Davidson Lisboa Della Piazza	RA: 169786	Turma B
Joed Vicente Da Silva	RA: 218996	Turma B
Matheus de Souza Oliveira	RA: 203407	Turma B
Maurilio dos Santos Gonçalves	RA: 203648	Turma B

Lista 2

Introdução

Para a resolução dessa lista de exercício, nós, novamente, analisamos a equação $P\{X = x\} = C_n^x \times p^x \times (1 - p)^{n-x}$, estudada em sala de aula, e a transformamos em uma relação de recorrência, para que ela fosse trabalhada de maneira mais fácil junto da linguagem de programação *Python*. Dentro do nosso código, utilizamos também a biblioteca *matplotlib*, que nos ajudou na plotagem dos gráficos.

---

1. Seja o experimento estocástico D_5^3, e sejam X_1, X_2 e X_3 os três resultados parciais, e X a sua soma.
    a. Determine a cardinalidade de Ω.
    b. Determine a f.d.p. de X e construa sua representação gráfica.
    c. Determine $E(X_i)$ para cada i, e E(X).
    d. Idem para as variâncias.
    e. Verifique as propriedades básicas de E e V.
    f. Calcule o desvio padrão de X.

Resposta

a.

$\#(\Omega X) = C_{5,3} = 10$

---

2. Seja B_p^n, com n=1500*100*c₅ e $p = 0,5 + \frac{c_6}{50}$, segundo o RA do membro sênior do grupo. Seja X igual ao número de Sucessos.

   a. *Calcule a f.d.p. de X. e construa a sua representação gráfica.*
   b. Determine E(X), V(X) e dp(X), diretamente da f.d.p., e pelas expressões deduzidas em sala.
   c. No gráfico da f.d.p. de X, aponte no eixo horizontal a posição de E(X) e dos pontos a 2×dp(X) acima e abaixo de E(X)
   d. *Determine a probabilidade de X cair dentro do intervalo mostrado em (c), centrado em E(X), com largura* 4×dp(X).

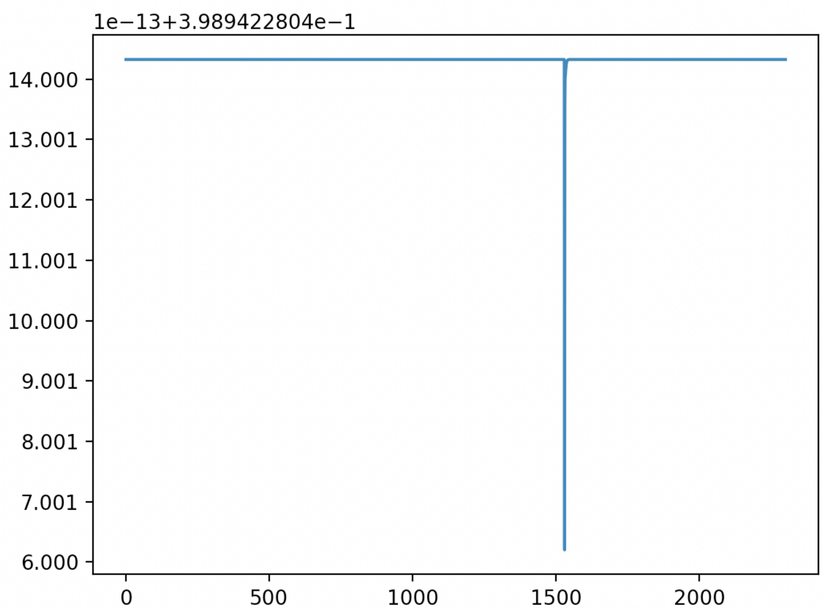
Resposta

a.

I) Como o RA do membro mais sênior do grupo é 169786, temos que $C_5 = 8$, e $C_6 = 6$. Logo, $n = 1500 + 100 * 8 = 2300$, e $p = 0.5 + \frac{6}{50} = 0.62$.

Obs: Note que a fórmula para n foi corrigida.

II) Representação gráfica da f.d.p de X.



b.

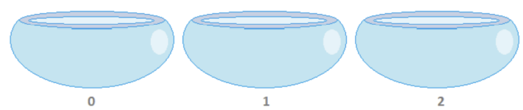
$$E(x) = \sum_{n=1}^{2300} x_i f(x_i) \Rightarrow 1.9951e^{-6}$$

$$V(x) = \sum_{n=1}^{2300} (x_i - E(x))^2 \Rightarrow 9.1404e^{-9}$$

$$dp(x) = \sqrt{V(x)} = 9.5605e^{-5}$$

---

3. *Três tigelas idênticas são numeradas 0, 1 e 2, como mostra a figura abaixo. Um lote de 12 bolinhas idênticas – menos na cor: seis são verdes e seis amarelas – é distribuído entre as três. Na tigela zero (T0) vão três, sendo duas amarelas e uma verde; na T1 vão 4, 2 de cada cor; na T2 vão as restantes. Num experimento probabilístico, uma das tigelas é sorteada via duas realizações sucessivas do experimento binário B_p e contanto o número de sucessos. No segundo estágio do experimento, n bolinhas são sorteadas ao acaso da tigela sorteada no primeiro estágio. Para o seu Grupo de Trabalho, faça* $p = 0{,}4 + \frac{c_6}{50}$, *segundo o RA do membro sênior.*



   a. *Se n=1, calcule a probabilidade que o experimento resulte numa bolinha amarela.*
   b. *Se n=2, com reposição (isto é, cada bolinha sorteada é devolvida à tigela de origem, antes do sorteio seguinte) calcule a probabilidade de as duas bolinhas serem da mesma cor.*
   c. *Se n=2, sem reposição, calcule a probabilidade das duas serem de cores diferentes.*
   d. *Se n=3, com reposição, com A=0 e V=1, se sendo X igual ao número em binário formado pela justaposição dos valores sorteados, da esquerda para a direita, determine* Ω_X *e a distribuição de probabilidades de X, apresentada na forma de uma tabela, com respectivo gráfico.*
   e. *Em (d), calcule a esperança e a variância da variável aleatória X.*
   f. *Refaça os itens (d) e (e), para amostragem sem reposição.*

---

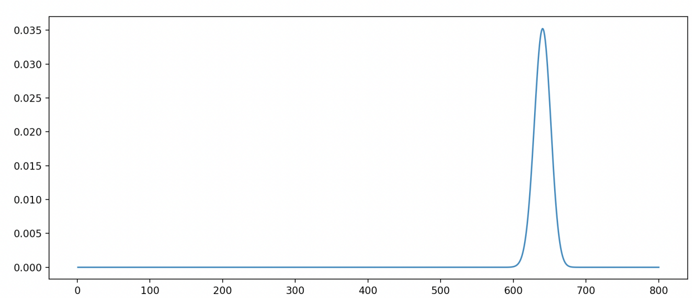
4. *Numa grande cidade, o prefeito está preocupado com o que ele percebe uma queda no seu índice de aprovação entre os eleitores. Sua preocupação se baseia nos resultados de duas pesquisas amostrais feitas, a primeira há dois meses e, a segunda, no último final de semana. É que, na primeira, em uma amostra aleatória de n_1 = 480 +40×c_5 eleitores, ele teve 80% de aprovação, enquanto que na segunda, com n_2=360+20×c_6 , ele teve apenas 75% de aprovação. Use todos os seus recursos técnicos para argumentar sobre a procedência, ou não, das preocupações do seu amigo. Faça uso generoso de recursos gráficos, mas não use mais que uma página, no total.*

Resposta

I) Como o RA do membro mais sênior do grupo é 169786, temos que $C_5 = 8$, e $C_6 = 6$. Logo, $n_1 = 480 + 40 * 8 = 800$, e $n_2 = 360 + 20 * 6 = 480$.

II) Analisando o primeiro resultado, onde o candidato teve 80% da aprovação temos o seguinte cenário:

Gráfico P({X = x}), x



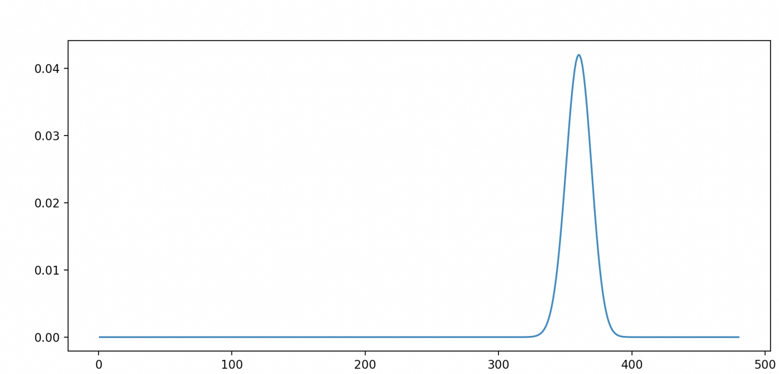
$$E(x) = \sum_{n=1}^{800} x_i f(x_i) \Rightarrow 0.3987$$

$$V(x) = \sum_{n=1}^{800} (x_i - E(x))^2 \Rightarrow 126.4599$$

$$dp(x) = \sqrt{V(x)} = 11.2454$$

III) Já para o segundo resultado, onde o candidato teve 75% da aprovação, temos o seguinte cenário:

Gráfico P({X = x}), x



$$E(x) = \sum_{n=1}^{480} x_i f(x_i) \Rightarrow 0.3987$$

$$V(x) = \sum_{n=1}^{480} (x_i - E(x))^2 \Rightarrow 75.5487$$

$$dp(x) = \sqrt{V(x)} = 8.69187$$

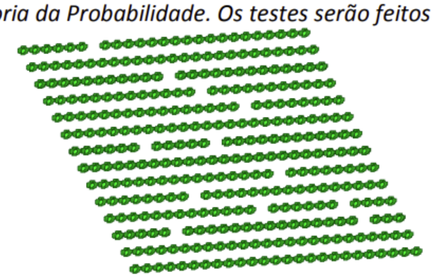
V) Com isso, podemos dizer que o candidato não precisa se preocupar tanto com o resultado da segunda pesquisa, já que, apesar dela mostrar um resultado aparentemente menor que a primeira, ela é estatisticamente mais precisa.

---

5. *O pai de um seu colega e bom amigo é um pequeno cafeicultor no melhor estilo de agricultura familiar do Sul de Minas, e você quer ajudar. Na propriedade, de 25 ha, de há uma nascente com vazão 2000 litros por hora na seca, que, represada, forma uma pequena lagoa de 4000m², onde se cria tilápias e outros peixes, além de patos, gansos e marrecos. Você e o seu amigo – que faz engenharia na Unicamp e, como você, tem cabeça e coração de Engenheiro – pensam que poderiam utilizar o reservatório da lagoa para irrigar o café no período seco.*

   São, ao todo, 18ha de lavouras produtivas de café, plantadas no espaçamento 320 x 90 – isto é, 320 cm se espaçamento entre fileiras, e 90cm entre covas consecutivas em uma fileira – e numa inspeção amostral ligeira, em 486 covas inspecionadas foram contadas 18 falhas.

   E partem para os testes utilizando abordagem de experimentação científica (claro, vocês são futuros Engenheiros), onde vão empregar tudo o que aprenderam no curso de Introdução à Teoria da Probabilidade. Os testes serão feitos ao longo da próxima safra, e vocês querem determinar se há ganho significativo em suprir uma cota diária de água por cova nos períodos críticos de floração e formação dos frutos, para compensar eventuais estiagens. Os resultados indicarão se vale a pena o investimento necessário para a irrigação por gotejamento. O experimento consiste em selecionar um pequeno número de pares de covas produtivas e, de cada par sortear uma para ser do grupo Tratamento (GT), ficando a outra para o grupo de Controle (GC). As covas do GT receberão suprimento de água nos períodos de déficit: um litro por dia, gotejado de madrugada. Para o experimento foram selecionados 180 pares de covas.



   a. *Construa um intervalo para o número de covas produtivas na propriedade.*
   b. *Considere que o experimento tenha sido conduzido com sucesso. E que os resultados por cada uma das 360 covas do experimento foram como sumarizados no arquivo disponível. Analise os resultados e formule suas conclusões.*