



Notas - Óptica

Matheus Pereira Coutinho
Instituto de Física da USP
matheus.coutinho9@usp.br

Princípio de Fermat

O princípio de Fermat estabelece que, para ir de um ponto a outro, o caminho que a luz percorre é aquele de menor tempo.

Com base no princípio de Fermat, é possível demonstrar as leis de Reflexão e Refração de raios de Luz

Reflexão

$$t = t_{AP} + t_{PB}$$

$$t = \frac{d}{v}$$

$$t = \frac{d_1}{v} + \frac{d_2}{v}$$

Pelo teorema de Pitágoras

$$d_1 = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(d-x)^2 + b^2}$$

$$t(x) = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{1}{v} \sqrt{(d-x)^2 + b^2}$$

O tempo é uma função da posição x , portanto nosso trabalho é encontrar qual o valor de x que faça t ser mínimo. Para isso podemos avaliar para qual x a derivada de t em relação a x é nula, isto é

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{1}{v} \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}$$

Agora podemos facilmente identificar que as expressões acima correspondem aos senos dos ângulos,

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_2$$

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (\text{Lei da Reflexão})$$

Refração

No caso da refração o que muda é que a velocidade da luz ao percorrer a distância d_1 é diferente da velocidade da luz ao percorrer a distância d_2

$$t = t_{AP} + t_{PB}$$

$$t = \frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2}$$

$$n = \frac{v}{c}$$

$$t = \frac{n_1}{c} d_1 + \frac{n_2}{c} d_2$$

Pelo teorema de Pitágoras

$$d_1 = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(d - x)^2 + b^2}$$

$$t(x) = \frac{n_1}{c} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{n_2}{c} \sqrt{(d - x)^2 + b^2}$$

O tempo é uma função da posição x , portanto nosso trabalho é encontrar qual o valor de x que faça t ser mínimo. Para isso podemos avaliar para qual x a derivada de t em relação a x é nula, isto é

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1}{c} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{n_2}{c} \frac{d - x}{\sqrt{(d - x)^2 + b^2}} = 0$$

$$n_1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = n_2 \frac{d - x}{\sqrt{(d - x)^2 + b^2}}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (\text{Lei da Refração})$$