**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**
**Universidade Federal de Ouro Preto**
**Instituto de Ciências Exatas e Biológicas**
**Departamento de Estatística**

| | | |
|---|---|---|
| Disciplina:EST- 202 | Probabilidade e Estatística | 05/02/2024 |
| Prova 3 | Profª. Dra. Graziela Dutra Rocha Gouvêa | 100pts / peso: 40 |

Nome:________________________________________________________________

1. (25 pts) Entre homens adultos sadios, a concentração de ferro sérico segue uma distribuição normal com média 120 microgramas para 100ml e desvio padrão 15 microgramas para 100ml. Calcule a probabilidade que uma amostra de 50 homens resulte em nível médio de ferro sérico entre 115 e 125 microgramas por 100ml.

2. (25 pts) Os dados abaixo se referem ao efeito da adaptação de Phlorizin em ruminantes em relação ao controle (sem aplicação) medido pela glucose arterial c\em mm:

| Item | Controle | Phlorizin |
|---|---|---|
| Tamanho da amostra | 10 | 14 |
| Média | 3,21 | 3,11 |
| Variância | 0,85 | 0,80 |

Estime o intervalo de confiança (95%) para a diferença do teor médio de glucose arterial entre o controle e o phlorizin. Considere as variâncias populacionais iguais. Tire as conclusões de interesse.

3. (25 pts) Responda as questões:
   a) Quais são os erros envolvidos nos testes de hipóteses? Explique detalhadamente
   b) Se reduzirmos em demasia a probabilidade de um dos tipos de erro, a probabilidade do outro aumentará. Como podemos reduzir, simultaneamente, a probabilidade de cometer os dois tipos de erros?

4. (25 pts) As variáveis X e Y seguem distribuição Normal com mesma variância. Deseja-se testar se, também tem a mesma média ou não. Doze observações de cada variável foram escolhidas e os resultados foram os seguintes:

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 48 \qquad e \qquad \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 4900$$

$$\sum_{i=1}^{12} y_i = 56 \qquad e \qquad \sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 5650$$

Faça um teste de hipótese e conclua ao nível de significância de 5% ?

*Boa prova!!!*

**Formulário:**

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ e $s^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n}\right]$

Se $X \sim N(\mu; \sigma^2)$, $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \rightarrow Z \sim N(0; 1)$

Se $X \sim N(\mu; \sigma^2) \rightarrow \bar{X} \sim N\left(\mu; \frac{\sigma^2}{n}\right)$ $\forall\, n > 1$ e $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow Z \sim N(0; 1)$

**Intervalos de Confiança**

1 -Intervalo com 1-α ou 100(1- $\alpha$)% de confiança para $\mu$ com $\sigma^2$ conhecida:

$$IC_{(1-\alpha)}(\mu) = \left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

2- Intervalo com 1-α ou 100(1- $\alpha$)% de confiança para para $\mu$ com $\sigma^2$ desconhecida:

$$IC_{(1-\alpha)}(\mu) = \left(\bar{X} - t_{(n-1;\, \alpha/2)} \times \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{(n-1;\, \alpha/2)} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

3- Intervalo de confiança para diferença de médias $(\mu_1 - \mu_2)$ com variâncias $\sigma_1^2$ e $\sigma_2^2$.

**a) Para $\sigma_1^2$ e $\sigma_2^2$ conhecidas:**

$$IC_{(1-\alpha)}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}; \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$$

**b) Para $\sigma_1^2$ e $\sigma_2^2$ desconhecidas, porém iguais ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)**

$$IC_{(1-\alpha)}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - t_{\left(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2}\right)} \times \sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}; \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + t_{\left(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2}\right)} \times \sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}\right]$$

em que $s_p^2$ é a variância amostral ponderada

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

**c) Para $\sigma_1^2$ e $\sigma_2^2$ desconhecidas, porém diferentes ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$).**

$$IC_{(1-\alpha)}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - t_{\left(v;\frac{\alpha}{2}\right)} \times \sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}; \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + t_{\left(v;\frac{\alpha}{2}\right)} \times \sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}\right] \quad \text{e}$$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1}\right] + \left[\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}\right]}$$

4- Intervalo com 1-α ou 100(1- $\alpha$)% de confiança para *p*:

$$IC_{(1-\alpha)}(p) = \left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ;\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

**Testes de hipóteses - Estatística para o teste:**

i. Para a média $\mu$ de uma população normal com variância populacional $\sigma^2$ conhecida

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

ii. Para a média $\mu$ de uma população normal com variância populacional $\sigma^2$ desconhecida

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)gl}$$

iii. Para comparar médias $\mu_1$ e $\mu_2$ de duas populações normais com variâncias conhecidas

$$Z = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

iv. Para comparar médias $\mu_1$ e $\mu_2$ de duas populações normais com variâncias desconhecidas, porém iguais

$$t = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{(n_1+n_2-2)gl} \quad \text{e} \quad s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1+n_2-2)}$$

v. Para comparar médias $\mu_1$ e $\mu_2$ de duas populações normais com variâncias desconhecidas, porém diferentes

$$t = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}} \sim t_{(v)gl} \quad \text{e} \quad v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}\right] + \left[\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}\right]}$$