S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

Matheus Peixoto Ribeiro Vieira - Matrícula: 22.1.4104

Lista 1 - Teoria dos números

1. a) $a = 258 \quad b = 12$

$a = bq + r$ $\qquad q = 21$

$258 = 12q + r$ $\qquad r = 6$

$258 = 12 \cdot 21 + 6$

b) $a = 573 \quad b = -16$ $\qquad q = -35 \quad r = 13$

$-a = -bq - r$

$-573 = -[-16(35)] - 13$

$-573 = +[16(-35)] - 13 \quad (-1)$

$573 = -16(-35) + 13$

c) $a = -381 \quad b = 14$ $\qquad 381 \mid 14$, 101, 27

$a = bq + r$

$381 = 14(27) + 3 \quad (-1)$

$-381 = 14(-27) - 3$ $\qquad q = -28$

$-381 = 14(-27) - 14 + 14 - 3$ $\qquad r = 11$

$-381 = 14(-28) + 11$

d) $a = -433 \quad b = -17$

$433 = 17(25) + 8 \quad (-1)$

$-433 = -17(25) - 8$

$-433 = -17(25) - 17 + 17 - 8$

$-433 = -17(26) + 9$

$q = 26 \quad r = 9$

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D

2a) $18 = 2^1 \cdot 3^2$

18	2
9	3
3	3
1	

$2^0 \cdot 3^0 = 1$
$2^1 \cdot 3^0 = 2$
$2^0 \cdot 3^1 = 3$
$2^0 \cdot 3^2 = 9$
$2^1 \cdot 3^2 = 18$

b) $256 = 2^8$ 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256

196	2
98	2

c) $392 = 2^3 \cdot 7^2$

$2^0 \cdot 7^0 = 1$
$2^0 \cdot 7^1 = 7$
$2^0 \cdot 7^2 = 49$
$2^1 \cdot 7^0 = 2$
$2^1 \cdot 7^1 = 14$

$2^1 \cdot 7^2 = 98$
$2^2 \cdot 7^0 = 4$
$2^2 \cdot 7^1 = 28$
$2^2 \cdot 7^2 = 196$
$2^3 \cdot 7^0 = 8$

$2^3 \cdot 7^1 = 56$
$2^3 \cdot 7^2 = 392$

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 49, 56, 98, 196, 392

3) 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

91 divide por 7
51, 93 divide por 3

4) $a = 8316$ $b = 10920$

a) $d = mdc(8316, 10920)$

$10920 = 1(8316) + 2604$
$8316 = 3(2604) + 504$
$2604 = 5(504) + 84$
$504 = 6(84) + 0$

$d = 84$

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

b) $84 = 8316a + 10920b$

$84 = 2604 - 5(504)$

$84 = 2604 - 5[8316 - 3(2604)]$

$84 = 2604 - 5(8316) + 15(2604)$

$84 = -5(8316) + 16(2604)$

$84 = -5(8316) + 16(10920 - 8316)$

$84 = -5(8316) + 16(10920) - 16(8316)$

$84 = 16(10920) - 21(8316)$

c) $\frac{8316 \cdot 10920}{84} = 1081080$

5 a)

135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$135 = 3^3 \cdot 5$

b)

1330	2
665	5
133	7
19	19
1	

$2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$

c)

3105	3
1035	3
345	3
115	5
23	23
1	

$3^3 \cdot 5 \cdot 23$

d) 211 é um número primo

6) $a = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 11^6 \cdot 17^3$

$b = 2^5 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^4 \cdot 13^2$

$mdc(a,b) = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 11^4$

$mmc(a,b) = 2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11^6 \cdot 13^2 \cdot 17^3$

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

7 a) $\frac{446-278}{7} = 24$ V

b) $\frac{793-682}{9} = 37$ V

c) $\frac{269-413}{12} = -12$ V

d) $\frac{473-369}{26} = 4$ V

e) $\frac{445-536}{18} \simeq -5{,}0\overline{555}$ F

e) $\frac{383-126}{15} = 17{,}1\overline{333}$ F

8) a) $386 = 55(7) + 1 \quad \therefore 1$

b) $257 = 7(36) + 5$

$-7, 0, 7$

$-6, 1, 8$

$-5, 2, 9$

$-4, 3, 10$

$-3, 4, 11$

$-2, 5, 12$

$-1, 6, 13$

$\therefore -2$

c) $192 = 7(27) + 3 \ (-1)$

$-192 = 7(-27) - 3$

$-192 = 7(-27) - 7 + 7 - 3$

$-192 = 7(-28) + 4$

$\therefore -3$

d) $466 = 7(66) + 4 \ (-1)$

$-466 = 7(-66) - 4$

$-466 = 7(-66) - 7 + 7 - 4$

$-466 = 7(-67) + 3$

$\therefore 3$

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

9) $x \equiv 21 \pmod{12}$.

Gabarito mostrado o 46

0	12
1	13
2	14
3	15
4	16
5	17
6	18
7	19
8	20

$\boxed{-39 \;\; -27 \;\; -15 \;\; -3 \;\; 9 \;\; 21 \;\; 33 \;\; 45}$ Possuem resto zero

-2 10 22

-1 11 23

10a) $m = 9$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 $\quad \varnothing(9) = 6$

$\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$

b) $m = 16$

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ $\quad \varnothing(16) = 8$

c) $m = 7$

$\{1, 3, 4, 5, 6\}$ $\quad \varnothing(7) = 6$

0	4	8
1	5	9
2	6	10
3	7	11

11)

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

x	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

12) $4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 5x - 4 \equiv 0 \pmod 6$ Soluções (entre 0 e 5)

$x = 0$

$-4 \equiv 0 \pmod 6$ falso

$x = 1$

$4 - 3 + 2 + 5 - 4 = 4 \equiv \pmod 6$ falso

$x = 2$

$64 - 24 + 8 + 10 - 4 = 54 \equiv 0 \pmod 6$ verdadeiro

$x = 3$

$324 - 81 + 19 + 15 - 4 = 273 \equiv 0 \pmod 6$ falso

$x = 4$

$1024 - 192 + 32 + 20 - 4 = 880 \equiv 0 \pmod 6$ falso

$x = 5$

$2500 - 375 + 50 + 25 - 4 = 2196 \equiv 0 \pmod 6$ verdadeiro

$\boxed{R: 2, 5}$

13) $f(x) = 26x^4 - 31x^3 + 46x^2 - 76x + 57 \equiv 0 \pmod 8$

$2x^4 + x^3 + 6x^2 + 4x + 1 \equiv 0 \pmod 8$

$26 \% 8 = 2$ $-31 \% 8 = 1$

$46 \% 8 = 6$ $-76 \% 8 = 4$

$57 \% 8 = 1$

$f(0) = 57 \equiv 0 \pmod 8$ falso

$f(1) = 26 - 31 + 46 - 76 + 57 = 22 \equiv 0 \pmod 8$ falso

$f(2) = 32 + 8 + 24 + 8 + 1 = 73 \equiv 0 \pmod 8$ falso

$f(3) = 162 + 27 + 54 + 12 + 1 = 256 \equiv 0 \pmod 8$ verdadeiro

$f(4) = 512 + 64 + 96 + 16 + 1 = 689 \equiv 0 \pmod 8$ falso

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

$f(5) = 1250 + 125 + 150 + 20 + 1 = 1546 \equiv 0 \pmod 8$ falso

$f(6) = 2592 + 216 + 216 + 24 + 1 = 3049 \equiv 0 \pmod 8$ falso

$f(7) = 4802 + 343 + 294 + 28 + 1 = 5468 \equiv 0 \pmod 8$ falso

$\boxed{R: x = 3}$

14a) $3x = 2 \pmod 8$

3 e 8 são primos entre si

mdc (3,8)

$8 = 2(3) + 2$

$3 = 1(2) + 1$

$2 = 2(1) + 0$

$d = 1$

$1 = 3x_0 + 8y_0$

$1 = 3 - 1(2)$

$1 = 3 - 1[8 - 2(3)]$

$1 = 3 - 8 + 2(3)$

$1 = 3(3) - 1(8)$

$x_0 = 3 \quad y_0 = -1$

$s \cdot b = 3 \cdot 2 = 6$

Como 6 está entre 0 e 7, logo, ele é a solução

b) $6x \equiv 5 \pmod 9$

mdc $(6, 9) = 3$

3 não divide 5, logo, não há solução

c) $4x \equiv 6 \pmod{10}$

$d = $ mdc $(4, 10) = 2$

2 divide 6, logo há duas soluções

$2 = 4p + 10q$

$2 = -2(4) + 1(10)$

$p = -2 \quad y_0 = 1$

$x_0 = \frac{-2 \cdot 6}{2} \bmod (10)$

$x_0 = -6 \bmod (10) = 4$

$x_n = x_0 + n \frac{m}{d} \pmod m$

$x_1 = 4 + 1 \cdot \frac{10}{2} \pmod{10}$

$x_1 = 4 + 5$

$x_1 = 9$

15) $1092x \equiv 213 \pmod{2295}$

mdc(2295, 1092)

$2295 = 2(1092) + 111$

$1092 = 9(111) + 93$

$111 = 1(93) + 18$

$93 = 5(18) + 3$

$18 = 6(3) + 0$

$d = mdc(2295, 1092) = 3$

$3 \mid 213$ ∴ há solução

Simplificando a expressão por 3	Encontrando X_0 a partir do mdc
$364x \equiv 71 \pmod{765}$	$1 = 364X_0 + 765Y_0$
mdc(364, 765)	$1 = 31 - 5(6)$
$765 = 2(364) + 37$	$1 = 31 - 5[37 - 1(31)]$
$364 = 9(37) + 31$	$1 = -5(37) + 6(31)$
$37 = 1(31) + 6$	$1 = -5(37) + 6[364 - 9(37)]$
$31 = 5(6) + 1$	$1 = -5(37) + 6(364) - 54(37)$
$6 = 6(1) + 0$	$1 = 6(364) - 59[765 - 2(364)]$
	$1 = 6(364) - 59(765) + 118(364)$
$d = mdc(364, 765) = 1$	$1 = 124(364) - 59(765)$
São primos entre si, logo há	$X_0 = 124 \quad Y_0 = -59$
uma solução para a equação	$S = X_0$

Como 364 e 765 são coprimos e há uma solução, ela será $x = b z$

$x = 71 \cdot 124 = 8804$. Porém $8804 > 765$, logo $x = 8804 \% 765 = 389$

Como o d do mdc(2295, 1092) = 3, teremos mais duas soluções, sendo elas

$389 + 1 \cdot 765 = 1154$ e $389 + 2 \cdot 765 = 1919$ ∴ $S = (389, 1154, 1919)$

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

16) $455x \equiv 204 \pmod{469}$

$mdc(455, 469)$

$469 = 1(455) + 14$

$455 = 32(14) + 7$

$14 = 2(7) + 0$

$d = mdc(455, 469) = 7$ 7 não divide 204, logo, não há solução

17) $x \equiv 2 \pmod 3$ $x \equiv 4 \pmod 7$ $x \equiv 6 \pmod{10}$

$M = 3 \cdot 7 \cdot 10 = 210$

$M_1 = \frac{210}{3} = 70$ $M_2 = \frac{210}{7} = 30$ $M_3 = \frac{210}{10} = 21$

$70x \equiv 1 \pmod 3$ $30x \equiv 1 \pmod 7$ $21x \equiv 1 \pmod{10}$

$x = 1$ $x = 4$ $x = 1$

$116 \pmod{210}$

$x_0 = 70 \cdot 1 \cdot 2 + 30 \cdot 4 \cdot 4 + 21 \cdot 1 \cdot 6 = 746$

$746 \pmod{210} = 116$

$116 \pmod{210}$

Exercícios

1) Achar q e r

a) $a = 608$ $b = -17$

$608 = -17(-35) + 13$

$q = -35$ $r = 13$

b) $a = -278$ $b = 12$

$278 = 12(23) + 2$ (-1)

$-278 = 12(-23) - 2$

$-278 = 12(-23) - 12 + 12 - 2$

$-278 = 12(-24) + 10$

$q = -24$ $r = 10$

Jan/Ene | Fev/Feb | Mar/Mar | Abr/Abr | Mai/May | Jun/Jun | Jul/Jul | Ago/Ago | Set/Sep | Out/Oct | Nov/Nov | Dez/Dic
01 02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31