

Exercícios
Reticulados e Álgebra Booleana

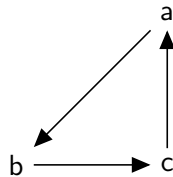
1. Tendo-se $\langle P, R \rangle$ um reticulado e $a, b, c \in P$, prove:

- a) $a \Downarrow (b \Downarrow c) = (a \Downarrow b) \Downarrow c$
- b) $a \Uparrow (b \Uparrow c) = (a \Uparrow b) \Uparrow c$
- c) $a \Downarrow b = b \Downarrow a$
- d) $a \Uparrow b = b \Uparrow a$
- e) $a \Downarrow (a \Uparrow b) = a$
- f) $a \Uparrow (a \Downarrow b) = a$
- g) $a \Downarrow a = a$
- h) $a \Uparrow a = a$

2. Tendo-se $\langle P, \Downarrow, \Uparrow, ', 0, 1 \rangle$ uma álgebra booleana e $a, b \in P$, prove:

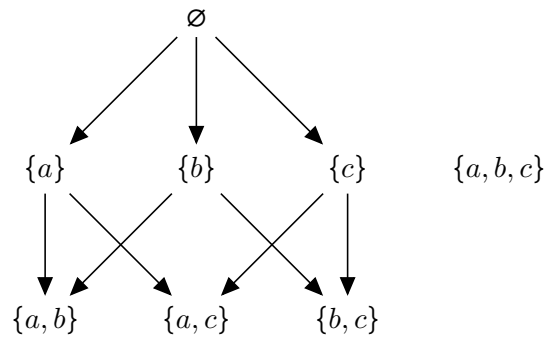
- a) $a \Downarrow 1 = a$
- b) $a \Uparrow 0 = a$
- c) $a \Downarrow 0 = 0$
- d) $a \Uparrow 1 = 1$
- e) $(a')' = a$
- f) $(a \Downarrow b)' = a' \Uparrow b'$
- g) $(a \Uparrow b)' = a' \Downarrow b'$

3. Suponha a, b e c elementos distintos de um conjunto A em uma relação de ordem R . Indique por que a configuração ilustrada na figura a seguir não é possível em um diagrama de Hasse.

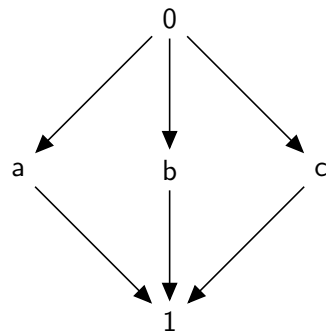


4. Considere o conjunto $A = \{a, b, c\}$ e a relação de ordem $\langle 2^A, R \rangle$ ilustrada a seguir. Então:

- a) Verifique a existência de elemento inicial e terminal. Justifique sua resposta.
- b) Para cada par de conjuntos que segue, determine o ínfimo e o supremo.
 - (i) $\{a\}$ e $\{b\}$
 - (ii) $\{a, b\}$ e $\{a, c\}$
 - (iii) \emptyset e $\{a, b, c\}$



5. Prove que o reticulado a seguir não é distributivo.



6. Mostre que, para quaisquer elementos $a, b, c \in P$ de uma álgebra booleana $\langle P, \downarrow, \uparrow, ', 0, 1 \rangle$, sendo $\langle P, R \rangle$ a correspondente relação de ordem. pode-se afirmar que:

- se $a \downarrow b = a \downarrow c$ e $a \uparrow b = a \uparrow c$ então $b = c$
- $(a \downarrow b)Ra$ e $aR(a \uparrow b)$
- $0Ra$ e $aR1$