UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DMAT

Professora: Graciela Moro
Lista de Exercícios: Matrizes, determinantes e sistemas lineares

1. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} a+2b & 2a-b \\ 2c+d & c-2d \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$, determine a, b, c e d para que $A = B$.

2. Uma fábrica produz três produtos (banheiras, pias e tanques)e os envia para armazenamento em dois depósitos. O númmero de unidades enviadas de cada produto para cada depósito é dado pela matriz $A = \begin{bmatrix} 200 & 75 \\ 150 & 100 \\ 100 & 125 \end{bmatrix}$ (em que cada entrada da matriz é o número de unidades enviadas do produto para o depósito, e os produtos são colocados em ordem alfabética. O custo de remessa de uma unidade de cada produto, por caminhão, é:$\$1,50$ por banheira, $\$1,00$ por pia e $\$2,00$ por tanque. Os custos unitários correspondentes ao envio por trem são: $\$1,75$, $\$1,50$, $\$1,00$. Organize esses custos em uma matriz e use essa matriz para mostrar como a fábrica pode comparar os custos de remessa - por caminhão e por trem - de seus produtos para cada um dos depósitos. Qual o meio de transporte mais econômico?

3. Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & x^2 \\ 2x-1 & 0 \end{bmatrix}$.Determine o valor de x para que A seja uma matriz simétrica.

4. Mostre que se A é simétrica, então B^TAB é simétrica (B quadrada de mesma ordem que A).

5. Mostre que toda matriz quadrada A pode ser escrita como a soma de uma matriz simétrica com uma matriz anti-simétrica, ou seja, $A = S + N$ onde S é uma matriz simétrica e N é uma matriz anti-simétrica.

6. Mostre que a matriz
$$M = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
é uma matriz ortogonal.

7. Sejam P e Q matrizes ortogonais de mesma ordem.
   (a) PQ é uma matriz ortogonal? P^T é uma matriz ortogonal? Justifique sua resposta.
   (b) Quais os valores que $\det Q$ pode ter?

8. Dada uma matriz A de ordem $m \times n$ mostre que a matriz AA^T é uma matriz simétrica de ordem $m \times m$. A matriz A^TA é simétrica? Qual sua ordem?

9. Mostre que a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ é idempotente, isto é, $A^2 = A$.

10. Sejam A e B matrizes quadradas de mesma ordem. Qual a condição que devemos ter para que $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

11. Calcule o determinante de A onde
   (a) $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$,

(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 19 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & \pi & -5 & 0 & 0 \\ 4 & \sqrt{2} & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 6 & -1 \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 9 & 9 & 9 \\ 9 & 0 & 9 & 9 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 9 & 0 & 3 & 9 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$

12. Seja $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$. Supondo que $det(A) = -7$, obtenha:
    (a) $det(3A)$
    (b) $det(A^{-1})$
    (c) $det(2A^{-1})$
    (d) $det(2A)^{-1}$
    (e) $det \begin{bmatrix} 4a-3g & 4b-3h & 4c-3i \\ 2d & 2e & 2f \\ g & h & i \end{bmatrix}$,

13. Sabendo que as matrizes A, B e C são matrizes quadradas e que $\det A = 3$, $\det B = -\dfrac{1}{2}$ e $\det C = \sqrt{2}$, determine $\det X$ sabendo que $A^T(B^{-1}X) = C^{-1}A$.

14. Encontre A^{-1}, onde
    (a) $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$,
    (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 1 & 1 & x^2 \\ 2 & 2 & x^2 \end{bmatrix}$

15. Encontre os valores d k para os quais a matriz

$$A = \begin{bmatrix} k-3 & 0 & 3 \\ 0 & k+2 & 0 \\ -5 & 0 & k+5 \end{bmatrix}$$

é não inversível.

16. Em cada item, use a informação dada para encontra a matriz A:
    (a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$
    (b) $(5A^T)^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$
    (c) $(7A)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$
    (d) $(I+2A)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

17. Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, calcule: A^3, A^{-3} e $A^2 - 2A + I$.

18. Resolva a seguinte equação matricial em X: $(A^{-1}X)^{-1} = A(B^{-2}A)^{-1}$.

19. Seja A invertível. Mostre que se $AB = BC$, então $A = C$. Dê um exemplo de uma matriz não-nula A tal que $AB = BC$, mas $A \neq C$.

20. Sejam A e C matrizes $n \times n$ tais que $\det(I + C^{-1}A) = \dfrac{1}{3}$ e $\det A = 5$. Sabendo-se que $B = 3(A^{-1} + C^{-1})^T$, determine $\det B$.

21. Em cada parte, encontre o maior valor possível para o posto de A e o menor valor possível para a nulidade de A:

    (a) A é 4×4

    (b) A é 3×5

    (c) A é 5×3

22. Existe alguma matriz "inversível" X tal que $X^2 = 0$? Justifique sua resposta.

23. Verifique como o posto de A varia com relação a t.

    (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & t \\ 1 & t & 1 \\ t & 1 & 1 \end{bmatrix}$

    (b) $A = \begin{bmatrix} t & 3 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \\ -1 & -3 & t \end{bmatrix}$

24. Existem valores de r e s para os quais o posto de $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r-2 & 2 \\ 0 & s-1 & r+2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ seja igual a um ou dois? Se existirem, encontre estes valores.

25. Sejam A e B matrizes $n \times n$ e M uma matriz inversível tais que $A = M^{-1}BM$. Mostre que $\det(-A^T) = (-1)^n \det B$ e $\det(A - I) = \det(B - I)$.

26. Seja M uma matriz inversível de ordem $n \times n$ tal que $\det(M^2 - M) = 0$.

    (a) Mostre que a matriz $M - I$ é não-inversível.

    (b) Existe uma matriz X inversível de ordem $n \times n$ tal que $MX = X$?

27. Verifique se as afirmações abaixo são **VERDADEIRAS** ou **FALSAS**. Se forem verdadeiras, demonstre. Se forem falsas, dê um contra-exemplo.

    (a) Se uma matriz quadrada A for ortogonal então $\det A = \pm 1$.

    (b) $\det(I + A) = 1 + \det A$.

    (c) $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$.

    (d) Se A é uma matriz simétrica então $A + A^T$ também é simétrica.

    (e) Se A e B são inversíveis então $A + B$ também é.

    (f) Se A é uma matriz quadrada simétrica e B é uma matriz ortogonal então a matriz $A + B^{-1}$ **nunca** será simétrica.

    (g) Se A é uma matriz anti-simétrica de ordem 3, então $\det A = 0$

    (h) Se A é não-inversível e $AB = 0$ então $B = 0$

    (i) Se A é anti-simétrica inversível, então A^{-1} é anti-simétrica.

    (j) Seja A uma matriz quadrada, então $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$.

    (k) Se A, B e C são matrizes $n \times n$ inversíveis, então $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$.

    (l) As expressões $tr(AA^T)$ e $tr(A^TA)$ estão definidas, independente do tamanho de A.

(m) $tr(AA^T) = tr(A^TA)$ para qualquer matriz A.

(n) $tr(kA) = ktr(A)$, e que k é um escalar.

(o) Se a primeira coluna de A for toda constituída de zeros, o esmo ocorre com a primeira coluna de qualquer produto AB.

(p) Seja A uma matriz 4×4, então $\det(2A) = 2 \det A$.

(q) $\det(B^{-1}AB) = \det A$

(r) Não existe nenhuma matriz quadrada A tal que $\det(AA^T) = -1$.

(s) Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 5 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ satisfazem a relação $A^{-1}BA = D$ então $\det B = 24$.

28. Resolva o sistema de equações, escrevendo a matriz ampliada do sistema inicial e escrevendo o sistema final do qual se obterá a solução do sistema original:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z &= 11 \\ 4x - 3y + 2z &= 0 \\ x + y + z &= 6 \\ 3x + y + z &= 4 \end{cases}$$

29. Considere o sitema linear $\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + 3y + az = b \end{cases}$. Para que valores de a e b o sistema

(a) tem uma infinidade de soluções?

(b) tem única solução?

(c) é impossível?

30. Seja $\begin{bmatrix} a & 0 & b & \vdots & 2 \\ a & a & 4 & \vdots & 4 \\ 0 & a & 2 & \vdots & b \end{bmatrix}$ a matriz ampliada de um sistema linear. Para quais valores de a e b o sistema tem

(a) única solução,

(b) nenhuma solução,

(c) uma solução com duas variáveis livres?

31. Encontre a relação entre a, b e c para que o sistema linear $\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2x + 3y + 3z = b \\ 5x + 9y - 6z = c \end{cases}$ seja possível para quaisquer valores de a, b e c.

32. Reduza as matrizes à forma escada através de operações linhas:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

33. Determine k para que o sistema admita solução

$$\begin{cases} -4x+3y &= 2 \\ 5x-4y &= 0 \\ 2x-y &= k \end{cases}$$

34. Encontre todas as soluções do sistema
$$\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3+3x_4-7x_5 &= 14 \\ 2x_1+6x_2+x_3-2x_4+5x_5 &= -2 \\ x_1+3x_2-x_3+2x_5 &= -1 \end{cases}$$

35. Apresente todos os possíveis resultados na discussão de um sistema não-homogêneo de 6 equações lineares com 4 incógnitas.

36. Se A é uma matriz 3×5, quais são os possíveis valores da nulidade de A? E se A for 4×2?

37. Explique por que a nulidade de uma matriz nunca é negativa.

38. Um sistema homogêneo com 3 equações e 4 incógnitas sempre tem uma solução não-trivial.

39. Chamamos de sistema homogêneo de n equações e m incógnitas aquele sistema cujos termos independentes são todos nulos.

    (a) Um sistema homogêneo admite pelo menos uma solução. Qual é ela?

    (b) Encontre os valores de $k\in\mathbb{R}$, tais que o sistema homogêneo
    $$\begin{cases} 2x-5y+2z &= 0 \\ x+y+z &= 0 \\ 2x+kz &= 0 \end{cases}$$
    tenha uma solução distinta da solução trivial.

40. Podemos resolver um sistema usando matriz inversa da seguinte forma:

$$\begin{aligned} AX &= B \\ A^{-1}AX &= A^{-1}B \\ X &= A^{-1}B \end{aligned}$$

Isto é útil quando desejamos resolver vários sistemas lineares que possuem a mesma matriz dos coeficientes.

Usando a teoria acima resolva os sistema $AX=B$ onde $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$ e

a) $B=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ b) $B=\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 100 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1000 \\ 10 \\ 100 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 111 \\ 311 \\ 511 \end{bmatrix}$

41. Resolva o sistema matricial $D^{-1}X=A$ onde $D=diag(1,2,3,4,5,6)$
$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

42. Classifique o sistema e exiba uma solução, caso ela exista:
$$\begin{cases} 2x+4y+6z &= -6 \\ 3x-2y-4z &= -38 \\ x+2y+3z &= -3 \end{cases}$$

43. Considere o sistema $\begin{cases} x-2y+z &= 1 \\ -4x+8y-5z &= k-1 \\ 2x-4y+kz &= -4 \end{cases}$ Determine, se possível:

    (a) Os valores de $k\in\mathbb{R}$ que faz com que o sistema admita infinitas soluções.

(b) Os valores de $k \in \mathbb{R}$ que faz com que o sistema admita única solução.

(c) Os valores de $k \in \mathbb{R}$ que faz com que o sistema seja impossível.

44. Uma editora publica um best-seller potencial com três encadernações diferentes: capa mole, capa dura e encardenação de luxo. Cada exemplar necessita de um certo tempo para costura e cola conforme mostra a tabela abaixo:

	Costura	*Cola*
Capa mole	$1min$	$2min$
Capa dura	$2min$	$4min$
Luxo	$3min$	$5min$

Se o local onde são feitas as costuras fica disponível 6 horas por dia e o local onde se cola, 11 horas por dia, quantos livros de cada tipo devem ser feitos por dia, de modo que os locais de trabalho sejam plenamente utilizados?

45. Num grande acampamento militar há 150 blindados dos tipos BM3, BM4 e BM5, isto é, equipados com 3, 4 e 5 canhões do tipo MX9 respectivamente. O total de canhões disponíveis é igual a 530. A soma dos BM4 com os BM5 corresponde aos 2 / 3 dos BM3. Se para o início de uma manobra militar, cada canhão carrega 12 projéteis, quantos projéteis serão necessários para o grupo dos BM4 no início da operação?

46. Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Se forem verdadeiras, demonstre. Se forem falsas, d e um contra-exemplo:

(a) Se X_1 e X_2 são soluções do sistema $AX = B$, então $X_1 + X_2$ também é uma solução deste mesmo sistema.

(b) Se $\det A = 0$, então o sistema homogêneo $AX = 0$ tem infinitas soluções.

(c) Seja A uma matriz inversível $n \times n$. Então o sistema $AX = X$ tem necessariamente solução única.

47. a) Em cada parte, use a informação da tabela para determinar se o sistema $AX = B$ é **possível**. Se for, determine o **número de variáveis livres** da solução geral. Justifique sua resposta.

	(a)	(b)	(c)	(d)
Tamanho de A	3×3	9×5	4×4	3×3
Posto de A	2	4	0	3
Posto de $[A\,\vert B]$	3	4	0	3

b) Para cada uma das matrizes da tabela acima determine se o sistema homogêneo $AX = 0$, é **possível**. Indique a **quantidade de soluções** para cada caso.

48. Considere o sistema $\begin{cases} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2 \end{cases}$ onde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$. Sabendo que $a_1c_1 + a_2c_2 = 0$ e $b_1c_1 + b_2c_2 = 0$, determine as condições sobre c_1 e c_2 para que o sistema seja: (a) inconsistente, (b)consistente com infinitas soluções.

49. Um biólogo colocou 3 espécies de bactérias em um tubo de ensaio (denotados por I, II e III), onde elas serão alientadas por 3 fontes de produtos (A, B e C). A cada dia serão colocados no tubo 1500 unidades de A, 3000 unidade de B e 4500 unidades de C. Cada bactéria da espécie I consome diariamente 1 unidade do alimento A, 1 de B e 1 de C. Cada bactéria da espécie II consome diariamente 1 unidade de A, 2 de B e 3 de C. Cada bactéria da espécie III consome diariamente 1 unidade de A, 3 de B e 5 de C. Quantas bactérias de cada espécie podem coexistir no tubo de ensaio de modo a consumir todo o alimento? Interprete matematicamente e fisicamente a questão.

50. Se $AX = B$ possui infinitas soluções, por que é impossível que $AX = C$ tenha apenas uma solução? $AX = C$ pode não ter soluções?

51. Se $AX = B$ possui duas soluções X_1 e X_2, encontre duas soluções de $AX = 0$.

52. Dê exemplos de matrizes A para as quais o número de soluções de $AX = B$ seja:

(a) 0 ou 1, dependendo de B.

(b) ∞, independentemente de B.

(c) 0 ou ∞, dependendo de B.

(d) 1, independentemente de B.

ALGUMAS RESPOSTAS:

1. $a = 1, b = 4, c = 3, d = -2$
2. $B = \begin{bmatrix} 1,5 & 1 & 2 \\ 1,75 & 1,5 & 1 \end{bmatrix}$. O caminho mais econômico é por trem: $\$1081,3$
3. $x = 1$
4.
5. Escreva $A = \dfrac{A + A^T}{2} + \dfrac{A - A^T}{2}$ e mostre que $S = \dfrac{A + A^T}{2}$ é simétrica e $N = \dfrac{A - A^T}{2}$ é anti-simétrica.
6.
7. (b) $\det A = \pm 1$
8. AA^T é simétrica de ordem $m \times m$ e $A^T A$ é simétrica de ordem $n \times n$.
9.
10.
11. a) 12 b) 0 c) -12
12. a) -189 b) $-\dfrac{1}{7}$ c) $-\dfrac{8}{7}$ d)$-\dfrac{1}{56}$ e)-56
13. $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$
14. a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 & -2 \\ -3 & -4 & 12 & -6 \\ 11 & 14 & -43 & 22 \\ 10 & 14 & -41 & 21 \end{bmatrix}$

    b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{2}{x} & \frac{1}{x} \\ -1 & -\frac{1}{x}(x-2) & \frac{1}{x}(x-1) \\ 0 & \frac{2}{x^2} & -\frac{1}{x^2} \end{bmatrix}$
15. $k = -2$ ou $k = 0$
16. a) $A = \begin{bmatrix} \dfrac{5}{13} & \dfrac{1}{13} \\ -\dfrac{3}{13} & \dfrac{2}{13} \end{bmatrix}$

    b) $A = \begin{bmatrix} -\dfrac{2}{5} & 1 \\ -\dfrac{1}{5} & \dfrac{3}{5} \end{bmatrix}$

    c) $A = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{91} & \dfrac{1}{13} \\ \dfrac{1}{91} & -\dfrac{3}{91} \end{bmatrix}$

    d) $A = \begin{bmatrix} -\dfrac{9}{13} & \dfrac{1}{13} \\ \dfrac{2}{13} & -\dfrac{6}{13} \end{bmatrix}$
17. $A^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 28 & 1 \end{bmatrix}$

$A^{-3} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & 0 \\ -\frac{7}{2} & 1 \end{bmatrix}$

$A^2 - 2A + I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

18. $X = AB^{-2}$
19.
20. $\det B = \dfrac{3^{n-1}}{5}$
21. a) posto(A)=4, nulidade(A)=0 b)posto(A)=3, nulidade(A)=2 c) posto(A)=3, nulidade(A)=0
22.
23. a) $Posto(A) = 2$ se $t = -2$ e $posto(A) = 3$ se $t \neq 1$ e $t \neq -2$ b) $Posto(A) = 1$ se $t = 1$, $posto(A) = 2$ se $t = 1$ ou $t = \dfrac{3}{2}$ e $posto(A) = 3$ se $t \neq 1$ e $t \neq \dfrac{3}{2}$
24. O posto é 2 se $r = 2$ e $s = 1$; o posto nunca é 1.
25.
26.
27. a) V, b) F, c) F, d) V, e)F, f) F, g)V, h) F, i) V, j) V, k) V, l)V, m)V, n) V, o) F, p) F, q) V, r)V, s) V.
28. $x = -1, y = 2, z = 5$
29. a) $a = 5, b = 4$ b) $a \neq 5, b \neq 4$ c) $a = 5, b \neq 4$
30. a) $a \neq 0\ , b \neq 2$ b) $a = 0, b \neq 2$ c) $a = 0,\ b = 2$
31. a, b, c devem satisfazer a equação: $c - b - 3a = 0$
32. a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{22}{7} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{11}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{7} \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
33. $k = -6$
34. $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 3x_2 - x_5 \\ x_2 \\ 2 + x_5 \\ 3 + 2x_5 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_5 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$
35. Se $p_a = p_c = 4$ o sistema tem única solução. Se $p_a = p_c < 4$ o sistema tem infinitas soluções. Se $p_a \neq p_c$ o sistema é impossível.
36. Para $A_{3\times 5}$: $2 \leq nul(A) \leq 4$; para $A_{4\times 2}$: $0 \leq nul(A) \leq 1$
37.
38.
39. a) Solução trivial. b) $k = 2$
40. a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 185 \\ 5 \\ 98 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 3160 \\ -1990 \\ -910 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 111 \\ 89 \\ 89 \end{bmatrix}$

41. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

42. $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{41}{4} + \frac{1}{4}z \\ \frac{29}{8} - \frac{13}{8}z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{41}{4} \\ \frac{29}{8} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ -\frac{13}{8} \end{bmatrix}$

43. a) $k = 3$ ou $k = 4$ b) Não existe k para que a solução seja única pois para haver solução o posto máximo é 2. c) $k \neq 3$ e $k \neq 4$.

44. Uma solução possível é: 180 livros de capa mole, nenhum de capa dura e 60 de luxo. Mas esta não a única solução. Você consegue exibir outras?

45. Serão necessários 1920 projéteis.

46. a)F b)V c) F

47. a) i)Impossível ii) Infinitas soluções e uma variável livre iii) Infinitas soluções e 4 variáveis livres iv) Única solução
b) Um sistema homogêneo sempre tem solução. i) uma variável livre ii) uma variável livre iii) 4 variáveis livres iv) nenhuma variável livre

48. a) $c_1^2 + c_2^2 \neq 0$

b)$c_1^2 + c_2^2 = 0$

49. $x = z$ e $y = 1500 - 2z$ onde $x =$nº de bactérias do tipo I, $y =$nº de bactérias do tipo II e $z =$nº de bactérias do tipo III. Fisicamente: como $x, y > 0$ então $0 < z < 750$.

50.

51.

52.