TEC0001 – Teoria da Computação
Videoaula 07
Linguagens Co-reconhecíveis

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020

- Uma linguagem é um **conjunto** de palavras

$$L \subseteq \Sigma^*$$

- Portanto $\overline{L}$, o complemento de L, também é uma linguagem

$$\overline{L} = \Sigma^* - L$$

Definição (Linguagem Co-reconhecível)

B é uma linguagem co-reconhecível se for o complemento de uma linguagem reconhecível.

Ou seja:

- B é co-reconhecível se $\overline{B}$ for reconhecível
- B é co-reconhecível se existe uma Máquina de Turing que reconheça $\overline{B}$

Teorema
Uma linguagem é decidível se, e somente se, for reconhecível e co-reconhecível.

Portanto uma linguagem é decidível somente se ela e seu complemento forem reconhecíveis.
E o inverso também é válido.

Demonstração

$\boxed{\Rightarrow}$ Provar que, se uma linguagem é decidível então ela é reconhecível e co-reconhecível.

Se a linguagem A é decidível, então existe uma Máquina de Turing M tal que $L(M) = A$ e que para para qualquer entrada.
Então M é também um **reconhecedor para** A.
Além disso, a seguinte Máquina de Turing M' reconhece $\overline{A}$ (na verdade, decide ;))

M' = sobre a entrada w:

1. Rode M com entrada w.
2. Inverta a resposta recebida de M.

Portanto A também é co-reconhecível.

Demonstração

$\boxed{\Leftarrow}$ Provar que, se uma linguagem A é reconhecível e co-reconhecível, então ela é decidível.

Se A é reconhecível, sabemos que existe uma Máquina de Turing X tal que $L(X) = A$ (que pode entrar em loop).
Como A também é co-reconhecível, há uma Máquina de Turing Y tal que $L(Y) = \overline{A}$ (note que Y pode entrar em loop infinito).
A Máquina de Turing D a seguir é uma decisora de A.

D = sobre a entrada w:

1. Rode alternadamente a máquina X com entrada w e a máquina Y com entrada w.
2. Se X aceitar, aceite. Se Y aceitar, rejeite.

Note que, para qualquer palavra $w \in \Sigma^*$ temos que $w \in A$ ou $w \in \overline{A}$, e somente a **um** destes conjuntos.
Se $w \in A$, X para e aceita; caso $w \in \overline{A}$, é Y que se tem a garantia de parada. Logo D é decisora, o que completa a prova.

Uma linguagem não computável

- Uma linguagem é decidível se for reconhecível e co-reconhecível.
- A_{MT} não é decidível, mas é reconhecível.
- Portanto A_{MT} não é co-reconhecível!

Ou seja, $\overline{A_{MT}}$, o complemento de A_{MT}, **não é computável!**

Agora podemos não decidir!