

Lista 1 de Teoria dos Números: Matemática Discreta II – 2022.2

Q1. Para cada par de inteiros a e b , encontre inteiros q (quociente) e r (resto) com divisão de a por b .

(a) $a = 258$ e $b = 12$.

(b) $a = 573$ e $b = -16$.

(c) $a = -381$ e $b = 14$.

(d) $a = -433$ e $b = -17$.

Q2. Encontre todos os divisores positivos de

(a) 18.

(b) $256 = 2^8$.

(c) $392 = 2^3 \cdot 7^2$.

Q3. Liste todos primos entre 50 e 100.

Q4. Sejam $a=8316$ e $b=10920$.

(a) Encontre $d=\text{mdc}(a,b)$, o máximo divisor comum de a e b .

(b) Encontre os inteiros m e n tal que $d=ma+nb$.

(c) Encontre $\text{mmc}(a,b)$, o mínimo múltiplo comum de a e b .

Q5. Encontre a fatorização única de cada número:

(a) 135.

(b) 1330.

(c) 3105.

(d) 211.

Q6. Sejam $a=2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 11^6 \cdot 17^3$ e $b=2^5 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^4 \cdot 13^2$. Encontre o $\text{mdc}(a,b)$ e o $\text{mmc}(a,b)$.

Q7. Quais congruências são verdadeiras?

(a) $446 \equiv 278 \pmod{7}$.

(b) $793 \equiv 682 \pmod{9}$.

(c) $269 \equiv 413 \pmod{12}$.

(d) $473 \equiv 369 \pmod{26}$.

(e) $445 \equiv 536 \pmod{18}$.

(f) $383 \equiv 126 \pmod{15}$.

Q8. Encontre o menor inteiro em valor absoluto que é congruente modulo $m = 7$ para cada número:

(a) 386.

(b) 257.

(c) -192.

(d) -466.

Q9. Encontre todos números entre -50 e 50 que são congruentes a 21 módulo $m=12$, isto é, encontre todo x tal que $-50 \leq x \leq 50$ e $x \equiv 21 \pmod{12}$.

Q10. Encontre um sistema de resíduos reduzido módulo m e a função $\phi(m)$ de Euler.

(a) $m=9$.

(b) $m=16$.

(c) $m=7$.

Q11. Exibição as tabelas de adição e multiplicação para \mathbf{Z}_4 .

Q12. Resolva a equação de congruência $f(x)=4x^4-3x^3+2x^2+5x-4 \equiv 0 \pmod{6}$.

Q13. Resolva a equação de congruência $f(x)=26x^4-31x^3+46x^2-76x+57 \equiv 0 \pmod{8}$.

Q14. Resolva cada equação de congruência linear:

(a) $3x \equiv 2 \pmod{8}$

(b) $6x \equiv 5 \pmod{9}$

(c) $4x \equiv 6 \pmod{10}$

Q15. Resolva a equação de congruência $1092x \equiv 213 \pmod{2295}$.

Q16. Resolva a equação de congruência $455x \equiv 204 \pmod{469}$.

Q17. Encontre a solução (menor inteiro positivo) comum para o seguinte sistema de três equações congruentes:

$$x \equiv 2 \pmod{3};$$

$$x \equiv 4 \pmod{7};$$

$$x \equiv 6 \pmod{10}.$$

Gabarito

• **Q1.**

(a) $q = 21$ e $r = 6$.

(b) $q = -35$ e $r = 13$.

(c) $q = -28$ e $r = 11$.

(d) $q = 26$ e $r = 9$.

• **Q2.**

(a) 1, 2, 3, 6, 9, 18.

(b) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256.

(c) 1, 2, 4, 8, 7, 14, 28, 56, 49, 98, 196, 392.

• **Q3.** 51, 53, 57, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 87, 89, 91, 93, 97.

• **Q4.**

(a) $d=84$.

- (b) $m = -21$ e $n = 16$.
 (c) 1081080.
- **Q5.**
 - (a) $3^3 \cdot 5$
 - (b) $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$
 - (c) $3^3 \cdot 5 \cdot 23$
 - (d) 211 não pode ser fatorado. Ele é um número primo.
 - **Q6.** $mdc = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 11^4$ e $mmc = 2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11^6 \cdot 13^2 \cdot 17^3$.
 - **Q7.**
 - (a) verdadeiro.
 - (b) falso.
 - (c) verdadeiro.
 - (d) verdadeiro.
 - (e) falso.
 - (f) falso.
 - **Q8.**
 - (a) 1.
 - (b) -2.
 - (c) -3.
 - (d) 3
 - **Q9.** -39, -27, -15, -3, 9, 21, 33, 46.
 - **Q10.**
 - (a) $\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$, $\phi(9) = 6$.
 - (b) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$, $\phi(16) = 8$.
 - (c) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\phi(7) = 6$.
 - **Q11.** Ver Tabelas 1 e 2.

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

Tabela 1: Tabela de adição - questão 11.

- **Q12.** 2, 5.

x	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

Tabela 2: Tabela de multiplicação - questão 11.

- **Q13.** 3.
- **Q14.**
 - (a) 6.
 - (b) Nenhuma solução.
 - (c) 4 e 9.
- **Q15.** 389, 1154 e 1919.
- **Q16.** A equação não tem solução.
- **Q17.** 116.