

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

ESTATÍSTICA MULTIVARIADA II

Análise Fatorial de Correspondência Múltipla

Matheus Santello  
RA: 818722

Docente: Prof. Dr. Pedro Ferreira Filho

São Carlos - SP  
2025

# 1 Introdução

Muitas marcas, sejam marcas novas ou marcas já consolidadas, fazem o uso de análises estatísticas afim de obter resultados que ajudam em suas tomadas de decisões, auxiliando na gestão das mesmas, no mercado de cerveja não é diferente, resultados de análises multivariadas podem contribuir de diversas formas para compreender a demanda do produto, como por exemplo o gosto pessoal de seus consumidores para um melhor entendimento de suas preferências, portanto a realização de uma análise multivariada pode trazer resultados bastante relevantes para algumas dessas marcas.

## 2 Objetivo

O objetivo do estudo é a compreensão da preferência dos estudantes com relação a determinadas marcas de cerveja, e compreender a relação conjunta entre elas, afim de fornecer resultados relevantes acerca do mercado de bebidas alcoólicas.

## 3 Material e Método

Para solução do problema proposto, foi realizado uma análise fatorial de correspondência múltipla a partir de um conjunto de dados referente as notas, de 1 a 10 onde valores altos correspondem a uma maior preferência dos estudantes, em relação a 10 marcas de cerveja, sendo elas:

| Sigla | Nome                      |
|-------|---------------------------|
| AC    | Anchor Steam              |
| BA    | Bass Ale                  |
| BE    | Beck's                    |
| CO    | Corona                    |
| GB    | Gordon-Biersch Märzen     |
| GS    | Guinness Stout            |
| HE    | Heineken                  |
| PW    | Pete's Wicked Ale         |
| SA    | Samuel Adams Boston Lager |
| SN    | Sierra Nevada Pale Ale    |

A AFCM se mostrou eficiente para a análise multivariada, por se tratar de um método muito eficaz para a compreensão da estrutura de relação entre as variáveis e suas respectivas categorias.

Para que a AFCM fosse possível, as notas foram categorizadas da seguinte forma: Nota  $\leq 4$ , classificada como baixa; Nota  $> 4$  e  $< 8$ , classificada como média e Nota  $\geq 8$  classificada como alta.

## 4 Resultados

### 4.1 Tabela percentual de burt

Feita a AFCM, um dos primeiros resultados observados foi a tabela de burt percentual, na qual foi dividida em 2 por conta do grande numero de elementos da tabela.

|          | AC.alto | AC.baixo | AC.médio | BA.alto | BA.baixo | BA.médio | BE.baixo | BE.médio | CO.alto | CO.baixo | CO.médio | GB.alto | GB.baixo | GB.médio |
|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|
| AC.alto  | 18.8    | 0        | 0        | 33.3    | 50       | 16.7     | 50       | 50       | 16.7    | 33.3     | 50       | 33.3    | 33.3     | 33.3     |
| AC.baixo | 0       | 31.2     | 0        | 20      | 40       | 40       | 60       | 40       | 50      | 0        | 50       | 0       | 10       | 90       |
| AC.médio | 0       | 0        | 50       | 6.2     | 12.5     | 81.2     | 37.5     | 62.5     | 18.8    | 25       | 56.2     | 6.2     | 0        | 93.8     |
| BA.alto  | 40      | 40       | 20       | 15.6    | 0        | 0        | 20       | 80       | 40      | 20       | 40       | 20      | 0        | 80       |
| BA.baixo | 33.3    | 44.4     | 22.2     | 0       | 28.1     | 0        | 66.7     | 33.3     | 33.3    | 11.1     | 55.6     | 11.1    | 22.2     | 66.7     |
| BA.médio | 5.6     | 22.2     | 72.2     | 0       | 0        | 56.2     | 44.4     | 55.6     | 22.2    | 22.2     | 55.6     | 5.6     | 5.6      | 88.9     |
| BE.baixo | 20      | 40       | 40       | 6.7     | 40       | 53.3     | 46.9     | 0        | 33.3    | 20       | 46.7     | 6.7     | 13.3     | 80       |
| BE.médio | 17.6    | 23.5     | 58.8     | 23.5    | 17.6     | 58.8     | 0        | 53.1     | 23.5    | 17.6     | 58.8     | 11.8    | 5.9      | 82.4     |
| CO.alto  | 11.1    | 55.6     | 33.3     | 22.2    | 33.3     | 44.4     | 55.6     | 44.4     | 28.1    | 0        | 0        | 22.2    | 0        | 77.8     |
| CO.baixo | 33.3    | 0        | 66.7     | 16.7    | 16.7     | 66.7     | 50       | 50       | 0       | 18.8     | 0        | 0       | 16.7     | 83.3     |
| CO.médio | 17.6    | 29.4     | 52.9     | 11.8    | 29.4     | 58.8     | 41.2     | 58.8     | 0       | 0        | 53.1     | 5.9     | 11.8     | 82.4     |
| GB.alto  | 66.7    | 0        | 33.3     | 33.3    | 33.3     | 33.3     | 33.3     | 66.7     | 66.7    | 0        | 33.3     | 9.4     | 0        | 0        |
| GB.baixo | 66.7    | 33.3     | 0        | 0       | 66.7     | 33.3     | 66.7     | 33.3     | 0       | 33.3     | 66.7     | 0       | 9.4      | 0        |
| GB.médio | 7.7     | 34.6     | 57.7     | 15.4    | 23.1     | 61.5     | 46.2     | 53.8     | 26.9    | 19.2     | 53.8     | 0       | 0        | 81.2     |
| GS.alto  | 42.9    | 14.3     | 42.9     | 28.6    | 0        | 71.4     | 28.6     | 71.4     | 14.3    | 28.6     | 57.1     | 14.3    | 0        | 85.7     |
| GS.baixo | 16.7    | 41.7     | 41.7     | 8.3     | 25       | 66.7     | 33.3     | 66.7     | 33.3    | 8.3      | 58.3     | 16.7    | 16.7     | 66.7     |
| GS.médio | 7.7     | 30.8     | 61.5     | 15.4    | 46.2     | 38.5     | 69.2     | 30.8     | 30.8    | 23.1     | 46.2     | 0       | 7.7      | 92.3     |
| HE.alto  | 0       | 60       | 40       | 10      | 30       | 60       | 40       | 60       | 40      | 0        | 60       | 10      | 0        | 90       |
| HE.baixo | 37.5    | 25       | 37.5     | 0       | 37.5     | 62.5     | 87.5     | 12.5     | 12.5    | 37.5     | 50       | 12.5    | 25       | 62.5     |
| HE.médio | 21.4    | 14.3     | 64.3     | 28.6    | 21.4     | 50       | 28.6     | 71.4     | 28.6    | 21.4     | 50       | 7.1     | 7.1      | 85.7     |
| PW.alto  | 66.7    | 0        | 33.3     | 33.3    | 33.3     | 33.3     | 33.3     | 66.7     | 66.7    | 0        | 33.3     | 66.7    | 0        | 33.3     |
| PW.baixo | 9.1     | 63.6     | 27.3     | 18.2    | 36.4     | 45.5     | 27.3     | 72.7     | 45.5    | 9.1      | 45.5     | 0       | 9.1      | 90.9     |
| PW.médio | 16.7    | 16.7     | 66.7     | 11.1    | 22.2     | 66.7     | 61.1     | 38.9     | 11.1    | 27.8     | 61.1     | 5.6     | 11.1     | 83.3     |
| SA.alto  | 40      | 20       | 40       | 40      | 20       | 40       | 20       | 80       | 20      | 60       | 20       | 0       | 20       | 80       |
| SA.baixo | 20      | 20       | 60       | 0       | 20       | 80       | 40       | 60       | 20      | 20       | 60       | 0       | 20       | 80       |
| SA.médio | 13.6    | 36.4     | 50       | 13.6    | 31.8     | 54.5     | 54.5     | 45.5     | 31.8    | 9.1      | 59.1     | 13.6    | 4.5      | 81.8     |
| SN.alto  | 40      | 20       | 40       | 30      | 20       | 50       | 50       | 50       | 30      | 30       | 40       | 20      | 0        | 80       |
| SN.baixo | 0       | 75       | 25       | 25      | 25       | 50       | 25       | 75       | 25      | 0        | 75       | 0       | 0        | 100      |
| SN.médio | 11.1    | 27.8     | 61.1     | 5.6     | 33.3     | 61.1     | 50       | 50       | 27.8    | 16.7     | 55.6     | 5.6     | 16.7     | 77.8     |

|          | GS.alto | GS.baixo | GS.médio | HE.alto | HE.baixo | HE.médio | PW.alto | PW.baixo | PW.médio | SA.alto | SA.baixo | SA.médio | SN.alto | SN.baixo | SN.médio |
|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|
| AC.alto  | 50      | 33.3     | 16.7     | 0       | 50       | 50       | 33.3    | 16.7     | 50       | 33.3    | 16.7     | 50       | 66.7    | 0        | 33.3     |
| AC.baixo | 10      | 50       | 40       | 60      | 20       | 20       | 0       | 70       | 30       | 10      | 10       | 80       | 20      | 30       | 50       |
| AC.médio | 18.8    | 31.2     | 50       | 25      | 18.8     | 56.2     | 6.2     | 18.8     | 75       | 12.5    | 18.8     | 68.8     | 25      | 6.2      | 68.8     |
| BA.alto  | 40      | 20       | 40       | 20      | 0        | 80       | 20      | 40       | 40       | 40      | 0        | 60       | 60      | 20       | 20       |
| BA.baixo | 0       | 33.3     | 66.7     | 33.3    | 33.3     | 33.3     | 11.1    | 44.4     | 44.4     | 11.1    | 11.1     | 77.8     | 22.2    | 11.1     | 66.7     |
| BA.médio | 27.8    | 44.4     | 27.8     | 33.3    | 27.8     | 38.9     | 5.6     | 27.8     | 66.7     | 11.1    | 22.2     | 66.7     | 27.8    | 11.1     | 61.1     |
| BE.baixo | 13.3    | 26.7     | 60       | 26.7    | 46.7     | 26.7     | 6.7     | 20       | 73.3     | 6.7     | 13.3     | 80       | 33.3    | 6.7      | 60       |
| BE.médio | 29.4    | 47.1     | 23.5     | 35.3    | 5.9      | 58.8     | 11.8    | 47.1     | 41.2     | 23.5    | 17.6     | 58.8     | 29.4    | 17.6     | 52.9     |
| CO.alto  | 11.1    | 44.4     | 44.4     | 44.4    | 11.1     | 44.4     | 22.2    | 55.6     | 22.2     | 11.1    | 11.1     | 77.8     | 33.3    | 11.1     | 55.6     |
| CO.baixo | 33.3    | 16.7     | 50       | 0       | 50       | 50       | 0       | 16.7     | 83.3     | 50      | 16.7     | 33.3     | 50      | 0        | 50       |
| CO.médio | 23.5    | 41.2     | 35.3     | 35.3    | 23.5     | 41.2     | 5.9     | 29.4     | 64.7     | 5.9     | 17.6     | 76.5     | 23.5    | 17.6     | 58.8     |
| GB.alto  | 33.3    | 66.7     | 0        | 33.3    | 33.3     | 33.3     | 66.7    | 0        | 33.3     | 0       | 0        | 100      | 66.7    | 0        | 33.3     |
| GB.baixo | 0       | 66.7     | 33.3     | 0       | 66.7     | 33.3     | 0       | 33.3     | 66.7     | 33.3    | 33.3     | 33.3     | 0       | 0        | 100      |
| GB.médio | 23.1    | 30.8     | 46.2     | 34.6    | 19.2     | 46.2     | 3.8     | 38.5     | 57.7     | 15.4    | 15.4     | 69.2     | 30.8    | 15.4     | 53.8     |
| GS.alto  | 21.9    | 0        | 0        | 28.6    | 28.6     | 42.9     | 14.3    | 14.3     | 71.4     | 42.9    | 0        | 57.1     | 85.7    | 0        | 14.3     |
| GS.baixo | 0       | 37.5     | 0        | 41.7    | 25       | 33.3     | 16.7    | 58.3     | 25       | 8.3     | 16.7     | 75       | 8.3     | 25       | 66.7     |
| GS.médio | 0       | 0        | 40.6     | 23.1    | 23.1     | 53.8     | 0       | 23.1     | 76.9     | 7.7     | 23.1     | 69.2     | 23.1    | 7.7      | 69.2     |
| HE.alto  | 20      | 50       | 30       | 31.2    | 0        | 0        | 10      | 60       | 30       | 10      | 10       | 80       | 10      | 30       | 60       |
| HE.baixo | 25      | 37.5     | 37.5     | 0       | 25       | 0        | 12.5    | 0        | 87.5     | 12.5    | 12.5     | 75       | 50      | 0        | 50       |
| HE.médio | 21.4    | 28.6     | 50       | 0       | 0        | 43.8     | 7.1     | 35.7     | 57.1     | 21.4    | 21.4     | 57.1     | 35.7    | 7.1      | 57.1     |
| PW.alto  | 33.3    | 66.7     | 0        | 33.3    | 33.3     | 33.3     | 9.4     | 0        | 0        | 33.3    | 0        | 66.7     | 66.7    | 0        | 33.3     |
| PW.baixo | 9.1     | 63.6     | 27.3     | 54.5    | 0        | 45.5     | 0       | 34.4     | 0        | 18.2    | 18.2     | 63.6     | 18.2    | 36.4     | 45.5     |
| PW.médio | 27.8    | 16.7     | 55.6     | 16.7    | 38.9     | 44.4     | 0       | 0        | 56.2     | 11.1    | 16.7     | 72.2     | 33.3    | 0        | 66.7     |
| SA.alto  | 60      | 20       | 20       | 20      | 20       | 60       | 20      | 40       | 40       | 15.6    | 0        | 60       | 0       | 40       |          |
| SA.baixo | 0       | 40       | 60       | 20      | 20       | 60       | 0       | 40       | 60       | 0       | 15.6     | 0        | 20      | 40       |          |
| SA.médio | 18.2    | 40.9     | 40.9     | 36.4    | 27.3     | 36.4     | 9.1     | 31.8     | 59.1     | 0       | 0        | 68.8     | 27.3    | 9.1      | 63.6     |
| SN.alto  | 60      | 10       | 30       | 10      | 40       | 50       | 20      | 20       | 60       | 30      | 10       | 60       | 31.2    | 0        | 0        |
| SN.baixo | 0       | 75       | 25       | 75      | 0        | 25       | 0       | 100      | 0        | 0       | 50       | 50       | 0       | 12.5     | 0        |
| SN.médio | 5.6     | 44.4     | 50       | 33.3    | 22.2     | 44.4     | 5.6     | 27.8     | 66.7     | 11.1    | 11.1     | 77.8     | 0       | 0        | 56.2     |

Entre os resultados da tabela de burt percentual, pela diagonal principal, se destacam a ausência de notas altas para a variável "BE"(Beck's), entretanto destacam-se as proporções de 31,2% de notas altas para as variáveis "HE"(Heineken) e "SN"( Sierra Nevada Pale Ale), indicando que as duas marcas são as que obtiveram melhor desempenho, destaque para notas baixas de "SN"( Sierra Nevada Pale Ale) que correspondem a 12,5% uma das menores proporções de notas baixas entre todas as variáveis, só não menor do que "GB" com 9,4% de notas baixas.

## 4.2 Scree plot variância

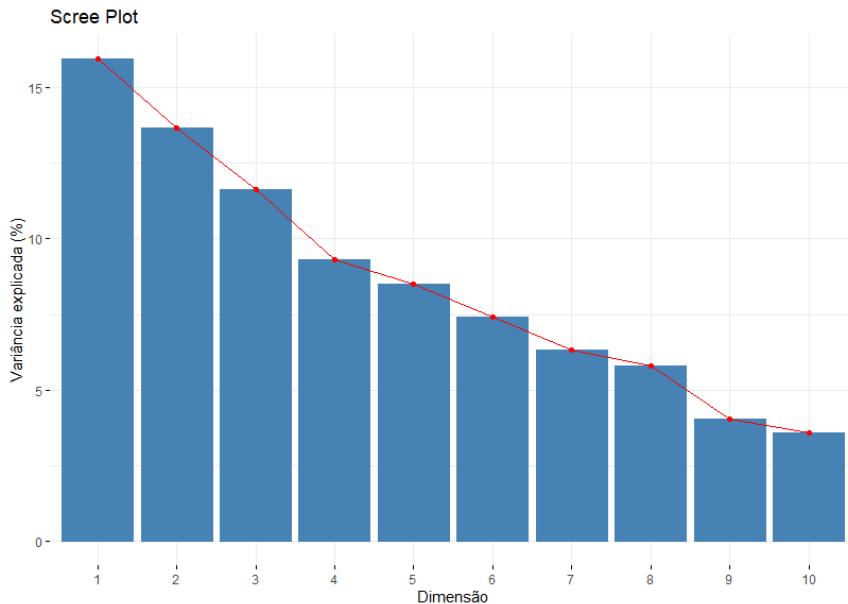


Tabela 1: Autovalores e variâncias explicadas

|        | eigenvalue | variance % | cumulative % |
|--------|------------|------------|--------------|
| Dim.1  | 0.303      | 15.956     | 15.956       |
| Dim.2  | 0.259      | 13.656     | 29.612       |
| Dim.3  | 0.221      | 11.646     | 41.259       |
| Dim.4  | 0.177      | 9.330      | 50.589       |
| Dim.5  | 0.162      | 8.500      | 59.089       |
| Dim.6  | 0.141      | 7.423      | 66.512       |
| Dim.7  | 0.120      | 6.319      | 72.830       |
| Dim.8  | 0.111      | 5.817      | 78.647       |
| Dim.9  | 0.077      | 4.061      | 82.708       |
| Dim.10 | 0.068      | 3.575      | 86.283       |
| Dim.11 | 0.063      | 3.316      | 89.599       |
| Dim.12 | 0.049      | 2.590      | 92.189       |
| Dim.13 | 0.036      | 1.886      | 94.075       |
| Dim.14 | 0.026      | 1.377      | 95.451       |
| Dim.15 | 0.024      | 1.281      | 96.733       |
| Dim.16 | 0.023      | 1.208      | 97.941       |
| Dim.17 | 0.018      | 0.973      | 98.913       |
| Dim.18 | 0.014      | 0.735      | 99.649       |
| Dim.19 | 0.007      | 0.351      | 100.000      |

Apesar do primeiro plano fatorial só explicar 29.612% da variabilidade dos dados, não devemos considerar essa medida como fundamental para redução da dimensionalidade, por conta de que na AFCM a inercia não é função diretamente dos dados, sendo a mesma medida da seguinte forma:  $\frac{k}{p} - 1$ , portanto, essa medida é utilizada para tem uma noção básica da redução da dimensionalidade e não como fator determinante para tomada de decisão.

#### 4.3 Contribuição das variáveis para 1<sup>a</sup> dimensão e 2<sup>a</sup> dimensão

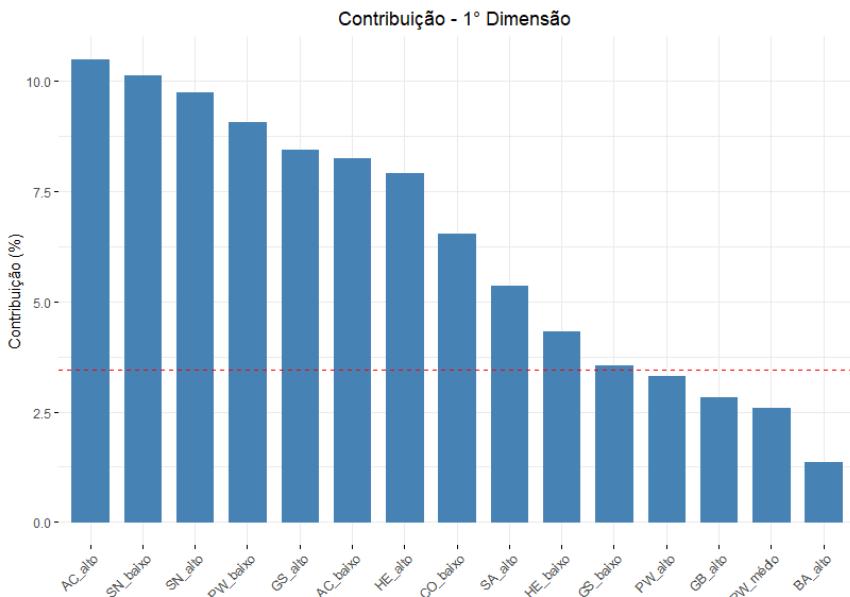


Figura 1: 15 Categorias mais contributivas - Dim 1

A maioria das categorias (15 mais contributivas) ficaram acima da média em contribuição para o primeiro fator, com exceção de "PW\_alto", "GB\_alto" e "PW\_médio", que apesar de abaixo da média, estão muito próximas da mesma, e "BA\_alto", com um valor abaixo e distante da média.

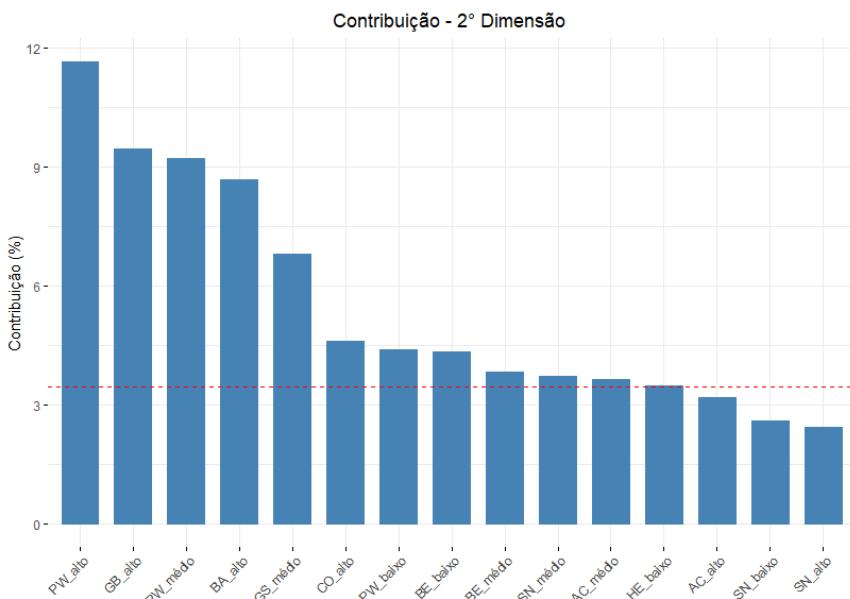


Figura 2: 15 Categorias mais contributivas - Dim 2

Já na segunda dimensão, as categorias (entre as 15 mais contributivas) que antes se encontravam abaixo da média, para esse fator sua contribuição é mais significativa, isso é um bom indicativo para redução da dimensionalidade para os dois primeiros fatores.

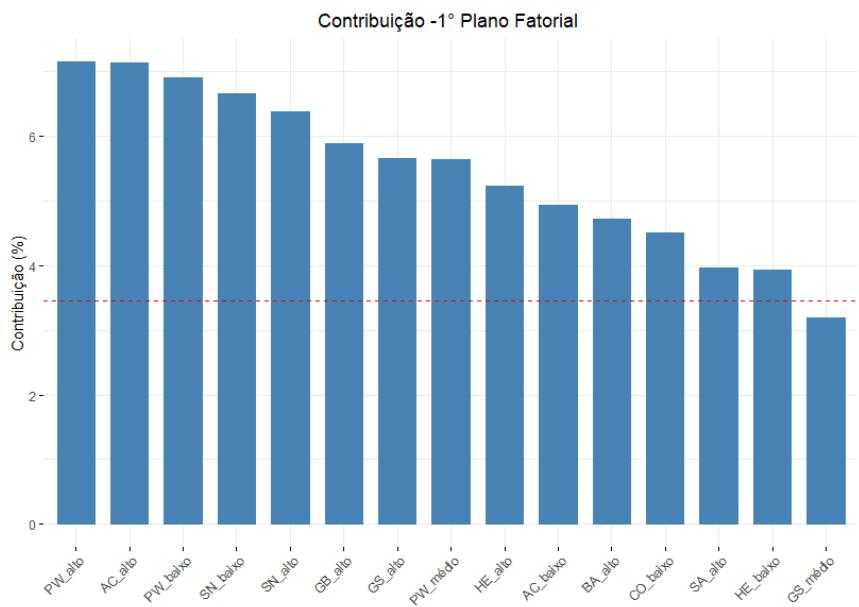


Figura 3: 15 Categorias mais contributivas - 1º plano fatorial

Na contribuição das categorias (entre as 15 mais contributivas) em relação ao primeiro plano fatorial, temos que apenas uma categoria abaixo da média, porém a mesma não se distanciou tanto do valor esperado, o restante das categorias tem contribuições acima da média, sendo um ótimo indicativo de que os dois primeiros fatores são suficientes para representar as categorias.

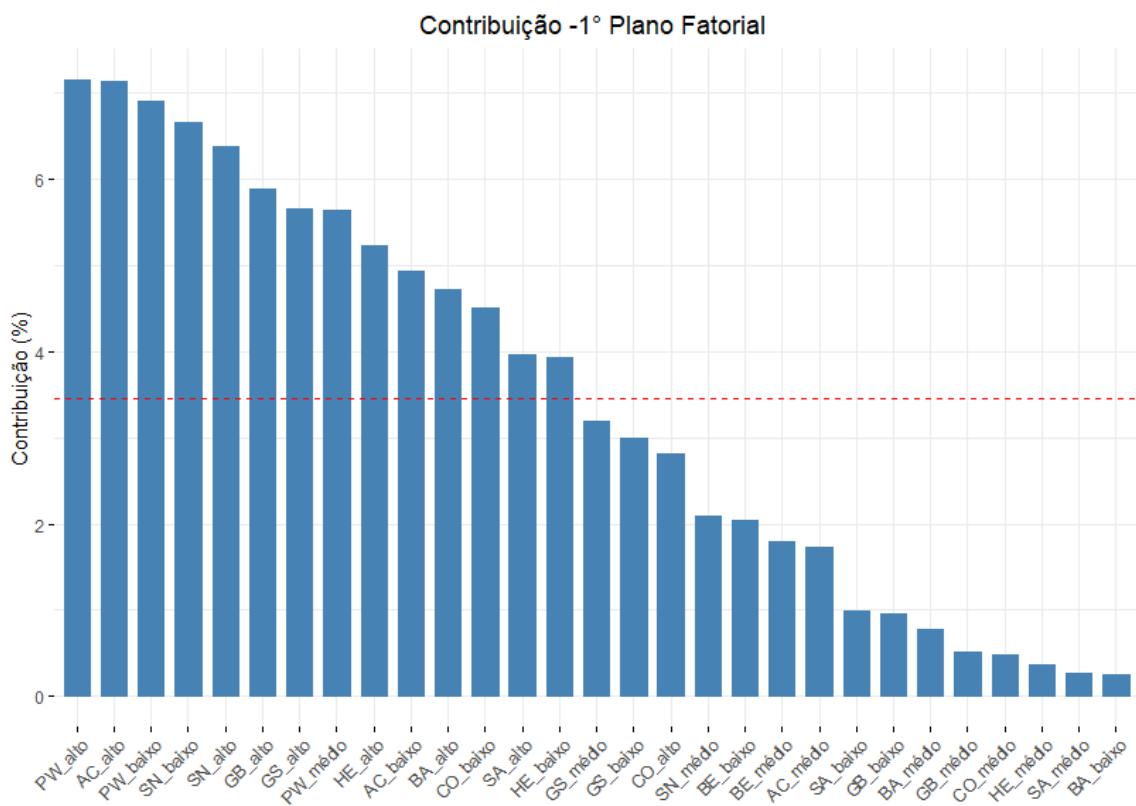


Figura 4: Contribuição de todas as categorias - 1º plano fatorial

Quando observamos as contribuições de todas as categorias em relação ao 1º plano fatorial, percebemos que a maioria das categorias muito abaixo da média, são as categorias referentes as notas médias, o que faz sentido visto que na projeção das categorias no plano fatorial, aquelas classificadas como "médio" se concentram ao redor do ponto (0,0) para os dois primeiros fatores, portanto, uma baixa contribuição das notas médias não atrapalharam no entendimento das preferências dos alunos com relação as marcas de cerveja, sendo assim seguiremos o estudo com os dois primeiros fatores.

#### 4.4 Categorias projetadas - 1º plano fatorial

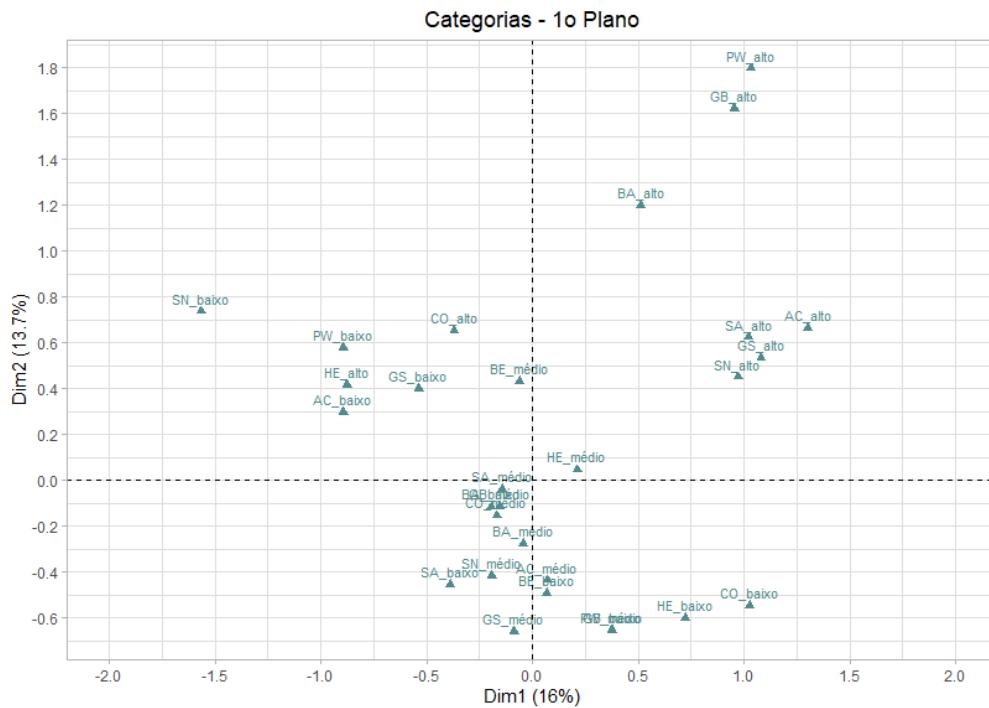


Figura 5: Categorias primeiro plano

Ao analisar a projeção das categorias no plano fatorial, de cara da para destacar 3 concentrações de categorias, uma no primeiro quadrante do gráfico, outra no segundo, e por último, no terceiro quadrante, a concentração de categorias do primeiro quadrante, indica uma preferência comum entre as marcas SN, GS, SA, AC, PW, GB e BA, na concentração do segundo quadrante, temos que aqueles que preferem as marcas HE e CO, tendem a não gostar de SN, AC, GS e PW, para as categorias do quarto quadrante, aqueles que não gostam de HE, tendem a não gostar de CO de GB e de BE.

Essas relações são explicitadas pela tabela de burt percentual:

| Linha    | Coluna   | Valor (%) |
|----------|----------|-----------|
| SN.baixo | PW.baixo | 100.0     |
| HE.baixo | BE.baixo | 87.5      |
| GS.alto  | SN.alto  | 85.7      |
| SN.baixo | GS.baixo | 75.0      |
| SN.baixo | AC.baixo | 75.0      |
| SN.baixo | HE.alto  | 75.0      |
| AC.baixo | PW.baixo | 70.0      |
| PW.alto  | AC.alto  | 66.7      |
| GB.alto  | PW.alto  | 66.7      |
| PW.alto  | SN.alto  | 66.7      |

Tabela 2: Maiores valores da tabela percentual.

#### **4.5 Conclusão**

Concluimos então, que a AFCM se mostrou muito eficiente para o problema, explicitando relações entre as variáveis categóricas, nos permitindo tirar conclusões acerca das preferências dos alunos em relação as marcas de cerveja.

A AFCM nos revelou que há uma preferência em comum para as marcas SN, GS, SA, AC, PW, GB e BA, e outra preferência para as marcas HE e CO, onde aqueles que às preferem, temdem a não gostar de SN, AC, GS e PW, já para aqueles que não gostam de HE e CO, também não gostam de CO, GB e BE.