos com elementos duplicados. Apresente um algoritmo para remover os duplicados em tempo $\Theta(n \lg n)$.
2. Dado um vetor ordenado de inteiros distintos $A[1..n]$, você quer saber se existe um índice i para o qual $A[i] = i$. Apresente um algoritmo de divisão e conquista que execute em tempo $O(\lg n)$.
3. Considere uma operação de merge em k vias. Suponha que você tenha k vetores ordenados, cada um com n elementos e você queira combiná-los em um único vetor ordenado de kn elementos.
 - (a) uma possível estratégia: usando o procedimento Merge, combine os primeiros dois vetores, depois combine o resultado com o terceiro e assim sucessivamente. Qual é a complexidade de tempo deste algoritmo em termos de k e n ?
 - (b) Dê uma solução mais eficiente para o problema usando divisão e conquista.
4. Suponha que você é consultor para um banco no que concerne a detecção de fraude, e o problema é o seguinte: o banco tem uma coleção de n cartões bancários que foram confiscados sob a suspeita de estarem sendo utilizados em uma fraude. Cada cartão é um objeto plástico, contendo uma tarja magnética com alguns dados criptografados, e corresponde a uma única conta no banco. Cada conta, por sua vez, pode ter vários cartões. Assumimos que dois cartões são *equivalentes* se eles correspondem a uma mesma conta. É muito difícil ler o número da conta sobre o cartão, mas o banco tem um aparelho "testador de equivalências" que toma dois cartões e, após desempenhar algumas computações, determina se estes são equivalentes. A questão é a seguinte: dentre a coleção de n cartões, há um conjunto de **mais de** $n/2$ deles que são equivalentes? Assuma que as únicas operações possíveis que você pode realizar são: pegar dois cartões e colocá-los no testador de equivalências. Mostre como decidir a resposta à questão usando apenas $O(n \lg n)$ invocações ao testador de equivalências.