

TEC0001 – Teoria da Computação

Aula 11

NP e NP-Compleitude

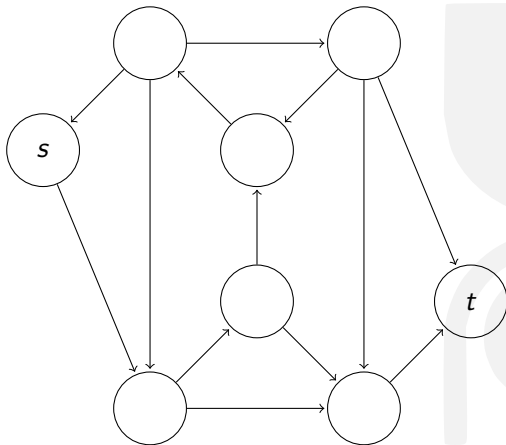
Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2017

Caminho Hamiltoniano

Percorrer todo os nodos do grafo, passando uma única vez em cada nodo.



Definição (Verificador)

Um **verificador** para uma linguagem A é um algoritmo V onde

$$A = \{w \mid V \text{ aceita } \langle w, c \rangle \text{ para uma string } c\}$$

- A string c é chamada de **certificado** (ou prova) de pertinência à A .
- O tempo do verificador é medido apenas em termos do comprimento de w .
- Verificador em tempo polinomial: se executa em tempo polinomial sobre o tamanho de w .
- A linguagem A é **verificável em tempo polinomial** se existe pelo menos um verificador em tempo polinomial para ela

Definição (Classe NP)

NP é a classe de linguagens que possuem verificadores em tempo polinomial.

Teorema

$A \in NP$ se e somente se A é decidida por uma Máquina de Turing não determinística de tempo polinomial.

Seja V um verificador em tempo polinomial de A . Assuma que V é uma Máquina de Turing que execute em tempo n^k . Então temos a Máquina de Turing não determinística N como abaixo:

$N =$ Sobre a entrada w de tamanho n :

- 1 Selecione de modo não determinístico strings c de comprimento até n^k
- 2 Execute V com entrada $\langle w, c \rangle$
- 3 Se V aceitar, *aceite*. Caso contrário, *rejeite*.

Definição (NTIME)

$$NTIME(t(n)) =$$

$\{L \mid L \text{ é uma linguagem decidida por uma MTND em } \mathcal{O}(t(n))\}$

$$NP = \bigcup_k NTIME(n^k)$$

P = classe das linguagens que poden ser **decididas** “rapidamente”

NP = classe das linguagens que poden ser **verificadas**
“rapidamente”

NP-Compleitude

Problemas em NP cuja complexidade individual está realcionada àquela da classe inteira

Definição (Função em Tempo Polinomial)

Uma função $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ é uma **função computável em tempo polinomial** se existe alguma Máquina de Turing determinística de tempo polinomial que para com exatamente $f(w)$ na sua fita quando iniciada com entrada w .

Definição (Redução em Tempo Polinomial)

A linguagem A é **reduzível por mapeamento em tempo polinomial** à linguagem B , denotado por $A \leq_P B$, se existe uma função computável em tempo polinomial $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ onde para todo w

$$w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B$$

Definição (Linguagem em NP-Completo)

Uma linguagem B é NP-Completa se:

- $B \in NP$ e
- toda $A \in NP$ é redutível em tempo polinomial à B , ou seja

$$\forall A \in NP (A \leq_P B)$$

Teorema

Se $B \in \text{NP-Completo}$ e $B \in P$ então $P = \text{NP}$.

Teorema

Se $B \in \text{NP-Completo}$, $B \leq_P C$ e $C \in \text{NP}$ então $C \in \text{NP-Completo}$.