

Exercícios de Fixação

Prof. Dr. Rafael Alves Bonfim de Queiroz*

Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP, Ouro Preto - MG, Brasil

Tema: Relações

1. Sejam $S = \{a, b, c\}$, $T = \{b, c, d\}$ e $W = \{a, d\}$. Encontre $S \times T \times W$.
2. Considere a relação $R = \{(1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
 - a) Encontre a matriz M_R de R .
 - b) Encontre o domínio e a imagem de R .
 - c) Encontre R^{-1} .
 - d) Determine a relação de composição $R \circ R$.
3. Sejam R e S as seguintes relações sobre $B = \{a, b, c, d\}$:
 $R = \{(a, a), (a, c), (c, b), (c, d), (d, b)\}$ e $S = \{(b, a), (c, c), (c, d), (d, a)\}$. Determine as seguintes relações de composição: (a) $R \circ S$, (b) $S \circ R$, (c) $R \circ R$, (d) $S \circ S$.
4. Seja R a relação sobre \mathbf{N} definida por $x + 3y = 12$, ou seja, $R = \{(x, y) | x + 3y = 12\}$.
 - a) Escreva R como um conjunto de pares ordenados.
 - b) Determine o domínio e a imagem de R .
 - c) Encontre R^{-1} .
 - d) Encontre a relação de composição $R \circ R$.
5. Cada um dos itens a seguir define uma relação sobre os inteiros positivos \mathbf{N} :
 - 1) “ x é maior que y ”.
 - 2) “ xy é o quadrado de um inteiro”.
 - 3) “ $x + y = 10$ ”.
 - 4) “ $x + 4y = 10$ ”.Determine quais das relações são: (a) reflexivas; (b) simétricas; (c) antisimétricas; (d) transitivas.

*Correspondência. Email: rafael.queiroz@ufop.edu.br (Rafael Bonfim)

6. Seja $S = \{1, 2, 3, \dots, 18, 19\}$. Seja R a relação sobre S definida por "xy é um quadrado".
 (a) encontre a classe de equivalência [1]. (b) liste todas as classes de equivalência com mais de um elemento.
7. Seja $S = \{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$. Seja R a relação de equivalência sobre S definida por $x \equiv y \pmod{5}$, isto é $x - y$ é divisível por 5. Determine a partição de S induzida por R , ou seja, o conjunto quociente S/R .

Gabarito

1. $\{(a, b, a), (a, b, d), (a, c, a), (a, c, d), (a, d, a), (a, d, d), (b, b, a), (b, b, d), (b, c, a), (b, c, d), (b, d, a), (b, d, d), (c, b, a), (c, b, d), (c, c, a), (c, c, d), (c, d, a), (c, d, d)\}$.
2. a) $M_R = [0, 0, 1, 1; 0, 0, 0, 0; 0, 1, 1, 1; 0, 0, 0, 0]$;
 b) Domínio = $\{1, 3\}$, Imagem = $\{2, 3, 4\}$.
 c) $R^{-1} = \{(3, 1), (4, 1), (2, 3), (3, 3), (4, 3)\}$
 d) $R \circ R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$
3. a) $R \circ S = \{(a, c), (a, d), (c, a), (d, a)\}$.
 b) $S \circ R = \{(b, a), (b, c), (c, b), (c, d), (d, a), (d, c)\}$.
 c) $R \circ R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (c, b)\}$.
 d) $S \circ S = \{(c, c), (c, a), (c, d)\}$.
4. a) $\{(9, 1), (6, 2), (3, 3)\}$.
 b) Domínio = $\{9, 6, 3\}$, Imagem = $\{1, 2, 3\}$.
 c) $\{(1, 9), (2, 6), (3, 3)\}$.
 d) $\{(3, 3)\}$.
5. a) Nenhuma.
 b) (2) e (3).
 c) (1) e (4).
 d) todas, exceto (3).
6. a) $\{1, 4, 9, 16\}$
 b) $\{1, 4, 9, 16\}$; $\{2, 8, 18\}$; $\{3, 12\}$
7. $\{\{1, 6, 11\}, \{2, 7, 12\}, \{3, 8, 13\}, \{4, 9, 14\}, \{5, 10, 15\}\}$.