Notas - Física 3 / Eletromagnetismo 1

Matheus Pereira Coutinho
Instituto de Física da USP
matheus.coutinho9@usp.br

Aula 1.1 - Conceitos Prévios

Carga Elétrica

Para o seguimento do curso, é requisitado do leitor, ter uma noção do que é a carga elétrica. A carga é o atributo fundamental que permite com que um objeto sinta a força elétrica. Além disso, a elementar lei de Du Fay, a qual estabelece que cargas de sinais opostos se atraem e cargas de sinais iguais se repelem.

Tipos de Materiais

Para este curso, adotaremos uma divisão dos materiais em condutores e isolantes. A diferença básica entre eles é que em um condutor as cargas possuem mobilidade, ao passo que no isolantes, não.

Aula 1.2 - Lei de Coulomb e o Princípio da Superposição

Duas ressalvas iniciais: primeiramente, a lei de Coulomb é uma lei da Eletrostática, ou seja, ela funciona, essencialmente, para cargas em movimento. A segunda é que a Lei de Coulomb não é, a princípio, deduzível, ela é totalmente baseada em verificações experimentais e o ojetivo aqui não é prová-la.

Lei de Coulomb

Dadas duas cargas Q_1 e Q_2, com Q_1 na posição $\vec{r'}$ e Q_1 na posição $\vec{r}$. A força que a carga Q_2 irá fazer na Q_1 é

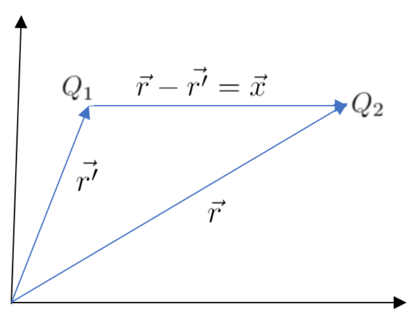

Figura 1: Interação Coulombiana entre duas cargas

$$\mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \tag{1}$$

Um comentária à respeito dessa lei é que ela respeita a terceira lei de Newton, o que não é, necessariamente, uma obviedade.

Princípio da Superposição

A força que uma carga q sente devido a um conjunto de n cargas Q_i é a soma das forças que a carga sente de cada uma do conjunto, individualmente

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{n} Q_i \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^3} \tag{2}$$

Aula 1.3 - Distribuições Contínuas de carga

O princípio da superposição nos permite expressar a força sentido por uma carga devido não somente a um conjunto discreto de cargas, mas também devido a distribuições contínuas de cargas, objetos carregados.

É útil expressar a carga de uma distribuição através da densidade de cargas

$$Q = \int d^3\mathbf{r'}\ \rho(\mathbf{r'}) \tag{3}$$

Com isso, a força sentida por uma carga q devido a uma distribuição contínua é escrita como uma integral

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int \rho\left(\mathbf{r'}\right)\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r'}}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r'}\right|^3}d^3\mathbf{r'} \tag{4}$$

Aula 1.4 - Força gerada por um anel carregado

Consideremos um anel carregado e com densidade de carga λ, qual é a força que uma carga q a uma distância z sente devido ao anel?

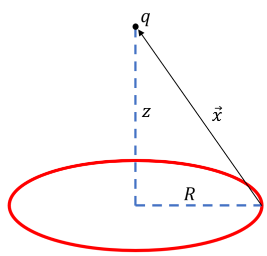

Figura 2: Anel circular carregado

A força devido a um elemento de carga dq é

$$F = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{x^2}\hat{x}$$

Um elemento do anel dl possui uma carga dq

$$F = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda dl}{x^2}\hat{x}$$

Basta integral sobre o fio, que tem comprimento $2\pi R$

$$F = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{2\pi R}\frac{\lambda dl}{x^2}\hat{x}$$

É notável que a força resultante aponta na direção z, pois se um elemento de carga tem produz uma força com componente horizontal, sempre vai ter um elemento de carga diametralmente oposto que vai gerar uma força igual na direçao contrária, de forma que só precisamos tomar a componente vertical a força

$$F = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{2\pi R}\frac{\lambda dl}{x^2}\sin\theta = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{2\pi R}\frac{\lambda dl}{x^2}\frac{z}{x}$$

$$F = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\ 2\pi R\frac{\lambda z}{x^3}$$

$$F = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\ 2\pi R \frac{\lambda z}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$$

$$\mathbf{F}(z) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \tag{5}$$

Regimes Assintóticos

$\lim_{R>0}$

$$\lim_{R>0} \mathbf{F} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{z^3} \hat{\mathbf{z}}$$

No limite em que R vai a zero nós recuperamos a expressão da força para uma partícula pontual, se tomarmos z indo ao infinito obtemos o mesmo resultado

Aula 1.6 - Campo Elétrico

Campo elétrico devido a uma carga q_1

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = kq_1 \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_1|^3}$$

Campo elétrico devido a uma distribuição

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\mathbf{x}') \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3x' \tag{6}$$

Aula 1.8 - Disco Carregado

Consideremos um disco carregado e com densidade superficial de carga σ, qual é o campo elétrico gerado pelo disco em um ponto p, situado a uma distância z ?

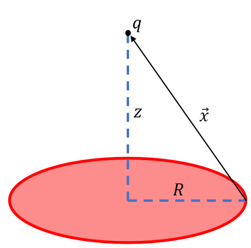

Figura 3: Disco carregado