

Otimização para Ciência de Dados

Lista 1

Ótimo global e local

1. Considere como universo o conjunto $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Quantos e quais pontos são pontos de mínimo global de acordo com a função $f(x, y) = -(x + y)$? E de máximo?
2. Seja $C = [-1, 8]$. Considere a seguinte função:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \\ -(x-2)^2 + 2 & \text{se } 2 \leq x \leq 2.5 \\ (x-3)^2 + 1.5 & \text{se } 2.5 \leq x \leq 4 \\ -(x-5)^2 + 3.5 & \text{se } 4 \leq x \leq 6 \\ -2x + 14.5 & \text{se } 6 \leq x \leq 6.5 \\ 2x - 11.5 & \text{se } 6.5 \leq x \leq 8 \end{cases} \quad 1$$

Quais os pontos estacionários desta função? Quais deles são pontos de mínimo ou máximo locais? E globais?

3. Tome a função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. Determine seus pontos estacionários e classifique-os. Determine seus valores mínimo e máximo (se existirem).
4. Tome a função $f(x) = e^{-x^2}$. Determine seus pontos críticos e classifique-os. Essa função possui máximo global?
5. Tome a função $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13$. Determine seus pontos críticos e classifique-os.
5. Tome a função $f(x, y) = x^3 - 3xy^2$. Determine seus pontos críticos e classifique-os.
6. Tome a função $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$. Determine seus pontos críticos e classifique-os.
7. Ache o ponto sobre a parábola $y = x^2$ que está mais próximo do ponto $(0, 1)$. (Dica: determine uma função “objetivo” de interesse e pense em qual ponto dela você quer extrair.)