



# Grafos Perfeitos

Matheus Peixoto Ribeiro Vieira - 22.1.4104  
Pedro Henrique Rabelo Leão de Oliveira - 22.1.4022

BCC 204 - Teoria dos Grafos



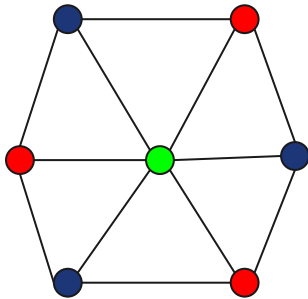
# Sumário

- O que é um grafo perfeito?
- O que é um grafo perfeito?
- Teorema forte do grafo perfeito
- Algoritmo
- Propriedades do Grafo
- Aplicações
- Referências

# O que é um grafo perfeito?

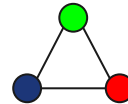
Dado um grafo  $G$ , o mesmo será perfeito caso o seu número cromático seja igual ao seu número clique para todos os seus subgrafos, ou seja,  $\chi(G') = w(G') \quad \forall G' \in G$

Assim, caso um vértice seja removido, a propriedade do grafo ainda é mantida.



$\chi(G) = 3$ , sendo {vermelho, verde e azul}

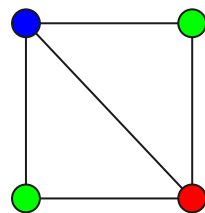
$w(G) = 3$ , sendo



# Teorema fraco do grafo perfeito

Proposto por Claude Berge e provado por László Lovász 11 anos depois.

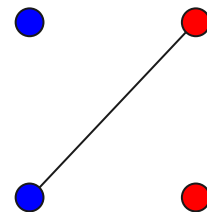
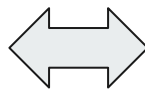
Um grafo é perfeito se, e somente se, seu complemento também for um grafo perfeito.



$$\chi(G) = 3$$

$$w(G) = 3$$

Grafo perfeito



$$\chi(G) = 2$$

$$w(G) = 2$$

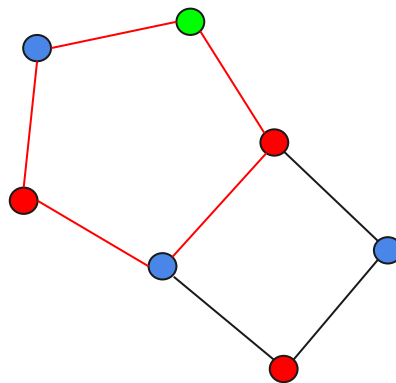
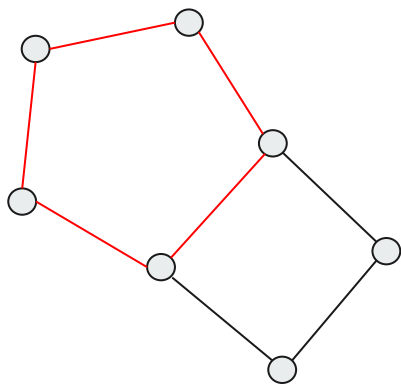
Grafo complemento  
perfeito

# Teorema forte do grafo perfeito

Um grafo somente será perfeito se, e somente se, ele não possuir buracos ou anti-buracos com número ímpar de vértices.

Grafo buraco - grafo formado por um ciclo sem cordas, possuindo pelo menos 4 vértices.

Anti-buraco - grafo complementar de um grafo buraco.



$$\chi(G) = 3$$

$$w(G) = 2$$



# Algoritmo

Após a prova do Teorema Forte do grafo perfeito foi possível criar um algoritmo para determinar se o grafo é perfeito.

O algoritmo possui tempo  $O(n^9)$  e foi desenvolvido pelo mesmo time que provou o teorema.

Chudnovsky\*, M., Cornuéjols\*\*, G., Liu†, X. *et al.* Recognizing Berge Graphs. *Combinatorica* **25**, 143–186 (2005). <https://doi.org/10.1007/s00493-005-0012-8>



## Propriedades do Grafo

Em um grafo perfeito  $G$ , todos os seus subgrafos  $G'$  possuem:  $\chi(G') = w(G')$  e  $\theta(G') = \alpha(G')$ .

Um buraco de tamanho ímpar impede que o grafo seja perfeito.

Grafos bipartidos são grafos perfeitos.



# Aplicações

- Otimização Combinatória
- Redes e Comunicações
- Biologia Computacional
- Teoria dos Jogos
- Engenharia de Software
- Redes Sociais
- Logística e Transporte
- Sistemas de Informação Geográfica





## Referências

- DUCHNOWSKI, Alex. Perfect Graphs. Disponível em:  
<[https://www.youtube.com/watch?v=fnE81FLHfcc&ab\\_channel=AlexDuchnowski](https://www.youtube.com/watch?v=fnE81FLHfcc&ab_channel=AlexDuchnowski)>. Acesso em: 2 dez. 2023.
- JONATAS TRABUCO BELOTTI. Grafos Perfeitos. Disponível em:  
<[https://www.youtube.com/watch?v=p5rH22ZYNVg&ab\\_channel=JonatasTrabucoBelotti](https://www.youtube.com/watch?v=p5rH22ZYNVg&ab_channel=JonatasTrabucoBelotti)>. Acesso em: 2 dez. 2023.
- COLORAÇÃO e Grafos Perfeitos: Grafos Perfeitos. Grafos Perfeitos. In: GOLDBARG, Marco; GOLDBARG, Elizabeth. **Grafos: conceitos, algoritmos e aplicações**. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda, 2012. p. 416-418.