

1.5 Exercícios

1.5.1 Exercícios de fixação

1. Apresente uma definição recursiva para o fecho positivo de Kleene para uma linguagem L .

Caso base:

$$\lambda \in L$$

Caso recursivo:

$$x \in L \wedge y \in L^+ \rightarrow xy \in L^+$$

2. Apresente definições, usando operações de conjuntos, para as seguintes linguagens. Considere $\Sigma = \{0, 1\}$.

- (a) Palavras que contém pelo menos um 0.
- (b) Palavras de tamanho ímpar.
- (c) Palavras que não possuem nenhuma ocorrência de 00.
- (d) Palavras em que todo 0 é seguido por pelo menos dois 1's. Exemplo: $\lambda, 1, 1111, 011, 11101101111, \dots$

a) $\{0, 1\}^* \{0\} \{0, 1\}^*$

b) $(\{0, 1\}^2)^* \{0, 1\}$

c) $\{0, 1\}^* - [\{1\}^* \{0\} \{0\}^+ \{1\}^*]^+ \equiv$

d) $(\{1\}^* \{0\} \{11\} \{1\}^*)^+ \quad \{1\}^* \cup (\{1\}^* \{0\} \{11\} \{1\}^*)^*$

3. Apresente definições recursivas para as seguintes linguagens.

- (a) $\{0\}^* \{1\}^*$.
- (b) $\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

a) Caso base:

$$\lambda \in \{0\}^* \{1\}^*$$

Caso recursivo:

$$x \in \{0\}^* \rightarrow \{0\} \{0\}^*$$

$$y \in \{1\}^* \rightarrow \{1\} \{1\}^*$$

b) Caso base:

$$\lambda \in \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\} \text{ quando } n = 0$$

Caso recursivo:

$$x \in \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}^*\} \rightarrow \{0\} x \{1\}$$

1.5.2 Exercícios para tutoria

1. Sejam $A = \{00, 11\}$, $B = \{01, 10\}$ e $C = \{\lambda, 1\}$. Calcule as seguintes linguagens.

- (a) AA
- (b) CCC
- (c) AC
- (d) ABC
- (e) $A(B \cup C)$

$$a) \{00, 11\} \{00, 11\}$$

$$\{0000, 0011, 1100, 1111\}$$

$$b) (\{\lambda, 1\} \{\lambda, 1\}) \{\lambda, 1\}$$

$$\{\lambda, 1, 11\} \{\lambda, 1\}$$

$$\{\lambda, 1, 11, 111\}$$

$$c) \{00, 11\} \{\lambda, 1\}$$

$$\{00, 001, 11, 111\}$$

$$d) (\{00, 11\} \{01, 10\}) \{\lambda, 1\}$$

$$\{0001, 0010, 1101, 1110\} \{\lambda, 1\}$$

$$\{0001, 0010, 1101, 1110, 00011, 00101, 11011, 11101\}$$

$$e) \{00, 11\} (\{01, 10\} \cup \{\lambda, 1\})$$

$$\{00, 11\} \{\lambda, 1, 01, 10\}$$

$$\{00, 001, 0001, 0010, 11, 111, 1101, 1110\}$$

2. Sejam $\Sigma = \{0, 1\}$, $A = \Sigma^* \{0\}$ e $B = \{1\} \Sigma^*$. Descreva, em português, as linguagens a seguir.

- (a) $A \cup B$
- (b) $A \cap B$
- (c) $A - B$
- (d) AB

A: Todas palavras terminam com 0

B: Todas as palavras começam com 1

a) Conjunto de todas as palavras que terminam com 0 ou começam com 1

b) Conjunto de todas as palavras que terminam com 0 e começam com 1

c) Conjunto de todas as palavras que terminam com 0 e não começam com 1

d) Concatenação da linguagem de palavras que terminam com 0 com a linguagem de palavras que começam com 1

3. Descreva mais formalmente as seguintes linguagens a seguir sobre $\{0, 1\}$:

- (a) Palavras com, no mínimo, um 0.
- (b) Palavras com, no máximo, um 0.
- (c) Palavras de tamanho ímpar.
- (d) Palavras com um prefixo de um ou mais 0s seguidos de um sufixo de zero ou mais 1s.
- (e) Palavras com uma quantidade par de 0s.
- (f) Palavras com uma quantidade ímpar de 1s.

a) $\{0, 1\}^* \{0\}^+ \{0, 1\}^*$

b) $\{1\}^* \{0\} \{1\}^*$

c) $(\{0, 1\}^2)^* \{0, 1\}$

d) $\{0\}^+ \{1\}^*$

e) $\{1\}^* (\{0\}^2)^* \{1\}^*$

f) $\{0\}^* [(\{1\}^*)^2 \{1\}] \{0\}^*$

4. Descreva, em português, as seguintes linguagens sobre $\{0, 1\}$:

- (a) $\{0, 1\}^* \{1\} \{0, 1\}$.
- (b) $\{0\} \{0, 1\}^* \cup \{0, 1\}^* \{1\}$.
- (c) $\{0, 1\}^* \{01\} \{11\}^*$.
- (d) $\{01, 1\}^*$.
- (e) $\{\lambda, 1\} (\{0\} \{0\}^* \{1\})^* \{0\}^*$.

a) Conjunto de palavras com um prefixo de zero ou mais 1's ou 0's, seguido pela subpalavra 1 e um sufixo de um 0 ou 1

b) Conjunto de palavras que começam com 0 ou palavras que terminam com 1

c) Conjunto de palavras que possuem um sufixo 01 seguido de zero ou mais 11

d) Conjunto de palavras que possuem zero ou mais 01 ou 1

e) Conjunto de palavras com o prefixo 1, ou não apresentam um prefixo, seguido por zero ou mais subpalavras que possuem um prefixo 0, uma subpalavra com zero ou mais 0's e um sufixo 1, e, por fim, um sufixo com zero ou mais 0's.