



Alexandre Balbinot
Valner João Brusamarello

Instrumentação e Fundamentos de Medidas

2^a edição

Volume 1



Sumário Geral

Volume 1

- Capítulo 0** Breve História da Instrumentação
- Capítulo 1** Conceitos de Instrumentação
- Capítulo 2** Fundamentos de Estatística, Incerteza de Medidas e Sua Propagação
- Capítulo 3** Conceitos de Eletrônica Analógica e Eletrônica Digital
- Capítulo 4** Sinais e Ruído
- Capítulo 5** Medidores de Grandezas Elétricas
- Capítulo 6** Medição de Temperatura
- Capítulo 7** Procedimentos Experimentais

Volume 2

- Capítulo 8** Efeitos Físicos Aplicados em Sensores
- Capítulo 9** Introdução à Instrumentação Óptica
- Capítulo 10** Medição de Força
- Capítulo 11** Medição de Deslocamento, Posição, Velocidade, Aceleração e Vibração
- Capítulo 12** Medição de Pressão
- Capítulo 13** Medição de Nível
- Capítulo 14** Medição de Fluxo
- Capítulo 15** Fundamentos sobre Medição de Umidade, pH, Viscosidade e Ruído Acústico
- Capítulo 16** Procedimentos Experimentais

Sumário

Capítulo 0 Breve História da Instrumentação 1

- 0.1 Introdução 1
- 0.2 Histórico da Medição do Tempo 2
- 0.3 Histórico da Medição de Pesos e Medidas 2
- 0.4 Histórico do Barômetro 3
- 0.5 Histórico do Termômetro 4

Capítulo 1 Conceitos de Instrumentação 6

- 1.1 Introdução 6
- 1.2 O Método Científico 6
- 1.3 Grandezas Físicas 7
- 1.4 Unidades de Medida 8
- 1.5 Definições e Conceitos 9
 - 1.5.1 Sensores e transdutores 9
 - 1.5.2 Instrumento de medição 11
- 1.6 Algarismos Significativos 25
- 1.7 Resposta Dinâmica 25
- 1.8 Transformada de Laplace 26
- 1.9 Transformada Inversa de Laplace 28
- 1.10 Análise de Sistemas de Ordens Zero, Primeira c Segunda 29
- Exercícios 32
- Bibliografia 34

Capítulo 2 Fundamentos de Estatística, Incerteza de Medidas e Sua Propagação 36

- 2.1 Introdução 36
- 2.2 Medidas de Tendência Central 36
 - 2.2.1 Média 36
 - 2.2.2 Mediana 37
 - 2.2.3 Moda 37
 - 2.2.4 Média geométrica e média harmônica 37
 - 2.2.5 Raiz média quadrática (*root mean square*) 39
- 2.3 Medidas de Dispersão 40
- 2.4 Conceitos sobre Probabilidade e Estatística 40
 - 2.4.1 Fundamentos sobre probabilidades 41
 - 2.4.2 Distribuições estatísticas 42

- 2.5 Correlação, Correlação Cruzada, Autocorrelação, Autocovariância e Covariância Cruzada 51
- 2.6 Conceitos sobre Inferência Estatística e Determinação do Tamanho da Amostra 52
- 2.7 Estimativa da Incerteza de Medida 59
 - 2.7.1 Avaliação da incerteza de medida de estimativas de entrada 60
 - 2.7.2 Incerteza de medida expandida 68
 - 2.7.3 Exemplos práticos de determinação de incertezas-padrão 70
 - 2.7.4 Avaliação da incerteza utilizando o método de Monte Carlo 75
- 2.8 Uma Introdução à Regressão Linear 81
 - 2.8.1 Regressão linear 81
 - 2.8.2 Ajuste de curvas por mínimos quadrados generalizado 84
- 2.9 Fundamentos sobre Análise de Variância 84
 - 2.9.1 Análise de variância: classificação simples 86
 - 2.9.2 Análise de variância: classificação dupla 90
- Exercícios 93
- Bibliografia 95

Capítulo 3 Conceitos de Eletrônica Analógica e Eletrônica Digital 96

- 3.1 Introdução 96
- 3.2 Resistores, Capacitores e Indutores 96
 - 3.2.1 Resistores 96
 - 3.2.2 Capacitores 97
 - 3.2.3 Indutores 98
- 3.3 Revisão de Análise de Circuitos 98
 - 3.3.1 Análise de circuitos pelo método das malhas 99
 - 3.3.2 Análise de circuitos pelo método dos nós 99
 - 3.3.3 Teorema da superposição 100
 - 3.3.4 Teorema de Thévenin 100
 - 3.3.5 Blocos de circuitos 101
 - 3.3.6 Amplificadores e realimentação negativa 101
- 3.4 Diodos 102
- 3.5 Transistores Bipolares 105
- 3.6 Transistor de Efeito de Campo (FET) 109
- 3.7 Amplificadores Operacionais — OPAMPS 111
 - 3.7.1 Configuração: amplificador inverSOR 113

3.7.2	Configuração: amplificador não inversor 113	4.8.6	Filtro Hanning 226
3.7.3	Impedância de entrada 114	4.8.7	Filtro polinomial 226
3.7.4	Resposta em frequência de um amplificador operacional 114	4.8.8	Filtro <i>notch</i> (rejeita-banda ou passa-faixa) 227
3.7.5	Circuitos lineares básicos com amplificadores operacionais 115	4.8.9	Características dos filtros de resposta impulsiva infinita — IIR 227
3.8	Conceitos sobre Sistemas Digitais 118	4.8.10	Métodos de desenvolvimento para filtros de dois polos 228
3.8.1	Sistemas analógicos <i>versus</i> sistemas digitais 118	4.8.11	Uma introdução aos filtros adaptativos 229
3.8.2	Álgebra booleana e portas lógicas 121	Exercícios 230	
3.8.3	Famílias lógicas 122	Bibliografia 233	
3.8.4	Sistemas digitais 125		
3.8.5	Tópicos sobre sistemas sequenciais 126		
3.8.6	Sistemas microprocessados 132		
3.8.7	Portas de I/O e interfaces 133		
3.8.8	Interfaces e sistemas remotos 138		
3.8.9	Instrumentação virtual 141		
	Exercícios 141		
	Bibliografia 145		
Capítulo 4 Sinais e Ruído 146			
4.1	Sinais 146		
4.2	Introdução ao Domínio do Tempo 148		
4.3	Introdução ao Domínio de Frequência 149		
4.4	Análise de Fourier 150		
4.4.1	Séries de Fourier 150	5.1	Galvanômetros e Instrumentos Fundamentais 234
4.4.2	A integral de Fourier 157	5.1.1	Instrumentos analógicos 234
4.4.3	Transformada rápida de Fourier — FFT 160	5.1.2	Instrumentos digitais 236
4.5	Fundamentos sobre Ruído e Técnicas de Minimização 166	5.2	Medidores de Tensão 237
4.5.1	Caracterização do ruído 166	5.2.1	Voltímetro analógico 238
4.5.2	Tipos de ruído intrínseco ou inherente 168	5.2.2	Voltímetro digital 240
4.5.3	Formas de infiltração do ruído 172	5.2.3	Voltímetro vetorial 240
4.5.4	Procedimentos para redução de ruído em cabeamento 172	5.2.4	Medidores de tensão eletrônicos 241
4.5.5	Minimização do ruído pelo aterramento 175	5.3	Medidores de Corrente 243
4.5.6	O ruído intrínseco dos componentes eletrônicos 176	5.3.1	Amperímetro analógico 243
4.5.7	Notas gerais de boas práticas para redução do ruído 181	5.3.2	Amperímetro digital 246
4.6	Sistemas de Aquisição de Dados 186	5.3.3	Amperímetros do tipo alicate 246
4.6.1	Princípios básicos 186	5.3.4	Medidores de corrente eletrônicos 247
4.6.2	Principais arquiteturas dos conversores digital para analógico (DAC ou D/A) e conversores analógico para digital (ADC ou A/D) 194	5.4	Medição de Resistência Elétrica, Capacitância e Indutância 249
4.7	Filtros Analógicos 207	5.4.1	Medição de resistência elétrica 249
4.7.1	Conceitos básicos 207	5.4.2	Circuitos em ponte 254
4.7.2	Principais classes de filtros 209	5.5	Osciloscópios 259
4.7.3	Resposta em frequência 210	5.5.1	Osciloscópios analógicos 259
4.7.4	Projeto de filtros passivos: uma introdução 212	5.5.2	Osciloscópios digitais 262
4.7.5	Projeto de filtros ativos: uma introdução 219	5.6	Medidores de Potência Elétrica e Fator de Potência 264
4.8	Filtros Digitais 220	5.6.1	Medição de potência em circuitos DC 265
4.8.1	Transformada Z 222	5.6.2	Wattímetro analógico 265
4.8.2	Operadores básicos 224	5.6.3	Método dos três voltímetros 265
4.8.3	Filtros não recursivos e filtros recursivos 225	5.6.4	Wattímetros térmicos 266
4.8.4	Plano Z 225	5.6.5	Wattímetros eletrônicos 266
4.8.5	Características dos filtros de resposta impulsiva finita — FIR 226	5.6.6	Medição do fator de potência 269
		5.6.7	Medidores de energia elétrica 272
		Exercícios 276	
		Bibliografia 278	
Capítulo 6 Medição de Temperatura 279			
6.1	Introdução 279		
6.2	Efeitos Mecânicos 280		
6.2.1	Termômetros de expansão de líquidos em bulbos de vidro 280		
6.2.2	Termômetros bimetálicos 280		
6.2.3	Termômetros manométricos 281		
6.3	Termômetros de Resistência Elétrica 282		
6.3.1	Termômetros metálicos — RTDs 282		
6.3.2	Termistores 286		

6.4	Termopares 291	7.4.4	Materiais e equipamentos 336
6.4.1	Introdução 291	7.4.5	Procedimentos experimentais 336
6.4.2	Princípios fundamentais 292	7.4.6	Questões 337
6.4.3	Os principais termopares comerciais 294	7.5 Lab. 5 — Conceitos de Eletricidade 337	
6.4.4	Medição da tensão do termopar 296	7.5.1	Objetivos 337
6.4.5	Compensação da junta fria (junta de referência) 296	7.5.2	Conceitos teóricos adicionais 337
6.4.6	Alguns exemplos de circuitos condicionadores 304	7.5.3	Bibliografia adicional 337
6.5	Termômetros de Radiação 305	7.5.4	Materiais e equipamentos 337
6.5.1	Radiação térmica 306	7.5.5	Procedimentos experimentais 338
6.5.2	Corpo negro e emissividade 306	7.5.6	Questões 338
6.5.3	Termômetros infravermelhos e pirômetros 309	7.6 Lab. 6 — Utilização de Indicadores 338	
6.5.4	Tipos de termômetros de radiação 311	7.6.1	Objetivos 338
6.5.5	Detectores ou sensores de radiação térmica 313	7.6.2	Conceitos teóricos adicionais 338
6.5.6	Termopares infravermelhos 315	7.6.3	Bibliografia adicional 338
6.5.7	Campo de visão e razão distância/alvo 316	7.6.4	Materiais e equipamentos 338
6.5.8	Medidores de temperatura unidimensionais e bidimensionais — termógrafos 317	7.6.5	Procedimentos experimentais 339
6.6	Medidores de Temperatura com Fibras Ópticas 320	7.6.6	Questões 340
6.6.1	Sistema de sensoamento distribuído de temperatura — DTS 321	7.7 Lab. 7 — Fontes de Tensão e Fontes de Corrente 340	
6.7	Sensores Semicondutores para Temperatura 323	7.7.1	Objetivos 340
6.7.1	Introdução 323	7.7.2	Conceitos teóricos adicionais 340
6.7.2	Característica $V \times I$ da junção $p-n$ 323	7.7.3	Bibliografia adicional 340
6.7.3	Sensor de estado sólido 324	7.7.4	Materiais e equipamentos 340
Exercícios 326		7.7.5	Procedimentos experimentais 340
Bibliografia 330		7.7.6	Questões 341
Capítulo 7 Procedimentos Experimentais 331			
7.1 Lab. 1 — Utilização de Instrumentos de Medição de Grandezas Elétricas 331	7.8 Lab. 8 — Filtros Analógicos 341		
7.1.1	Objetivos 331	7.8.1	Objetivos 341
7.1.2	Conceitos teóricos adicionais 331	7.8.2	Conceitos teóricos adicionais 342
7.1.3	Bibliografia adicional 331	7.8.3	Bibliografia adicional 346
7.1.4	Materiais e equipamentos 331	7.8.4	Materiais e equipamentos 346
7.1.5	Procedimentos experimentais 331	7.8.5	Procedimentos experimentais 346
7.1.6	Questões 333	7.8.6	Questões 347
7.2 Lab. 2 — Regressão Linear e Propagação de Incertezas 333	7.9 Lab. 9 — Amplificadores de Instrumentação 347		
7.2.1	Objetivos 333	7.9.1	Objetivos 347
7.2.2	Conceitos teóricos adicionais 333	7.9.2	Conceitos teóricos adicionais 347
7.2.3	Bibliografia adicional 333	7.9.3	Bibliografia adicional 347
7.2.4	Materiais e equipamentos 333	7.9.4	Materiais e equipamentos 347
7.2.5	Procedimentos experimentais 334	7.9.5	Procedimentos experimentais 347
7.2.6	Questões 335	7.9.6	Questões 348
7.3 Lab. 3 — Projeto de Experimentos 335	7.10 Lab. 10 — Pontes para Medição de Resistores, Capacitores e Indutores 348		
7.3.1	Objetivos 335	7.10.1	Objetivos 348
7.3.2	Materiais e equipamentos 335	7.10.2	Conceitos teóricos adicionais 348
7.3.3	Procedimentos experimentais 335	7.10.3	Bibliografia adicional 348
7.3.4	Questões 336	7.10.4	Materiais e equipamentos 348
7.4 Lab. 4 — Utilização do Osciloscópio 336	7.10.5		
7.4.1	Objetivos 336	7.10.5	Procedimentos experimentais 348
7.4.2	Conceitos teóricos adicionais 336	7.10.6	Questões 349
7.4.3	Bibliografia adicional 336	7.11 Lab. 11 — Sistemas Combinacionais e Sequenciais 349	
		7.11.1	Objetivos 349
		7.11.2	Bibliografia adicional 349
		7.11.3	Materiais e equipamentos 349
		7.11.4	Procedimentos experimentais 349
		7.11.5	Questões 350

7.12 Lab. 12 — Porta Paralela (IEEE1284-A) como Entrada e Saída 350	7.16 Lab. 16 — Controle de Portas de Entrada e Saída pelo LabVIEW 372
7.12.1 Objetivos 350	7.16.1 Objetivos 372
7.12.2 Conceitos teóricos adicionais 350	7.16.2 Conceitos teóricos adicionais 372
7.12.3 Bibliografia adicional 354	7.16.3 Acessando a porta paralela 374
7.12.4 Materiais e equipamentos 354	7.16.4 Bibliografia adicional 374
7.12.5 Procedimentos experimentais 354	7.16.5 Materiais e equipamentos 374
7.12.6 Questões 356	7.16.6 Procedimentos experimentais 374
7.13 Lab. 13 — ADC de 8 ou 12 Bits Interfaceado com a Porta Paralela 356	7.17 Lab. 17 — Filtros Digitais 375
7.13.1 Objetivos 356	7.17.1 Objetivos 375
7.13.2 Conceitos teóricos adicionais 356	7.17.2 Conceitos teóricos adicionais 375
7.13.3 Bibliografia adicional 357	7.17.3 Bibliografia adicional 375
7.13.4 Materiais e equipamentos 357	7.17.4 Materiais e equipamentos 375
7.13.5 Procedimentos experimentais 357	7.17.5 Procedimentos experimentais 375
7.13.6 Questões 360	7.17.6 Questões 375
7.14 Lab. 14 — Procedimentos Básicos para Uso da Ferramenta LabVIEW 7 Express 361	7.18 Lab. 18 — Utilização de Sensores de Temperatura 378
7.14.1 Objetivos 361	7.18.1 Objetivos 378
7.14.2 Conceitos teóricos adicionais 361	7.18.2 Conceitos teóricos adicionais 378
7.14.3 Bibliografia adicional 368	7.18.3 Bibliografia adicional 378
7.14.4 Materiais e equipamentos 368	7.18.4 Materiais e equipamentos 378
7.14.5 Procedimentos experimentais 368	7.18.5 Procedimentos experimentais 378
7.15 Lab. 15 — Séries de Fourier e Análise no Domínio de Frequência 371	7.18.6 Questões 378
7.15.1 Objetivos 371	7.19 Lab. 19 — Condicionadores de Temperatura 379
7.15.2 Conceitos teóricos adicionais 371	7.19.1 Objetivos 379
7.15.3 Bibliografia adicional 371	7.19.2 Conceitos teóricos adicionais 379
7.15.4 Materiais e equipamentos 371	7.19.3 Bibliografia adicional 379
7.15.5 Procedimentos experimentais 371	7.19.4 Materiais e equipamentos 379
7.15.6 Questões 372	7.19.5 Procedimento experimental 379
	7.19.6 Questões 379

Apresentação

A filhinha de um amigo, quando falava ao telefone na casa dos avós em seu aniversário de três anos, se distraiu com os coleguinhas e saiu andando com o telefone no ouvido. O fio do telefone, ao ser puxado, acabou por derrubar um vaso da mesinha. O barulho atraiu os adultos, que correram ao mesmo tempo, olhando para ela com ar de reprovação. E ela disse, assim bem de repente sem precisar pensar: "Também, vovô, você amarrou o telefone na parede!".

Ninguém mais sabe por que temos que "discar" um número no telefone, porque "batemos" o currículo no computador, o que é CRT, LP, letraset, régua de cálculo, Encyclopédia Britânica, papel vegetal, tinta nanquim, plotter, régua-té, telex ou empréstimo interbiblioteca.

É exatamente o que parece: nosso meio ambiente ficou digital num intervalo muito curto, em apenas uma geração. As pessoas mais idosas tiveram que se acostumar a pagar contas pela Internet, o e-mail chega e sai pelo celular, a vitrola virou walkman e depois iPod, o flop-disk virou pen-drive cada vez menor e com maior capacidade, e precisamente a cada seis meses, comprovando a lei de Moore, meu filho reclama que o computador dele está "uma carroça".

Esse efeito digital alavancou empregos nesta área no mundo todo e apareceram as engenharias da computação, de software e de tecnologia da informação. Mas ao mesmo tempo essa corrente digital evaziou o analógico e tirou a atenção de disciplinas como instrumentação, sensores e transdutores.

O som e a imagem são entes analógicos. O som, para entrar ou sair do processador, passa pelos transdutores no microfone ou no alto-falante do telefone celular, por exemplo. A imagem da câmera digital, antes de ser processada, é captada em sua forma analógica; o sinal da fibra óptica, antes de virar bytes, é captado analógicamente, não interessa se é datacom, telecom ou TV a cabo. As moderníssimas biopróteses, ou próteses biónicas, necessitam de interfaces biológico-digital para unir os sinais analógicos dos nervos com os sinais digitais dos processadores.

Sim, o mundo à nossa volta é analógico, e sempre será. Sempre que desejarmos nos contactar com fenômenos naturais ou tecnológicos ou exercer algum tipo de efeito no mundo teremos que aceitar a "analogicidade" do mundo e utilizar atuadores ou sensores, convertendo o digital para o analógico e vice-versa. As-

sim, sempre haverá espaço para a engenharia de instrumentação eletrônica analógica e sensores, que, apesar de serem áreas em extinção de profissionais, são também áreas em grande crescimento tecnológico, com uma demanda enorme para andar *pari passu* com um mundo cada vez mais nano da tecnologia digital.

Esta é a razão deste livro, escrito por dois jovens defensores do mundo analógico, com larga experiência em instrumentação eletrônica e ao mesmo tempo conscientes da premente necessidade de a instrumentação evoluir na mesma velocidade da tecnologia digital.

O livro foi escrito para estudantes, técnicos e engenheiros de instrumentação, cobrindo uma grande gama de sensores e interfaces. O leitor certamente encontrará aqui a explicação de suas dúvidas com relação a transdutores e sensores. Se o leitor for um curioso em instrumentação, também encontrará aqui exemplos e aplicações do uso de praticamente todos os sensores utilizados pela indústria hoje, desde a área de óleo e gás até a área de automação e processos.

O livro se inicia com a parte estatística de erros e da exatidão das medidas, uma disciplina que, apesar de omissa nos cursos de engenharia elétrica, mostra-se hoje de grande importância na área de sensores. E o porquê é muito simples: medir é justamente o que todo sensor faz, mas sem o conhecimento de seu erro como saberemos se medimos certo? A partir daí o livro leva o leitor a um passeio pelo conceito da eletrônica analógica, com dezenas de exemplos de circuitos práticos de como interfacear um transdutor ou de como processar eletronicamente seus sinais de saída. Na sequência entramos naturalmente nos transdutores e sensores propriamente ditos, capítulos esses que cobrem praticamente todos os tipos de sensores científicos e industriais hoje em uso pelo planeta.

Unindo esses conceitos com a parte experimental, na qual dezenas de experimentos são descritos e sugeridos como exercícios de laboratório, esta obra torna-se uma referência completa e imprescindível na biblioteca de um curso técnico, da universidade ou na sua biblioteca particular.

Prefácio à 2^a Edição

A constante evolução tecnológica torna a necessidade de conhecimentos agregados em diferentes áreas um requisito imprescindível. Atualmente, não basta ao profissional da área das engenharias dominar um único campo do conhecimento. É preciso saber integrar minimamente recursos de apoio, seja de informática seja de outras engenharias.

A instrumentação é um exemplo de área do conhecimento que é formada por vários campos da engenharia ou das ciências. Essa característica é enfatizada pelos crescentes avanços na informática e na eletrônica, o que faz com que sensores e transdutores se tornem cada vez mais precisos e dependentes dessas tecnologias. Como consequência, é exigido do usuário um conhecimento prévio do assunto.

Nos mais diversos campos da ciência e engenharia, procedimentos de controle, medições e automação de processos tradicionalmente utilizam sensores de temperatura, pressão, fluxo e nível, entre outros, salientando a importância da instrumentação no dia a dia das pessoas. Na área da engenharia biomédica, seja em um leito de UTI, seja em uma clínica médica, sensores ou equipamentos baseados na instrumentação estão em uso, beneficiando a saúde e o conforto da população mundial.

Este livro é destinado a estudantes de engenharia (níveis de graduação e pós-graduação) dos cursos de instrumentação e medidas. A proposta é que seja uma referência bibliográfica em língua portuguesa que cobre os seguintes tópicos: fundamentos de sensores, condicionadores, assim como técnicas de processamento de sinais analógicos e digitais.

Esta obra, em função da abrangência da área, foi dividida em dois volumes, os quais se caracterizam por uma abordagem teórica e prática adequada tanto a iniciantes quanto a profissionais da área.

Obra em dois volumes, pode ser utilizada principalmente nas áreas de engenharia e física. O Volume 1 trata de princípios e definições, análise de erros, fundamentos de estatística, técnicas experimentais, análise de sinais e ruído, eletrônica analógica e eletrônica digital, medições de variáveis eléticas, sensores e condicionadores de temperatura e ainda um capítulo de laboratórios envolvendo os temas abordados, separados em módulos.

O Volume 2 aborda tópicos como medição de pressão, medição de fluxo, medição de nível, medição de força, medição de deslocamento, velocidade, aceleração, medição de vibrações,

medição de campos elétricos e magnéticos, além de mais um capítulo de procedimentos experimentais.

Por ser uma proposta abrangente, procura fornecer detalhes que interessem a todas as áreas. Sendo assim, circuitos eletrônicos de condicionamento, bem como técnicas específicas de tratamento, podem ser direcionados aos cursos afins.

Sugere-se que, para cursos das engenharias de modo geral, os Capítulos 1 e 2 sejam abordados na íntegra. O Capítulo 3, apesar de ser uma revisão da área de eletrônica, é útil na explanação de alguns sensores e seus condicionamentos e deve, portanto, ser utilizado de acordo com o critério do professor. O Capítulo 4 aborda assuntos genéricos como análise de sinais no domínio de frequência e a utilização de algumas ferramentas computacionais, mas também trata de assuntos específicos da área de engenharia eletrica, tais como técnicas de supressão de ruído, e pode ser utilizado de acordo com as necessidades do curso. Os Capítulos 5 e 6 apresentam detalhes de sensores e técnicas de medição de grandezas eléticas e temperatura. Os autores acreditam que esses capítulos possam ser utilizados na íntegra para qualquer curso, uma vez que tratam de assuntos de interesse genérico das engenharias. O Capítulo 7, o último do Volume 1, é composto de uma série de sugestões de experimentos em ambiente de laboratório, para que todos os tópicos abordados possam ser aplicados e comprovados em aulas práticas.

Nesta segunda edição revisada, foram incorporados conceitos importantes orientados pelo Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM). A seção que relata o cálculo de incertezas de medidas e sua propagação também foi substancialmente modificada. Foram acrescentados vários exemplos práticos, além de um texto mais completo sobre o assunto.

Também foram adicionadas informações aos tópicos que estão associados a interferência e ruído em sistemas de medidas, aos sistemas de aquisição de sinais, dentre vários outros. Apesar de a estrutura original da obra ter sido mantida, muitos assuntos foram aprofundados e, quando possível, atualizados segundo normas e padronizações universais vigentes.

É importante reafirmar que o objetivo deste livro é fornecer uma referência em língua portuguesa, no contexto de um curso semestral, capaz de auxiliar de maneira eficaz, simples e direta estudantes ou profissionais que trabalham com instrumentação e medidas.

Por fim, cabe esclarecer que os autores não assumem qualquer responsabilidade por danos ou prejuízos causados em função de aplicações inadequadas de sugestões apresentadas neste livro. A fim de aperfeiçoar nosso trabalho, pedirmos por gentileza o

contato dos leitores para apontamentos relacionados a possíveis falhas, propostas de melhorias e demais discussões.

Os Autores

Agradecimentos Particulares

Ao finalizar este projeto, não poderia deixar de registrar meus sinceros agradecimentos: aos meus pais Valmir e Maria Elizabeth (em memória), irmãos (Ricardo e Lilian) e minha companheira e esposa Amanda. Palavras são insuficientes para registrar a importância dessas pessoas, portanto deixo apenas o registro de seus nomes. Aos inesquecíveis mestres da minha vida acadêmica, em especial às professoras Neda Gonçalves e Maria Luiza (Faculdade de Matemática – PUCRS), aos professores Valmir Balbinot e Wieser (Faculdade de Matemática – PUCRS), aos professores Juarez Sagebin, Amaral e Dario Azevedo (Faculdade de Engenharia – PUCRS). Aos grandes mestres e incentivadores na área da pesquisa: professores Alberto Tamagna, Álvaro Salles, Milton Antônio Zaro (Faculdade de Engenharia – UFRGS),

professora Berenice Anina Dedavid e Rubem Ribeiro Fagundes (em memória) da Faculdade de Engenharia – PUCRS. A todos os estudantes, alunos e ex-alunos, com destaque aos excelentes bolsistas de Iniciação Científica Carlos, Diogo e Jairo, pela parceria em diversos projetos. Ao colega Valner João Brusamarello, pela parceria neste livro. Aproveito também para ressaltar que: *estudante de ciências exatas deve aprender a gostar de aprender (aprender a aprender) e, portanto, ser autodidata, ter curiosidade e buscar informações nas mais diversas fontes. Utilizando palavras do grande mestre meu pai, "ser estudante e não apenas aluno".*

Prof. Dr. Alexandre Balbinot

Renovo meu agradecimento a todos que por intermédio dos seus exemplos, dedicação e auxílio influenciaram diretamente a realização deste projeto.

Aos meus pais Pedro e Adélia, aos meus irmãos Ivorema e Lucas, em especial a esse pelas conversas e dicas proveitosas sobre vários dos temas abordados no livro.

Mais uma vez devo demonstrar meu reconhecimento e gratidão aos bons professores que tive oportunidade de conhecer ao longo de minha vida acadêmica, aos colegas de profissão, aos alunos e ex-alunos. Agradecimento especial a Alexandre Lago e Milton Zaro, professores cujo trabalho respeito e admiro profundamente. Aos professores Altamiro Amadeo Susin e Renato

Machado de Brito, pelos bons exemplos e influência. Registro também um agradecimento especial aos colegas Eng. André Bianchi, Leandro Souza e Adroaldo Lima, pelas preciosas contribuições e boa vontade em ajudar. Ao colega Alexandre Balbinot, com quem compartilho a autoria desta obra, expresso minha satisfação em contar com sua dedicação e competência desde o início do projeto.

Por fim, faço um agradecimento especial a minha esposa, Rita Becco, pelo suporte, carinho e compreensão dedicados à elaboração desta segunda edição do livro.

Prof. Dr. Valner João Brusamarello

Agradecimentos de Ambos os Autores

À equipe da LTC, em especial ao Prof. Bernardo Severo e Carla Caldas Nery, pela atenção especial aos autores. Aos colegas Luiz Carlos Gertz e Rafael Comparsi Laranja pela coautoria nos capítulos sobre força e vibrações. Aos estudantes de engenharia (muitos atualmente formados), em especial Alceu Ziglio, Carlos Radtke, Diogo Koenig, Fábio Bairros, Fernando César Morellato, Gerson Figueiró da Silva, Jairo Rodrigo Tomaszewski, Leandro Fernandes, Márcio Wentz, Maximiliano Ribeiro Côrrea e Tiago Fernandes Borth, Davenir Fernando Kohlrausch, Éverson Magioni, Ismael Bordignon, Juliano Rossler, Márcio de Oliveira Dal Bosco, Rafael Luis Turcatel, Leandro Corrêa, Irineu Rodrigues, César Leandro Agostini, Cássio Susin, Igor Costela, Irineu Rodrigues, Carlos Frassini Júnior, Francisco Martins, Gustavo Rech, Luciano Rosa, entre outros – pela ajuda e participação em muitos dos projetos apresentados nesta obra. Além dos agradecimentos pessoais, não podemos deixar de registrar nossos agradecimentos às empresas: Analog Devices, Brüel&Kjaer,

Captive Aire Systems, Celesco, Emerson Process Management, Endevco Corporation, Flometrics, Hayashidenko Corporation, Icos Excelec Ltda., Indubras Indústria e Comércio Ltda., Kobold Instruments Inc., Minipa, Positek Ltda., Lichne International Corporation, Lion Precision, Maxim Integrated Products Inc., Microchip Technology Inc., MicroStrain Inc., Mitutoyo Sul América, National Instruments, National Semiconductors, Ohmic Instruments Corporation, Omega, Sh-Hardware, Shanghai Genuine Trading Corporation Ltda., KENCO Engineering, RMS Indústria de Equipamentos Eletrônicos Ltda., Rüeger S.A., Sensorsex Corporation, Tektronix, Texas Instruments, Thermoteknix Systems Ltda., Vishay Intertechnology Inc., Endress+Hauser Controle e Automação Ltda., MTS Sensor Technologie GmbH & Co. KG, Interlitek Electronics, Yokogawa, WM Berg, pela colaboração, liberação de uso de imagens, circuitos e referências específicas de componentes qualificando nosso livro.

Comentários e Sugestões

Apesar dos melhores esforços dos autores, do editor e dos revisores, é inevitável que surjam erros no texto. Assim, são bem-vindas as comunicações de usuários sobre correções ou sugestões referentes ao conteúdo ou ao nível pedagógico que auxiliem o aprimoramento de edições futuras. Os comentários dos leitores podem ser encaminhados à LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., uma editora integrante do GEN | Grupo Editorial Nacional, no endereço: Travessa do Ouvidor, 11 — Rio de Janeiro, RJ — CEP 20040-040 ou ao endereço eletrônico ltc@grupogen.com.br.

CAPÍTULO 0

Breve História da Instrumentação

0.1 Introdução

A história da instrumentação, assim como qualquer outro tema envolvendo tecnologia, está relacionada aos desenvolvimentos e questionamentos de épocas passadas. As invenções que de alguma maneira revolucionaram o estilo de vida das pessoas, ou mesmo aqueles pequenos inventos que facilitaram algum processo, trouxeram avanço à ciência, bem como nos meios de se medirem grandezas físicas. Esse breve histórico cobre alguns instrumentos que foram importantes para o desenvolvimento das sociedades e da ciência, bem como da tecnologia. De modo algum esse assunto é esgotado. Desde tempos muito antigos, em que a necessidade impeliu sociedades a desenvolverem processos simples e úteis à sua subsistência, até os tempos atuais, em que muitos gênios protagonizaram a cena por grandes realizações e descobertas, a necessidade de medir quase sempre esteve presente.

Nos dias atuais, toda descoberta científica necessita de comprovação experimental. Geralmente o processo de comprovação leva à necessidade de medição de grandezas que remetem às teorias e leis que fundamentam a ciência. Entretanto, alguns milhares de anos atrás as prioridades eram diferentes. A observação permitia verificar que o tempo passava e de alguma maneira as propriedades climáticas eram cíclicas. A observação também permitia concluir que existiam períodos favoráveis tanto para o plantio como para a colheita de culturas agrícolas. Também era possível observar que os dias eram cíclicos, de modo que provavelmente o tempo terá motivado uma das primeiras necessidades de medição.

0.2 Histórico da Medição do Tempo

Apesar de apresentar uma dificuldade de definição filosófica, o tempo é, nos dias atuais, a quantidade física mais precisamente medida do ponto de vista físico. Pode-se afirmar que existem duas escalas de tempo referenciais fundamentais e independentes: a escala de tempo dinâmica, que é baseada na regularidade de movimento dos corpos celestes fixos em suas órbitas pelas leis da gravitação, e a escala de tempo atómica, a qual é baseada na frequência característica da radiação eletromagnética emitida

ou absorvida nas transições quânticas entre estados de energia de átomos e moléculas.

Durante muito tempo, as necessidades humanas relacionadas à medição do tempo atendiam apenas a fins nômades, ou então ao conhecimento das estações do ano para otimizar o plantio e a colheita das culturas agrícolas. Essas necessidades eram perfeitamente atendidas pela contagem das fases da Lua, e durante muito tempo essa foi a maneira de medir os períodos.

À medida que o homem foi se agrupando em comunidades e vilas, surgiram cerimônias religiosas, e tornou-se necessária uma medição mais refinada do tempo. As primeiras civilizações concentraram-se em torno do Mediterrâneo, onde surgiram os primeiros dispositivos para medição de tempo.

O primeiro dispositivo de que se tem registro para a medição do tempo foi o *gnômon*, que surgiu por volta de 3500 a.C. Esse instrumento consiste em uma barra vertical, na qual o Sol projeta uma sombra. O comprimento dessa sombra, portanto, era relacionado ao tempo. A Figura 0.1 ilustra uma vareta para projeção de sombra.

Por volta de 800 a.C., já eram utilizados instrumentos mais precisos. Um desses instrumentos era o *sundial*, um relógio de



Figura 0.1 Vareta de projeção de sombra.

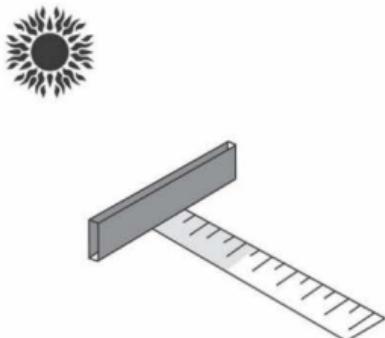


Figura 0.2 Relógio de sol.

sol utilizado pelos egípcios. O relógio consistia em uma base extensa ligada a uma estrutura. A base continha 6 divisões de tempo, e era colocada na direção leste–oeste, com a cruz no lado leste pela manhã e oeste pela tarde. A sombra da cruz projetada na base indicava o horário. A Figura 0.2 mostra um *sundial*, e a Figura 0.3 mostra outra configuração de relógio de sol.

Provavelmente, o mais preciso desses dispositivos foi o relógio desenvolvido pelos caldeus, tribo de Moisés considerada o primeiro povo a dividir a noite e o dia em 12 horas cada. Os relógios de sol hemisféricos da Babilônia, aparentemente inventados pelo astrônomo Barosus em aproximadamente 300 a.C., consistiam em um bloco cúbico, no qual existia uma entrada hemisférica. À entrada era fixado um ponteiro cujo final era preso no centro do espaço hemisférico. A trajetória traçada pela sombra do ponteiro era aproximadamente um arco circular cujos comprimento e posição variavam de acordo com as estações. Um número apropriado de arcos era desenhado na superfície interna do hemisfério. Cada arco possuía 12 divisões. Cada dia, desde o surgimento até o pôr do sol, tinha 12 intervalos iguais, ou horas. Uma vez que a duração do dia varia de acordo com a estação, essas horas eram variáveis.

Os gregos desenvolveram e construíram relógios de sol de complexidade considerável entre 300 e 200 a.C., incluindo instrumentos com indicadores de horas verticais, horizontais ou inclinados. Os romanos também utilizaram relógios de sol, e alguns eram portáteis. Os árabes melhoraram o *design* desses relógios e, no início do século XIII d.C., construíram tais instrumentos sobre superfícies cilíndricas ou cônicas, entre outras. O instrumento de medição do tempo continuou evoluindo. Começaram a ser desenvolvidos mecanismos de relógios cujo princípio de funcionamento era baseado no tempo de enchimento de um volume de água com vazão constante.

O primeiro relógio público, cujo funcionamento era baseado em um mecanismo que repeate movimentos iguais em espaços de tempo iguais, foi construído e instalado em Milão (Itália) em 1335. Aproximadamente no ano 1500 surgiram relógios portáteis baseados em molas, e em 1656 surgiram os primeiros relógios baseados em pêndulos.

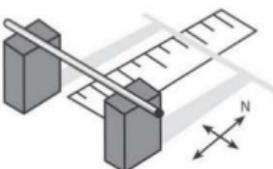


Figura 0.3 Outra configuração de relógio de sol.

A subdivisão do dia em 24 horas, da hora em 60 minutos e o minuto em 60 segundos é de origem antiga, mas essas subdivisões tornaram-se de uso geral em aproximadamente 1600 d.C. Quando o aumento da precisão dos relógios levou à adoção do dia solar médio, o qual contém 86.400 segundos, o segundo solar médio tornou-se a unidade de tempo básica.

O segundo, conforme o atual Sistema Internacional (SI) de medidas, foi definido em 1967 como 9.192.631.770 ciclos de radiação associada à transição entre níveis de estado do átomo de césio 133. O número de ciclos foi escolhido para fazer o comprimento do segundo corresponder tão próximo quanto possível ao padrão definido anteriormente: 1/86.400 do dia solar médio.

0.3 Histórico da Medição de Pesos e Medidas

Com a organização das pessoas em sociedade, começaram a surgir meios de permuta e moedas e, assim, o comércio. É de se esperar, portanto, que padrões devam surgir para que exista uma referência de medida.

Outras necessidades — como, por exemplo, na arquitetura, a execução de projetos como as pirâmides — evidenciam que os egípcios possuíam havia muito tempo um sistema de pesos e medidas. Escrituras e gravuras em tumbas de pessoas medindo grãos deixam claro que esse povo já havia organizado um sistema de unidades.

A história sugere que aproximadamente 5.000 unidades e padrões de medidas rústicas e imprecisas eram utilizados. Em algum ponto da história, homens, principalmente comerciantes, faziam suas referências com medidas de partes do corpo. Assim, um comprimento ou altura podia ser definido em número de mãos, palmos ou passos. Curiosamente, o sistema inglês foi baseado nessas medidas: pé, polegada. A Tabela 0.1 mostra algumas curiosidades em relação às unidades de medidas.

As primeiras tentativas de medidas tinham basicamente dois elementos principais: um era a sua unidade ou então sua definição em relação à aplicação daquela medida. Dessa forma, distâncias eram dadas em passos ou dias de cavalgada, e um acre foi pensado como a área de terra que podia ser trabalhada por um homem em um dia. O outro elemento era que essas unidades fossem baseadas em unidades conhecidas como pés (*feet*), mãos (*hand-spans*), entre outras.

Isso servia muito bem para a maioria das propostas, mas desse modo se verificou a necessidade de padronização. Por exemplo, no antigo Egito, o *côvado* era conhecido como a distância do

Tabela 0.1 Curiosidades sobre padrões de medidas

Século X	Reis saxões Edgar e Henrique I definiram uma jarda (<i>yard</i>) como a distância da ponta do nariz ao dedo polegar
Século XII	Ricardo Coração de Leão — primeira documentação de padronização de medidas
Século XIII	Eduardo I: definições: 3 grãos de cevada = 1 polegada 12 polegadas = 1 pé 3 pés = 1 jarda (<i>yard</i> ou <i>ulna</i>) $5 \frac{1}{2}$ jardas = 1 vara (também igual ao comprimento do combinado dos 16 pés esquerdos dos primeiros 16 homens a saírem da igreja no domingo) 40 varas \times 4 varas = 1 acre (também a área com que um homem munido de um machado pode trabalhar 1 dia)

cotovelo à ponta do dedo médio da mão (essa medida foi provavelmente aumentando em termos absolutos ao longo do tempo devido à variação da estatura humana). Em 2500 a.C. foi padronizado como côvado mestre real, feito de granito negro com 525 mm de comprimento, aproximadamente o comprimento do antebraço de um homem. O côvado real podia ainda ser dividido em 7 larguras de mãos, as quais, por sua vez, podiam ser divididas em 28 larguras de dedos. A Figura 0.4 mostra alguns padrões provavelmente adotados no antigo Egito.

Após a ocupação dos persas, foi adotado o côvado persa, de 63,85 cm. Medidas de dimensões grandes como comprimentos de terra tomaram diferentes formas. O comprimento do *remen* duplo era igual à diagonal do quadrado, e cada lado media um *royal cubit*. Esta medida era 74,07 cm e podia ser dividida em quarenta pequenas unidades de 1,85 cm cada. Outra medida para terra era a medida da corda (conhecida como *ta* ou *meh-ta*) de 100 côvados reais, e uma área podia ser medida por um *setjat*, o qual media 100 côvados quadrados (mais tarde chamado de *aroura*). Uma medida de comprimento ainda maior é o chamado *river-unit*. Aparentemente esta medida consistia em 20.000 côvados, ou cerca de 10,5 km.

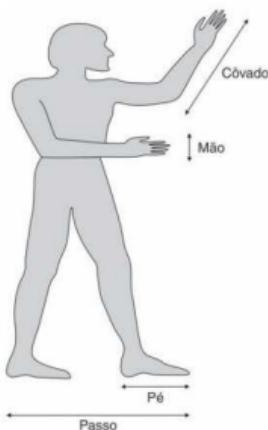


Figura 0.4 Padrões de unidade adotados no antigo Egito.

Na Grã-Bretanha, apesar de ter havido uma série de tentativas de padronização, o trabalho mais embasado e sustentado surgiu apenas no século XIV, quando foi publicado o seguinte texto: "[...] ordena-se que 3 grãos secos e arredondados de cevada fazem uma polegada; 12 polegadas fazem um pé; 3 pés fazem uma *ulna*, e $5\frac{1}{2}$ ulnas fazem 1 *rod* [...]" . A ulna mais tarde tornou-se a jarda e foi padronizada como a distância entre duas marcas em uma barra de metal.

A utilização de sementes como unidades básicas de peso teve lugar especial no desenvolvimento de medidas de pesos durante muito tempo e em muitas culturas. Na Inglaterra, três sistemas de peso persistiram: o grão tinha uma função muito útil e serviu a todas essas três unidades, de modo que podia ser convertido de uma para outra.

O sistema métrico surgiu oficialmente na França em 1799, com a seguinte declaração de intenção: "[...] ser para todas as pessoas em todos os tempos [...]" . A principal ideia era que todas as unidades fossem dependentes de fatos naturais. O *metro* foi definido como a décima milionésima parte de $\frac{1}{4}$ da circunferência da Terra (do Polo Norte à linha do equador) passando por Paris. Para essa medida, Jean-Baptiste Joseph Delambre (1749-1822) foi o astrônomo que comandou a parte norte de uma expedição meridiana e Pierre François André Méchain (1744-1804) comandou a parte sul. Esses astrônomos fizeram as medidas com um instrumento denominado círculo repetidor, inventado pelo físico Jean Charles de Borda (1733-1799).

O gramo foi definido como o peso de um centímetro cúbico de água pura.

Quando meios mais precisos de medição de comprimento começaram a surgir, foi revelado um erro na definição do metro. Isso levou à procura de novos padrões, agora mais robustos que os primeiros. Inicialmente o metro foi definido como a medida de uma barra de platina com a dimensão exata da definição.

Essencialmente, os novos métodos baseados em fenômenos físicos só podem ser observados em laboratórios especialmente equipados. Hoje o metro é definido como a distância percorrida por um feixe de luz no vácuo em $\frac{1}{299\,92\,458}$ de segundo. Isso é consideravelmente mais preciso que duas marcas em uma barra e, além disso, pode ser replicado.

0.4 Histórico do Barômetro

Em uma carta, datada de 1630, Giovan Battista Baliani perguntou a Galileu Galilei por que um sistema de transporte de água

que ele havia projetado não funcionava. Esse sistema consistia em um simples arranjo hidráulico, no qual um duto de água deveria carregar o líquido sobre uma ladeira de 21 m. O sistema denominava-se *siphon*, e era baseado em uma bomba de sucção de ar de maneira semelhante às bombas atuais.

No entanto, na época acreditava-se que as bombas criavam vácuo, e, como a “natureza odia o vácuo”, a água era impulsionada a ocupar o espaço evacuado. Acreditava-se que não havia limite de altura para fazer uma coluna de água subir. Galileu investigou a situação e concluiu que os limites da bomba de sucção eram de 11 m de coluna. Acima dessa altura a força do vácuo era insuficiente para suportar a coluna de água.

Galileu compartilhou a preocupação quanto ao problema com seu discípulo Torricelli. Torricelli, então, projetou um experimento conduzido por seu discípulo Vincenzo Viviani em 1643, o qual provou que o ar tem peso. Eles haviam construído um protótipo de um barômetro de mercúrio. De início Torricelli utilizou água, mas era necessário um tubo de vidro muito longo (18 m). Substituindo a água por mercúrio, que à temperatura ambiente é líquido e cuja densidade é aproximadamente 13 vezes maior que a da água, ele reduziu o tubo para aproximadamente 90 cm.

O instrumento de Torricelli consistia em um tubo de vidro longo com uma das extremidades fechada. O tubo era preenchido com mercúrio e em seguida invertido em uma base que também continha mercúrio. A Figura 0.5 mostra o esquema do instrumento de Torricelli.

Em vez de sair completamente do tubo, a altura da coluna se estabilizava em um nível de aproximadamente 76 cm. Pequenas flutuações eram observadas, e hoje se sabe que eram devidas a pequenas flutuações na temperatura e na pressão atmosférica. Torricelli concluiu que a coluna de mercúrio se estabilizava devido ao peso ou à pressão que o ar exercia na base do experimento.

Como acontece muitas vezes em ciência, uma linha de raciocínio ocorre em lugares diferentes aproximadamente na mesma



Figura 0.6 Barômetro de escala circular.

época. Existem evidências de que pelo menos outros dois pesquisadores também desenvolveram um barômetro. Documentação histórica sugere que o matemático italiano Gaspar Berti também trabalhou no problema que preocupava Galileu e construiu um barômetro alguns anos antes de Torricelli. O cientista filósofo francês René Descartes descreveu um experimento de um sistema para a determinação da pressão atmosférica em 1631, mas não existem evidências de que tenha algum dia construído o sistema.

Em 1648, o matemático francês Blaise Pascal lançou a teoria de que a pressão atmosférica caía em altitudes acima do nível do mar. Em seu experimento, um barômetro foi levado ao topo de uma montanha a 1.490 m do nível do mar, e observou-se que a coluna de mercúrio caiu a 8,6 cm. Durante aproximadamente 20 anos após esse fato, o desenvolvimento do barômetro foi lento. Foi quando, em 1665, o cientista inglês Robert Hooke criou o barômetro de escala circular. A partir de então o barômetro passou por um século de grandes progressos. A Figura 0.6 mostra um barômetro de escala circular.

O uso da palavra barômetro para descrever o instrumento de medida de pressão é atribuída ao cientista inglês Robert Boyle, que em 1669 descreveu planos para a construção de um barômetro portátil. O conceito de barômetro sem líquido foi primeiramente lançado pelo matemático Gottfried Wilhelm Leibniz, por volta de 1700. A primeira versão dessa ideia foi construída pelo cientista francês Lucien Vidie, autor dos chamados barômetros aneroïdes metálicos. Esse novo instrumento não apresentava o problema de haver um líquido que poderia derramar por todo o instrumento pelo fato de ser selado. Isto fez com que se tornasse o primeiro barômetro portátil. Dessa forma, ele tornou-se um instrumento comum e extensamente utilizado nas áreas relacionadas à meteorologia.

Atualmente, os barômetros aneroïdes foram substituídos por sensores eletrônicos, os quais, quando conectados a microprocessadores, se tornam precisos e bastante flexíveis a uma série de aplicações na medição de pressão.

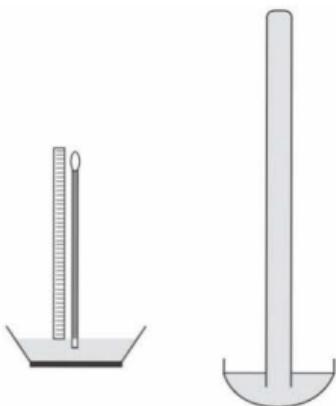


Figura 0.5 Barômetro de Torricelli.

0.5 Histórico do Termômetro

Os primeiros termômetros eram chamados de termoscópios, e, enquanto alguns inventores desenvolveram versões desse instrumento ao mesmo tempo, o inventor italiano Santorio Santorio (1561-1636) foi o primeiro a acrescentar uma escala numérica

ao instrumento (por esse motivo, alguns autores citam Santorio como inventor do primeiro termômetro).

Em 1596, Galileu Galilei inventou um termômetro de água rudimentar. Esse instrumento permitiu que, pela primeira vez, variações de temperatura pudessem ser lidas. Em 1714, Gabriel Fahrenheit inventou o primeiro termômetro de mercúrio, instrumento que é utilizado atualmente.

Apesar de Galileu ser aclamado por muitos autores como o inventor do primeiro termômetro, o instrumento não media a temperatura — apenas indicava diferenças. Por isso o instrumento desenvolvido por Galileu deve ser denominado termoscópio. O precursor do termômetro é um instrumento sem escala, que apenas indicava as diferenças de temperatura e só podia mostrar se a temperatura estava acima, abaixo ou igual. Não permitia, portanto, que uma temperatura fosse registrada para futura referência. O termoscópio foi largamente utilizado por um grupo de pesquisadores em Veneza, incluindo Galileu.

Até o início do século XVII, não existiam maneiras de medir ou quantificar calor. Santorio (1561-1636) inventou alguns instrumentos: um medidor de vento, um medidor de escoamento de água, o *pulsilógio*, e um termoscópio, o precursor do termômetro. Em 1612, ele aplicou pela primeira vez uma escala numérica ao seu termoscópio, e é considerado o inventor do termômetro. O instrumento de Santorio era um termômetro de ar. Tinha baixa precisão, e os efeitos da variação da pressão atmosférica ainda não eram compreendidos na época.

O primeiro termômetro líquido em vidro fechado, bastante conhecido atualmente, foi produzido em 1654 por Ferdinand II (1610-1670), duque da Toscana. Seu termômetro era preenchido com álcool, e, apesar de representar um avanço significativo, ele não tinha boa precisão e não utilizava uma escala padrão.

Em 1714, Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736), cientista alemão, inventou o termômetro de mercúrio. A expansão do mercúrio, associada a melhoramentos no vidro, levou a um incremento significativo na precisão dos termômetros. Em 1724, Fahrenheit introduziu a escala de temperatura que levaria seu nome. Utilizou os novos pontos fixos de temperatura para fazer um padrão do seu novo instrumento. Fahrenheit dividiu os pontos de congelamento e fervura da água em 180 divisões. Trinta

e dois (32) foram escolhidos para o ponto mais baixo, de modo que não haveria valores negativos nem abaixos daquele ponto (menores medidas conseguidas por ele em seu laboratório, com uma mistura de gelo, sal e água). Algumas vezes sugeriu-se que Fahrenheit teria dividido sua escala em 100 graus utilizando a temperatura do sangue (incorretamente medida) e o ponto de congelamento da água, o que não é verdade.

Em 1731, o francês René Antoine Ferchault de Réamur (1683-1757) propôs uma escala de termômetro no qual o 0° representava o ponto de congelamento e 80° o ponto de fervura. A escala de Réamur não é mais utilizada atualmente.

Em 1742, o astrônomo sueco Anders Celsius (1701-1744) sugeriu um termômetro com 100 divisões entre os pontos de congelamento e de fervura da água. Celsius escolheu 0° para o ponto de fervura e 100° para o ponto de congelamento. Um ano mais tarde, o francês Jean Pierre Cristin (1683-1755) inverteu a escala Celsius para produzir a escala centígrada utilizada atualmente (0 °C para o ponto de congelamento e 100 °C para o ponto de fervura). Em 1948, de comum acordo, a escala de temperatura adaptada por Cristin foi adotada pela Conferência Internacional de Pesos e Medidas. Passou a ser conhecida como escala Celsius, e é utilizada atualmente.

Em 1848, Lord William Thomson Kelvin deu sua contribuição. Desenvolveu a ideia de temperatura absoluta, a qual é considerada a segunda lei da termodinâmica, e desenvolveu a teoria dinâmica do calor. Em sua teoria, Kelvin propôs que a temperatura de 0° absoluto (0 K) seria a menor temperatura possível, à qual qualquer movimento de partículas atômicas cessaria. Kelvin definiu que a variação de 1 grau Kelvin seria equivalente à variação de 1 grau Celsius. Atualmente, o grau Kelvin é a unidade padrão para medida de temperatura.

Sir William Thomson, barão Kelvin de Largs, Lord Kelvin da Escócia (1824-1907), estudou na Universidade de Cambridge e mais tarde tornou-se professor de Filosofia Natural na Universidade de Glasgow. Entre outros feitos seus podem-se citar a descoberta do efeito Joule-Thomson dos gases, seu trabalho no primeiro cabo para telegráfo transatlântico, a invenção do galvanômetro de espelho, o gravador sifônico, um sistema mecânico para previsão de marés e o melhoramento da bússola para navios.

CAPÍTULO 1

Conceitos de Instrumentação

1.1 Introdução

Ao contrário do que muitas pessoas acreditam, a palavra INSTRUMENTAÇÃO significa muito mais do que sugere. Na verdade, a maioria dos cursos de instrumentação deveria ter em seu título um nome genérico o suficiente para relacionar a medição de grandezas em qualquer processo. A instrumentação está presente, por exemplo, em uma instalação elétrica, na simples medida da tensão elétrica de uma residência (220 V ou 110 V). Está presente no controle do sistema que está gerando essa tensão – seja, por exemplo, na medição da velocidade da turbina que gira devido à força da água em uma hidrelétrica, seja através da medição da pressão do vapor em uma usina termelétrica ou no controle das reações nucleares que ocorrem em uma usina nuclear. A medição dos processos é que determina os padrões e permite que sejam referenciadas unidades às diversas grandezas.

A importância da Instrumentação poderia ser resumida em uma frase: “A medição é a base do processo experimental.” Seja em um processo que deve ser controlado, seja em pesquisa ou em uma linha de produção dentro de uma indústria, o processo da medição de grandezas físicas é fundamental.

As técnicas experimentais têm mudado profundamente nos últimos anos devido ao desenvolvimento de instrumentos eletrônicos e controladores inteligentes de processos. Essa tendência deve se manter, e, para atender à demanda, o operador deve estar familiarizado com os princípios básicos de instrumentação e as ideias que governam o seu desenvolvimento e a sua utilização. Obviamente, o conhecimento de muitos princípios de instrumentação é necessário para realizar um experimento bem-sucedido, e essa é a razão pela qual a experimentação deve respeitar procedimentos, experimentais criteriosos, beneficiando-se de uma bem-planejada metodologia. Ao projetar um experimento, o indivíduo precisa ser capaz de especificar a variável física e conhecer as leis da física. Depois é necessário o projeto ou a aplicação de algum instrumento, quando será necessário o conhecimento dessa aplicação. Por fim, para analisar os dados, o indivíduo deve combinar as características do processo físico que está sendo medido com as limitações dos dados coletados.

Antes de iniciar o procedimento, o experimentalista precisa conhecer o processo, bem como estimar as incertezas das medi-

das toleráveis para o bom andamento do sistema como um todo. O objetivo do experimento ditará a precisão necessária, os custos, bem como o tempo que deve ser empregado nessa tarefa. Uma calibração de um termômetro de mercurio pode ser considerada um processo relativamente simples e que depende de tempo e equipamentos limitados. Por outro lado, medir a temperatura de um jato de gás a 1600 °C com precisão envolveria muito mais cuidados. Medições executadas por laboratoristas inexperientes freqüentemente supõem que um experimento é fácil de ser executado. Tudo de que precisam é conectar alguns fios e ligar o instrumento para que os dados começem a ser armazenados. Mal sabem que um instrumento que faz parte do processo pode estar mandando dados errados ou com níveis de erros demasiado altos, que podem comprometer todo o experimento.

Além disso, mesmo que todos os instrumentos estejam funcionando perfeitamente, se os dados não forem tratados corretamente, ou, ainda, se não fizerem parte de um processo de coleta projetado adequadamente, o experimento poderá estar perdido. Enfim, um cauteloso planejamento dos procedimentos experimentais é um ponto de extrema importância.

1.2 O Método Científico

Para que um cientista investigue os fenômenos da natureza, é preciso que ele conheça os processos envolvidos. Depois de levantar todas as informações possíveis sobre o fenômeno, o experimentador deverá medir variáveis que estão relacionadas a esse fenômeno. Com as informações colhidas, será construída uma hipótese que segue um raciocínio lógico e coerente com a observação e a base de dados sobre o fenômeno. Veja a Figura 1.1.

A realização de uma medida é considerada um experimento, e os procedimentos adotados deverão seguir uma metodologia. Esse método deve envolver a formação da base de conhecimentos, a realização de experimentos controlados e sua avaliação. É importante ressaltar que a necessidade de um método é importante não só para a confiabilidade da medida, mas também para que ela possa ser repetida por qualquer pessoa.

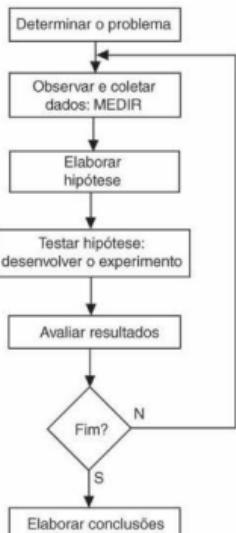


Figura 1.1 Procedimento genérico de método científico.

1.3 Grandezas Físicas

As grandezas físicas são as variáveis ou quantidades que serão medidas. São sinônimas as expressões variável de medida, variável de instrumentação e variável de processo. Essas variáveis podem ser os objetivos diretos ou indiretos de uma determinada medida. Um exemplo de medida indireta é a detecção da deformação mecânica causada por uma força, quando o objetivo é determinar a intensidade da força aplicada.

Segundo o Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia (VIM)¹, **grandeza** é definida como: “Propriedade de um fenômeno, de um corpo ou de uma substância que se pode expressar quantitativamente sob a forma de um número e de uma referência.” O **valor de uma grandeza** representa a “expressão quantitativa de uma grandeza específica, geralmente sob a forma de uma unidade multiplicada por um número”.

Essas variáveis podem ser classificadas em relação a suas características físicas conforme Tabela 1.1.

O método para executar a medição de uma determinada grandeza é bastante variável e depende de fatores como: custos, pos-

¹Documento produzido pelo JCGM (Joint Committee for Guides in Metrology), o qual é formado por organizações como BIPM – Bureau International des Poids et Mesures, IEC – International Electrotechnical Commission, IFCC – International Federation of Clinical Chemistry and Laboratory Medicine, ILAC – International Laboratory Accreditation Cooperation, ISO – International Organization for Standardization, IUPAC – International Union of Pure and Applied Chemistry, IUPAP – International Union of Pure and Applied Physics e OIML – International Organization of Legal Metrology.

Tabela 1.1 Classificação das variáveis por características físicas

Classe das variáveis	Exemplos
Variáveis térmicas – relacionada à condição ou à característica do material. Depende da energia térmica do material.	Temperatura, temperatura diferencial, calor específico, entropia e entalpia.
Variáveis de radiação – relacionadas à emissão, propagação, reflexão e absorção de energia através do espaço ou através de materiais. Emissão, absorção e propagação corpuscular.	Radiação nuclear. Radiação eletromagnética: (infravermelho, luz visível, ultravioleta). Raios X, raios cósmicos e radiação gama. Variáveis fotométricas e variáveis acústicas.
Variáveis de força – relacionadas à alteração de repouso ou de movimento dos corpos.	Peso, força total, momento de torque, tensão mecânica, força por unidade de área, pressão, pressão diferencial e vácuo.
Taxa de variáveis – relacionadas à taxa com que um corpo ou uma variável medida se afasta ou se aproxima de um determinado ponto de referência ou à taxa de repetição de um determinado evento. O tempo é sempre um componente da medida de taxas.	Vazão de um determinado fluido, fluxo de massa, aceleração, frequência, velocidade linear, velocidade angular e vibração mecânica.
Variáveis de quantidade – relacionadas às quantidades de material existente dentro de limites específicos ou que passa sobre um ponto num determinado período.	Massa e peso a uma gravidade local. Vazão integrada num tempo, volume, espessura e mols de material.
Variáveis de propriedades físicas – relacionadas às propriedades físicas de materiais (exceto propriedades relacionadas à massa ou composição química).	Densidade, umidade, viscosidade, consistência, características estruturais como ductibilidade, dureza, plasticidade.
Variáveis de composição química – relacionadas às propriedades químicas e à análise de substâncias.	Medidas quantitativas de CO ₂ , CO, H ₂ S, NO _x , S, SO _x , C ₂ H ₂ , CH ₄ , pH, qualidade do ar e vários solventes e químicos, entre outros.
Variáveis elétricas – relacionadas às variações de parâmetros elétricos.	Tensão, corrente, resistência, condutância, indutância, capacitação, impedância.

sibilidades físicas, incerteza, tempo, entre outros fatores. Deve-se deixar claro que cada processo tem suas peculiaridades e que aspectos econômicos bem como o tempo envolvido na medição são secundários quando o objetivo é coletar dados confiáveis.

Ideialmente, busca-se o **valor verdadeiro** (de uma grandeza), ou, conforme o VIM, o **valor compatível** com a definição de uma dada grandeza específica. É um valor que seria obtido por uma medição perfeita, e, portanto, valores verdadeiros são, por natureza, indeterminados. Entretanto, pode-se utilizar o **valor convencional**, o qual consiste no valor atribuído a uma grandeza por acordo para uma dada finalidade.

Em um determinado local, o valor atribuído a uma grandeza, por meio de um padrão de referência, pode ser tomado como um valor verdadeiro convencional. Por exemplo, o CODATA² (1986) recomendou o valor para a constante de Avogadro como $6,0221367 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. O valor verdadeiro convencional é às vezes denominado valor designado, melhor estimativa do valor, valor convencional ou valor de referência. Frequentemente, um grande número de resultados de medições de uma grandeza é utilizado para estabelecer um valor verdadeiro convencional.

1.4 Unidades de Medida

A criação do sistema métrico decimal na época da Revolução Francesa e também a criação de dois padrões de platina para a unidade do metro e do quilograma em 22 de junho de 1799 constituíram o primeiro passo para o desenvolvimento do Sistema Internacional de Unidades atual.

Em 1832, Gauss promoveu a aplicação do sistema métrico, sustentando que esse seria um sistema consistente para a aplicação nas ciências físicas. Gauss foi o primeiro a fazer medidas absolutas da força magnética da Terra com base no sistema métrico. As unidades milímetros, gramas e segundo foram utilizadas para as grandezas de comprimento, massa e tempo, respectivamente. Alguns anos mais tarde, Gauss e Weber estenderam essas medidas para incluir o fenômeno elétrico.

Essas aplicações no campo da eletricidade e eletromagnetismo foram bastante desenvolvidas na década de 1860, com Maxwell e Thomson liderando a Associação Britânica para o Avanço da Ciência (BAAS). Formularam um requerimento para um sistema de unidades coerente com unidades básicas e derivadas. Em 1874 a BAAS introduziu o CGS, um sistema de unidades baseado em três unidades: centímetro, grama e segundo, utilizando prefixos variando em uma faixa de micro (10^{-9}) a mega (10^9) para expressar submúltiplos e múltiplos decimais. O desenvolvimento seguinte da física como uma ciência experimental foi baseado nesse sistema.

As dimensões do sistema de unidades CGS nos campos de eletricidade e magnetismo provaram ser inconvenientes. Assim, na década de 1880, a BAAS e o comitê da Comissão International de Eletricidade (IEC) aprovaram um conjunto de unidades práticas. Entre elas, estavam o ohm, o volt e o ampère para a resistência elétrica, a tensão elétrica e a corrente elétrica, respectivamente.

Depois do estabelecimento da convenção do metro, em 20 de maio de 1875, o Comitê Internacional de Pesos e Medidas (CIPM)

concentrou-se na construção de novos protótipos para os padrões metro e quilograma como unidades básicas de comprimento e massa. Em 1889, a Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM) sancionou esses protótipos. Juntamente com o segundo, essas unidades constituiram um sistema similar ao CGS, tendo, porém, como unidades básicas o metro, o quilograma e o segundo.

Em 1901, Giorgi mostrou que é possível combinar as unidades desse sistema (metro, quilograma, segundo) com as unidades elétricas para formar um sistema simples e coerente de quatro unidades, e a quarta unidade seria de natureza elétrica, como o ohm ou o ampère, possibilitando que as equações do eletromagnetismo pudesse ser reescritas de forma racionalizada. A proposta de Giorgi abriu o caminho para um grande número de novos desenvolvimentos na área da ciência experimental.

Atendendo a uma solicitação internacional em 1948, a CGPM, em 1954, aprovou a inclusão do ampère, do kelvin e da candelila como unidades básicas de corrente elétrica, temperatura termodinâmica e intensidade de luminosidade, respectivamente. O nome do Sistema Internacional de Unidades (SI) foi adotado em 1960, e em 1971 a versão atual do SI foi completada adicionando o mol para a unidade de quantidade de matéria. Dessa forma, o número total de unidades básicas é sete.

As unidades consistem em bases que têm por função tornar universais os resultados de medidas realizadas em qualquer parte do mundo. Sem uma padronização de unidades, o comércio de produtos seria um verdadeiro caos.

O Sistema Internacional de Unidades (SI) é adotado na maioria dos países, apesar de em alguns lugares ainda existirem dificuldades de implantação como, por exemplo, nos EUA, onde ainda utiliza-se o pé (ft) como unidade de comprimento e a libra como unidade de força.

A Tabela 1.2 mostra as unidades fundamentais do SI.

Todas as demais unidades de medida podem ser determinadas em função dessas unidades básicas.

As **unidades de medidas** são, portanto, grandezas específicas, definidas e adotadas por convenção, com as quais outras grandezas de mesma natureza são comparadas para expressar suas magnitudes em relação àquela grandeza. Essas unidades têm nomes e símbolos aceitos por convenção.

A **medição** consiste em um conjunto de operações que têm por objetivo determinar um valor de uma grandeza, e a **metrologia** é a ciência da medição. A metrologia abrange todos os aspectos teóricos e práticos relativos às medições, qualquer que seja a incerteza, em quaisquer campos da ciência ou da tecnologia.

Tabela 1.2 Unidades fundamentais do SI

Nome	Grandeza	Símbolo
metro	Comprimento	m
segundo	Tempo	s
quilograma	Massa	kg
ampère	Corrente elétrica	A
kelvin	Temperatura termodinâmica	K
mol	Quantidade de matéria	mol
candelila	Intensidade de luz	cd

²CODATA – Committee on Data for Science and Technology.

Para efetuar uma boa medição, é necessário o conhecimento do(s) fenômeno(s) físico(s). Em outras palavras, o experimentalista necessita das **bases científicas** relacionadas a esses fenômenos físicos, como, por exemplo:

- ¶ o efeito termoelétrico, utilizado para a medição da temperatura;
- ¶ o efeito Josephson, utilizado para a medição da diferença de potencial elétrico;
- ¶ o efeito Doppler, utilizado para a medição da velocidade;
- ¶ o efeito Raman, utilizado para medição do número de ondas das vibrações moleculares; entre outros.

Os **métodos de medição** consistem nas descrições genéricas de sequências lógicas de operações adotadas na execução das medições, e o **procedimento de medição** é uma descrição detalhada de uma medição de acordo com um ou mais princípios de medição e com um dado método de medição, baseada em um modelo de medição e incluindo qualquer cálculo para se obter um resultado de medição. Um procedimento de medição é usualmente registrado em um documento, que algumas vezes é denominado procedimento de medição (ou método de medição) e que normalmente tem detalhes suficientes para permitir que um operador execute a medição sem informações adicionais.

Os métodos de medição podem ser qualificados de várias maneiras, como, por exemplo, método por substituição, método diferencial, método “de zero” entre outros.

O objeto da medição é a grandeza específica submetida a essa medição, e é denominado **mensurando**. A especificação de um mensurando pode requerer informações de outras grandes como tempo, temperatura ou pressão. As grandeszas que afetam o resultado da medição do mensurando são denominadas grandeszas de influência. Por exemplo:

- ¶ a temperatura de um micrômetro usado na medição de um comprimento;
- ¶ a frequência na medição da amplitude de uma diferença de potencial em corrente alternada;
- ¶ a concentração de bilirrubina na medição da concentração de hemoglobina em uma amostra de plasma sanguíneo humano.

Frequentemente dá-se o nome de **sinal de medição** à grandeza que representa o mensurando ao qual está funcionalmente relacionada, como por exemplo o sinal de saída elétrico de um transdutor de pressão.

1.5 Definições e Conceitos

Nesta seção são apresentados conceitos relacionados à instrumentação em geral. Esses conceitos podem ser relativos a instrumentos de medidas comuns ou a sistemas complexos, encontrados em ambientes específicos de controle de processos.

1.5.1 Sensores e transdutores

Sensores naturais

São os **sensores** encontrados em organismos vivos e que geralmente respondem na forma de biossinais (divididos em sinais

bioelétricos, biomagnéticos, bioquímicos, biomecânicos, bioacústicos e bio-ópticos) a eventos biológicos caracterizados por atividades de natureza elétrica, química ou mecânica.

No corpo humano são encontrados os sensores (denominados nessa área de receptores) para os nossos sentidos de visão, audição, tato, olfato e paladar.

Os **olhos** são sensores naturais de visão constituídos por estruturas complexas, os quais, em termos de resolução, faixa dinâmica, controle automático de foco, controle automático de entrada de luz, abertura angular e eficiência de operação em diversos tipos de ambientes, superam qualquer sensor eletrônico de luz disponível atualmente. Os receptores especializados, posicionados na retina, são os bastonetes e os cones que desenvolvem potenciais geradores e as células ganglionares iniciam os impulsos nervosos enviados através da retina ao nervo óptico, ao quiasma óptico, ao trato óptico, ao tálamo e à área visual no córtex cerebral do lobo occipital.

O **som** é uma oscilação de pressão (no ar, água ou outro meio). O ouvido humano é um poderoso sensor de som que possui uma faixa de aproximadamente 20 Hz a 20 000 Hz. As ondas sonoras penetram no meato acústico externo e atingem a membrana do **tímpano** (com área aproximadamente circular de 50 a 90 mm² com 0,1 mm de espessura. Essa membrana é capaz de detectar um deslocamento mínimo de 10⁻⁸ mm). Após a passagem da onda sonora pelo tímpano, ela traçega por diversas estruturas especializadas (ossículos, janela do vestibulo, membrana vestibular, rampa do tímpano) até atingir a membrana espiral basilar e por consequência estimular os cílios no órgão espiral. Após, um impulso nervoso é iniciado. Apenas como observação, essa estrutura denominada orelha também está diretamente relacionada ao **equilíbrio** estático e dinâmico do corpo humano. Os órgãos receptores do equilíbrio (chamados de aparelho vestibular) estão posicionados na orelha interna.

Para mais detalhes sobre ruído acústico e seu impacto na audição, verificar o Capítulo 15 do Volume 2 desta obra.

As sensações cutâneas são classificadas em **sensações tátiles** (tato e pressão) e **sensações térmicas** (sentido de frio e calor). Essas sensações são obtidas através dos receptores cutâneos (dendritos de neurônios sensitivos que transmitem esses sinais ao córtex cerebral do lobo parietal) distribuídos em regiões do corpo humano, como, por exemplo, ápice da língua, lábios, extremidade dos dedos, palmas da mão, plantas do pé, entre outras regiões densamente povoadas por esses receptores especializados.

Cabe observar que grande área do córtex cerebral é destinada ao processamento de sinais de sensoreamento presentes nas pontas dos dedos e nos lábios. Sensibilidade para temperatura e formas físicas de objetos são exemplos de sinais de saída desses sensores.

A sensação ou caracterização do **olfato** ou odor é devida aos receptores especializados localizados na porção superior da cavidade do nariz, ou seja, neurônios especializados com dendritos em uma extremidade. Esse dendrito é interligado a cílios olfatórios que reagem aos odores do ar e, por consequência, estimulam os receptores olfatórios que são os responsáveis por transmitir os impulsos ao nervo olfatório, ao bulbo olfatório, ao trato olfatório e à área olfatória no córtex cerebral.

O **paladar**, ou sensibilidade gustatória, é devido aos receptores gustatórios localizados nos calículos gustatórios. Esses ca-

lículos (localizados nas elevações da língua denominadas papilas) contêm os receptores gustatórios e os pelos gustatórios que estão em contato com a superfície da língua através de uma abertura denominada poro gustatório (nomo dado à abertura nos calículos gustatórios). Esses receptores só são estimulados quando as substâncias estão dissolvidas na saliva, permitindo assim a penetração da saliva nos poros gustatórios. Ao contato da substância, dissolvida na saliva, com os pelos gustatórios, ocorre um potencial gerador e, por consequência, um impulso nervoso que é conduzido aos nervos cranianos, medula oblonga (bulbo), tálamo e área gustatória primária no córtex cerebral do lobo parietal.

Sensores industriais

Em dispositivos para medição de variáveis físicas em sistemas genéricos, a informação, em geral, também é transmitida e processada na forma elétrica.

Qualquer **sensor** é um conversor de energia. Não importa o que tentarmos medir, sempre haverá transferência de energia entre o objeto medido e o sensor. O processo de sensoreamento é um caso particular de transmissão de informação, com transferência de energia. Essa energia pode fluir para ambos os sentidos (do objeto para o sensor ou do sensor para o objeto), e esse fato reflete-se no sinal de saída, que pode ser positivo ou negativo.

O **transdutor** é um dispositivo que converte um sinal de uma forma física para um sinal correspondente de outra forma física. Portanto, também se trata de um conversor de energia. De fato, é importante certificar-se de que o sistema a ser medido não é perturbado pelo processo de medida. Na maioria das vezes, apesar de o transdutor alterar o processo, essa alteração é considerada insignificante, dada a escolha adequada do mesmo.

A palavra "transdutor" implica que as quantidades de entrada e saída não são do mesmo tipo. A distinção entre transdutor de entrada (sinal físico/sinal elétrico) e transdutor de saída (sinal elétrico/display ou atuador) é utilizada algumas vezes. Os transdutores de entrada são utilizados para detectar sinais, enquanto os transdutores de saída são utilizados para gerar movimentos mecânicos ou executar uma ação, e nesse caso são denominados **atuadores**. Um atuador pode ser descrito como um dispositivo com a função inversa de um sensor; geralmente convertem energia elétrica em outra forma de energia. Por exemplo, um motor converte energia elétrica em energia mecânica. Outro exemplo interessante a ser citado é o caso do efeito piezoelettrico, uma vez que esses materiais possuem aplicações como transdutores de saída e de entrada (veja o Capítulo 8 do Volume 2 desta obra).

Os termos **sensores** e **transdutores** são definidos por vários autores de forma diferente, e essa é uma questão que ainda precisa de uniformidade. Instituições como o NIST (*National Institute of Standard and Technology*) e o BIPM (*Bureau International des Poids et Mesures*), entre outras, possuem entre suas funções a atividade de normalização e uniformização de procedimentos e termos relacionados a medidas de forma geral. Nesse sentido, são gerados documentos com o intuito de servirem como referência no mundo inteiro.*

Segundo o VIM, **transdutor de medida** é um dispositivo utilizado em medições que fornece uma grandeza de saída que tem uma correlação específica com a grandeza de entrada. Pode-se citar como exemplos: termopar, transformador de corrente, extensômetro de resistência elétrica (*strain-gauge*), eletrodo de pH, entre outros (para mais detalhes sobre esses sensores, veja os demais capítulos deste Volume e o Volume 2 desta obra).

Segundo o VIM, **sensor** é um elemento de um sistema de medição que é diretamente afetado por um fenômeno, corpo ou substância que contém a grandeza a ser medida. Podem-se citar como exemplos: o elemento de platina de um termômetro do tipo RTD, rotor de uma turbina para medir vazão, tubo de Bourdon de um manômetro, boia de um instrumento de medição de nível, fotocélula de um espectrofotômetro, entre outros. Em alguns campos de aplicação é usado o **termo detector** para esse conceito.

Detector é um dispositivo ou substância que indica a presença de um fenômeno sempre que um limiar de mobilidade de uma grandeza é excedido, sem necessariamente fornecer um valor de uma grandeza associada. Pode-se citar como exemplos: detector de vazamento de halogênio, papel tornassol, entre outros. Uma indicação pode ser obtida somente quando o valor da grandeza atinge um dado limite, denominado limite de detecção do detector.

É importante classificar os sensores segundo algum critério para que seja possível estudá-los de forma mais organizada. Considerando a necessidade de uma fonte de alimentação, os sensores são classificados em passivos ou ativos.

Um **sensor passivo** não necessita de energia adicional e gera um sinal elétrico em resposta a um estímulo externo, isto é, o estímulo de entrada é convertido pelo sensor em um sinal de saída. Nos sensores passivos, a potência de saída tem origem na entrada. Termopares e sensores piezoelettricos são exemplos de sensores passivos.

Os **sensores ativos** requerem uma fonte de energia externa para sua operação, o qual é chamado de sinal de excitação. Esse sinal é modificado pelo sensor para produzir o sinal de saída. Sensores ativos adicionam energia ao ambiente de medida como parte do processo de medição.

Nos sensores ativos, a maior parte da potência de saída vem de uma fonte auxiliar. A entrada apenas controla a saída. Os sensores ativos são às vezes chamados de paramétricos devido às suas propriedades de mudança de resposta a um efeito externo, e essas propriedades podem ser subsequentemente convertidas em sinais elétricos. Pode-se dizer que um parâmetro do sensor modula o sinal de excitação e essa modulação transporta informação do valor medido. Por exemplo, o termistor é um resistor sensor de temperatura. Fazendo passar uma corrente por ele (sinal de excitação), sua resistência pode ser medida monitorando-se as variações de corrente ou tensão nesse termistor. Essas variações (apresentadas em ohms, neste exemplo) relacionam-se diretamente a temperatura através de funções conhecidas denominadas funções de transferência. Outro exemplo de um sensor ativo é um extensômetro de resistência elétrica cuja variação de resistência está diretamente relacionada com a variação de deformação mecânica. Para medir a resistência de um sensor, uma

* Nesta obra, optou-se por adotar as definições do Vocabulário Internacional de termos gerais e fundamentais de Metrologia (VIM), por sua importância e abrangência, e ainda por acreditarmos que é necessário que os mesmos conceitos sejam adotados nas diferentes áreas e lugares.

corrente elétrica (ou tensão) deve ser aplicada por uma fonte externa.

Em relação à saída, os sensores podem ser analógicos ou digitais. Em sensores com saída analógica, ela é contínua no tempo. A informação é geralmente obtida da variação da amplitude ou magnitude. Sensores com saída no domínio do tempo são geralmente considerados analógicos. Sensores nos quais a saída é uma frequência variável são denominados quase digitais porque é muito fácil obter uma saída digital a partir deles (contando pulsos determinado tempo). A saída de um sensor digital assume a forma de passos discretos ou estados. Sensores digitais não requerem um conversor analógico digital e sua saída é mais fácil de transmitir que sensores analógicos. Saídas digitais são também geralmente mais repetitivas e confiáveis.

Considerando o **modo de operação**, os sensores são geralmente classificados em: **sensores de deflexão ou de ponto nulo** (ou ponto de zero). Nos sensores de deflexão, as quantidades medidas produzem um efeito físico que gera em alguma parte do instrumento um efeito similar, mas oposto ao qual é relacionado. Por exemplo, em um dinamômetro a força é medida pela deflexão da mola, que se move até alcançar o ponto de equilíbrio. O deslocamento dessa mola é proporcional à força aplicada.

Sensores de ponto nulo tentam prever a deflexão do ponto de zero aplicando um efeito conhecido que se opõe à quantidade que está sendo medida. Existem um detector de desbalanço e algum meio para restabelecer esse balanço. Em uma balança de pratos, por exemplo, a colocação de uma massa provoca o desequilíbrio. É necessário então colocar um peso conhecido calibrado no outro prato para buscar o equilíbrio novamente e se obter a medida. O sistema de medidas com ponto nulo ou neutro é geralmente mais repetitivo porque o efeito oposto conhecido pode ser calibrado contra um padrão de alta qualidade.

A Figura 1.2 mostra uma fotografia de um termopar e extensômetro de resistência elétrica.

A Figura 1.3 mostra as fotos de um *encoder* e de uma célula de carga.

1.5.2 Instrumento de medição

Conforme o VIM, instrumento de medição consiste em um dispositivo utilizado para realizar as medições, individualmente ou em conjunto com dispositivo(s) complementar(es).

Um instrumento de medição pode ser um sistema mecânico, eletromecânico ou eletrônico que integra um ou mais sensores e/ou um ou mais transdutores a dispositivos com funções específicas de processamento de determinada variável.

Exemplos de instrumentos:

Paquímetro: instrumento utilizado para medições dimensionais.

Amperímetro: instrumento utilizado para medições de correntes elétricas.

Termômetro: instrumento utilizado para medições de temperaturas.

Medidor de pH: instrumento utilizado para caracterização da acidez, alcalinidade e neutralidade de soluções.

A Figura 1.4 mostra a foto de um paquímetro e um termômetro.

Os instrumentos podem apresentar um mostrador ou indicador. A indicação de um instrumento pode ser analógica (contínua ou descontínua) ou digital. O instrumento de medição é denominado analógico quando o sinal de saída ou a indicação é uma função contínua do mensurando ou do sinal de entrada. O instrumento de medição é denominado digital quando fornece um sinal de saída ou uma indicação em forma digital. Os termos "analógico" e "digital" são relativos à forma de apresentação do sinal de saída ou da indicação e

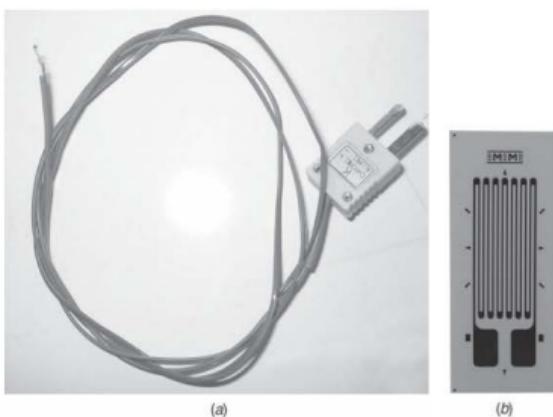


Figura 1.2 (a) Termopar tipo K e (b) extensômetro de resistência elétrica.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 1.3 (a), (b) Encoder e (c), (d) célula de carga.



Figura 1.4 (a) Paquímetro e (b) termômetro.

não ao princípio de funcionamento do instrumento. O instrumento de medição ainda pode fornecer um registro da indicação analógico (linha contínua ou descontínua) ou digital.

Exemplos

- ¶ Plataforma ferroviária de pesagem totalizadora.
- ¶ Medidor totalizador de potência elétrica.

Também pode ser denominado instrumento de medição integrador quando determina o valor de um mensurando por integração de uma grandeza em função de uma outra, como por exemplo no caso de um medidor de energia elétrica.

A parte do instrumento de medição que apresenta uma indicação é denominada **dispositivo mostrador ou indicador**. Esse termo pode incluir o dispositivo no qual é apresentado ou alocado o valor de uma **medida materializada**. O conceito de **medida materializada** é atribuído a um dispositivo destinado a reproduzir ou fornecer, de maneira permanente durante seu uso, um ou mais valores conhecidos de uma dada grandeza de um ou mais tipos, como uma massa; uma medida de volume (de um ou vários valores, com ou sem escala); um resistor elétrico padrão; um bloco padrão; um gerador de sinal padrão; ou um material de referência, entre outros.

Um dispositivo **mostrador analógico** fornece uma “indicação analógica”, enquanto um dispositivo **indicador digital** fornece uma “indicação digital”. É denominada indicação semidigital a forma de apresentação, tanto por meio de um indicador digital no qual o dígito menos significativo se move continuamente, permitindo a interpolação, quanto por meio de um indicador digital complementado por uma escala e índice.

A parte fixa ou móvel de um dispositivo mostrador, cuja posição em relação às marcas de escala permite determinar um valor indicado, é denominada índice. Por exemplo: ponteiro, ponto luminoso, superfície de um líquido, pena de registrador.

A escala do instrumento consiste no conjunto ordenado de marcas, associado a qualquer numeração, que faz parte de um dispositivo mostrador de um instrumento de medição. Cada marca é denominada marca de escala. Para uma dada escala, o comprimento da escala é o comprimento da linha compreendida entre a primeira e a última marca, passando pelo centro de todas

O instrumento de medição é denominado totalizador quando determina o valor do mensurando, por meio da soma dos valores parciais dessa grandeza, obtidos, simultânea ou consecutivamente, de uma ou mais fontes.

as marcas menores. A linha pode ser real ou imaginária, curva ou reta. O comprimento da escala é expresso em unidades de comprimento, qualquer que seja a unidade do mensurando ou a unidade marcada sobre a escala.

A **faixa de indicação** consiste no conjunto de valores limitados pelas indicações extremas arredondadas ou aproximadas, obtidas com um posicionamento particular dos controles de um instrumento de medição ou sistema de medição. Para um mostrador analógico, pode ser chamado de faixa de escala. A faixa de indicação é expressa nas unidades marcadas no mostrador, independentemente da unidade do mensurando, e é normalmente estabelecida em termos dos seus limites inferior e superior, por exemplo: 100 °C a 200 °C.

A parte de uma escala compreendida entre duas marcas sucessivas quaisquer se denomina **divisão de escala**, e a distância entre duas marcas sucessivas quaisquer, medida ao longo da linha do comprimento de escala, é o comprimento de uma divisão. A diferença entre os valores da escala correspondentes a duas marcas sucessivas é conhecida como valor de uma divisão.

A escala na qual o comprimento de uma divisão está relacionado com o valor de uma divisão correspondente por um coeficiente de proporcionalidade constante é denominada escala linear. Uma escala linear cujos valores de uma divisão são constantes é denominada “escala regular”.

Em uma escala não linear, cada comprimento de uma divisão está relacionado com o valor de uma divisão correspondente por um coeficiente de proporcionalidade, que não é constante ao longo da escala. Algumas escalas não lineares possuem nomes especiais, como “escala logarítmica”, “escala quadrática”. A Figura 1.5 mostra dois gráficos com a mesma indicação e a escala do eixo das abscissas diferente. No gráfico 1.5(a), a escala é linear, e no gráfico 1.5(b) é logarítmico.

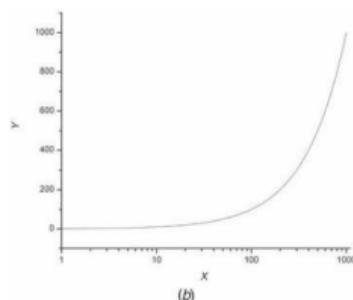
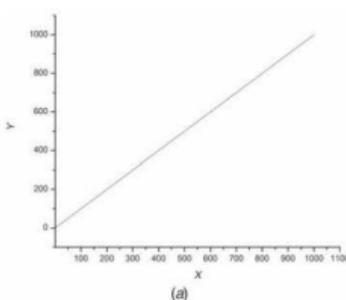


Figura 1.5 (a) Eixo das abscissas linear e (b) eixo das abscissas logarítmico.

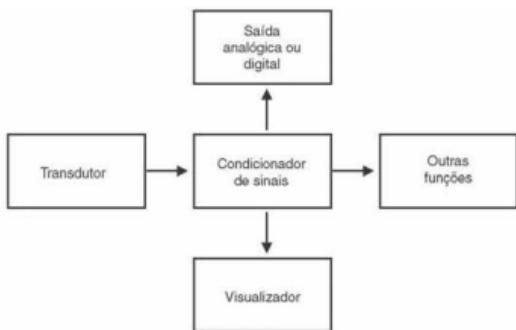


Figura 1.6 Exemplo da estrutura de um instrumento de medição típico.

No termômetro clínico, a faixa de indicação não inclui o valor zero. Nesse caso a escala é denominada escala com zero suprimido. Escalas nas quais parte da faixa de indicação ocupa um comprimento da escala que é desproporcionalmente maior do que outras partes são denominadas escalas expandidas.

Outro termo muito utilizado em instrumentação é **condicionador de sinais**, dispositivo que converte a saída do sensor ou transdutor em um sinal elétrico apropriado para o dispositivo de apresentação ou controle. O condicionador de sinal é um termo genérico que pode ser composto por filtros, amplificadores, fontes de tensão e/ou corrente, entre outros. A Figura 1.6 mostra um esquema típico de um instrumento de medição contendo um sensor, um condicionador de sinais e um mostrador ou visualizador. Nessa estrutura, pode-se observar também que é possível adicionar funções específicas, principalmente se no condicionamento existir um sistema digital, como um microcontrolador. Por exemplo, é possível disponibilizar uma saída com a análise no domínio frequência (FFT do sinal de entrada).

1.5.2.1 Características de instrumentos de medição

Alguns dos termos utilizados para descrever as características de um instrumento de medição são igualmente aplicáveis a dispositivos de medição, transdutores de medição ou a um sistema de medição, e por analogia podem, também, ser aplicados a uma medida materializada ou a um material de referência. O sinal de entrada de um sistema de medição pode ser chamado de estímulo e o sinal de saída pode ser chamado de resposta. O termo "mensurando" significa a grandeza aplicada a um instrumento de medição.

Ao se executar a medição de uma variável, utiliza-se um instrumento. Como esse instrumento foi construído com componentes reais, e, além disso, o procedimento é realizado em um ambiente sujeito a alterações de variáveis não controladas como umidade, temperatura, influência de campos eletromagnéticos, entre outros, é de se esperar que a medida não seja perfeita. De

fato, como já foi citado, o valor verdadeiro de uma medição é por natureza indeterminado, uma vez que ele somente seria obtido por uma medição perfeita.

As imperfeições das medições dão origem aos **erros**. Por menores que sejam, os erros sempre estarão presentes em procedimentos experimentais. Da mesma maneira que o valor verdadeiro, é impossível determinar um erro exatamente, sendo esse, portanto, um conceito idealizado.

Segundo o VIM, o **erro de medição** é a diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência. Quando existe um único valor de referência, o que ocorre sempre que uma calibração é realizada por meio de um padrão com um valor medido e com incerteza de medição desprezível, ou ainda se um valor convencional é fornecido, é possível conhecer o erro de medição. Caso se suponha que um mensurando é representado por um único valor verdadeiro ou um conjunto de valores verdadeiros de faixa desprezível, o erro de medição é desconhecido. Quando o valor verdadeiro não pode ser determinado, utiliza-se, na prática, um valor verdadeiro convencional. Quando for necessário distinguir "erro" de "erro relativo", o primeiro é também denominado erro absoluto da medição. Esse termo não deve ser confundido com valor absoluto do erro, que é o módulo do erro.

O Guia Eurochem/CITAC⁴ "Determinando a Incerteza nas Medições Analíticas" (2002 – versão brasileira 2^a ed.) afirma que o erro é constituído por dois componentes principais, denominados aleatório e sistemático.

O **erro aleatório** consiste no resultado de uma medição menos a média que resultaria de um infinito número de medições do mesmo mensurando efetuadas sob condições de repetitividade. Erro aleatório é igual ao erro menos o erro sistemático. Uma vez que apenas um número finito de medições pode ser feito, é possível apenas determinar uma estimativa do erro aleatório. Esse é geralmente originado por variações imprevisíveis de grandezas que influem no resultado da medição. Esses efeitos aleatórios dão origem a variações em observações repetidas do mensurando. Embora esse erro não possa ser eliminado, ele pode ser reduzido aumentando-se o número de observações ou ensaios.

O **erro sistemático** é a média que resultaria de um infinito número de medições do mesmo mensurando, efetuadas sob condições de repetitividade, menos o valor verdadeiro do mensurando. Erro sistemático é igual ao erro menos o erro aleatório. Analogamente ao valor verdadeiro, o erro sistemático e suas causas não podem ser completamente conhecidos. Para um instrumento de medição, o erro sistemático é denominado **tendência**. A tendência de um instrumento de medição é normalmente estimada pela média dos erros de indicação de um número apropriado de medições repetidas.

O erro sistemático, portanto, é um componente de erro que, no decorrer de um número de análises do mesmo mensurando,

³EUROCHEM é uma rede de organizações na Europa que tem por objetivo estabelecer um sistema de rastreabilidade internacional de medidas e promover práticas para garantir a qualidade na área da Química.

⁴CITAC – Cooperation on International Traceability in Analytical Chemistry.



Figura 1.7 Tomada de tempo do período de um pêndulo utilizando um cronômetro.

permanece constante ou varia de forma previsível. Esse erro é independente do número de medidas. Esse erro também não pode ser totalmente eliminado, mas pode ser significativamente reduzido se o efeito for quantificado e aplicado um fator de correção. Os instrumentos e sistemas de medição são geralmente ajustados ou calibrados utilizando padrões de medição e materiais de referência para se corrigir erros sistemáticos. São exemplos comuns desse tipo de erro o erro espúrio ou grosso, os quais são gerados por falha humana ou mau funcionamento do equipamento. Medições com erros desse tipo devem ser descartadas assim que eles forem detectados (não se deve tentar incorporá-los à análise estatística dos dados). Infelizmente, nem sempre esses erros são fáceis de ser detectados, e, portanto, recomenda-se executar testes para validação dos dados.

Por exemplo, a Figura 1.7 mostra uma pessoa medindo o período de um pêndulo com um cronômetro, e essas medidas são realizadas várias vezes. Erros no início e no término das tomadas de tempo, na estimativa de divisão das escalas, ou pequenas irregularidades no movimento do pêndulo causarão variações nos resultados das sucessivas medidas e são exemplos de erros aleatórios. Entretanto, se além disso o cronômetro está atrasando (devido a um defeito de fabricação) 1 segundo a cada 5 horas, todos os resultados medirão tempos menores. Esse é um erro sistemático. A Figura 1.8 mostra o resultado dessas medições em uma escala simplificada.

O **erro no zero de um instrumento de medição** consiste no erro no ponto de controle de um instrumento de medição em que o valor medido especificado é zero.

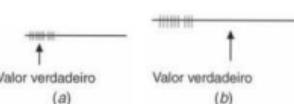


Figura 1.8 Série de medidas: (a) com erro aleatório apenas e (b) com erro aleatório mais o sistemático. Cada traço indica o resultado de uma medida.

Após a definição de erros, é apropriado definir a **incerteza de medição**. Trata-se de um parâmetro não negativo, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentadamente atribuídos a um mensurando. O parâmetro pode ser, por exemplo, um desvio padrão (ou um múltiplo dele), ou a metade de um intervalo correspondente a uma probabilidade de abrangência estabelecida. A incerteza de medição compreende, em geral, muitos componentes. Alguns desses componentes podem ser estimados com base na distribuição estatística (para mais detalhes, leia o Capítulo 2) dos resultados das séries de medições e podem ser caracterizados por um desvio padrão experimental. Os outros componentes, que também podem ser caracterizados por desvio padrão, são avaliados por meio de distribuição de probabilidades assumidas, baseadas na experiência ou em outras informações. Entende-se que o resultado da medição é a melhor estimativa do valor do mensurando e que todos os componentes da incerteza, incluindo aqueles resultantes dos efeitos sistemáticos, como os componentes associados a correções e padrões de referência, contribuem para a dispersão. **Deve-se observar que a incerteza não é sinônimo de erro.** Enquanto o erro é definido como a diferença entre um valor individual e o valor verdadeiro, ou seja, um valor único, a incerteza assume uma faixa de valores. A princípio, o valor de um erro conhecido pode ser utilizado para corrigir um resultado. A incerteza não serve para corrigir um resultado, mas sim para representar o resultado (desde que mantidos os procedimentos uniformes).

O **resultado de uma medição** consiste no valor atribuído a um mensurando obtido por medição completado por todas as outras informações pertinentes disponíveis. Quando um resultado é dado, deve-se indicar, claramente, se ele se refere:

- ¶ à indicação;
- ¶ ao resultado não corrigido;
- ¶ ao resultado corrigido;
- ¶ e se corresponde ao valor médio de várias medições.

Uma expressão completa do resultado de uma medição inclui informações sobre a incerteza de medição. A correção consiste em adicionar um valor algebricamente ao resultado não corrigido de uma medição para compensar um erro sistemático. A correção é igual ao erro sistemático estimado com sinal trocado. Uma vez que o erro sistemático não pode ser perfeitamente conhecido, a compensação não pode ser completa.

Existem vários outros termos que relacionam os erros e a incerteza ao instrumento:

Exatidão de um instrumento de medição é a aptidão de um instrumento para fornecer respostas próximas a um valor verdadeiro, enquanto **exatidão de medição** é o grau de concordância entre um valor medido e um valor verdadeiro do mensurando. **Exatidão de medição** não é uma grandeza, é um conceito qualitativo que não deve ser expresso numericamente. Uma medição é dita mais exata quando é caracterizada por uma incerteza de medição menor. O VIM chama a atenção de que o termo **precisão** não deve ser utilizado como exatidão. Observe que o termo exatidão está diretamente relacionado a ambos os erros citados anteriormente: sistemático e aleatório.

Atualmente são atribuídos índices de classe de instrumentos de medição que satisfazem a certas exigências metrolopáticas des-

tinadas a conservar os erros dentro de limites especificados. Uma **classe de exatidão** é usualmente indicada por um número ou símbolo adotado por convenção e denominado índice de classe. As classes de instrumentos atendem a requisitos metroológicos com o objetivo de manter as incertezas de medição dentro de limites especificados sob condições de funcionamento especificadas.

Apesar de ser citado em muitas referências, o termo **precisão de medição** possui algumas peculiaridades. A versão brasileira, em língua portuguesa (VIM 2007), disponibilizada pelo Inmetro (Portaria Inmetro nº 029 de 1995), não apresenta definição para esse termo. No entanto, um documento na forma de uma nota técnica de 7/2008, constituindo uma tradução dos Capítulos 1 a 5 do JCGM 200:2008 (Joint Committee for Guides in Metrology) Vocabulário Internacional de Metrologia – Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados (VIM), terceira edição) reintroduz esse conceito. Esse documento técnico foi desenvolvido pelos profissionais da Divisão de Metrologia Mecânica (DIMEC) da Diretoria de Metrologia Científica e Industrial (DIMCI) do Inmetro – 2008. Assim, a **precisão de medição** é definida como o grau de concordância entre indicações ou valores medidos, obtidos por medições repetidas, no mesmo ou em objeto similares, sob condições especificadas. A precisão de medição é usualmente expressa na forma numérica por meio de medidas de dispersão como o desvio padrão, a variância ou o coeficiente de variação, sob condições de medição especificadas. Essas “condições especificadas” podem ser, por exemplo, as **condições de repetitividade**, as **condições de precisão intermediária** ou as **condições de reprodutibilidade**.

A **condição de repetitividade** consiste na condição de medição em um conjunto de condições que compreende o mesmo procedimento de medição, os mesmos operadores, o mesmo sistema de medição, as mesmas condições de operação e o mesmo local, assim como medições repetidas no mesmo objeto ou em objetos similares durante um curto período de tempo. E a **repetitividade de medição** é definida como a precisão de medição sob um conjunto de condições de repetitividade.

A **condição de precisão intermediária** consiste na condição de medição em um conjunto de condições que compreende o mesmo procedimento de medição, o mesmo local e medições

repetidas no mesmo objeto ou em objetos similares, ao longo de um período extenso de tempo, mas pode incluir outras condições que envolvam mudanças. E a **precisão intermediária de medição** é definida como a precisão de medição sob um conjunto de condições de precisão intermediária.

A condição de medição em um conjunto de condições que comprende diferentes locais, diferentes operadores, diferentes sistemas de medição e medições repetidas sobre o mesmo objeto ou sobre objetos similares é definida com **condição de reprodutibilidade**. E a **reprodutibilidade de medição** é definida como a precisão de medição sob um conjunto de condições de reprodutibilidade.

O VIM ainda define o termo **veracidade de medição** como o grau de concordância entre a média de um número infinito de valores medidos repetidos e um valor de referência. Como não é uma grandeza, a veracidade não pode ser expressa numericamente. Ainda, a veracidade está relacionada de maneira inversa ao erro sistemático, porém não está relacionada ao erro aleatório.

A Figura 1.9 ilustra as definições de exatidão e precisão com a utilização de um alvo e o resultado de lançamentos de dardos ou um outro projétil.

A **repetitividade de um instrumento** é, portanto, a aptidão de um instrumento de medição em fornecer indicações muito próximas, em repetidas aplicações do mesmo mensurando, sob as mesmas condições de medição.

Muitas vezes é utilizado na metrologia o termo **tolerância**. Esse termo quantifica as diferenças que existem em uma determinada característica de um dispositivo do sistema de medição, de um dispositivo para outro (do mesmo tipo ou dentro de uma linha de dispositivos), em função do processo de fabricação. A tolerância pode ser considerada resultante de variáveis espúrias de fabricação e deve entrar na composição da incerteza esperada para a medida, se for considerada a substituição do dispositivo no instrumento sem efetuar procedimentos de calibração e ajuste. A tolerância é determinada pelo fabricante, normalmente por amostragem na linha de produção dos dispositivos, e é representada na forma de incerteza. O termo “tolerância” não deve ser utilizado para designar **erro máximo admissível**: valor extremo do erro de

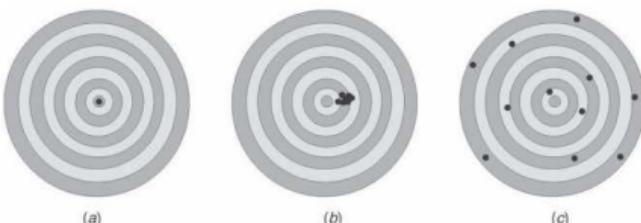


Figura 1.9 Ilustração dos conceitos de exatidão e precisão: o ensaio da figura (a) é mais exato do que o ensaio da figura (b) e que é mais exato do que o ensaio da figura (c). A dispersão do ensaio (a) é menor do que a dispersão do ensaio da figura (b) e que é menor do que a dispersão do ensaio (c). Portanto, pode-se caracterizar quantitativamente que o ensaio (a) é mais preciso do que o ensaio (b) e que este é mais preciso do que o ensaio (c).

medição, com respeito a um valor de referência conhecido, aceito por especificações ou regulamentos para uma dada medição, instrumento de medição ou sistema de medição.

A **resolução** é definida como a menor variação da grandeza que está sendo medida, que causa uma variação perceptível na indicação correspondente. O termo **resolução** de um dispositivo

mostrador consiste na menor diferença entre indicações desse dispositivo que pode ser significativamente percebida. Para um dispositivo mostrador digital ou mesmo para um registrador, a resolução consiste na variação da grandeza de indicação ou de registro, quando o dígito menos significativo varia de uma unidade.

● Exemplo

Se a resolução de um determinado voltímetro digital é de 1 mV, isso significa que o dígito menos significativo na escala é da unidade de mV, ou seja, para o dígito menos significativo ser alterado, a variação mínima na entrada deve ser de 1 mV.

A Figura 1.10 mostra um termômetro com resolução de 0,1 °C.

O **limiar de mobilidade** consiste na maior variação no estímulo (grandeza medida) que não produz variação detectável na resposta (indicação) de um instrumento de medição, sendo a variação no sinal de entrada lenta e uniforme. O limiar de mobilidade pode depender, por exemplo, de ruído (interno ou externo) ou de atrito. Pode depender, também, do valor do estímulo. Esse termo define a limitação perceptível na entrada do dispositivo de medida.

Por exemplo, em um mostrador digital com a indicação do tipo X.XXX unidades, é necessária uma variação da grandeza de entrada de no mínimo 0,001 unidade na entrada para se perceber alguma mudança (desconsiderando-se possíveis interferências externas).

O limiar de mobilidade define a resolução de entrada, e a resolução do mostrador, a resolução da saída. Considerando a Figura 1.11, esses parâmetros podem ser definidos quantitativamente como:



Figura 1.10 Termômetro com resolução de 0,1 °C.

$$L_M \% = 100 \cdot \frac{dx_{\min}}{FE_e}$$

e

$$R_M \% = 100 \cdot \frac{dy_{\max}}{FE_s}$$

em que dx_{\min} representa a variação mínima na entrada perceptível na saída ou resolução de entrada, dy_{\max} representa o maior salto da medida em resposta a uma variação infinitesimal do mensurando ou resolução de saída. FE_e e FE_s representam os fundos de escala de entrada e de saída, respectivamente.

Sensibilidade (S): é a razão da variação na saída (ou resposta ou indicação) pela variação da entrada (ou estímulo ou grandeza medida). Observa-se que a sensibilidade será uma constante se a curva de resposta for linear. Caso contrário, será uma determinada função (como ilustra a Figura 1.12).

$$S = \frac{\Delta s}{\Delta e}$$

e no limite: $S = \frac{ds}{de}$, em que ds representa a variação na saída e de a variação na entrada.

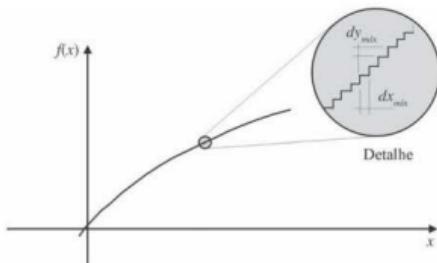


Figura 1.11 Curva de resposta de um sistema genérico com detalhes da resolução e limiar de mobilidade.

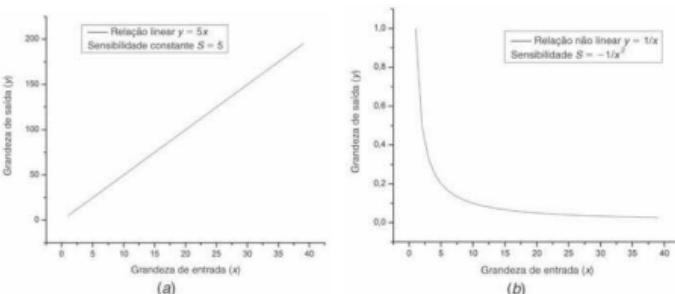


Figura 1.12 Exemplos de funções de transferência com:
(a) sensibilidade constante $S = 5$ e (b) sensibilidade $S = -\frac{1}{x^2}$.

Pode-se calcular a sensibilidade para uma relação saída *versus* entrada linear do tipo:

$$y = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 + \dots$$

$$S_{x_k} = \left. \frac{\partial f}{\partial x_k} \right|_{x_1, x_2, x_3, \dots} = \lambda_k = \text{constante}$$

em que S_{x_k} é a sensibilidade do sistema para a variação de uma ou mais das variáveis x_1, x_2, x_3, \dots

Da mesma forma, para uma relação saída *versus* entrada não linear do tipo $y = \lambda_1 x_1 (1 + \lambda_2 x_2^2) + \lambda_3 x_1^2 x_3$:

$$S_{x_1} = \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x_1, x_2, x_3} = \lambda_1 (1 + \lambda_2 x_2^2) + \lambda_3 2x_1 x_3$$

A Figura 1.12 mostra um exemplo de curva de resposta linear e um exemplo de curva não linear com as respectivas sensibilidades.

O valor pontual da sensibilidade pode depender do valor do estímulo.

● Exemplo

A sensibilidade de um termômetro pode ser 10 mV/°C. Isso significa que, para cada °C variando na entrada, a saída apresenta 10 mV de variação na tensão.

Geralmente a resolução evidencia as limitações do hardware, como o número de dígitos de um multímetro ou o número de bits de um conversor analógico digital, enquanto a sensibilidade

evidencia a característica do sensor ou transdutor, limitado pela sua própria natureza, como por exemplo a variação da resistência em função da temperatura de um sensor do tipo PT100.

● Exemplo

Seja um conversor analógico digital de 8 bits com faixa de entrada de 0 a 5 V. Considerando que possuímos um termômetro linear utilizando um PT100 devidamente condicionado, cuja saída varia linearmente de 0 a 1 V para uma variação de temperatura de 0 a 100 °C, calcule a resolução em °C imposta pelo sistema.

A resolução do conversor AD (R_{AD}) (para mais detalhes verifique o Capítulo 4 deste volume) pode ser calculada por:

$$R_{AD} = \frac{V_{\text{saída medida}}}{2^{N\text{ bits}} - 1} = \frac{5}{255} = 0,0196 \text{ V/bit}$$

Como o problema diz que a faixa de saída de 0 a 1 V tem relação linear com faixa de variação de temperatura de 0 a 100 °C, podemos montar uma regra de proporcionalidade simples:

$$\begin{aligned} 1 \text{ V} &\rightarrow 100 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0,0196 \text{ V} &\rightarrow X \text{ }^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Assim, X pode ser calculado: $X = 0,0196 \cdot 100 = 1,96 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Observa-se, nesse caso, que a resolução desse sistema é de 1,96 °C. Na prática, esse resultado demonstra que a resolução é muito pobre e que melhorias devem ser feitas. Por exemplo, poderíamos amplificar o sinal do termômetro por 5 para utilizar

toda a faixa de entrada do conversor AD, ou então aumentar o seu número de bits.

Linearidade: parâmetro que indica o máximo desvio de uma curva representando a relação saída *versus* entrada da reta que

melhor descreve os pontos reais. Geralmente a linearidade é obtida levantando-se uma curva média que representa o comportamento do instrumento. Depois disso uma reta é então ajustada (para mais detalhes sobre ajustes de curvas verifique o Capítulo 2 deste volume), de modo a adequar esses pontos à nova equação. A repetitividade e a linearidade de um sistema de medição são figuras de mérito fundamentais para a confiabilidade da medida. A linearidade pode ser quantificada por:

$$\text{Linearidade \%} = 100 \cdot \frac{Dif_{\max}}{FE_s}$$

em que Dif_{\max} indica a maior distância entre a reta e a curva real e FE_s indica o fundo de escala da saída. Observa-se que a figura de mérito linearidade só tem sentido se aplicada a um sistema projetado para ser linear. Em casos em que o sistema de medição possui resposta não linear, pode-se definir a **conformidade**: parâmetro que indica o máximo desvio da relação saída *versus* entrada do instrumento em relação a uma curva de referência. Analogamente ao caso linear, a conformidade pode ser calculada por:

$$\text{Conformidade \%} = 100 \cdot \frac{Dif_{\max}}{FE_s}$$

A Figura 1.13 ilustra as definições de linearidade e conformidade para sistemas de medidas genéricos.

A **faixa nominal (range)** consiste na **faixa de indicação** já definida neste capítulo, a qual se pode obter em uma posição específica dos controles de um instrumento de medição. Quando o limite inferior é zero, a faixa nominal é definida unicamente em termos do limite superior, por exemplo: a faixa nominal de 0 V a 100 V é expressa como "100 V".

A diferença, em módulo, entre os dois limites de uma faixa nominal é denominada **amplitude da faixa nominal** (normalmente chamada de *span*). Para uma faixa nominal de -10 V a +10 V, a amplitude da faixa nominal é 20 V. O valor máximo da escala é denominado **fundo de escala**.

Valor nominal é o valor arredondado ou aproximado de uma característica de um instrumento de medição que auxilia na sua utilização. Pode-se citar como exemplos: 100 Ω, como valor marcado em um resistor padrão; 1 l, como valor marcado em um

recipiente volumétrico com uma só indicação; 0,1 mol/l, como a concentração da quantidade de matéria de uma solução de ácido clorídrico, HCl, 25 °C como ponto pré-selecionado de um banho controlado termostaticamente.

O conjunto de valores de uma mensurando para o qual se admite que o erro de um instrumento de medição se mantém dentro dos limites especificados denomina-se **faixa de medição ou trabalho**. A Figura 1.14 ilustra a faixa de medição ou trabalho de um sistema de medição genérico.

Os conceitos de faixa nominal e amplitude são usualmente empregados na caracterização de transdutores, sensores ou mesmo de instrumentos, sendo muitas vezes possível, através de ajustes, fazer-lhes mudanças. Um instrumento pode apresentar várias faixas de atuação, geralmente para garantir que a resolução da medida seja otimizada. Por exemplo, ao se medir uma resistência de 4 700 Ω com um multímetro convencional de 3 e 1/2 dígitos (veja detalhes no Capítulo 5 desta obra), deve-se utilizar a escala cujo valor de fundo seja o mais próximo e superior. Nesse caso, 20 kΩ. Se a escala de 200 kΩ for escolhida, a resolução da medida será bem mais pobre (4,70 para a escala de 20 kΩ e 4,7 para a escala de 200 kΩ).

Histerese: propriedade de um elemento sensor evidenciada pela dependência do valor de saída na história de excursões anteriores, para uma dada excursão da entrada. A histerese quantifica a máxima diferença entre leituras para um mesmo mensurando, quando este é aplicado a partir de um incremento ou decremento do estímulo. Pode ser quantificada por:

$$\text{Histerese \%} = 100 \cdot \frac{Hist_{\max}}{FE_s}$$

em que $Hist_{\max}$ é a histerese máxima e FE_s é o fundo de escala da medida.

Zona morta: intervalo máximo no qual um estímulo (grandeza de entrada) pode variar em ambos os sentidos sem produzir variação na resposta (indicação) de um instrumento de medição. A zona morta pode depender da taxa de variação. A zona morta algumas vezes pode ser deliberadamente ampliada, de modo a prevenir variações na resposta para pequenas variações no estímulo. Geralmente é expressa em percentagem da faixa total.

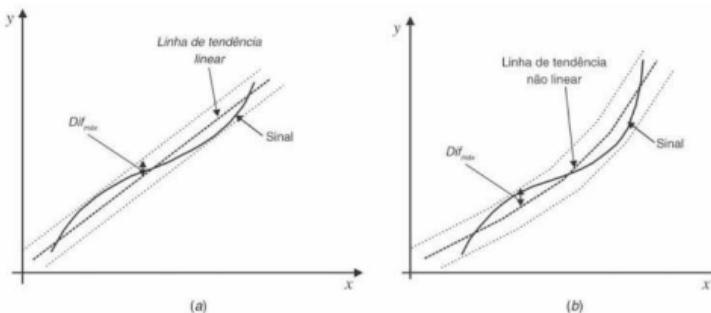


Figura 1.13 (a) Ilustração da linearidade e (b) ilustração da conformidade.

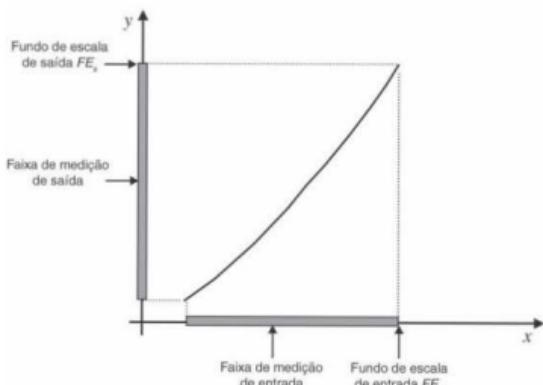
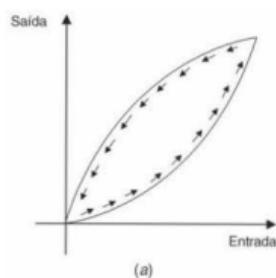


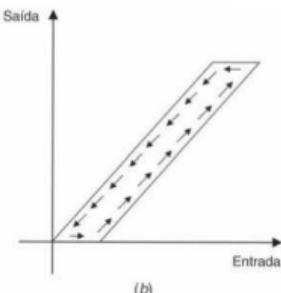
Figura 1.14 Ilustração da faixa de medição ou trabalho de um sistema genérico.

A Figura 1.15 mostra exemplos de gráficos de histerese e zona morta.

Deriva (drift): mudança indesejável e lenta de uma característica metrológica de um instrumento de medição que ocorre com o passar do tempo, causada por fatores ambientais ou intrínsecos



(a)



(b)

Figura 1.15 Exemplos de (a) histerese e (b) zona morta.

ao sistema. Como resultado, o zero será deslocado. Pode-se citar como exemplo a deriva dos semicondutores: um amplificador de instrumentação da Burr-Brown INA101 tem especificado um *drift* máximo de 0,25 mV/^oC.

Estabilidade: aptidão de um instrumento de medição em conservar constantes suas características metrolopáticas ao longo do tempo. Quando a estabilidade for estabelecida em relação a uma outra grandeza que não o tempo, isso deve ser explicitamente mencionado. A estabilidade pode ser quantificada de várias maneiras, por exemplo:

- ¶ pelo tempo no qual a característica metrolopática varia de um valor determinado;
- ¶ ou em termos da variação de uma característica em um determinado período de tempo.

Confiabilidade: parâmetro que quantifica o período de tempo em que o instrumento fica livre de falhas em função de diferentes fatores especificados.

Relação sinal/ruído (SNR-signal to noise ratio): é uma figura de mérito que define a razão entre as potências do sinal e do ruído total presentes nesse sinal.

$$\text{SNR} = 10 \cdot \log \left(\frac{\text{potência do sinal}}{\text{potência do ruído}} \right)$$

A unidade, nesse caso é o dB.

Geralmente é melhor obtermos uma razão sinal/ruído maior que 0 dB (0 dB indica que a amplitude do sinal e a do ruído são iguais). Como exemplo, imagine que você está assistindo a uma partida de futebol ao vivo em um estádio, escutando a transmissão por um rádio AM. É preciso que o sinal do rádio seja mais intenso (para o seu ouvido) que o ruído causado pela torcida, caso contrário será impossível entender o que o locutor está falando.

Para um sinal $v(t)$ com um valor RMS v_{RMS} , a SNR pode ser definida como:

$$\text{SNR} = 10 \log \left(\frac{(v_{\text{RMS}})^2}{(vn_{\text{RMS}})^2} \right)$$

em que vn_{RMS} é o valor RMS do ruído. A unidade também é dada em dB.

Alternativamente, pode-se definir a SNR como a razão entre os valores (rms ou de pico) entre o sinal de interesse e o ruído introduzido no processo. Nesse caso, o resultado é adimensional, e esse número quantifica a influência em um sinal de interesse por um determinado ruído (sinal indesejado sobreposto ao sinal de interesse). A Figura 1.16 mostra um exemplo de um sinal sobreposto com ruído.

As **condições de utilização de um instrumento** são as condições de uso para as quais as características metrolopáticas especificadas de um instrumento de medição se mantêm dentro de limites especificados. As condições de utilização geralmente especificam faixas ou valores aceitáveis para o mensurando e para as grandezas de influência, ao passo que as condições limites consistem nas condições extremas nas quais um instrumento de medição resiste

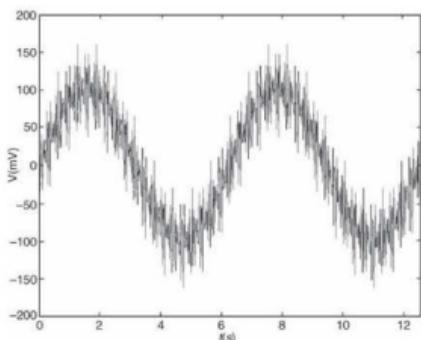


Figura 1.16 Sinal de baixa frequência sobreposto com ruído de alta frequência.

sem danos e sem degradação das características metrológicas especificadas. As condições limites para armazenagem, transporte e operação podem ser diferentes. As condições limites podem incluir valores limites para o mensurando e para as grandezas de influência. Finalmente, as condições de referência são as condi-

ções de uso prescritas para ensaio de desempenho de um instrumento de medição ou para intercomparação de resultados de medições. As condições de referência geralmente incluem os valores de referência ou as faixas de referência para as grandezas de influência que afetam o instrumento de medição.

Cadeia de medição: série de elementos de um sistema de medição que constitui um único caminho para o sinal do sensor até a saída. Por exemplo: uma cadeia de medição eletroacústica compreende o sinal sonoro, um microfone, atenuador, filtro, amplificador e voltímetro.

Sistema de medição: conjunto de um ou mais instrumentos de medição e frequentemente outros dispositivos, compreendendo, se necessário, reagentes e insumos, montado e adaptado para fornecer as informações destinadas à obtenção dos valores medidos, conforme intervalos recomendados para as grandezas de tipos especificados.

Padrões: consistem em grandezas referências para que investigadores em todas as partes do mundo possam comparar os resultados dos seus experimentos em bases consistentes. O padrão consiste em uma medida materializada, instrumento de medição, material de referência ou sistema de medição destinado a definir, realizar, conservar ou reproduzir uma unidade ou um ou mais valores de uma grandeza para servir como referência. Segundo o VIM, é a realização da definição de uma dada grandeza, com um valor determinado e uma incerteza de medição associada, utilizada como referência.

Exemplos

- Padrão de massa de 1 kg com uma incerteza-padrão associada de $3 \mu\text{g}$.
- Resistor-padrão de 100Ω com uma incerteza-padrão associada de $1 \mu\Omega$.
- Padrão de frequência de césio com uma incerteza-padrão associada de 2×10^{-15} .
- Eletrodo de referência de hidrogênio com um valor associado de 7,072 e uma incerteza-padrão associada de 0,006.

Observações:

1. Um conjunto de medidas materializadas similares ou instrumentos de medição que, utilizados em conjunto, constituem um padrão coletivo.
2. Um conjunto de padrões de valores escolhidos que, individualmente ou combinados, formam uma série de valores de grandezas de uma mesma natureza é denominado coleção-padrão.

A Figura 1.17 mostra a foto de padrões de pesos.

O desenvolvimento tecnológico fornece condições de melhorias constantes nos sistemas padrões de grandezas. O padrão do metro foi inicialmente definido como um décimo de milionésimo da distância entre o Polo Norte e o equador. Posteriormente (pe- detecção de um erro de medida na distância proposta), o metro foi definido, no *International Bureau of Weights and Measures* em Sèvres, na França, como o comprimento de uma barra de platina-iridiada mantida sob condições muito precisas. Em 1960, o metro padrão foi redefinido em termos do comprimento de onda: 1 metro = 1.650.763,73 comprimentos de onda, no vácuo, da radiação correspondente à transição entre os níveis 2p10 e 5d5 do átomo de criptônio 86.

Em 1983, a definição do metro foi mudada para a distância na qual a luz viaja no vácuo em $\frac{1}{299,792,458}$ segundo. Para essa medida, foi utilizada a luz de um *laser* de He-Ne.

Todo instrumento deve ter suas medidas comparadas com um padrão para que elas tenham a sua incerteza relacionada conhecida. Existem diferentes tipos de padrões, conforme descrito a seguir:

Padrão internacional: padrão reconhecido por um acordo internacional, tendo como propósito sua utilização mundial.

Padrão nacional: padrão reconhecido por uma decisão nacional para servir, em um país, como base para atribuir valores a outros padrões da grandeza do mesmo tipo.

Padrão primário: padrão estabelecido com auxílio de um procedimento de medição primário ou criado como um artefato, escondido por convenção. Esse padrão é amplamente reconhecido como tendo as mais altas qualidades metrológicas e cujo valor é aceito sem referência a outros padrões de mesma grandeza.

Padrão secundário: padrão cujo valor é estabelecido por comparação a um padrão primário de uma grandeza do mesmo tipo.

Padrão de referência: padrão, geralmente tendo a mais alta qualidade metrológica disponível em um dado local ou em uma



Figura 1.17 Padrões de pesos.

dada organização, designado para a calibração de outros padrões de grandezas do mesmo tipo.

Padrão de trabalho: padrão utilizado rotineiramente para calibrar ou controlar medidas materializadas, instrumentos de medição ou sistemas de medição.

Observações:

1. Um padrão de trabalho é geralmente calibrado por comparação a um padrão de referência.
2. Um padrão de trabalho utilizado rotineiramente para assegurar que as medições estão sendo executadas corretamente é chamado de padrão de controle.

Padrão de transferência: padrão utilizado como intermediário para comparar padrões.

Observação:

A expressão “dispositivo de transferência” deve ser utilizada quando o intermediário não é um padrão.

Padrão itinerante: padrão, algumas vezes de construção especial, para ser transportado entre locais diferentes. Por exemplo: padrão de frequência de césio, portátil, operado por bateria.

Um importante conceito dentro da instrumentação é a **Rastreabilidade**: propriedade de um resultado de medição em que tal resultado pode estar relacionado a uma referência através de

uma cadeia ininterrupta e documentada de calibrações, cada uma contribuindo para a incerteza de medição.

O conceito é geralmente expresso pelo adjetivo rastreável, e uma cadeia contínua de comparações é denominada cadeia de rastreabilidade. A rastreabilidade metrológica requer uma hierarquia de calibração estabelecida.

Os padrões podem ser encontrados geralmente em laboratórios credenciados pelo Inmetro (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial).

A **conservação de um padrão** consiste no conjunto de operações necessárias para preservar as características metrológicas de um padrão, dentro de limites apropriados.

Cabe observar que normalmente as operações incluem calibração periódica, armazenamento em condições adequadas e utilização cuidadosa.

Outro conceito importante é **comparabilidade**: propriedade de um conjunto de resultados de medição correspondentes a um mensurando especificado tal que o valor absoluto da diferença dos valores medidos de todos os pares de resultados de medição seja menor que um certo múltiplo escolhido da incerteza-padrão dessa diferença.

A compatibilidade metrológica substitui o conceito tradicional de ‘manter-se dentro do erro’, já que representa o critério de decisão se dois resultados de medição referem-se a um mesmo mensurando ou não. Se em um conjunto de medições de um mensurando, considerado constante, um resultado de medição não é compatível com os demais, ou a medição não foi correta



Figura 1.18 Hierarquia do sistema metrológico e ilustração dos conceitos de rastreabilidade e comparabilidade.

(por exemplo, sua incerteza de medição foi avaliada como muito pequena) ou a grandeza medida variou entre medições.

Observa-se que, enquanto a rastreabilidade é um vetor vertical, a comparabilidade é horizontal. A Figura 1.18 ilustra os conceitos de rastreabilidade e comparabilidade.

Um resultado de medição com boas características metro-lógicas tem aceitação, confiabilidade, credibilidade e universalidade.

Material de referência (MR): material suficientemente homogêneo e estável em relação às propriedades específicas, preparado para se adequar a uma utilização pretendida numa medição ou na atribuição de um valor e uma incerteza associada a um outro material. Essa incerteza não é uma incerteza de medição. Os materiais de referência com ou sem valores atribuídos podem ser utilizados para controlar a precisão de medição, enquanto apenas os materiais de referência com valores atribuídos podem ser utilizados para a calibração ou para o controle da veracidade.

Observação:

Um material de referência pode ser uma substância pura ou uma mistura, na forma de gás, líquido ou sólido. Exemplos são a água utilizada na calibração de viscosímetros, safira como um calibrador da capacidade calorífica em calorimetria e soluções utilizadas para calibração em análises químicas.

Material de referência certificado (MRC): material de referência, acompanhado por um certificado, com um ou mais valores de propriedades, e certificados por um procedimento que estabelece sua rastreabilidade à obtenção exata da unidade na qual os valores da propriedade são expressos. Cada valor certificado é acompanhado por uma incerteza para um nível de confiança estabelecido.

Observações:

1. Os MRC são geralmente preparados em lotes, para os quais o valor de cada propriedade considerada é determinado dentro de limites de incerteza estabelecidos por medições em amostras representativas de todo o lote.

2. As propriedades certificadas de materiais de referência certificados são, algumas vezes, obtidas convenientemente e de forma confiável quando o material é incorporado em um dispositivo fabricado especialmente, como, por exemplo: uma substância de ponto triplo conhecido em uma célula de ponto triplo, um vidro com densidade óptica conhecida dentro de um filtro de transmissão, esferas de granulometria uniforme montadas na lâmina em um microscópio. Esses dispositivos também podem ser considerados MRC.
3. Todos os MRC atendem à definição de "padrões" dada no "Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia (VIM)".
4. Alguns MR e MRC têm propriedades que, em razão de não serem correlacionados com uma estrutura química estabelecida ou por outras razões, não podem ser determinadas por métodos de medição físicos e químicos exatamente definidos.

Tais materiais incluem certos materiais biológicos como as vacinas para as quais uma unidade internacional foi determinada pela Organização Mundial de Saúde (OMS).

O Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – Inmetro,³ já citado neste capítulo, é uma autarquia federal, vinculada ao Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior, que atua como Secretaria Executiva do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Conmetro), colegiado interministerial que é o órgão normativo do Sistema Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Sinmetro).

Dentre as competências e atribuições do Inmetro destacam-se:

- ¶ executar as políticas nacionais de metrologia e da qualidade;
- ¶ verificar a observância das normas técnicas e legais, no que se refere às unidades de medida, métodos de medição, medidas materializadas, instrumentos de medição e produtos pré-medidos;
- ¶ manter e conservar os padrões das unidades de medida, assim como implantar e manter a cadeia de rastreabilidade dos pa-

³Texto da Homepage oficial do Inmetro <http://www.inmetro.gov.br>.

- drões das unidades de medida no país, de forma a torná-las harmônicas internamente e compatíveis no plano internacional, visando, em nível primário, à sua aceitação universal e, em nível secundário, à sua utilização como suporte ao setor produtivo, com vistas à qualidade de bens e serviços;
- fortalecer a participação do país nas atividades internacionais relacionadas com metrologia e qualidade, além de promover o intercâmbio com entidades e organismos estrangeiros e internacionais;
 - prestar suporte técnico e administrativo ao Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Conmetro), assim como aos seus comitês de assessoramento, atuando como sua Secretaria Executiva;
 - fomentar a utilização da técnica de gestão da qualidade nas empresas brasileiras;
 - planejar e executar as atividades de credenciamento de laboratórios de calibração e de ensaios, de provedores de ensaios de proficiência, de organismos de certificação, de inspeção, de treinamento e de outros, necessários ao desenvolvimento da infra-estrutura de serviços tecnológicos no País;
 - coordenar, no âmbito do Sinmetro, a certificação compulsória e voluntária de produtos, de processos, de serviços e a certificação voluntária de pessoal.

Os padrões citados anteriormente são utilizados para a **calibração**: conjunto de operações que estabelece, sob condições

especificadas, a relação entre os valores indicados por um instrumento de medição ou sistema de medição ou valores representados por uma medida materializada ou um material de referência, e os valores correspondentes das grandezas estabelecidos por padrões.

Observações:

1. O resultado de uma calibração permite tanto o estabelecimento dos valores do mensurando para as indicações como a determinação das correções a serem aplicadas.
2. Uma calibração pode, também, determinar outras propriedades metrológicas, como o efeito das grandezas de influência.
3. O resultado de uma calibração pode ser registrado em um documento, algumas vezes denominado certificado de calibração ou relatório de calibração. A Figura 1.19 mostra um certificado de calibração de um acelerômetro da Brüel & Kjaer.

Os dispositivos de referência devem ser mantidos em ambientes com temperatura e umidade controladas, entre outros. A Figura 1.20 mostra um esquema de uma máquina utilizada para calibrar manômetros de pressão.

Como exemplo, a fim de calibrar um sensor de temperatura, ele deve ser comparado com um dispositivo padrão através de procedimento experimental definido em normas. Com esse procedimento, a incerteza poderá ser avaliada e o instrumento ou sensor classificado.

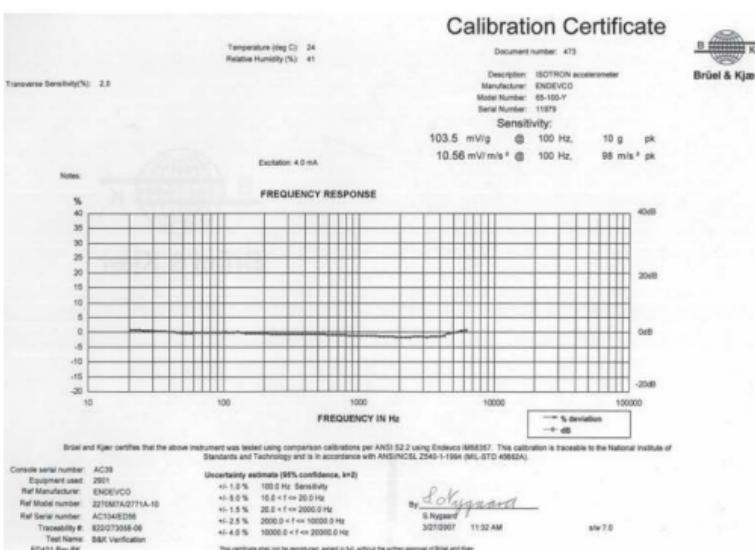


Figura 1.19 Exemplo de um certificado de calibração de um acelerômetro da empresa Brüel & Kjaer. (Cortesia de Brüel & Kjaer.)

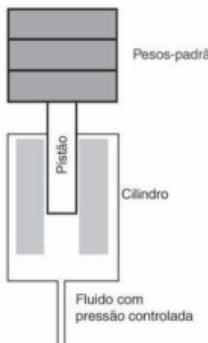


Figura 1.20 Esquema da máquina utilizada na calibração de manômetros industriais.

A operação de calibração determinará onde as graduações da escala devem ser colocadas em um instrumento analógico ou a faixa de um instrumento digital. Ainda, ajustará a saída para alcançar um determinado valor com uma determinada tolerância ou conferirá e certificará o erro do instrumento.

A sociedade moderna é extremamente dependente de processos de calibração. As atividades do dia a dia exigem que os erros envolvidos nos serviços e produtos em geral estejam dentro de limites preestabelecidos. Um consumidor deve ter garantido que as unidades de volume de combustível tenham o mesmo grau de confiabilidade em qualquer parte do mundo. Esse mesmo consumidor deve ter assegurado o fato de estar pagando o mesmo preço por um determinado produto pesado em qualquer balança de um mesmo estabelecimento comercial. Esses são apenas exemplos da grande diversidade de situações que dependem de calibração.

1.6 Algarismos Significativos

A Figura 1.21 representa uma régua cuja menor divisão é de 1 cm, graduada em centímetros medindo uma barra. Pode-se observar que o comprimento da barra está certamente compreendendo entre 4 e 5 cm. Qual seria o algarismo que viria depois do 4? Apesar de a menor divisão da escala da régua ser 1 cm, é razoável fazer uma subdivisão mental do intervalo entre 4 e 5 cm para avaliar o algarismo procurado, que pode ser, por exemplo, o 7. Dessa maneira representa-se o resultado como 4,7. O algarismo 4 dessa medida foi obtido com certeza, enquanto o 7 não. Outras pessoas poderiam ter lido 4,8 ou 4,6. Na leitura 4,7, o algarismo 7 foi avaliado empiricamente. Não se tem certeza do algarismo 7, por isso ele é duvidoso. Não teria sentido algum tentar avaliar o algarismo que vem depois do 7. Para isso, ter-se-ia que imaginar uma subdivisão maior (centésimos da menor divisão) do que aquela já utilizada (décimos da menor divisão). Para a maioria das escalas, é aceitável a avaliação até décimos da menor divisão da escala. Portanto, se alguém ler 4,73 para a medida da Figura 1.21 não estará agindo corretamente, pois o último algarismo da medida é completamente destruído de sentido.

Como regra geral, deve-se apresentar a medida com apenas os algarismos de que se tem certeza mais um único algarismo

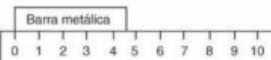


Figura 1.21 Medição de uma barra com uma régua graduada.

duvidoso. Esses algarismos são denominados algarismos significativos da medida.

A abordagem anterior aplica-se a instrumentos analógicos, nos quais se tem um indicador que desloca sobre uma escala. No caso de instrumentos digitais, não é possível afirmar nada além do que é mostrado no visor. Um exemplo de incerteza seria registrar a medida de um voltmímetro digital que mostra 5,32 V como 5,324. Nesse caso, o algarismo 4 é uma incerteza, uma vez que a própria incerteza do instrumento pode ser maior que 0,004. Esse tipo de erro é comum em situações em que são feitas várias medidas e calculada a média. Nesse caso, deve-se obedecer à incerteza do instrumento e considerar a casa decimal adequada.

É importante salientar que, em uma medida, os zeros à esquerda do número, isto é, os zeros que posicionam a vírgula, não são significativos. Para esclarecer esses conceitos, analise os exemplos que seguem:

- a medida 0,023 cm tem somente dois algarismos significativos;
- a medida 0,348 s tem apenas três algarismos significativos;
- a medida 0,0040000 m tem cinco algarismos significativos.

1.7 Resposta Dinâmica

Uma medida de uma grandeza física é chamada de dinâmica quando ela varia com o tempo. Em um processo de pesagem de alimentos, feito usualmente nos mercados, uma balança está conectada a um sistema que recebe a informação do produto, e como saída, além do peso, imprime o preço, entre outras informações. Nesse processo, o atendente coloca o produto sobre a balança, e ela estabiliza em uma medida relativa ao peso do produto. Nesse caso, diz-se que a carga, no caso o produto, é constante, ou invariante no tempo.

Existem, entretanto, muitas situações que requerem informações finas sobre a variação da carga no tempo. No exemplo anterior essa informação seria relativa ao instante entre o momento no qual o produto é colocado na balança até que a medida esteja estabilizada. Geralmente o processo de medidas dinâmicas é mais rigoroso, principalmente no que diz respeito ao instrumento, uma vez que características peculiares serão necessárias. Por exemplo, a vibração de uma máquina pode ser detectada com uma barra engastada, desde que ela consiga vibrar na mesma faixa de frequência da máquina (porem não entrando em ressonância), gerando incertezas que ficam no máximo dentro das tolerâncias exigidas pelo processo.

As características dinâmicas dos sistemas de medidas possibilitam a análise do comportamento desses sistemas no domínio frequência, denominada **resposta em frequência**. Ou então possibilham a análise de parâmetros no tempo como o **tempo de resposta** e o **fator de amortecimento** do sistema. A Figura 1.22 ilustra esses três parâmetros.

Os sistemas podem ser separados em duas grandes famílias distintas: lineares e não lineares. Apesar de existirem muitos

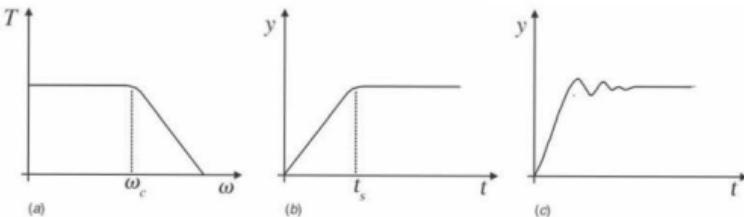


Figura 1.22 (a) Resposta em frequência (ω_c representa a frequência de corte), (b) tempo de resposta (t_s) e (c) fator de amortecimento de um sistema genérico (quanto maior o fator de amortecimento, menores as oscilações em torno do valor final).

problemas reais que envolvem sistemas não lineares, prioriza-se a simplicidade, e na maioria das vezes um modelo linear é adotado, mesmo com algumas pequenas imperfeições.

Sistemas lineares são aqueles nos quais as equações do modelo são lineares. Uma equação diferencial é linear se os seus coeficientes são constantes ou apenas função da variável independente. A consequência mais importante é que o princípio da superposição pode ser aplicado em um sistema linear. Ele estabelece que, se duas entradas L_1 e L_2 estabelecem duas saídas S_1 e S_2 , então quando a entrada for $(L_1 + L_2)$ a saída pode ser decomposta em uma soma de efeitos (S_1) + (S_2). Ainda, se a entrada for $K(L_1 + L_2)$, então a saída será $k(S_1 + S_2)$. A Figura 1.23 mostra um diagrama de blocos em que é mostrado o princípio da superposição em um sistema linear.

Um sistema genérico pode ser descrito em termos de sua equação diferencial com uma variável geral $x(t)$ como:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$$

em que $f(t)$ é uma função estímulo. A ordem do sistema é definida pela ordem da equação diferencial.

Um sistema de ordem zero é do tipo: $a_0 x = f(t)$. Apenas o coeficiente a_0 é diferente de zero.

Um sistema de primeira ordem é do tipo: $a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$,

em que apenas os coeficientes a_0 e a_1 são diferentes de zero.

Um sistema de segunda ordem é do tipo: $a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$, onde apenas os coeficientes a_2 , a_1 e a_0 são

diferentes de zero. Apesar de muitos sistemas reais possuírem ordens altas, na maioria dos casos eles são modelados matematicamente com equações diferenciais priorizando a simplicidade. Sendo assim, na prática, a maioria dos sistemas é modelada com equações de ordem zero a dois. Um modelo de segunda ordem é geralmente suficiente, considerando suas limitações, para descrever a maior parte dos sistemas físicos de uma gama considerável de aplicações.

No estudo do comportamento dinâmico dos sistemas, é comum fazer-se a análise da **função de transferência**. Essa análise é importante, uma vez que representa matematicamente as características do sistema. A função de transferência para um sistema linear $T(\omega)$ é definida como a relação da saída $S(\omega)$ pela entrada $E(\omega)$:

$$T(\omega) = \frac{S(\omega)}{E(\omega)}.$$

Uma vez que os sistemas são modelados com equações diferenciais a análise pode ser feita em todos os instantes de tempo desde $(t) = 0$ até $(t) = \infty$. Entretanto, geralmente utiliza-se o domínio frequência em vez do domínio tempo, pois facilita o tratamento matemático. Além da facilidade de tratar equações diferenciais na forma de equações algébricas, o domínio frequência permite visualizar com clareza os limites de velocidade ou frequência. Por exemplo, se for necessário medir a velocidade angular de um eixo de motor a 10 000 rpm, é importante que o sensor utilizado consiga medir velocidades superiores. Essa é uma informação fácil de ser observada em um gráfico no domínio frequência. A Figura 1.24 mostra a representação de um sinal no domínio tempo e no correspondente domínio frequência.

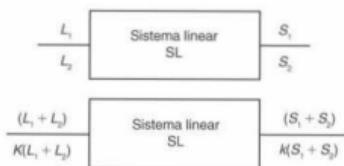
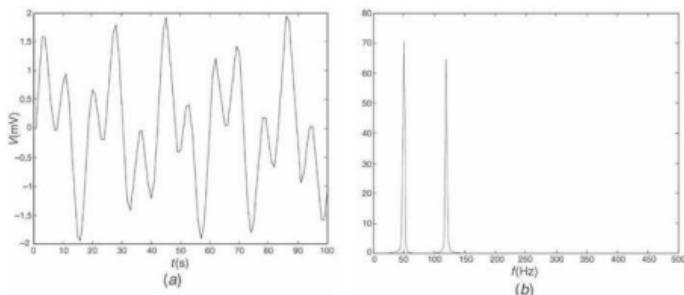


Figura 1.23 Sistema linear.

1.8 Transformada de Laplace

A Transformada de Laplace (TL) é frequentemente utilizada na resolução de equações diferenciais. Isso se deve principalmente ao fato de que as TL transformam operações de diferenciação e integração em operações algébricas. Funções como senos, cossenos, exponenciais, entre outras, têm sua transformada em forma de relações de polinômios. Além disso, a TL traduz uma resposta fiel do transitório, assim como do regime permanente. A variável s representa uma frequência complexa $\sigma + j\omega$ e se aplica à maioria das situações reais, uma vez que ela converge

Figura 1.24 Representação de um sinal $f(t) = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$ no: (a) domínio tempo e (b) no domínio frequência.

para excitações que iniciam em $t = 0$, como a função salto unitário que pode ser vista na Figura 1.25.

Vale observar que essa função diverge para a transformada de Fourier, conforme discussão apresentada no Capítulo 4.

A TL é definida como:

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

em que $f(t)$ é a função no domínio tempo, a qual se deseja conhecer no domínio frequência, $F(s)$ é a transformada de Laplace de $f(t)$ e s uma variável complexa do tipo $\sigma + i\omega$.

Observa-se que a Transformada de Laplace é definida de 0 a ∞ , portanto muitas funções não podem ser analisadas. Entretanto, todos os sistemas reais se iniciam em $t = 0$.

A aplicação das propriedades (veja a Tabela 1.4) juntamente com uma tabela de Transformadas de Laplace de funções (veja a Tabela 1.3) são suficientes para se resolver uma série de problemas envolvendo equações diferenciais.

Tabela 1.3 Transformadas de Laplace de algumas funções

$f(t)$	$F(s)$
$f(t) = \delta(t)$	$F(s) = 1$
$\begin{cases} t < 0 \Rightarrow f(t) = 0 \\ t > 0 \Rightarrow f(t) = 1 \end{cases}$	$F(s) = \frac{1}{s}$
$f(t) = t$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = e^{-at}$	$F(s) = \frac{1}{s + a}$
$f(t) = te^{-at}$	$F(s) = \frac{1}{(s + a)^2}$
$f(t) = \sin \omega t$	$F(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$f(t) = \cos \omega t$	$F(s) = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$f(t) = t^n$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$
$f(t) = t^n e^{-at}$	$F(s) = \frac{n!}{(s + a)^{n+1}}$
$f(t) = e^{-at} \sin \omega t$	$F(s) = \frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$
$f(t) = e^{-at} \cos \omega t$	$F(s) = \frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$

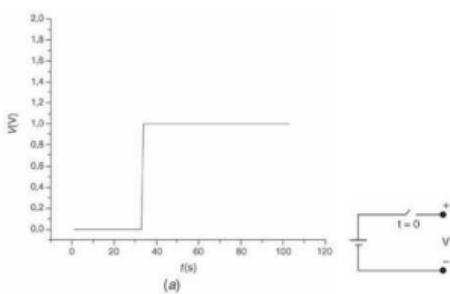


Figura 1.25 (a) Salto unitário de tensão e (b) sua equivalência de uma chave em série com uma fonte.

Tabela 1.4 Propriedades da TL

Propriedade	$f(t)$	$F(s)$
Linearidade	$a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)$	$a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s)$
Escalonamento	$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
Deslocamento no tempo	$f(t-a) u(t-a)$	$e^{-as} F(s)$
Deslocamento na frequência	$e^{-at} f(t)$	$F(s+a)$
Diferenciação no tempo	$\frac{df}{dt}$	$sF(s) - f(0^-)$
	$\frac{d^2 f}{dt^2}$	$s^2 F(s) - sf(0^-) - f'(0^-)$
	$\frac{d^3 f}{dt^3}$	$s^3 F(s) - s^2 f(0^-) - sf'(0^-) - f''(0^-)$
	$\frac{d^n f}{dt^n}$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - s^{n-2} f'(0^-) - \dots - f^{n-1}(0^-)$
Integração no tempo	$\int_0^t f(t) dt$	$\frac{1}{s} F(s)$
Diferenciação na frequência	$if(t)$	$-\frac{d}{ds} F(s)$
Integração na frequência	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_1^s F(s) ds$
Periodicidade no tempo	$f(t) = f(t+nT)$	$\frac{F_1(s)}{1-e^{-sT}}$
Valor inicial	$f(0^+)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
Valor final	$f(\infty)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
Convolução	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(s) \cdot F_2(s)$

Se todas as condições iniciais são nulas, então a Transformada de Laplace da equação diferencial é obtida simplesmente substituindo-se $\frac{d}{dt}$ por s , $\frac{d^2}{dt^2}$ por s^2 e assim por diante. Por exemplo, a equação das tensões em um circuito RLC série excitado por uma fonte de tensão constante do tipo salto unitário pode ser descrita por:

$$-E + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = 0 \Rightarrow \text{domínio } s \Rightarrow \\ \Rightarrow RI(s) + LsI(s) + \frac{I(s)}{sC} = \frac{E}{s}$$

em que $I(s)$ representa a transformada de Laplace da corrente $i(t)$. Nesse caso, observe que a natureza do capacitor provoca

uma integral de $i(t)$, enquanto o indutor provoca a derivada $i(t)$. Nesse exemplo, $\frac{E}{s}$ representa a Transformada de Laplace do salto unitário da excitação no tempo.

1.9 Transformada Inversa de Laplace

O processo matemático de transformar uma expressão do domínio s para o domínio tempo é chamada de transformada inversa de Laplace (TIL). Esse processo é importante, uma vez que a resolução no domínio frequência da resposta dos sistemas pode simplificar significativamente os cálculos. Entretanto, uma vez

resolvida a equação, geralmente é necessário voltar para o domínio tempo. Para isso, utiliza-se a TIL:

$$L^{-1}[f(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_j - j\omega}^{\sigma_j + j\omega} F(s) \cdot e^{-st} ds.$$

Os limites de integração da transformada inversa denotam os limites da região de convergência, utilizados na própria definição da transformação direta ($s = \sigma_j + j\omega$), em que a escolha da parte real é limitada por pontos singulares. A aplicação direta dessa equação envolve a necessidade de algum conhecimento sobre análise complexa. Por outro lado, na maioria das aplicações práticas utiliza-se um método de decomposição da equação algébrica em s em frações parciais que tem funções conhecidas no domínio tempo (a Tabela 1.3 lista algumas dessas funções).

1.10 Análise de Sistemas de Ordens Zero, Primeira e Segunda

No sistema de **ordem zero**, a resposta ou saída do sistema é dada por:

$$x = \frac{1}{a_0} f(t)$$

A variável x seguirá a função de excitação $f(t)$ instantaneamente com um fator $\frac{1}{a_0}$, denominado **sensibilidade estática**.

Dessa forma, um instrumento de ordem zero representa um desempenho dinâmico ideal. De fato, nesse tipo de sistema não é necessário resolver equações diferenciais, uma vez que apenas o coeficiente a_0 é diferente de zero.

Uma régua potenciométrica é um tipo de transdutor de deslocamento utilizado largamente em *ranges* da ordem de milímetros a centenas de milímetros. Esse tipo de transdutor pode a princípio ser modelado como um **sistema de ordem**

zero (a rigor existem restrições para sistemas com velocidades altas). Conforme pode ser visto na Figura 1.26, a saída tem uma dependência com a entrada traduzida por uma constante.

Deve-se destacar que, modelado detalhadamente, esse sistema poderá apresentar características bastante diferentes de um sistema de ordem zero. Podem, por exemplo, ser evidenciadas influências parasitas como indutâncias e capacitâncias, não linearidades, entre outras. Entretanto, na maioria das vezes a aplicação determinará a necessidade de um modelamento mais afimado, e o exemplo da régua potenciométrica, na maioria das vezes, permite o caminho mais simples.

O **sistema de primeira ordem** pode ser definido como:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$$

em que a_1 e a_0 são coeficientes constantes e $f(t)$ é a função estímulo.

Nesse caso, pode-se mostrar que:

$X(a_1 s + a_0) = F(s)$ e a função de transferência:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{a_1 s + a_0} = \frac{\cancel{1/a_1}}{s + \cancel{a_0/a_1}}$$

e ainda, considerando-se a

função excitação $f(t) = \begin{cases} t < 0 \Rightarrow f(t) = 0 \\ t < 0 \Rightarrow f(t) = 1 \end{cases}$, pode-se verificar

na Tabela 1.3 a sua TL $F(s) = \frac{1}{s}$ e dessa forma $X(s)$ pode ser evidenciada:

$$X(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\cancel{1/a_1}}{s + \cancel{a_0/a_1}}$$

e nesse ponto pode-se fazer a abordagem de frações parciais conhecidas para a resposta possa

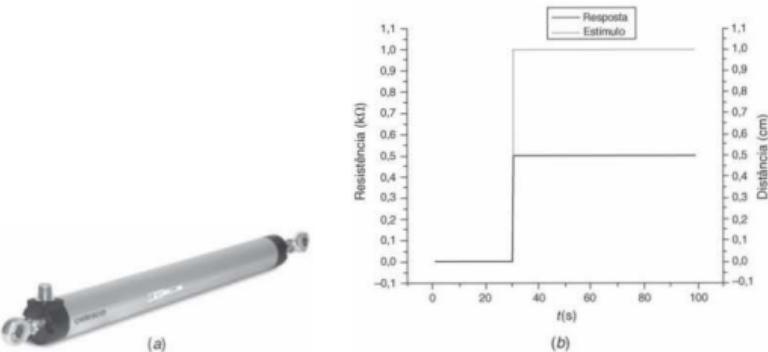


Figura 1.26 (a) Régua potenciométrica e (b) resposta resistência versus tempo ($\Omega \times t$).

ser analisada no domínio tempo. A equação pode ser descrita como:

$$X(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{a_0}{a_1}}, \text{ em que } A \text{ e } B \text{ serão determinados}$$

por equivalência à equação original:

$$\frac{As + A \frac{a_0}{a_1} + Bs}{s \left(s + \frac{a_0}{a_1} \right)} = \frac{\frac{1}{a_1}}{s \left(s + \frac{a_0}{a_1} \right)}, \text{ e daí pode-se observar}$$

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ A \frac{a_0}{a_1} = \frac{1}{a_1} \end{cases} \text{ e assim}$$

$$\begin{aligned} A = \frac{1}{a_0}, B = -\frac{1}{a_0} \Rightarrow X(s) &= \frac{1/a_0}{s} - \frac{1/a_0}{s + a_0/a_1} \\ \Rightarrow x(t) &= \frac{1}{a_0} \left(1 - e^{-\frac{a_0 t}{a_1}} \right) \end{aligned}$$

em que $\frac{a_0}{a_1}$ é chamado de **constante de tempo**, que como todo

o termo exponencial caracteriza a resposta do sistema de primeira ordem. Em outras palavras, esse sistema tem um atraso em relação à função de estímulo.

Uma medição de temperatura com um sensor do tipo PT100 pode ser modelado, simplificadamente, por um sistema de primeira ordem. Esse tipo de sensor tem uma saída de resistência elétrica em função da temperatura. Considerando que ele seja perfeitamente linear, dependerá exclusivamente da transferência de calor pela massa que compõe o sensor. Dessa forma, se o estímulo considerado for um salto de temperatura instantâneo, a resposta pode ser vista na Figura 1.27, onde também é apresentado um modelo elétrico do sistema. A massa aquecida é modelada pela capacidade, enquanto o fluxo de calor é limitado por uma resistência. Observa-se que a principal característica desse tipo de sistema é um atraso da saída em relação ao estímulo da entrada. No caso do PT100, ele apresentou um atraso ou *delay* até que a resposta da saída se estabiliza em um valor relativo ao estímulo da entrada.

Um sistema de segunda ordem pode ser escrito da seguinte forma:

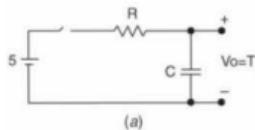
$$a_2 \frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 = f(t)$$

e, aplicando as propriedades da TL:

$$(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) X(s) = F(s)$$

A função de transferência pode ser evidenciada como:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{a_2 s^2 + 2 \xi \omega_n s + \omega_n^2}$$



(a)

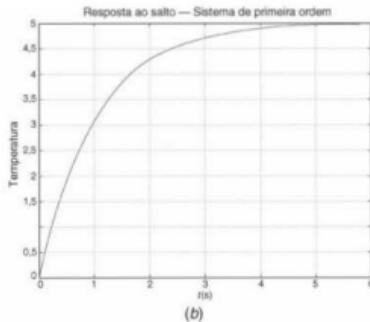


Figura 1.27 Sistema térmico: (a) equivalente elétrico e (b) resposta ao salto de temperatura.

$$\text{em que } \omega_n^2 = \frac{a_0}{a_2} \text{ e } \xi = \frac{a_1}{2a_2 \sqrt{a_0/a_2}},$$

ω_n é a frequência angular e ξ , o **fator de amortecimento**.

$$\text{Novamente considerando que } f(t) = \begin{cases} t < 0 \Rightarrow f(t) = 0 \\ t > 0 \Rightarrow f(t) = 1 \end{cases}$$

pode-se verificar na Tabela 1.3 a sua TL $F(s) = \frac{1}{s}$ (a função degrau é muito utilizada na prática e é usualmente a principal função de análise de resposta dos sistemas reais). Dessa forma, novamente pode-se isolar $X(s)$ e buscar na Tabela 1.3 uma forma de frações parciais conhecidas para determinar a transformada inversa de Laplace. Verifica-se que a seguinte estrutura é conhecida e pode ser aplicada ao problema:

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{1}{a_0} \frac{\frac{\omega_n^2}{s}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \\ &= \frac{1}{a_0} \left[\frac{1}{s} - \frac{s + 2\xi\omega_n}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s} - \frac{s + \xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_n^2} - \frac{\xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_n^2} \right] \frac{1}{a_0} \end{aligned}$$

e a resposta final no domínio tempo:

$$x(t) = \frac{1 - e^{-\xi\omega_n t}}{a_0} \left(\cos \omega_n t + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_n t \right)$$

É importante salientar que esta resposta é definida apenas para $t > 0$ (domínio da TL). A resposta do problema evidencia que existe uma frequência amortecida ω_a , cujas funções sinusoidais oscilarão. Além disso, ainda existe um **fator de amortecimento** ξ responsável pelo overshoot assim como pelo tempo de estabilização da resposta do sistema.

Um exemplo de aplicação de um sistema de segunda ordem é o dinamômetro. Ele pode ser modelado simplificadamente por um sistema massa mola, que por sua vez tem um equivalente elétrico RLC conforme evidenciado pela Figura 1.28.

O dinamômetro pode ser modelado pela equação:

$$\sum \text{Forças} = M \frac{d^2x}{dt^2}$$

dessa forma,

$$\sum \text{Forças} = M \frac{d^2x}{dt^2}$$

em que f_i é a **força de excitação**, C_a , o **coeficiente de atrito viscoso** e K , a **constante de Hooke** (da mola). Aplicando a Transformada de Laplace, tem-se:

$$\frac{X(s)}{F_i(s)} = \frac{1}{Ms^2 + C_a s + K}$$

Considerando a excitação $f_i(t) = \begin{cases} t < 0 \Rightarrow f_i(t) = 0 \\ t > 0 \Rightarrow f_i(t) = 1 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow F_i(s) = \frac{1}{s}$, pode-se reescrever a equação:

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{1}{K} \frac{1}{s^2 + \frac{C_a}{M}s + \frac{K}{M}} = \\ &= \frac{1}{M} \left[\frac{1}{s - \frac{s + \frac{C_a}{2M}}{\left(s + \frac{C_a}{2M} \right)^2 + \left(\frac{K}{M} - \frac{C_a^2}{4M^2} \right)}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\frac{C_a}{2M}}{\left(s + \frac{C_a}{2M} \right)^2 + \left(\frac{K}{M} - \frac{C_a^2}{4M^2} \right)} \right] \end{aligned}$$

e a resposta no domínio tempo:

$$x(t) = \frac{1 - e^{-\frac{C_a t}{2M}}}{K} \left(\cos \left(\sqrt{\frac{K}{M} - \frac{C_a^2}{4M^2}} t \right) + \right. \\ \left. + \frac{\frac{C_a}{2M} \sqrt{\frac{K}{M}}}{\sqrt{1 - \frac{C_a^2}{4MK}}} \sin \left(\sqrt{\frac{K}{M} - \frac{C_a^2}{4M^2}} t \right) \right)$$

em que $\omega_a^2 = \frac{K}{M}$, $\xi = \frac{C_a}{2M\sqrt{K/M}}$. Os gráficos da resposta no tempo para diferentes ξ podem ser vistos na Figura 1.29.

Na Figura 1.29 podem ser observadas três situações características:

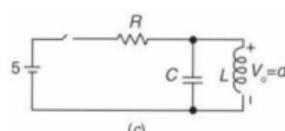
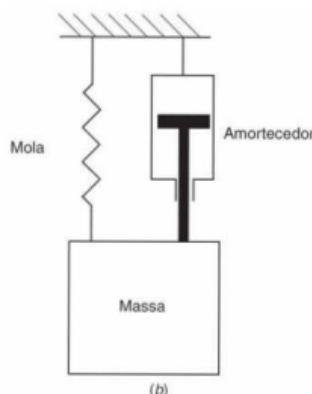


Figura 1.28 (a) Dinamômetro, (b) esquema massa mola e (c) equivalente elétrico.

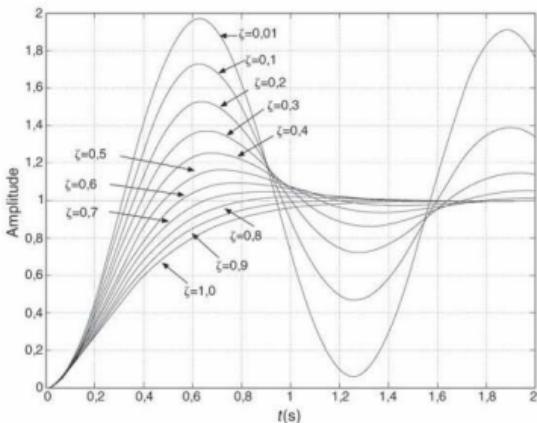


Figura 1.29 Resposta no domínio tempo para um sistema de segunda ordem com diferentes fatores de amortecimento.

Sistema subamortecido: $0 < \xi < 1$: nessa situação, existe um overshoot, e a estabilização do sistema pode ser rápida.

Sistema criticamente amortecido: $\xi = 1$: nesse caso ocorre a situação limite, em que a resposta inicia uma tendência exponencial crescente sem ocorrência de overshoot.

Sistema superamortecido: $\xi > 1$: a resposta do sistema é lenta, sem overshoot.

Observa-se que à medida que ξ diminui tende-se a um **Sistema sem amortecimento**: $\xi = 0$; nesse caso, as componentes sinusoidais não decaem e consequentemente o sistema oscila indeterminadamente.

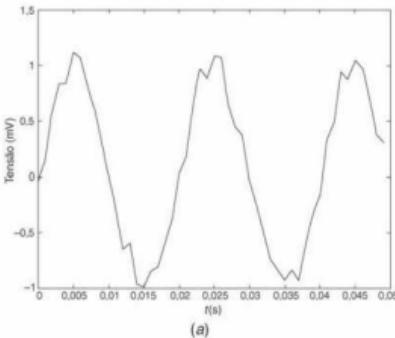
Exercícios

- Defina precisão e exatidão de medida.
- Por que a calibração de um instrumento é necessária?
- Por que os padrões são necessários?
- Defina resposta em frequência.
- Defina tempo de resposta.
- Defina relação sinal-ruído.
- Defina resolução e sensibilidade.
- Defina repetitividade de um instrumento.
- Defina rastreabilidade e comparabilidade.
- O que são padrões? Para que servem?
- O que é uma cadeia de medição?
- O que é um sistema de medição?
- Defina histerese e zona morta.
- Quais as diferenças entre: padrões primário, secundário, de referência e de trabalho?
- Um sensor de temperatura tem uma resposta de $1 \text{ mV}^{\circ}\text{C}$. Um amplificador de ganho 100 é então montado, e um ruído de fundo de 10 mV pode ser evidenciado. Pergunta-se: qual a sensibilidade do sistema? Qual a relação sinal/ruído?
- No mesmo sistema, considere que a faixa de operação é de 0 a 100°C e que o sensor dá uma resposta de 0 V a 0°C . Dessa forma, a tensão de fundo de escala seria 10 V . Pergunta-se: se o fundo de escala registrasse 12 V , com base no texto apresentado, quais os possíveis problemas que poderiam estar ocorrendo (considere que o sensor esteja funcionando perfeitamente)?
- O que você sugere para resolver os problemas do exercício anterior?
- A temperatura mínima que um certo termômetro consegue ler é de 0°C e máxima de 95°C . Esse termômetro tem um mostrador digital (*display*) de 2 dígitos sem ponto flutuante (mostra apenas números inteiros). Pergunta-se:
 - Qual a faixa de operação desse instrumento?
 - Qual o valor do *span*?
 - Qual a resolução desse termômetro (limitada pelo *display*)?
- Considere que o seguinte erro comece a ocorrer: um valor de 5°C está somado em todas as temperaturas, a temperatura mínima é mostrada como 5°C e a máxima como 105°C . Como se classifica esse erro?
- Um sensor de pressão tem como saída a corrente i , sabendo que ela variou $\Delta i = 250 \text{ mA}$ para uma variação de pressão de 10 bar. Calcule a sensibilidade desse sensor.
- Quais as vantagens de um sensor com resposta linear em relação a um sensor com resposta não linear?
- Sabendo que uma balança tem uma zona morta de 100 gramas, trace o gráfico de uma entrada de pesos de 0 a 1000 gramas (eixo X) versus a saída (eixo Y) que apresenta a zona morta.

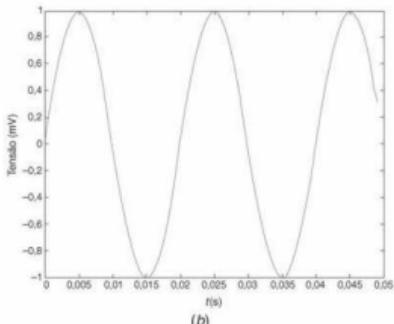
23. Periodicamente os instrumentos devem ser calibrados para evitar que erros maiores que os esperados se introduzam nas medidas. Descreva um processo de calibração genérico.
24. A Figura 1.30 mostra um sinal: (a) composto pela soma do sinal representado em (b), com um ruído representado em (c). Calcule a relação sinal/ruído para o sinal de (a).
25. Quantos algarismos significativos têm as seguintes medidas?
- 123.555
 - 1256,90
 - 1256,900
 - 0,0012569
 - 0,12569
26. Cite um exemplo de sistema de ordens zero, primeira e segunda.
27. Um forno resistivo tem um estímulo de tensão elétrica (excitação) e a resposta conforme a Figura 1.31. Determine a função de transferência desse sistema.
28. A Figura 1.32 mostra uma barra engastada com um sensor do tipo

extensômetro de resistividade elétrica, compondo uma célula de carga para medir movimentos vibratórios de baixa frequência (deslocamento). Que tipo de sistema é esse? Faça uma modelagem simplificada desse sistema para um estímulo de força F e a saída distância d .

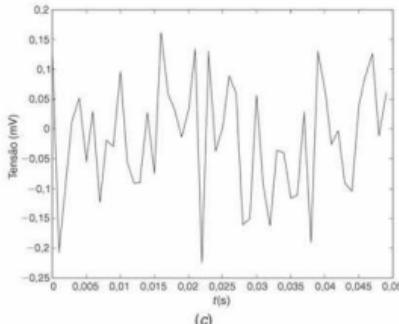
29. Seja um sistema genérico com a seguinte função de transferência: $F_T(s) = \frac{1}{Ts + 1}$. Determine a resposta ao salto unitário para esse sistema com $T = 1, T = 2, T = 3, T = 4, T = 5$.
30. Seja o sistema mecânico da Figura 1.33. Considere as seguintes condições iniciais: posição inicial zero $x(0) = 0$, velocidade inicial zero $\frac{dx}{dt} = 0$, a massa $M = 1 \text{ kg}$, a constante da mola $K = 1,5 \text{ N/m}$, e a constante do amortecimento $B = 2 \text{ Ns/m}$. A equação desse sistema é $M \frac{d^2x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + Kx = 0$. Determine a resposta desse sistema a um estímulo de força do tipo salto unitário ou $f(t) = \mu(t)$.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.30 (a) Soma do sinal mais ruído, (b) sinal e (c) ruído.

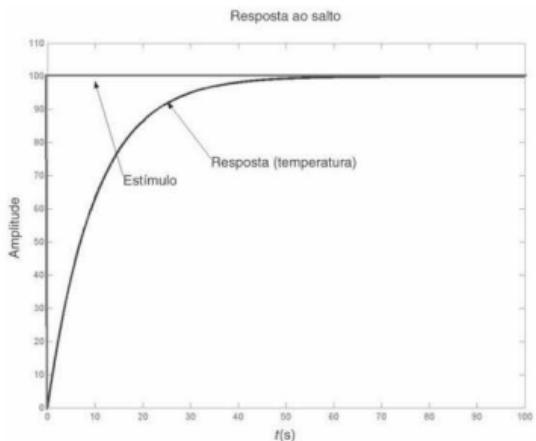


Figura 1.31 Estímulo e resposta de um forno resistivo relativo ao Exercício 27.

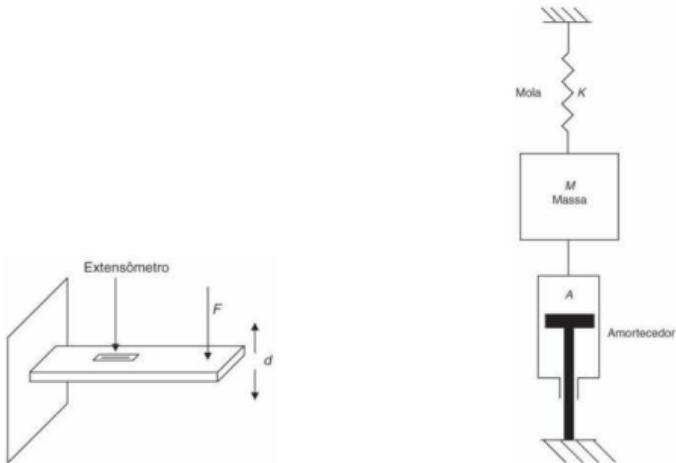


Figura 1.32 Célula de carga relativa ao Exercício 28.

BIBLIOGRAFIA

- BOLTON, W. *Instrumentação e controle*. São Paulo: Hemus, 1997.
 CONSIDINE, D. A. *Process instruments and controls handbook*. New York: McGraw-Hill, 1974.
 DOEBELIN, O. E. *Measurement systems: application and design*. New York: McGraw-Hill, 1990.

- ECKMAN, D. P. *Industrial instrumentation*. New Delhi: Wiley Eastern, 1986.
 ELLISON, S. L. R.; ROSSLEIN, M.; WILLIAMS, A. Guia EURACHEM/CITAC – determinando a incerteza na medição analítica. 2. ed. Sociedade brasileira de metrologia, 2002.
 FIBRANCE, A. E. *Industrial instrumentation fundamentals*. New Delhi: TMH, 1981.

Figura 1.33 Sistema mecânico relativo ao Exercício 30.

- HÄSLAN, J. A. et al. *Engineering instrumentation and control*. London, Edward Arnold Publishers, 1981.
- HOLMAN, J. P. *Experimental methods for engineers*. New York: McGraw-Hill, 2000.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 3. ed. São Paulo: Prentice-Hall, 1983.
- SOISSON, H. E. *Instrumentação industrial*. São Paulo: Hemus, 1986.
- VIM – International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms, ICGM 200:2008.
- VIM – Vocabulário internacional de termos fundamentais e gerais de Metrologia. Portaria Inmetro nº 029 de 1995 / Inmetro, Senai – Departamento Nacional. 5. ed. Rio de Janeiro: Senai, 2007, 72p. ISBN 978-85-99002-18-6.
- VUOLO, J. H. *Fundamentos da teoria de erros*. São Paulo: Edgard Blücher, 1992.
- WEBSTER, J. G. *Measurement, instrumentation and sensors handbook*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1999.

Fundamentos de Estatística, Incertezas de Medidas e Sua Propagação

2.1 Introdução

Todo procedimento de medição consiste em determinar experimentalmente uma grandeza física. A teoria de incertezas auxilia na determinação do valor que melhor representa uma grandeza, embasado nos valores medidos. Além disso, auxilia na determinação, com bases em probabilidades, de quanto esse valor pode se afastar do valor verdadeiro, o qual caracteriza a incerteza dessa medida.

Utiliza-se o termo **incerteza-padrão** para especificar a dispersão das medidas em torno da melhor estimativa, calculada como o desvio padrão dessa estimativa (como será visto no decorrer deste capítulo, esse termo diferencia-se do desvio padrão da amostra).

Na prática, existem muitas fontes possíveis de incertezas, incluindo a definição incompleta do mensurando, amostragem não representativa, conhecimento incorreto das influências ambientais ou a própria medição incorreta dessas condições, resolução finita dos instrumentos, valores inexatos de referências, valores inexatos de constantes utilizadas no algoritmo, entre outros.

Os objetivos deste capítulo são: compreender o significado de parâmetros de tendência central, de dispersão em um conjunto de dados, assim como outras ferramentas matemáticas que possibilitam a compreensão do significado da incerteza de medidas e de sua propagação.

2.2 Medidas de Tendência Central

2.2.1 Média

Existem diferentes tipos de médias para fins específicos. Quando utilizada, é necessário avaliar o tipo de média conveniente para caracterizar o fenômeno estudado.

Usando uma definição simplificada, o termo média caracteriza o valor mais típico ou o valor mais esperado em uma dada coleção de dados ou eventos. Considere uma coleção de dados, 28 no total, que pode representar, por exemplo, o ângulo dado

por um eletrogoniômetro para se avaliar a articulação do braço (Figura 2.1):

40° 60° 50° 50° 30° 60° 40° 30° 30°
 40° 50° 30° 10° 60° 50° 20° 50° 20°
 30° 40° 40° 50° 70° 70° 80° 40° 60° 50°

Qual é a média de ângulos para esse ensaio? As medidas de tendência central mais comumente empregadas são a denominada média aritmética (normalmente chamada apenas de média), a mediana e a moda. É importante ressaltar que existem outros tipos de médias e todas são corretas quando usadas no contexto adequado.

Por definição, a média aritmética (\bar{X}) é a soma de todos os valores $\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)$ de um dado ensaio ou de uma coleção de dados dividida pelo número total de dados (n):

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

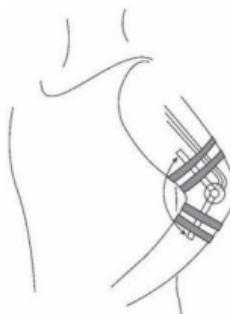


Figura 2.1 Esboço de um eletrogoniômetro posicionado para avaliar os ângulos envolvidos em determinados movimentos de um braço.

Para o exemplo dado, a média é

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{28} (40^\circ + 60^\circ + \dots + 50^\circ)}{28} = \frac{1250}{28} = 44,64^\circ.$$

A média aritmética para esse exemplo é de $44,64^\circ$. Considerando-se os algarismos significativos, deve-se descartar o 0,04 (considere que, nesse equipamento, a variação de ângulos é de 1° em 1° – resolução do instrumento).

2.2.2 Mediana

Representa o valor médio do conjunto de dados ordenados em ordem de grandeza, ou seja, a média aritmética dos dois valores centrais. A Figura 2.2 mostra a distribuição dos dados do ensaio com o eletrogoniômetro. Analisando a figura, percebe-se que 14 valores se encontram entre 0° e 40° e 14 valores estão entre 50° e 90° . Portanto, a mediana é dada por:

$$\text{Mediana} = \frac{40 + 50}{2} = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

em que 40° e 50° representam os valores centrais.

2.2.3 Moda

A moda é definida como o valor que “mais frequentemente ocorre” no conjunto de dados. Facilmente se percebe, pela distribuição da Figura 2.2, que a moda é o ângulo de 50° .

Para o mesmo conjunto de dados foram encontrados três diferentes tipos de medidas de tendência central: a média aritmética igual a $44,6^\circ$, a mediana de 45° e a moda de 50° . Em diversas situações experimentais, a média não é um parâmetro útil para avaliação do conjunto de dados, especialmente se um ou

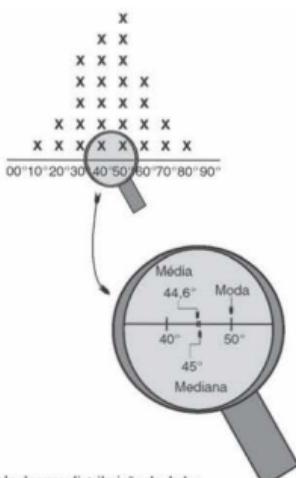


Figura 2.2 Exemplo de uma distribuição de dados.

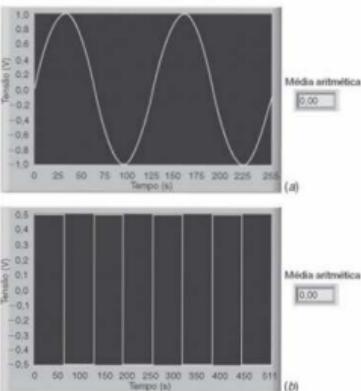


Figura 2.3 Formas de onda e suas correspondentes médias aritméticas: (a) seno e (b) onda quadrada.

dois dados são “muito grandes” ou “muito pequenos” quando comparados ao resto dos dados.

Um excelente exemplo do cuidado que se deve ter ao utilizar a média para avaliação de um conjunto de dados é esboçado na Figura 2.3, que mostra formas de onda normalmente utilizadas em ciências exatas.

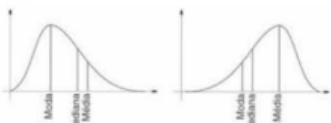
As formas de onda mostradas na Figura 2.3 representam eventos diferentes, mas têm a mesma média aritmética. Sendo assim, na avaliação de experimentos ou de fenômenos, deve-se utilizar com muito cuidado esse parâmetro e todos os demais, para evitar conclusões equivocadas.

A média é um parâmetro mais interessante quando o lote de dados medidas é simétrico.¹ A mediana é muitas vezes utilizada quando o dado é altamente assimétrico. Já a moda pode ser usada para responder questões do tipo: qual é a causa mais comum da mortandade de peixes em um aquário?

2.2.4 Média geométrica e média harmônica

A média geométrica é muitas vezes utilizada quando os dados são assimétricos,² como por exemplo em diversos estudos da

¹Simetria: a média, a moda e a mediana são coincidentes. Os esboços a seguir apresentam as posições relativas da média, da mediana e da moda, com exemplos de assimetria.



²Assimetria (relações desviadas) pode-se utilizar a relação empírica: Média – Moda = 3 (Média – Mediana).

Tabela 2.1 Dados do exemplo da dosagem de um medicamento

Dias	Para utilizar (ml)	Dosagem utilizada (ml)	Dosagem restante (ml)
1	512	256	256
2	256	128	128
3	128	64	64
4	64	32	32
5	32	16	16

área biológica. A média geométrica (MG) para um conjunto de dados (n) é dada por:

$$MG = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n}$$

Considere a seguinte situação: em um determinado experimento, é utilizado um medicamento de uso restrito cuja embalagem contém 512 ml. A aplicação teste desse produto é realizada em cinco dias e a cada dia é utilizada uma metade da dosagem restante. A Tabela 2.1 apresenta os dados organizados para esse experimento.

Relembrando, a média aritmética da dosagem para aplicar por dia é dada por:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} \\ \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^5 X_i}{5} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5} = \\ &= \frac{512 + 256 + 128 + 64 + 32}{5} = 198 \end{aligned}$$

e a média geométrica, na prática, é dada normalmente em logaritmos:

$$\begin{aligned} MG &= 10^{\left(\frac{\log(X_1) + \log(X_2) + \log(X_3) + \dots + \log(X_n)}{n}\right)} \\ MG &= 10^{\left(\frac{\log(512) + \log(256) + \log(128) + \log(64) + \log(32)}{5}\right)} = 128. \end{aligned}$$

A Figura 2.4 apresenta o gráfico para esses dados.

A média harmônica (MH) para um conjunto de dados (n) é dada por:

$$MH = \frac{1}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}}{n}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_n}}{n}\right)}$$

é geralmente é utilizada quando os dados do experimento envolvem razões, como, por exemplo, metros por segundo. Em algumas situações, podem ser atribuídos pesos (também chamado de ponderação) ω_i diferentes às parcelas:

$$MH = \frac{1}{\left(\frac{\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n}{X_1 + X_2 + \dots + X_n}\right)}$$

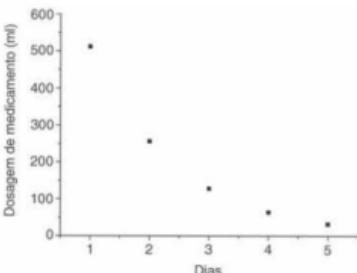


Figura 2.4 Gráfico para o exemplo da dosagem de um medicamento.

Tabela 2.2 Vibração de um chassi durante um mês

Semana	Vibração (aceleração em m/s²)
1	2,29
2	1,98
3	1,56
4	2,04

Como exemplo, seja um ensaio para se determinar a vibração de um chassi durante 1 mês (Tabela 2.2).

A média aritmética desse experimento é dada por:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \\ &= \frac{2,29 + 1,98 + 1,56 + 2,04}{4} \approx 1,97 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

e a média harmônica é dada por:

$$\begin{aligned} MH &= \frac{1}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}}{n}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_n}}{n}\right)} = \\ &= \frac{1}{\left(\frac{\frac{1}{2,29} + \frac{1}{1,98} + \frac{1}{1,56} + \frac{1}{2,04}}{4}\right)} \approx 1,93 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

A relação entre as médias aritmética, geométrica e harmônica para um conjunto de dados positivos é dada por:

$$MH \leq MG \leq \bar{X}$$

É importante novamente observar que existem diversas medidas de tendência central e que todas são corretas quando usadas no contexto adequado.

2.2.5 Raiz média quadrática (root mean square)

Nas ciências biomédicas, na física e na engenharia, é muito comum o uso de outras medidas de tendência central que possuem significado especial em determinadas aplicações. Dentre elas destaca-se a raiz média quadrática (rms).

Considere a seguinte forma de onda (Figura 2.5) obtida por um gerador de funções (ou comumente denominado gerador de sinais). A média dessa função é a área da forma de onda dividida pelo segmento desejado:

$$\bar{X} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt$$

onde $x(t)$ representa a tensão elétrica, no caso.

A média rms é amplamente utilizada em circuitos elétricos, na análise de sinais biomédicos, na análise de vibrações de estruturas e em diversas outras aplicações. Para avaliar o significado físico, considere uma corrente senoidal (AC) que circula por uma resistência elétrica durante um tempo T dissipando uma dada potência.

Nessa mesma resistência e para o mesmo intervalo de tempo, uma corrente contínua (DC) circulou dissipando a mesma potência. Portanto, o valor efetivo dessa corrente alternada deve ser igual ao valor da corrente contínua para que a potência dissipada seja a mesma. O valor efetivo é chamado de valor rms,

ou valor eficaz; nesse caso, seria denominado corrente eficaz ou corrente rms. Considere o sinal senoidal da Figura 2.6, que representa a forma de onda da tensão senoidal.

A tensão rms da tensão senoidal é dada por:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} (V(t))^2 dt}$$

sendo V_{rms} o valor rms, T o intervalo de tempo entre t_1 e t_2 e $V(t)$ a função tensão elétrica variante no tempo. Para esse seno (onda não retificada), o valor eficaz ou rms é:

$$\begin{aligned} V_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} (V(t))^2 dt} \\ V_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (V_p \sin(\theta))^2 d\theta} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_p^2 \sin^2(\theta) d\theta} \\ V_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} V_p^2 \left[\frac{1}{2}\theta - \frac{\sin(2\theta)}{4} \right]_0^{2\pi}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} V_p^2 \pi} \\ V_{\text{rms}} &= \frac{V_p}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Considere um circuito denominado **retificador de meia onda**, apresentado na Figura 2.7.

Nesse circuito o diodo (dispositivo apresentado no Capítulo 3) atua convertendo uma tensão na entrada AC (V_{in}) em uma ten-

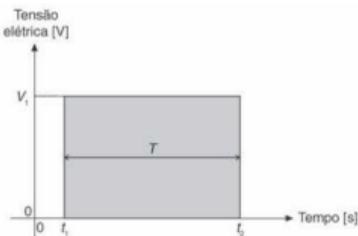


Figura 2.5 Forma de onda para exemplificar a média quadrática.

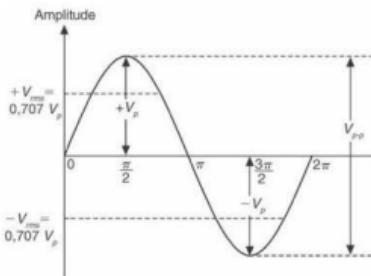


Figura 2.6 Tensão senoidal.

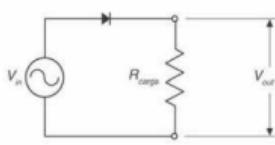
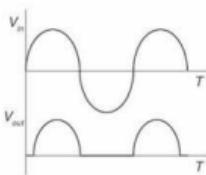


Figura 2.7 Esboço do retificador de meia onda.



são de saída DC pulsante (V_{rms}). A frequência de saída é a mesma da entrada, e a tensão rms é dada por

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} (V(t))^2 dt}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} (V_p \operatorname{sen}(\theta))^2 d\theta} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_p^2 \operatorname{sen}^2(\theta) d\theta}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} V_p^2 \left[\frac{1}{2} \theta - \frac{\operatorname{sen}(2\theta)}{4} \right]_0^{\pi}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \frac{\pi}{2} V_p^2} = \sqrt{\frac{V_p^2}{4}}$$

$$V_{rms} = \frac{V_p}{2} \text{ para o retificador de meia onda.}$$

2.3 Medidas de Dispersão

Em todas as medições ocorrem variações, independentemente do tipo de experimento que esteja sendo avaliado, ou seja, em um processo de medição muitas podem ser as fontes de incerteza.

Suponha o processo de medição da massa de um determinado lote de um tipo de componente eletrônico. Em um dado projeto, a especificação para esse componente eletrônico é de uma massa de 1,45 g; mas quando uma amostra de 30 componentes idênticos é pesada adequadamente, os resultados obtidos são indicados na Tabela 2.3 e na Figura 2.8.

É importante observar que todos os capacitores são idênticos, porém existe dispersão de dados em torno da massa desejada.

Percebe-se que os dados seguem uma curva familiar na área das ciências e tecnologia, denominada curva de **distribuição normal** (veja a Seção 2.4), que possibilita verificar a frequência da ocorrência de um determinado dado e a medida da dispersão

Tabela 2.3 Amostra da massa (gramas) dos 30 capacitores idênticos

1,16	1,18	1,20	1,26	1,26	1,30	1,30	1,30	1,33	1,35
1,40	1,40	1,40	1,40	1,40	1,43	1,48	1,50	1,50	1,50
1,50	1,53	1,60	1,60	1,62	1,65	1,70	1,70	1,70	1,81

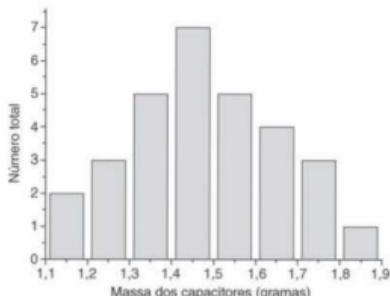


Figura 2.8 Gráfico em barras para os capacitores.

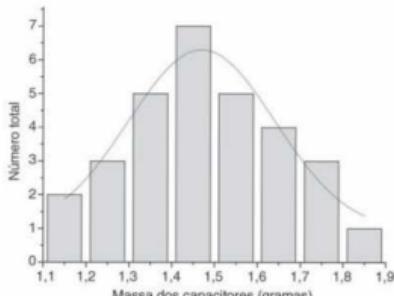


Figura 2.9 Curva de distribuição normal para os capacitores.

dos dados. Duas das propriedades de medida de dispersão de dados são a variância (σ^2) e o desvio padrão (σ) para uma população de dados, na qual a variância (σ^2) é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}$$

e o desvio padrão (σ) é a raiz quadrada da variância definido por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

em que X_i representa os dados, \bar{X} , a média aritmética do conjunto de dados e N , o total de dados do conjunto. Para uma amostra pequena de dados, no lugar de σ^2 é utilizado s^2 , no lugar de σ é utilizado s e $N - 1$ no denominador:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}$$

e

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

2.4 Conceitos sobre Probabilidade e Estatística

A população sobre a qual é necessário obter conclusões é representada por amostras experimentais. Considere, por exemplo, a tarefa de determinar a resistência elétrica de todos os resistores fabricados por uma indústria em um dado mês. Evidentemente, em geral, não é viável medir todas as resistências de todos os resistores, mas sim de um conjunto significativo denominado amostra. No caso de indústrias do setor eletroeletrônico, as amos-

tras podem ser representadas por componentes, ao passo que, nas ciências biológicas, consistem em indivíduos que podem ser plantas, animais, células, órgãos, tecidos etc.

Nos exemplos citados anteriormente, as amostras são diferentes, pois as populações evidentemente também o são. As amostras servem para a caracterização da população, como por exemplo peso, volume, área, comprimento, concentração de um produto, pH, parâmetros elétricos, entre outros, de uma dada população. Em condições ideais, a amostra de uma população deve ser escolhida aleatoriamente para ser significativa; por exemplo, a média da amostra (média amostral) deve representar a melhor estimativa da média da população. Portanto, é necessário estabelecer que a média da amostra seja confiável como uma estimativa da média da população.

A confiabilidade de uma média amostral está diretamente relacionada com a variabilidade das medições individuais e com o número dessas medições. É necessário, portanto, algum processo de medida da variabilidade.

¶ 2.4.1 Fundamentos sobre probabilidades

Por definição, **espaço amostral** é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório e **evento** é o subconjunto do espaço amostral. Por consequência, a **probabilidade** de um evento E , que ocorre de m maneiras diferentes, em um total de n modos possíveis igualmente prováveis, é dada por:

$$p = P(E) = \frac{m}{n}$$

sendo $P(E)$ também chamada de probabilidade de ocorrência do evento E . Sendo assim, a probabilidade de não ocorrência do evento E é:

$$q = P(\bar{E}) = \frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n} = 1 - P(E).$$

Axiomas de probabilidades: se o espaço amostral é indicado por U e o evento por E em um experimento aleatório, então

$$\begin{aligned} P(U) &= 1; \\ 0 &\leq P(E) \leq 1; \\ P(\emptyset) &= 0; \\ P(\bar{E}) &= 1 - P(E). \end{aligned}$$

Regras de probabilidades:

- (a) **regra da adição** de dois eventos E_1 e E_2 (ou da união de dois eventos: $E_1 \cup E_2$): $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$;
- (b) se dois eventos E_1 e E_2 não apresentam intersecção ($E_1 \cap E_2 = \emptyset$), são chamados de **eventos mutuamente excludentes** ou exclusivos. Portanto, $P(E_1 \cap E_2) = 0$; $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) + P(E_2)$;
- (c) **probabilidade condicional** $P(E_2/E_1)$: a probabilidade condicional de um evento E_2 , dado que um evento E_1 ocorreu, é obtida por

$$P(E_2/E_1) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)},$$

para $P(E_1) > 0$;

- (d) **regra da multiplicação** de dois eventos E_1 e E_2 (ou da intersecção de dois eventos: $E_1 \cap E_2$):

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1/E_2) \times P(E_2) = P(E_2/E_1) \times P(E_1);$$

- (e) **regra da probabilidade total** para dois eventos E_1 e E_2 :

$$\begin{aligned} P(E_2) &= P(E_2 \cap E_1) + P(E_2 \cap \bar{E}_1) = \\ &= P(E_2/E_1) \times P(E_1) + P(E_2/\bar{E}_1) \times P(\bar{E}_1); \end{aligned}$$

- (f) **independência**: se a probabilidade condicional $P(E_2/E_1) = P(E_2)$, por consequência, o evento E_1 não afeta a probabilidade do evento E_2 . Dois eventos são independentes se qualquer uma das seguintes afirmações for verdadeira: $P(E_1/E_2) = P(E_1)$; $P(E_2/E_1) = P(E_2)$ e $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$.

Teorema de Bayes: permite calcular a probabilidade condicional entre eventos:

$$P(E_1/E_2) = \frac{P(E_2/E_1) \times P(E_1)}{P(E_2)},$$

para $P(E_2) > 0$.

A **distribuição de probabilidade** de uma variável aleatória X é uma descrição das probabilidades associadas com os valores possíveis de X . Por definição, para uma **variável aleatória discreta** X , com valores possíveis x_1, x_2, \dots, x_n sua **função de probabilidade** é dada por:

$$f(x_i) = P(X = x_i)$$

sendo $f(x_i)$ definida como uma probabilidade, ou seja, $f(x_i) \geq 0$ para todo x_i e $\sum_{i=1}^n f(x_i) = 1$.

Função distribuição cumulativa: por definição, a função distribuição cumulativa em um valor de X é a soma das probabilidades em todos os pontos menores ou igual a X . Portanto, para uma **variável aleatória discreta** X a função distribuição cumulativa é dada por:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i).$$

As mesmas definições são utilizadas para variáveis aleatórias contínuas, ou seja, a **função densidade de probabilidade** $f(x)$ de uma **variável aleatória contínua** também pode ser utilizada para determinar probabilidades conforme se segue:

$$\int_a^b f(x) dx = P(a < X < b)$$

e a **função distribuição cumulativa** de uma **variável aleatória contínua** X , com função densidade de probabilidade $f(x)$ é dada por:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du,$$

para $-\infty < x < \infty$. Assim sendo, a função distribuição cumulativa $F(x)$ pode ser relacionada à função densidade de probabilidade $f(x)$ e pode ser usada para obter probabilidades:

$$\begin{aligned} P(a < X < b) &= \int_a^b f(x) dx = \int_{-\infty}^b f(x) dx - \\ &\quad - \int_{-\infty}^a f(x) dx = F(b) - F(a). \end{aligned}$$

2.4.2 Distribuições estatísticas

A seguir são apresentadas as principais distribuições que normalmente os dados obtidos experimentalmente seguem. Em geral, a determinação experimental dos dados ou ensaios permite gerar histogramas³ utilizados para aproximar ou determinar a função distribuição que melhor descreve o experimento. Com a função distribuição determinada, ela é utilizada para interpretar os dados do experimento correspondente.

2.4.2.1 Distribuição binomial

Considere um experimento aleatório, de n tentativas independentes, cujos resultados possíveis possam ser rotulados como

sucesso ou falha. Se $X = 1$ indicar o resultado sucesso e $X = 0$ representar a falha, então as funções probabilidades podem ser representadas por:

$$\begin{aligned} f(1) &= P(X = 1) = p \\ f(0) &= P(X = 0) = 1 - p \end{aligned}$$

em que o parâmetro p ($0 < p < 1$) indica a probabilidade do resultado sucesso. Se em cada tentativa independente a probabilidade p permanecer constante, o experimento aleatório é denominado **experimento binomial**, cuja função distribuição binomial com parâmetros p ($0 < p < 1$) e n ($n = \{1, 2, 3, \dots\}$) é dada por:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x},$$

para $x = 0, 1, \dots, n$

em que $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$; sendo assim,

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \left[\frac{n!}{x!(n-x)!} \right] p^x (1-p)^{n-x}$$

A média μ e a variância σ^2 para uma variável aleatória binomial X com parâmetros p e n são:

$$\mu = E(X) = np$$

$$\sigma^2 = V(X) = np(1-p)$$

³Histograma é uma representação gráfica da distribuição de frequências (veja as Figuras 2.8 e 2.10) de um determinado evento ou experimento. Normalmente representado como um gráfico de barras verticais. Basicamente é um gráfico composto por retângulos justapostos em que a base de cada um deles corresponde ao intervalo de classe e a sua altura à respectiva frequência.

Exemplo

Considere que os veículos de uma determinada montadora apresentam 30% de sinistros em função de problemas relacionados ao projeto de sua suspensão. Uma amostra aleatória de 35 desses veículos foi selecionada. Seja X a variável que representa o número desses veículos com problemas, então X é uma variável aleatória binomial com parâmetros $(n, p) = (35, 30\%)$. Suponha que o interesse seja determinar a probabilidade de que cinco ou menos veículos apresentem esse problema, ou seja, qual a probabilidade $P(X \leq 5)$?

Para solucionar essa questão, basta lembrar-se do seguinte conceito:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i),$$

sendo $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ a função distribuição binomial, ou seja,

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i) = \sum_{x_i \leq x} \binom{n}{x_i} p^{x_i} (1-p)^{n-x_i}$$

$$F(5) = P(X \leq 5) = P(X = 5) + P(X = 4) + P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$$

sendo:

$$P(X = 5) = f(5) = \binom{35}{5} 0,30^5 (1-0,30)^{35-5} = \left[\frac{35!}{5!(35-5)!} \right] 0,30^5 (1-0,30)^{35-5}$$

$$P(X = 4) = f(4) = \binom{35}{4} 0,30^4 (1-0,30)^{35-4}$$

e assim sucessivamente.

Deixamos a cargo do leitor comparar seu resultado com a simulação realizada no Matlab:

```

>> % Simulação do exemplo usando a função densidade cumulativa
>> % binomial (binocdf)
>>
>> prob1 = binocdf(5,35,0.3)
prob1 = 0.0269
>>
>> % ou usando a função densidade de probabilidade binomial
>> % (binopdf)
>>
>> prob2 = sum(binopdf(0:5,35,0.3))
prob2 = 0.0269
>>

```

Sendo assim, a probabilidade de que cinco ou menos veículos apresentem esse problema é de apenas 0,0269, ou seja, 2,89%. Apesar como exemplo, a Figura 2.10 apresenta a função densidade de probabilidade para esse exemplo com $p = 15\%$, $p = 30\%$, $p = 60\%$ e $p = 90\%$:

```

>> x = 0:5;
>> pdf1 = binopdf(x,35,0.15);

```

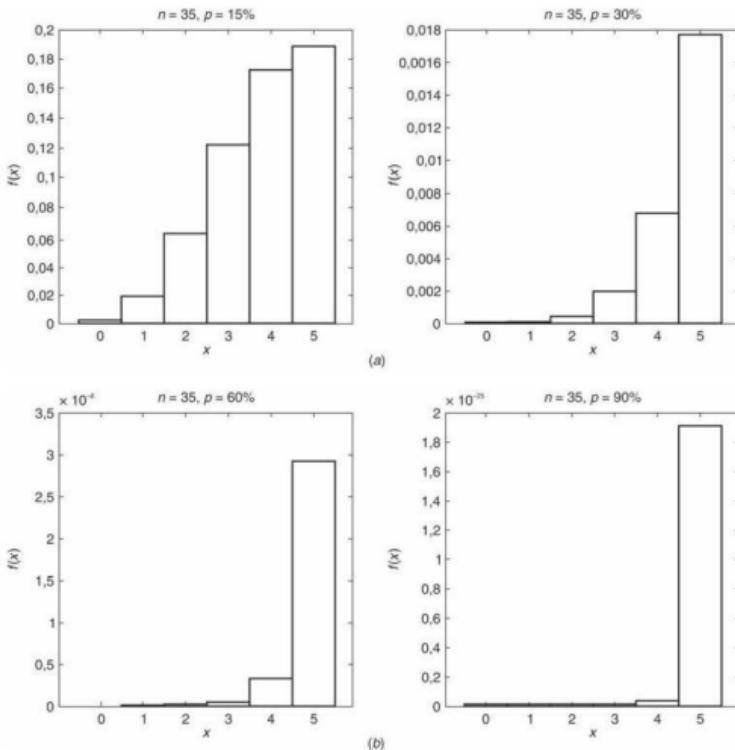


Figura 2.10 Funções densidade de probabilidade para o exemplo dos veículos ($n = 35$): (a) com $p = 15\%$ e $p = 30\%$ e (b) com $p = 60\%$ e $p = 90\%$.

```

>> pdf2 = binopdf(x,35,0.30);
>> subplot(1,2,1),bar(x, pdf1,1,'w')
>> title('n = 35, p = 15%');
>> xlabel ('X'), ylabel ('f(X)');
>> axis square;
>> subplot(1,2,2),bar(x, pdf2,1,'w')
>> title('n = 35, p = 30%');
>> xlabel ('X'), ylabel ('f(X)');
>> axis square;
>>
>> pdf1 = binopdf(x,35,0.60);
>> pdf2 = binopdf(x,35,0.90);
>> subplot(1,2,1),bar(x, pdf1,1,'w')
>> title('n = 35, p = 60%');
>> xlabel ('X'), ylabel ('f(X)');
>> axis square;
>> subplot(1,2,2),bar(x, pdf2,1,'w')
>> title('n = 35, p = 90%');
>> xlabel ('X'), ylabel ('f(X)');
>> axis square;
>>

```

Apenas, como exemplo, a Figura 2.11 apresenta a função densidade de probabilidade com $p = 30\%$ e $p = 60\%$ para 4 veículos.

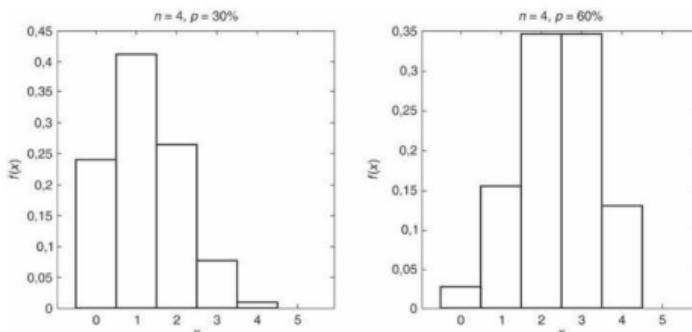


Figura 2.11 Funções densidade de probabilidade para quatro veículos ($n = 4$) do problema anterior com $p = 30\%$ e com $p = 60\%$ (considerando-se $P(X \leq 5)$).

2.4.2.2 Distribuição de Poisson

A função distribuição de probabilidade de Poisson é dada por:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!},$$

para $x = 0, 1, 2, 3, \dots$

com parâmetro $\lambda (\lambda > 0)$, que representa eventos aleatórios no tempo.

A média e a variância de um processo de Poisson são dadas por

$$E(x) = \lambda = V(x).$$

Por definição, um experimento aleatório é chamado de processo de Poisson se os eventos ocorrem ao acaso ao longo do intervalo de sua duração, como por exemplo o número de alunos que faltaram durante um semestre ou o número de defeitos no comprimento de um cabo coaxial.

Exemplo

No preparo deste capítulo, foi executado o verificador de ortografia e gramática para avaliar os erros tipográficos apresentados pelo editor de texto. Considere que os erros por página, nessa revisão, seguem o processo de Poisson com $\lambda = 0,15$. Determine a probabilidade de que uma página tenha no mínimo cinco erros.

Para solucionar essa questão, basta lembrar-se do seguinte conceito: $F(x) = P(X \leq x)$, sendo $f(x) = \sum_{X=x} f(X)$, a função distribuição de Poisson. Foi solicitada a probabilidade para no mínimo cinco erros, ou seja, $P(X \geq 5)$, ou seja,

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - [P(X = 4) + P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)].$$

$$\text{Como } P(X = 4) = f(4) = \frac{e^{-0,15} 0,15^4}{4!},$$

$$P(X = 3) = f(3) = \frac{e^{-0,15} 0,15^3}{3!} \text{ e assim sucessivamente até } P(X = 0) = f(0) = \frac{e^{-0,15} 0,15^0}{0!} = e^{-0,15};$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 5) &= 1 - \left[\frac{\frac{e^{-0,15} 0,15^4}{4!} + \frac{e^{-0,15} 0,15^3}{3!} +}{\frac{e^{-0,15} 0,15^2}{2!} + \frac{e^{-0,15} 0,15^1}{1!} + \frac{e^{-0,15} 0,15^0}{0!}} \right] \\ P(X \geq 5) &= 1 - \left[\frac{\frac{e^{-0,15} 0,15^4}{24} + \frac{e^{-0,15} 0,15^3}{6} +}{\frac{e^{-0,15} 0,15^2}{2} + e^{-0,15} 0,15 + e^{-0,15}} \right] \cong 5,5858 \cdot 10^{-7} \end{aligned}$$

Por simulação no Matlab:

```
>>
>> prob = 1 - poisscdf(4, 0.15)
prob = 5.5858e-007
>>
```

A Figura 2.12 apresenta a função distribuição de Poisson para $\lambda = 0,15$ e $\lambda = 0,20$.

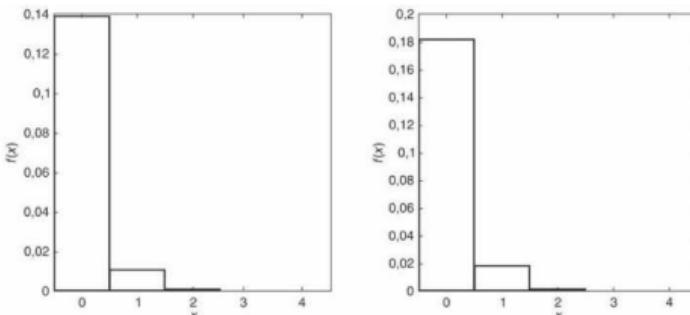


Figura 2.12 Funções densidade de probabilidade para um processo de Poisson com $\lambda = 0,15$ e $\lambda = 0,20$.

2.4.2.3 Distribuições gama e exponencial

A função gama $\Gamma(r)$ é definida por:

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx,$$

para $r > 0$

Resolvendo-se essa integral por partes e com definição finita obtém-se a expressão $\Gamma(r) = (r - 1) \Gamma(r - 1)$ e com r inteiro: $\Gamma(r) = (r - 1)!$.

A função densidade de probabilidade gama, com parâmetros $\lambda > 0$ e $r > 0$ (r é um número inteiro), é dada por:

$$f(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(r)},$$

para $x > 0$, com média e variância:

$$\mu = E(X) = \frac{r}{\lambda}$$

e

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{r}{\lambda^2}.$$

Como exemplo, a Figura 2.13 apresenta algumas funções densidade de probabilidade gama para valores de $\lambda = r = 1$; $\lambda = r = 2$ e $\lambda = r = 3$.

Na distribuição gama com $\lambda = r = 1$ temos a distribuição exponencial (veja a Figura 2.13 – linha cinza), caso especial do processo de Poisson, definida por:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},$$

para $0 \leq x < \infty$

cujas média e variância são definidas por:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

e

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Um caso especial da função distribuição gama é a distribuição qui-quadrada com parâmetros iguais a $\lambda = 1/2$ e $r = 1/2, 1, 3/2, 2, \dots$, conforme ilustra a Figura 2.14.

De forma geral, a distribuição exponencial pode ser usada para modelar a quantidade de tempo que falta até um de-

terminado evento ocorrer ou para modelar os tempos entre eventos independentes, como por exemplo o tempo entre chamadas telefônicas em uma central telefônica. A função distribuição cumulativa para a distribuição exponencial é dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}; & x \geq 0 \end{cases}$$

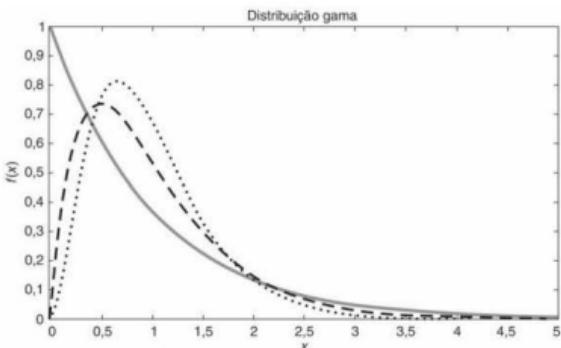


Figura 2.13 Funções densidade de probabilidade gama com parâmetros $\lambda = r = 1$ (linha cinza); $\lambda = r = 2$ (linha tracejada) e $\lambda = r = 3$ (linha pontilhada).

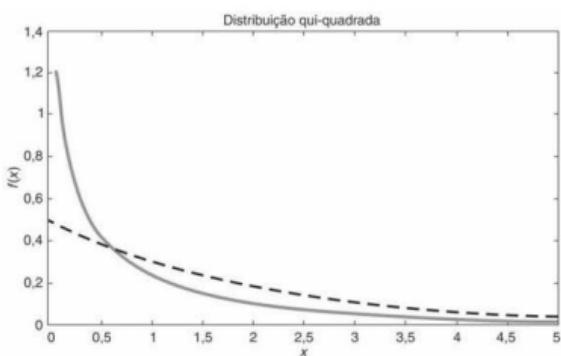


Figura 2.14 Função densidade de probabilidade qui-quadrada (caso especial da função distribuição gama) com parâmetros $\lambda = 1/2$ e $r = 1/2$ (linha cinza) e $\lambda = 1/2$ e $r = 1$ (linha tracejada).

● Exemplo

Considere que o tempo entre entradas de alunos em uma determinada sala segue uma distribuição exponencial com média de 38 segundos. Qual é a probabilidade de que o tempo entre entradas de alunos seja menor ou igual a 25 segundos?

Como a distribuição segue uma tendência exponencial, ou seja,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}; & x \geq 0 \end{cases}$$

a média entre entradas é de $\lambda = 1/38$ e a probabilidade solicitada é $P(X \leq 25)$, ou seja:

$$P(X \leq 25) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-\left(\frac{1}{38}\right)25} \approx 0,482$$

ou, via Matlab:

```
>>
>> cdf = expcdf(25, 38)
cdf = 0.4821
>>
```

Como exemplo, a Figura 2.15 apresenta a função distribuição exponencial $f(x)$ para $\lambda = 1/38$ e x de 0 a 0,2.

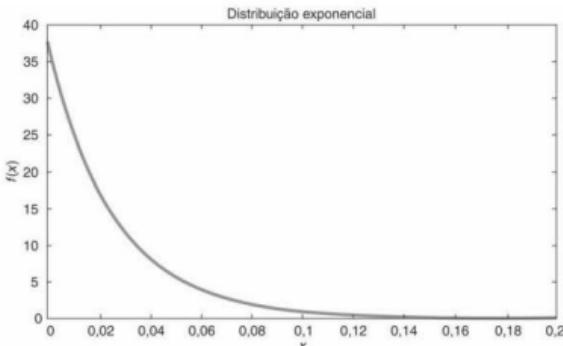


Figura 2.15 Exemplo de função densidade de probabilidade exponencial com $\lambda = 1/38$.

● 2.4.2.4 Distribuição de Weibull

Apresenta diversas aplicações na área da engenharia, como por exemplo em ensaios de fadiga, em sistemas que apresentam falhas em relação ao tempo (normalmente componentes mecânicos e eletrônicos cujo número de falhas aumenta, diminui ou se mantém constante com o uso), análise de confiabilidade de processos, entre outros.

A função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{\beta}{\delta} e^{-\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\beta}},$$

para $x > 0$, com parâmetro de forma $\beta > 0$ e de escala $\delta > 0$. A função distribuição cumulativa é:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\beta}}$$

A média e a variância são:

$$\mu = E(X) = \delta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\sigma^2 = V(X) = \delta^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \delta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right]^2$$

sendo Γ obtido por $\Gamma(r) = (r-1) \Gamma(r-1)$, mas para r inteiro:

$$\Gamma(r) = (r-1)!$$

Exemplo

Suponha que o tempo de falha, em horas de uso, de determinadas engrenagens mecânicas, pode ser modelado pela distribuição de Weibull com parâmetro de zero ou de forma $\beta = 1/2$ e parâmetro de escala $\delta = 10\,000$ horas. Determinar o tempo médio de uso das engrenagens até elas falharem e a probabilidade de que durem no mínimo 2.000 horas de uso.

Logo, o tempo médio de uso dessas engrenagens é de:

$$\mu = E(X) = \delta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 10\,000 \times \Gamma\left(1 + \frac{1}{1/2}\right) = 10\,000 \times \Gamma(3) = 10\,000 \times (3 - 1)! = 10\,000 \times 2!$$

$$\mu = E(X) = 10\,000 \times 2 = 20\,000 \text{ horas.}$$

e a probabilidade de que as engrenagens durem no mínimo 2.000 horas de uso é de:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\beta}}$$

$$P(X > 2\,000) = 1 - F(2\,000) = 1 - e^{-\left(\frac{2\,000}{10\,000}\right)^{1/2}} \approx 0,3606 \approx 36,1\%$$

Sendo assim, aproximadamente 36,1% das engrenagens duram no mínimo 2.000 horas. No Matlab:

```
>>
>> cdf = weibcdf(2000,10000^-0.5,0.5)
cdf = 0.3606
>>
```

A Figura 2.16 apresenta a função distribuição cumulativa $F(x)$ para o exemplo anterior, e a Figura 2.17, a função distribuição de Weibull $f(x)$ para diferentes valores dos parâmetros β e δ .

2.4.2.5 Distribuição normal

Pode-se agrupar as medições em classes de tamanho, proceder à contagem do número em cada classe e plotar um histograma da frequência mostrando como as medições estão distribuídas. Portanto, o histograma de frequências pode ilustrar a correspondente distribuição de probabilidade de um dado experimento.

Ao realizar medições seguindo rigoroso procedimento experimental e com diversas classes, provavelmente a curva que melhor aproxima o comportamento dos dados da maioria dos fenômenos físicos é a chamada curva normal ou gaussiana, cuja função densidade de probabilidade é definida pela expressão

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

para $-\infty < x < \infty$

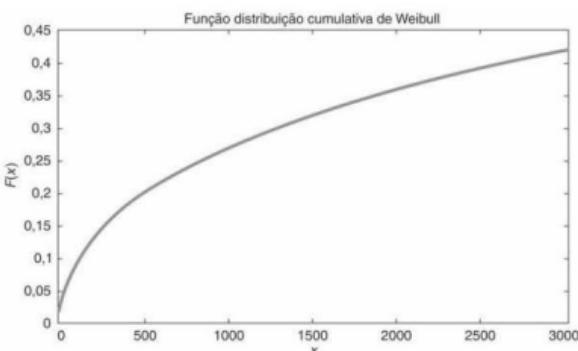


Figura 2.16 Função distribuição cumulativa $F(x)$ para o exemplo anterior, em que o eixo X representa total de horas.

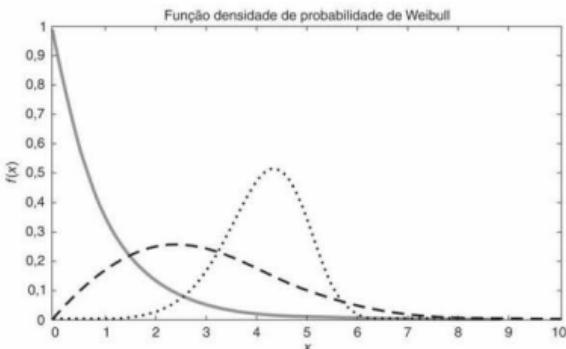


Figura 2.17 Função densidade de probabilidade $f(x)$ de Weibull para $\delta = \beta = 1$ (linha cinza), $\delta = 3,4$ e $\beta = 2$ (linha tracejada) e $\delta = 4,5$ e $\beta = 6,2$ (linha pontilhada).

sendo \bar{X} ($-\infty < \bar{X} < \infty$) a média aritmética (dos dados individuais x) – ou seja, o ponto em que a distribuição é simétrica – e σ ($\sigma > 0$) o desvio padrão – ou seja, a medida da variabilidade da medida relacionada à média.

A média (ou valor esperado) e a variância de uma distribuição normal são determinadas por:

$\bar{X} = E(X)$ e $\sigma^2 = V(X)$. O ponto interessante é que a distribuição normal é completamente definida por esses dois parâmetros.

Na prática, raramente é conhecido o desvio padrão da população σ , mas é possível estimá-lo pela determinação do desvio padrão da amostra s :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Percebe-se que o denominador é dado por $n-1$, porém para a média da população \bar{X} o denominador correto é n ; na prática no entanto a média é estimada, ou seja, é a média da amostra μ . Se existem n

valores de x e $\mu = \frac{\sum x}{n}$, somente $n-1$

valores de x são independentes de \bar{X} . Em outras palavras, existem somente $n-1$ graus de liberdade. Apesar de ser mais conhecida, a expressão para o desvio padrão anterior é raramente utilizada em sistemas computacionais. Nesses casos, os algoritmos são implementados com a expressão a seguir, gerando erros computacionais menores:

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2/n}{n-1}}$$

A Figura 2.18 apresenta a curva normal para diferentes valores de média e de desvio padrão.

Se o processo for verdadeiramente aleatório e corresponder a uma distribuição normal, o valor registrado pode ser a média, seguido da variância ou do desvio padrão do conjunto de dados. Qualquer medida pode ou não ser a média, e 68% de todos os valores encontram-se no intervalo entre -1σ e $+1\sigma$, 95%, entre o intervalo -2σ e $+2\sigma$, e 99,7%, entre o intervalo -3σ e $+3\sigma$ (veja a Figura 2.19).

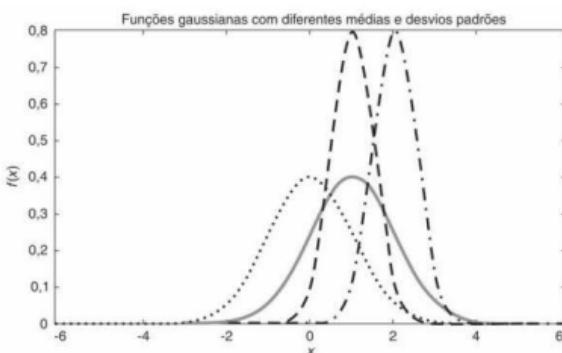


Figura 2.18 Função densidade de probabilidade gaussiana para diferentes valores de média e de desvio padrão: $\mu = 1 = \sigma$ (linha cinza), $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ (linha pontilhada), $\mu = 2$ e $\sigma = 0,5$ (linha traço e ponto) e $\mu = 1$ e $\sigma = 0,5$ (linha tracejada).

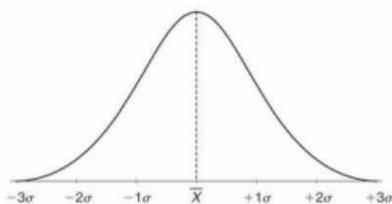


Figura 2.19 Desvio padrão e sua relação com a média na curva normal.

Se uma variável aleatória normal a $\sigma^2 = 1$ e $\mu = 0$, essa variável é denominada padrão (variável aleatória normal padrão) indicada por Z :

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}.$$

Normalmente a função distribuição cumulativa de uma variável aleatória normal padrão é dada por:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-y^2/2} dy$$

Geralmente esses valores são tabelados para permitir a obtenção rápida dos valores desejados, ou seja,

$$\Phi(z) = P(Z \leq z).$$

As tabelas padrões fornecem os valores de $\Phi(z)$ para valores de Z . Algumas ferramentas computacionais utilizam a chamada função erro para determinar o cálculo da função distribuição cumulativa ($\Phi(z)$) para uma variável aleatória normal padrão (Z). Por exemplo, o Matlab utiliza a função erro ($erf(x)$) para determinar $\Phi(z)$:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2}$$

e utiliza a função $\operatorname{normcdf}(x, \mu, \sigma)$ para determinar $\Phi(z)$.

● Exemplo

Considere que em um estudo biológico sejam realizadas diversas medidas do diâmetro da pata de ratos de laboratório. Considere que esses diâmetros seguem uma distribuição normal com uma média de 10 mm e uma variância de 4 mm. Determine qual a probabilidade de a medida exceder 13 mm, ou seja, $P(X > 13)$.

Calculando e simulando no Matlab, temos (veja a Figura 2.20):

```
>>
>> mu = 10;
>> sigma = 2;
>> specs = [13,25];
>> prob = normspec(specs,mu,sigma)
prob = 0.06668
>>
```

Sendo assim, a probabilidade $P(X > 13)$ é de aproximadamente 0,0668.

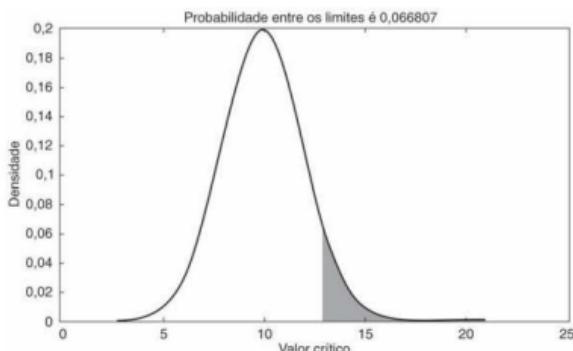


Figura 2.20 Curva distribuição normal para o exemplo anterior.

2.5 Correlação, Correlação Cruzada, Autocorrelação, Autocovariância e Covariância Cruzada

Quando o experimento desenvolvido envolve um conjunto de dados, por exemplo, x e y , e deseja-se avaliar a relação entre os dois conjuntos de dados, é interessante utilizar parâmetros que determinem o grau de variação entre x e y .

Um dos parâmetros mais utilizados para avaliar o grau de dispersão, entre dois conjuntos de dados (x e y), ou dois sinais $x(t)$ e $y(t)$, é a **correlação** (r), que é dada na forma analógica por:

$$r = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \times y(t) dt$$

e na forma digital por:

$$r = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x(k) \times y(k)$$

em que T representa o intervalo de duração do sinal analógico dado em segundos e n a quantidade de amostras do sinal digital.

Cabe observar que o uso do parâmetro correlação implica a normalização dos sinais da da por:

$$r_{\text{normalizada}} = \frac{r}{\sqrt{\sigma_x^2 \times \sigma_y^2}}$$

em que σ^2 representa a variância dos sinais ou conjunto de dados x e y e $r_{\text{normalizada}}$, a **correlação normalizada**. Lembrando que a variância para sinais analógicos e digitais é determinada por:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}]^2 dt$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

em que \bar{x} representa a média dos sinais.

O coeficiente $r_{\text{normalizada}}$ pode apresentar valores que variam de +1 a -1, representando dois sinais idênticos ou dois sinais exatamente opostos, respectivamente. Para exemplificar a importância do parâmetro correlação, a Figura 2.21 apresenta alguns exemplos de sinais analógicos. A Figura 2.21(a) demonstra que o sinal seno e cosseno de mesma frequência são sinais descorrelacionados ($r = 0$). O exemplo da Figura 2.21(b) apresenta a correlação do sinal seno com uma onda triangular que demonstra que a correlação é alta, ou seja, esses dois sinais apresentam alta similaridade ($r = 0,988$). Outro exemplo encontra-se

na Figura 2.22, que apresenta diferentes amostras (sinais digitais) com a correspondente aproximação linear (para mais detalhes, verificar a Seção 2.8, no Capítulo 2, sobre regressão linear) e seu correspondente coeficiente de correlação (r).

Quando a correlação é realizada pelo deslocamento no tempo de uma forma de onda em relação à outra, é realizada a denominada **correlação cruzada** r_{xy} para sinais analógicos ($r_{xy}(\delta)$) e digitais ($r_{xy}(m)$):

$$r_{xy}(\delta) = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \times x(t + \delta) dt$$

$$r_{xy}(m) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y(k) \times x(k + m)$$

sendo δ a variável deslocamento utilizada para deslocar $x(t)$ em relação a $y(t)$. Para exemplificar o deslocamento no tempo, analise a Figura 2.23. A Figura 2.23(a) apresenta dois cossenos, sendo um deles deslocado no tempo e a Figura 2.23(b) o deslocamento no tempo, demonstrando que essas formas de onda são

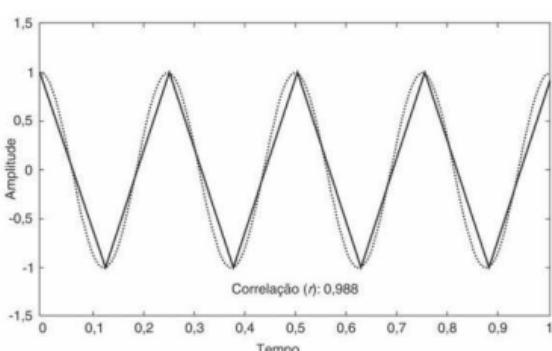
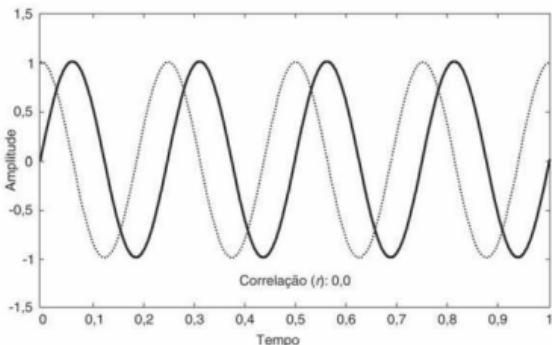


Figura 2.21 Exemplos de sinais e sua correlação r : (a) sinal seno e cosseno são descorrelacionados e (b) alta correlação entre o sinal seno e onda triangular.

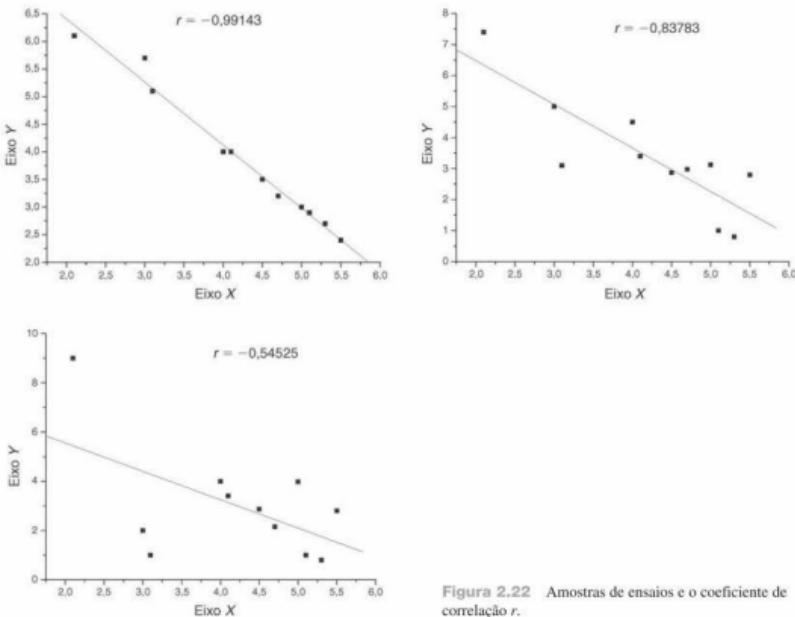


Figura 2.22 Amostras de ensaios e o coeficiente de correlação r .

similares. Assim, uma das aplicações da correção cruzada é o alinhamento de formas de onda similares.

Também é possível deslocar uma função em relação à ela mesma em um processo denominado **autocorrelação** $r_{xx}(\delta)$. A autocorrelação descreve como um determinado valor, em um dado tempo, depende dos valores em outros tempos. Em outras palavras, descreve a correlação do sinal com porções dele mesmo em outros tempos. Para obter a correspondente função de autocorrelação, basta substituir na correlação cruzada r_{xy} uma das variáveis, por exemplo, $x = y$:

$$r_{xx}(\delta) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \times x(t + \delta) dt$$

$$r_{xx}(m) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x(k) \times x(k + m).$$

A Figura 2.24 apresenta exemplos de formas de onda e suas correspondentes funções de autocorrelação. A função de autocorrelação do sinal eletroniomiográfico (EMG) descorrelaciona rapidamente – característica de sinais aleatórios (conforme também esboça a Figura 2.25).

Outra medida utilizada para descrever a dispersão entre conjuntos de dados é a função de **autocovariância** ($C_{xx}(\delta)$), que pode ser utilizada como medida da memória do desvio de um sinal ao redor de seu nível médio. Suas expressões para sinais analógicos e discretos são:

$$C_{xx}(\delta) = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}(t)][x(t + \delta) - \bar{x}(t)] dt$$

$$C_{xx}(m) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [x(k) - \bar{x}][x(k + m) - \bar{x}].$$

Similarmente, a **covariância cruzada** $C_{xy}(\delta)$ é uma medida da similaridade do desvio de dois sinais sobre suas respectivas médias e é definida por:

$$C_{xy}(\delta) = \frac{1}{T} \int_0^T [y(t) - \bar{y}(t)][x(t + \delta) - \bar{x}(t)] dt$$

$$C_{xy}(m) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [y(k) - \bar{y}(k)][x(k + m) - \bar{x}(k)].$$

2.6 Conceitos sobre Inferência Estatística e Determinação do Tamanho da Amostra

Experimentos, de forma geral, podem ser analisados usando-se dois procedimentos estatísticos, **teste de hipóteses** ou **intervalos de confiança**, que serão abordados de forma resumida neste capítulo (para mais detalhes, sugerimos ao leitor que consulte as referências bibliográficas listadas ao final deste capítulo).

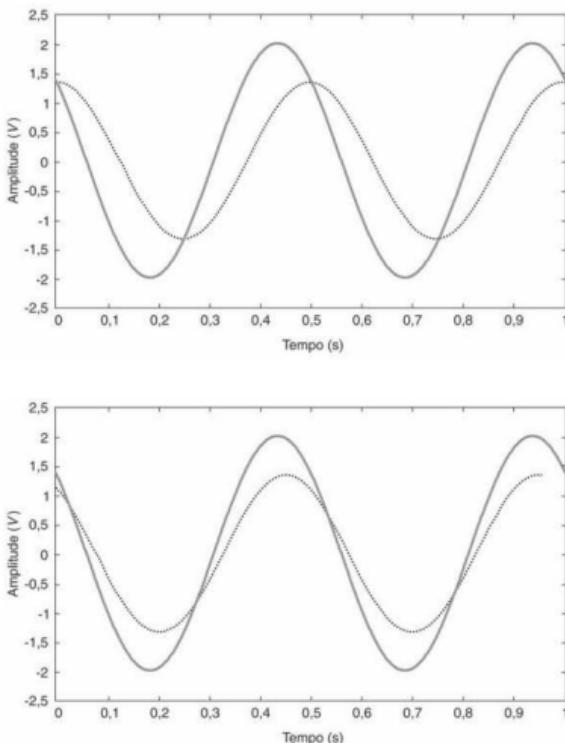


Figura 2.23 Dois cosenos: (a) com um dos cosenos deslocado no tempo e (b) deslocamento no tempo ajustando os dois sinais.

Imagine que você esteja interessado em determinar e comparar a transmissibilidade da vibração de dois assentos automotivos, constituídos de materiais diferentes, através do aparato experimental cujo esboço se encontra na Figura 2.26 (para mais detalhes sobre sensores adequados a esse tipo de ensaio leia o Capítulo 11 do Volume II desta obra).

Teste de hipóteses

Considere que $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}$ representam as n_1 observações do primeiro tipo de assento e $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}$, as n_2 observações do segundo tipo de assento. Um exemplo de um teste de hipótese em relação ao experimento anterior (Figura 2.26) seria estabelecer alguma conjectura sobre algum parâmetro da distribuição de probabilidade ou algum parâmetro que descreva o modelo do experimento.

Nesse exemplo, a conjectura poderia estabelecer que a média aritmética das transmissibilidades da vibração de ambos os assentos é igual (o que representaria que os assentos de materiais diferentes apresentam o mesmo comportamento dinâmico em relação à faixa de frequência da estrutura experimental da Figura 2.26), ou seja:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \rightarrow \text{Hipótese nula}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow \text{Hipótese alternativa}$$

sendo H_0 e H_1 as hipóteses estabelecidas para esse experimento e μ as médias aritméticas das correspondentes transmissibilidades da vibração dos dois tipos de assentos automotivos.

Para verificar se a hipótese é aceita ou é rejeitada, é necessário realizar um teste estatístico adequado. Uma das etapas essenciais é a especificação do conjunto de dados (denominado região crítica ou região de rejeição para o teste selecionado) para o teste estatístico.

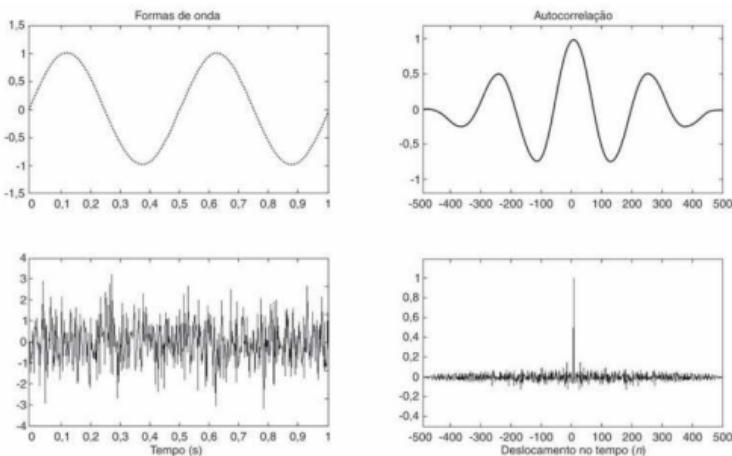


Figura 2.24 Sinal senoidal e sinal eletromiográfico e suas correspondentes funções de autocorrelação.

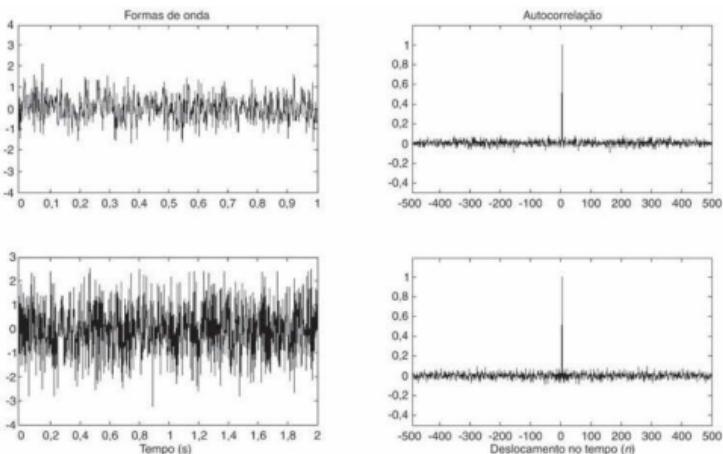


Figura 2.25 Sinais eletromiográficos e suas correspondentes funções de autocorrelação.

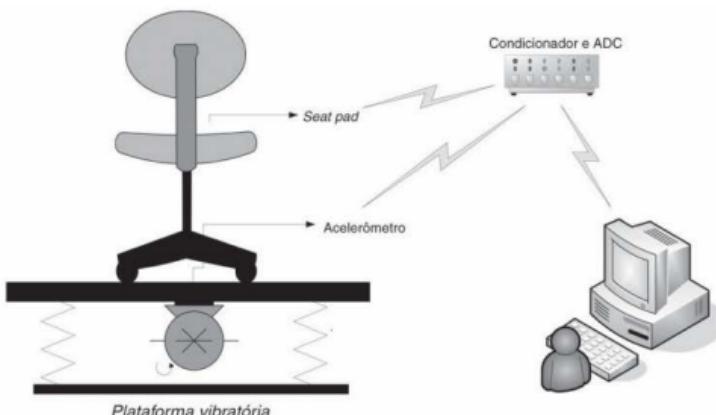


Figura 2.26 Diagrama de um possível aparato experimental para determinar a transmissibilidade da vibração de dois assentos automotivos.

De forma geral, se o teste nulo (H_0) é rejeitado quando é verdadeiro, um **erro de tipo I** ocorreu; caso contrário, se a hipótese H_0 não é rejeitada quando é falsa, um **erro do tipo II** ocorreu. As probabilidades condicionais desses dois tipos de erros são representadas de forma clássica por:

$$\alpha = P(\text{Erro Tipo I}) = P(\text{Rejeita } H_0 / H_0 \text{ é Verdadeira})$$

$$\beta = P(\text{Erro Tipo II}) = P(\text{Falha para rejeitar } H_0 / H_0 \text{ é Falsa}).$$

Muitas vezes se especifica a **potência do teste** (Pot) dada por:

$$Pot = 1 - \beta = P(\text{Rejeita } H_0 / H_0 \text{ é Falsa}).$$

Normalmente se especifica um valor de probabilidade do erro tipo I, chamada de nível de significância do teste, e então se realiza um teste (por exemplo, o teste t) tal que a probabilidade de erro tipo II é pequeno.

Teste t para dois ensaios

Vamos supor que os dois tipos de assento seguem uma distribuição normal com médias μ_1 e μ_2 e variâncias σ_1^2 e σ_2^2 . Um teste estatístico para comparar as médias (considerando um experimento completamente aleatorizado):

$$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{\bar{x}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

sendo \bar{x}_1 e \bar{x}_2 as médias das amostras, n_1 e n_2 , os tamanhos das amostra, $s_{\bar{x}}^2$, uma estimativa da variância $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ obtida por:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

em que s_1^2 e s_2^2 são as duas variâncias individuais das amostras. Para determinar quando rejeitar H_0 , pode-se comparar t_0 à distribuição t com $n_1 + n_2 - 2$ graus de liberdade (GDL) e α o nível de significância ou erro da distribuição. Se $|t_0| > t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$, a hipótese H_0 é rejeitada, ou seja, a média das duas amostras é diferente. Porém se H_0 é verdadeira, t_0 é distribuída como $|t_0| \leq t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ e os valores de t_0 estão no intervalo $-t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ e $+t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$.

Exemplo

Considere os seguintes valores, obtidos no ensaio da Figura 2.26, apresentados na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 Resultados do ensaio dos assentos

Assentos automotivos	Média aritmética (\bar{x})	Variância individual das amostras (s^2)	Quantidade de ensaios (n)
Assento 1	14,75 Hz	0,213	12
Assento 2	12,35 Hz	0,254	12

Considerando-se que as variâncias são aproximadamente similares, podemos então utilizar o seguinte teste de hipóteses:

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 &= \mu_2 \\ H_1: \mu_1 &\neq \mu_2 \end{aligned}$$

Para esses resultados:

$n_1 + n_2 - 2 = 12 + 12 - 2 = 22$ e selecionando o nível de significância $\alpha = 0,05$, logo $t_0 > t_{0,025/2, 12+12-2}$, logo, a hipótese nula H_0 :

$\mu_1 = \mu_2$ será rejeitada se $t_0 > t_{0,025, 22}$ ou se $t_0 < -t_{0,025, 22}$. Consultando a tabela da distribuição t (veja a Tabela 2.5 – para verificar uma tabela com mais níveis de significância, consultar referências citadas no final deste capítulo),⁴ obtemos para esses dados $\alpha = 0,025$ e GDL = 22:

$$\begin{aligned} t_0 > t_{0,025, 22} &= 2,074 \\ t_0 < -t_{0,025, 22} &= -2,074 \end{aligned}$$

Portanto, a hipótese nula $H_0: \mu_1 = \mu_2$ será rejeitada se $t_0 > 2,074$ ou se $t_0 < -2,074$.

Tabela 2.5 Pontos percentuais da distribuição t

Graus e Liberdade (GDL)	Nível de Significância (α)				
	0,25	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,816	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,727	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,681	1,684	2,021	2,423	2,704
60	0,679	1,671	2,000	2,390	2,660
120	0,677	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,674	1,645	1,960	2,326	2,576

⁴Distribuição t : é uma distribuição de probabilidade teórica, simétrica e semelhante à curva normal padrão. O único parâmetro que a define e caracteriza a sua forma é o número de graus de liberdade (GDL) – quanto maior for esse parâmetro, mais próxima da normal a curva da distribuição t será.

Obtendo-se t_0 ,

$$s_e^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(12 - 1) \times 0,213 + (12 - 1) \times 0,254}{12 + 12 - 2} = 0,2335$$

$$s_e = \sqrt{0,2335} = 0,4832$$

$$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_e \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{14,75 - 12,35}{0,4832 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}}} = \frac{2,4}{0,4832 \times 0,4082} \approx 12,17$$

Portanto, a hipótese nula $H_0: \mu_1 = \mu_2$ será rejeitada se $t_0 > 2,074$ ou se $t_0 < -2,074$; sendo assim, $t_0 > 2,074 \therefore 12,17 > 2,074$, logo, a hipótese $H_0: \mu_1 = \mu_2$ foi rejeitada, ou seja, para o ensaio dos dois assentos automotivos as médias aritméticas são diferentes.

Intervalos de confiança e determinação do tamanho da amostra

Uma das grandes preocupações do ponto de vista experimental é como determinar o tamanho da amostra, ou seja, como responder à seguinte pergunta: “Quantas amostras ou ensaios devem ser realizados para garantir um bom significado estatístico dos meus dados?” A resposta a essa pergunta não é simples, pois depende do tipo de experimento, do planejamento estatístico do experimento (a última seção deste capítulo apresenta conceitos sobre planejamento estatístico de experimentos), dos parâmetros ou efeitos que serão estimados e do desvio padrão experimental da média³ desses efeitos, que depende da variabilidade intrínseca do experimento, da exatidão do experimento e do tamanho da amostra. Neste tópico são apresentados alguns dos procedimentos utilizados para determinar o tamanho da amostra. Caso necessite de outro procedimento, consultar as referências apresentadas no final deste capítulo.

O intervalo de confiança para a média η é dado por $\bar{x} \pm \varepsilon$, sendo $\varepsilon = z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ o erro máximo. Logo, o tamanho da amostra, ou seja, a quantidade de ensaios ou amostras n , é dada por:

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2$$

sendo z a variável aleatória normal, α o nível de significância, σ o desvio padrão e ε o erro máximo usando \bar{x} para estimar a média η .

Cabe observar que o valor de n é arredondado para o próximo número inteiro. Essa expressão considera que a amostragem é aleatória e que n é grande ($n \geq 30$), tal que a distribuição normal pode ser usada para definir o intervalo de confiança.⁴ Para tamanho de amostras pequeno ($n < 30$), a distribuição t é usada.

Porém, para usarmos a equação $n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2$, é necessário especificar os valores de ε , α (ou $1 - \alpha$, que é chamado de intervalo de confiança) e σ . Os valores mais utilizados de $1 - \alpha$ são dados pela Tabela 2.6.

Cabe observar que o valor mais empregado de $1 - \alpha$ é 0,95, ou seja, o intervalo de confiança de 95% que corresponde ao

$z = 1,96$. Com $z = 2,0$ a equação $n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2$ fica:

$n = \left(\frac{2,0 \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2 = \frac{4 \times \sigma^2}{\varepsilon^2}$ que corresponde ao intervalo de confiança de 0,955, ou seja, 95,5%.

Tabela 2.6 Valores usuais de intervalo de confiança ($1 - \alpha$) para determinação do tamanho da amostra

Intervalo de confiança ($1 - \alpha$)	Variável aleatória normal (z)
0,997	3,0
0,99	2,56
0,955	2,0
0,95	1,96
0,90	1,64

³O desvio padrão experimental da média é definido no guia para expressão da incerteza de medição por σ/\sqrt{n} , sendo σ o desvio padrão e n a quantidade de amostras ou repetições de um dado experimento. Cabe observar que repetições não reduzem o desvio padrão, mas reduzem o desvio padrão experimental da média. Portanto, esse parâmetro pode ser pequeno aumentando-se o número de repetições. Esse mesmo conceito é definido como erro padrão em algumas referências da área de Estatística, como em (Montgomery e Runger, 2003).

Exemplo

Determine o tamanho da amostra considerando um experimento em que estimamos a média de um processo com erro máximo de 8. Suponha que o intervalo de confiança é de 95% e que é necessária uma amostra grande.

Determinando o tamanho da amostra com $\left(\frac{z_{\alpha/2} \times \sigma}{e} \right)$, sendo $1 - \alpha = 95\%$, $z = 1,96$ e $e = 8$. Cabe observar que normalmente o desvio padrão é desconhecido, pois o ensaio não foi realizado em função de não termos determinado o número ou tamanho da amostra. Uma boa solução é realizar algumas medições aleatórias, ou seja, alguns ensaios aleatórios e determinar o desvio padrão estimado indicado por s , isto é, para esse exemplo, dez medições aleatórias foram realizadas para estimar o desvio padrão: 450, 458, 437, 425, 399, 405, 407, 409, 469, 461. A média aritmética obtida é 432, e o desvio padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \equiv 26,4. \text{ Portanto:}$$

$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \times \sigma}{e} \right)^2 = \left(\frac{1,96 \times 26,4}{8} \right)^2 = 41,83$ que é arredondado para o próximo inteiro, ou seja, 42 amostras são necessárias nesse experimento.

Para uma quantidade pequena de amostras ($n < 30$) e assumindo que a média das amostras segue uma distribuição aproximadamente normal se utiliza a distribuição t para determinar o intervalo de confiança. Nesse caso, a equação é $e = t_{\alpha/2} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$. Cabe observar

que o valor da distribuição t diminui com o aumento de n , como destaca a Tabela 2.7. Porém, de forma geral, uma boa solução para uma quantidade de amostras $10 \leq n \leq 25$ é utilizar uma aproximação para t de 2,2 ou 2,1. Para uma quantidade de amostras $n > 25$, sugere-se o aumento dessa quantidade para 30 ou 35 (caindo na condição da amostra considerada grande – uso da distribuição normal – exemplo anterior).

Tabela 2.7 Alguns valores aproximados da distribuição t versus valores de n com intervalo de confiança de 95% ($\alpha/2 = 0,05/2 = 0,025$) – verificar Tabela 2.5 (com GDL ou $\alpha = 0,025$)

n	$t_{0,95}$	\sqrt{n}	$e = t_{\alpha/2} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	12,7	1,00	$12,7 \times s$
2	4,30	1,41	$3,05 \times s$
3	3,18	1,73	$1,84 \times s$
4	2,78	2,00	$1,39 \times s$
5	2,57	2,24	$1,15 \times s$
6	2,45	2,45	$1,00 \times s$
7	2,36	2,65	$0,890 \times s$
8	2,31	2,83	$0,816 \times s$
9	2,31	3,00	$0,770 \times s$
10	2,23	3,16	$0,706 \times s$
15	2,13	3,87	$0,550 \times s$
20	2,09	4,48	$0,466 \times s$
25	2,06	5,00	$0,412 \times s$

Exemplo

Suponha outro experimento com 15 amostras preliminares de média aritmética 291,3 e desvio padrão $s = 63$. Determine o intervalo de confiança de 95%.

Como a amostra é pequena ($n < 30$), o intervalo de confiança será obtido usando a distribuição t ($t_{15/2}$) – 15 amostras e intervalo de confiança de 95% ($1 - \alpha = 0,95$), ou seja, com $\alpha = 0,05$:

$$e = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = t_{\frac{0.05}{2}} \times \frac{63}{\sqrt{15}} = t_{0.025} \times \frac{63}{\sqrt{15}} \cong 2,13 \times 16,28 \cong 34,67$$

logo, o intervalo de confiança para a média η , para esse experimento preliminar, é dado por $\bar{x} \pm e$: $291,3 \pm 34,67$. Portanto, essa média encontra-se no intervalo de 256,63 a 325,97.

Uma boa questão seria a pergunta: qual o tamanho da amostra para estimar a média com ± 17 unidades? Considerar uma amostra grande ($n \geq 30$) e intervalo de confiança de 95%.

Com tamanho da amostra $n \geq 30$ e sendo $1 - \alpha = 95\%$, temos a variável aleatória normal: $z = 1,96$. O tamanho da amostra n é obtido por:

$$n = \left(\frac{z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma}{e} \right)^2 = \left(\frac{1,96 \times 63}{17} \right)^2 \cong 52,70, \text{ ou seja, } 53 \text{ amostras}$$

trás são necessárias. Como já foram realizadas antecipadamente 15 amostras, restam 38 a serem realizadas para completarmos as 53 necessárias. Cabe observar que as 53 amostras estão baseadas na estimativa do desvio padrão $s = 63$, portanto, após as 53 amostras, o desvio padrão atualizado pode ser maior ou menor do que 63. Sendo assim, as 53 amostras podem fornecer um erro estimado maior ou menor do que as 17 unidades supostas anteriormente. Portanto, o número de amostras precisa ser ajustado (através dos procedimentos apresentados neste tópico) para se obter um experimento adequado.

Nos dois exemplos anteriores, os desvios padrões utilizados nos cálculos dos tamanhos das amostras foram estimados a partir de ensaios preliminares dos experimentos.

Outro procedimento utilizado para auxiliar na determinação do tamanho da amostra é a utilização das **curvas características de operação** (também chamadas de **curvas OC**) para um dado teste. São muito usadas em projeto de experimentos e podem ser consultadas nas referências bibliográficas deste capítulo.

2.7 Estimativa da Incerteza de Medida

Ao proceder com um ensaio experimental para executar a medição de uma quantidade ou mensurando, é necessário definir um intervalo no qual ocorrem as possíveis dispersões em torno da melhor estimativa com suas respectivas probabilidades (as quais também devem ser especificadas). Esse parâmetro depende das condições ambientais, da habilidade do operador, do instrumento, entre outros. Conforme descrito no Capítulo 1, esse parâmetro denomina-se incerteza da medição e é representado como:

$$Q \pm \Delta Q$$

em que Q é a melhor estimativa da quantidade medida e ΔQ a incerteza-padrão, calculada de acordo com procedimentos normalizados, os quais possibilitam garantir uma probabilidade de abrangência. É interessante relatar também que, uma vez que uma quantidade ou mensurando possui uma incerteza, um procedimento adequado deverá ser seguido ao associar essa quantidade a outras quantidades. Por exemplo, a associação de dois resistores é feita somando-se seus valores nominais; entre-

tanto, a incerteza associada à resistência equivalente deve ser avaliada segundo metodologia que produza um resultado metroológico e estatisticamente válido.

Esta seção segue os procedimentos e recomendações do documento EA-4/02 *Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration*, publicado pelo European co-operation for Accreditation (EA). Muitas definições e exemplos desta seção são reproduzidos com permissão da EA (detentora dos direitos autorais do documento citado). O tratamento desta seção também está de acordo com o *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, do qual participam instituições como BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML. Aqui, serão apresentadas regras gerais para avaliar e expressar a incerteza em medidas que podem ser seguidas na maioria dos campos de medidas físicas.

Os laboratórios de calibração, ou laboratórios de testes, ao realizarem suas próprias calibrações, devem aplicar um procedimento para estimar a incerteza de medida. Nesses casos, deve-se tentar identificar todos os componentes de incerteza e fazer uma estimativa razoável do mensurando. Deve-se ainda ter cuidado para que a forma de publicar os resultados não produza uma impressão errada dessa incerteza. Uma estimativa razoável pode ser baseada no conhecimento do desempenho do método, bem como no escopo de medida, e deve fazer uso de, por exemplo, experiência prévia e validação de dados.

A melhor capacidade de medição de uma determinada quantidade é definida como a menor incerteza de medida que um laboratório pode alcançar. Isso é realizado desempenhando rotinas de calibração de padrões de medida próximos do ideal com a intenção de definir, determinar, conservar ou reproduzir uma unidade dessa quantidade ou um ou mais de seus valores. Ou ainda executar rotinas de calibração de instrumentos de medidas aproximadamente ideais, projetados para medir essa quantidade.

A avaliação da melhor capacidade de medida de laboratórios de calibração acreditados deve ser baseada em métodos descritos em documentos, porém deve ser suportada ou confirmada por evidências experimentais.

A incerteza de um resultado de uma medida reflete a falta de conhecimento completo do valor do mensurando. O conhecimento completo requer uma quantidade infinita de informação. Fenômenos que contribuem para a incerteza e assim para o fato de que o resultado de uma medida não pode ser caracterizado por um valor único são chamados de fontes de incertezas. Na prática, existem muitas fontes de possíveis incertezas em um mensurando, incluindo:

- definição incompleta ou imperfeita do mensurando;
- amostra não representativa – a amostra medida pode não representar o mensurando definido;
- efeitos de condições ambientais conhecidos mas inadequados ou medidas imperfeitas dos mesmos;

- d. erro humano na leitura de instrumentos analógicos;
- e. resolução do instrumento finita;
- f. valor inexato de padrões de medida e materiais de referência;
- g. valor inexato de constantes e outros parâmetros obtidos de fontes externas e utilizados em algoritmos de redução de dados;
- h. aproximações e suposições incorporadas no método de medida e procedimentos;
- i. variações em observações repetidas do mensurando aparentemente sob as mesmas condições.

Essas fontes não são necessariamente independentes.

O resultado de uma medida está completo apenas se contém o valor atribuído ao mensurando e a incerteza de medida associada a esse valor. Todas as quantidades que não são exatamente conhecidas são tratadas como variáveis aleatórias, incluindo as quantidades que podem afetar o mensurando.

Como já foi definida no Capítulo 1, a incerteza de medida é um parâmetro associado com o resultado de uma medida que caracteriza a dispersão dos valores que podem razoavelmente ser atribuídos ao mensurando.

Os mensurandos são as quantidades particulares sujeitas à medida. Em uma calibração, geralmente é utilizado apenas um mensurando ou a quantidade de saída Y que depende do número das quantidades de entrada X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) de acordo com a relação funcional $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

A função f representa o procedimento de medida e o método de avaliação. Descreve como os valores de saída são obtidos das quantidades de entrada X_i . Na maioria dos casos será uma expressão analítica, mas pode ser um grupo de expressões que incluem correções e fatores de correção para efeitos sistemáticos, e dessa forma levam a uma relação mais complicada que geralmente não é escrita explicitamente como uma função. Além disso, f pode ser determinada experimentalmente ou existe apenas como um algoritmo computacional que deve ser avaliado numericamente, ou, ainda, pode ser uma combinação de todos.

O grupo de grandezas de entrada X , pode ser dividido em duas categorias de acordo com a maneira com que cada um dos valores da grandeza e suas incertezas associadas foram determinadas:

- grandezas ou quantidades cuja incerteza associada e estimativa é diretamente determinada na medida corrente. Esses valores podem ser obtidos, por exemplo, em observações simples ou julgamentos baseados em observações. Podem envolver a determinação de correções para leituras de instrumentos assim como para correção de outras quantidades ou grandezas, como temperatura ambiente, pressão barométrica ou umidade;
- grandezas ou quantidades cuja incerteza associada e estimativa é anexada à medida por fontes externas como quantidades associadas com padrões de calibração de medidas, materiais de referência certificados ou dados de referência obtidos de manuais.

Uma estimativa do mensurando Y , denotada por y , pode ser obtida utilizando-se estimativas de entrada X_i para os valores da quantidade de entrada $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Os valores de entra-

da são as melhores estimativas, os quais foram corrigidos para os efeitos mais significativos. Ou então as correções necessárias foram introduzidas como quantidades de entrada separadas.

Para uma variável aleatória, a variância de sua distribuição ou o seu desvio padrão é utilizado como medida de dispersão dos valores. A incerteza-padrão de medida associada com a estimativa de saída ou resultado de medida y , denotado por $u(y)$, é o desvio padrão da melhor estimativa de Y . Deve ser determinado a estimativa das variáveis de entrada x_i (das variáveis de entrada X_i) e suas incertezas-padrão associadas $u(x_i)$. A incerteza-padrão associada com uma estimativa possui a mesma dimensão que a estimativa. Em alguns casos a incerteza-padrão de medida relativa pode ser apropriada, a qual é a incerteza-padrão de medida associada com uma estimativa dividida pelo módulo dessa estimativa, e assim é adimensional. Esse conceito não pode ser utilizado se a estimativa for zero.

$$u_{\text{rel}} = \frac{u(x)}{|x|}$$

A incerteza de 1 cm em 1 km indicaria uma medida bastante repetitiva. Entretanto, uma incerteza de 1 cm em 3 cm indicaria uma estimativa muito pobre. Nesse caso, a incerteza relativa produz um resultado mais claro. Uma vez que a incerteza relativa na forma fracional $\frac{u(x)}{|x|}$ é geralmente um número muito pequeno, normalmente ele é multiplicado por 100, expressando um valor percentual da incerteza.

4.2.7.1 Avaliação da incerteza de medida de estimativas de entrada

A incerteza de medida associada com as estimativas de entrada é avaliada de acordo com o tipo A ou tipo B de avaliação. A avaliação da incerteza-padrão do tipo A é o método de avaliação da incerteza por meios estatísticos de uma série de observações. Nesse caso a incerteza-padrão é o desvio padrão experimental da média (ou melhor estimativa), o qual segue um procedimento ou uma análise apropriada. A avaliação do tipo B da incerteza-padrão é o método de avaliação da incerteza por meio de qualquer outro método além da análise estatística da série de observações. Nesse caso a avaliação da incerteza-padrão é baseada em algum outro conhecimento científico.

Avaliação da incerteza-padrão do tipo A

A avaliação da incerteza-padrão do tipo A pode ser aplicada quando algumas observações independentes foram executadas para uma das grandezas de entrada sob as mesmas condições de medida. Se existir resolução suficiente no processo de medida, existirá uma dispersão ou espalhamento visível nos valores obtidos.

Assumindo que a medida repetida da quantidade de entrada X_i é a quantidade Q_j , com n observações estatisticamente independentes ($n > 1$), a estimativa da quantidade Q é \bar{q} , a média aritmética dos valores individuais observados q_j ($j = 1, 2, \dots, n$)

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j$$

A incerteza de medida associada com a estimativa \bar{q} é avaliada de acordo com um dos seguintes métodos:

- uma estimativa da variância da distribuição de probabilidades é obtida com a variância experimental $s^2(q)$ dos valores q_j que são dados por:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2$$

Sua raiz quadrada positiva é denominada desvio padrão experimental da média (como já comentado neste capítulo). A melhor estimativa da variância da média aritmética \bar{q} é a variância experimental da média dada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n}$$

Exemplo

Uma especificação diz que a leitura de uma balança está dentro do intervalo de $\pm 0,2$ mg com um nível de confiança de 95%. A partir das tabelas padronizadas de pontos de percentagem sobre a distribuição normal, calcula-se um intervalo de confiança de 95%, usando-se um valor de 1,96 σ . O uso desse valor lido dá uma incerteza de $0,2/1,96 \approx 0,1$.

A incerteza-padrão $u(q)$ associada com a estimativa de entrada \bar{q} é o próprio desvio padrão experimental da média:

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q})$$

Observe que, quando o número n de repetições de medidas é baixo, ($n < 10$) a confiabilidade da avaliação da incerteza do tipo A deve ser considerada. Se o número de observações não pode ser aumentado, outros meios de avaliação da incerteza devem ser considerados.

- quando uma estimativa de incerteza é originada de resultados e dados anteriores, pode ser expressa como um desvio padrão. Contudo, quando um intervalo de confiança é dado com um nível de confiança ($\pm a$ a $p\%$), então se divide o valor a pelo ponto de percentagem apropriado da distribuição Normal para o nível de confiança dado para o cálculo do desvio padrão.

Para uma medida que é bem caracterizada e sob um rígido controle estatístico, uma estimativa combinada da variância s_p^2 pode caracterizar a dispersão melhor que o desvio padrão obtido de um número de observações limitado. Nesse caso, o valor da quantidade de entrada Q é definido como a média aritmética \bar{q} de um pequeno número n de observações independentes, e a variância da média pode ser estimada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n}$$

em que

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + \dots + (n_k - 1)s_k^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots + (n_k - 1)}$$

com n_i representando o número de amostras do grupo k de medidas e s_i , o desvio padrão experimental respectivo.

Avaliação da incerteza-padrão de medidas do tipo B

A avaliação da incerteza-padrão do tipo B é a avaliação da incerteza associada com uma estimativa x_i de uma quantidade de entrada X_i por qualquer meio diferente da análise estatística da série de observações. A incerteza-padrão $u(x_i)$ é avaliada por julgamento científico baseado em informação disponível na variabilidade possível de X_i . Valores pertencentes a essa categoria podem ser originados de:

- medidas executadas previamente;

- experiência com conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes;
- especificações de fabricantes;
- dados de calibrações e outros certificados;
- incertezas oriundas de referências bibliográficas como matinais ou semelhantes.

O uso apropriado de informação disponível para a avaliação da incerteza do tipo B de medidas é baseado em experiência e conhecimento geral. Trata-se de uma habilidade que pode ser adquirida com a prática. Uma avaliação bem fundamentada da incerteza de medição do tipo B pode ser tão confiável quanto uma incerteza do tipo A, especialmente em situações de medidas em que uma avaliação do tipo A está baseada apenas em um número pequeno de observações independentes. Os seguintes casos devem ser discernidos:

- quando apenas um valor único é conhecido para a quantidade X_i . Por exemplo, um valor resultante de uma medida prévia, um valor de referência da literatura ou um valor de correção podem ser utilizados como x_i . A incerteza-padrão $u(x_i)$ associada com x_i deve ser adotada quando fornecida. Se forem disponibilizados dados confiáveis, a incerteza deve ser calculada. Caso contrário, se os dados não estão disponíveis, a incerteza deve ser avaliada com base na experiência;
- quando uma distribuição de probabilidades pode ser assumida para uma quantidade X_i , baseada na teoria ou experiência, então o valor esperado e a razão quadrada da variância dessa distribuição podem ser estimados e representados por x_i e a incerteza-padrão associada $u(x_i)$.

Se apenas os valores limites superior e inferior a_+ e a_- podem ser estimados para os valores da quantidade X_i (por exemplo, especificações do fabricante de um instrumento de medida, uma faixa de temperatura, um arredondamento ou truncamento resultante de uma redução automática de dados), uma distribuição de probabilidades com densidade de probabilidades constantes entre esses dois limites (distribuição de probabilidades retangular) deve ser assumida para a possível variabilidade da quantidade de entrada X_i . Assim, a estimativa da entrada pode ser definida por:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-)$$

e

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2$$

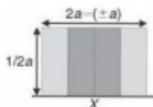
para o quadrado da incerteza-padrão. Se a diferença entre os valores limites for de $2a$, a equação anterior pode ser reescrita como:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2.$$

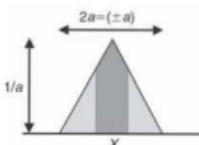
A distribuição retangular⁷ é uma descrição razoável em termos de probabilidade de um conhecimento inadequado sobre uma quantidade X_i , na ausência de qualquer outra informação além de seus limites de variabilidade. Mas, se existe a certeza de que os valores das quantidades em questão estão mais próximos ao centro do intervalo do que nos seus limites, uma distribuição triangular⁸ seria um modelo melhor. Por outro lado, se os valores concentram-se mais próximos dos limites que no centro, então uma distribuição com forma de U seria mais apropriada.

⁷A distribuição retangular deve ser utilizada quando um certificado ou outra especificação fornece os limites sem especificar os níveis de confiança. Exemplo: $25 \text{ ml} \pm 0,05 \text{ ml}$.

Nesse caso é feita uma estimativa sob a forma de uma faixa máxima ($\pm a$) sem se ter conhecimento do formato da distribuição. A incerteza é calculada como $u(x) = \frac{a}{\sqrt{3}}$.



⁸A distribuição triangular deve ser utilizada quando a informação disponível em relação a X é menos limitada que para uma distribuição retangular. Valores próximos de X são mais prováveis do que próximos dos limites. É feita uma estimativa sob uma faixa máxima de ($\pm a$) descrita por uma distribuição simétrica. A incerteza é calculada com $u(x) = \frac{a}{\sqrt{6}}$.



Exemplo de utilização de uma distribuição retangular: um frasco volumétrico grau A de 10 ml é certificado em uma faixa de $\pm 0,2 \text{ ml}$. A incerteza-padrão é de $0,2/\sqrt{3} = 0,12 \text{ ml}$.

Exemplo de utilização de uma distribuição triangular: um frasco volumétrico grau A de 10 ml é certificado em uma faixa de $\pm 0,2 \text{ ml}$, mas as verificações internas de rotina mostram que valores extremos são raros. A incerteza-padrão é de $0,2/\sqrt{6} = 0,08 \text{ ml}$.

Quando uma estimativa tem de ser feita na base de julgamento, pode-se estimar diretamente como um desvio padrão. Se isso não for possível, então a estimativa do desvio máximo deve ser feita, o que é perfeitamente razoável na prática. Se um valor menor for considerado substancialmente mais provável, essa estimativa deve ser tratada como descriptiva de uma distribuição triangular. Se não houver base para acreditar que é mais provável um erro menor que um erro maior, a estimativa deve ser tratada com uma distribuição retangular.

Incerteza combinada

Seja uma determinada quantidade de saída Y que depende das quantidades de entrada X_i . Sabemos que na prática obteremos uma estimativa y que depende da estimativa das quantidades de entrada x_i , as quais são determinadas por um dos métodos descritos anteriormente. Subentende-se então que a dispersão dos valores das quantidades de entrada (ou a variabilidade) causará uma dispersão nos valores das quantidades de saída, de modo que y pode ser escrita como:

$$y \pm u(y) = f(x_1 \pm u(x_1), x_2 \pm u(x_2), \dots, x_k \pm u(x_k))$$

A Figura 2.27 mostra uma representação da dispersão da estimativa da quantidade de saída y e sua incerteza $u_c(y)$ em função das estimativas das quantidades de entrada x_i e suas incertezas $u(x_i)$.

Uma das maneiras mais utilizadas para determinar a incerteza de saída $u(y)$ é aproximar a função f com uma função linear através das séries de Taylor. Essa linearização simplifica a análise da incerteza, com o ônus de introduzir um erro de aproximação.

Considerando Q uma quantidade dependente das quantidades x_i, y_i, z_i, \dots , as quais possuem distribuições de erros gaussianas com desvios padrões $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots$ e valores médios verdadeiros

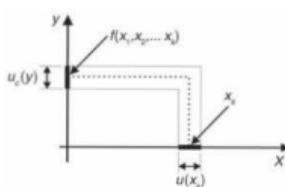


Figura 2.27 Representação da incerteza de saída em função da variabilidade das variáveis de entrada.

$\mu_x, \mu_y, \mu_z, \dots$, respectivamente, a grandeza Q pode ser calculada pontualmente para qualquer conjunto de variáveis ou,

$$Q_i = Q(x_i, y_i, z_i, \dots).$$

Observe que Q representa a lei ou a função da grandeza de saída em função das grandezas de entrada.

As variâncias das quantidades de entrada podem ser calculadas com:

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{\omega})^2.$$

Sabe-se ainda que o valor médio verdadeiro da quantidade Q é definido como:

$$Q_{\text{m}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i.$$

Cada resultado de Q_i pode ser expandido em séries de potências dos desvios:

$$\begin{aligned} Q_i &\equiv Q(\mu_x, \mu_y, \mu_z, \dots) + \frac{\partial Q}{\partial x}(x_i - \mu_x) + \frac{\partial Q}{\partial y}(y_i - \mu_y) + \\ &+ \frac{\partial Q}{\partial z}(z_i - \mu_z) + \dots + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}(x_i - \mu_x)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}(y_i - \mu_y)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2}(z_i - \mu_z)^2 + \dots \end{aligned}$$

em que as derivadas parciais devem ser calculadas para $\omega = \mu_{\omega}$.

De maneira geral, se os termos de diferenças $(\omega_i - \mu_{\omega}) = \sigma_{\omega}$ podem ser aproximados por uma constante da ordem de um desvio padrão, e os termos de ordens superiores (ordem > 1) são desprezíveis nessa condição:

$$\frac{1}{n} \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \right) (x_i - \mu_x) \equiv 0$$

para $dx_i = (x_i - \mu_x) = \sigma_x$ e ($n > 1$) (estendendo-se para todas as outras variáveis de entrada y_i, z_i, \dots), então pode-se afirmar que a quantidade $Q(\mu_x, \mu_y, \mu_z, \dots)$ é lenta do ponto de vista de propagação de incertezas. Essa condição é alcançada quando a primeira derivada é praticamente constante com variações da ordem de um desvio padrão. Em outras palavras, considerando a função $Q(x)$, ela pode ser aproximada por uma reta dentro de intervalos da ordem de σ_x .

Assim, a equação anterior pode ser reescrita de forma simplificada:

$$\begin{aligned} Q_i &\equiv Q(\mu_x, \mu_y, \mu_z, \dots) + \frac{\partial Q}{\partial x}(x_i - \mu_x) + \frac{\partial Q}{\partial y}(y_i - \mu_y) + \\ &+ \frac{\partial Q}{\partial z}(z_i - \mu_z) + \dots \end{aligned}$$

e a mesma dedução pode ser aplicada para os valores médios reais:

$$\begin{aligned} Q_i &\equiv Q(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots) + \frac{\partial Q}{\partial x}(x_i - \bar{x}) + \frac{\partial Q}{\partial y}(y_i - \bar{y}) + \\ &+ \frac{\partial Q}{\partial z}(z_i - \bar{z}) + \dots \end{aligned}$$

Considerando agora uma série de pontos calculados com n experimentos temos:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n Q_i &\equiv nQ(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots) + \frac{\partial Q}{\partial x} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) + \frac{\partial Q}{\partial y} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) + \\ &+ \frac{\partial Q}{\partial z} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z}) + \dots \end{aligned}$$

No limite, com $n \rightarrow \infty$ os três últimos termos se anulam, pois o valor médio das variáveis é definido como:

$$\bar{v} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i,$$

e assim:

$$Q_{\text{m}} \equiv Q(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots),$$

uma vez que ele foi definido anteriormente como $Q_{\text{m}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i$. Verifica-se dessa forma que o primeiro termo da expansão das séries, em se tratando de análise de incertezas, indica a estimativa do valor nominal da quantidade Q para as estimativas das quantidades de entrada $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$

A variância para a distribuição dos Q_i é definida como:

$$\sigma_{\omega}^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum (Q_i - Q_{\text{m}})^2.$$

Utilizando a aproximação até a primeira ordem para $Q_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$, obtém-se:

$$\begin{aligned} (Q_i - Q_{\text{m}})^2 &\cong \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2 (x_i - \bar{x})^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)^2 (y_i - \bar{y})^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)^2 (z_i - \bar{z})^2 + \dots 2 \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\partial Q}{\partial y} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \\ &+ 2 \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\partial Q}{\partial z} (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}) + \dots \end{aligned}$$

E assim pode-se deduzir que:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{\text{m}})^2 &= \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)^2 \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + \dots 2 \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\partial Q}{\partial y} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \\ &+ 2 \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\partial Q}{\partial z} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}) + \dots \end{aligned}$$

Considerando que a variância é definida como:

$$\sigma_v^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2$$

e ainda que podemos definir a covariância entre um par de variáveis em um grupo indefinido de variáveis:

$$\sigma_{\omega v}^2 = \text{cov}(v, \omega) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})(\omega_i - \bar{\omega}),$$

em que v_m e ω_m são as médias das populações.

Experimentalmente, a covariância pode ser estimada por:

$$\sigma_{\text{cov}}^2 \equiv \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})(\omega_i - \bar{\omega})$$

em que \bar{v} e $\bar{\omega}$ são as médias das n amostras.

Considerando um número de experimentos n muito grande $n \rightarrow \infty$ e fazendo as substituições na equação anterior para as variâncias e covariâncias, temos a **equação geral para a propagação de incertezas**:

$$\begin{aligned}\sigma_Q^2 &= \sigma_x^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)^2 + \sigma_z^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)^2 + \dots + \\ &+ 2\sigma_{xy} \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right) + 2\sigma_{yz} \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right) + \\ &+ 2\sigma_{xz} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right) + \dots\end{aligned}$$

As últimas parcelas do lado direito da igualdade são utilizadas quando as quantidades de entrada são consideradas dependentes. Se as estimativas de entrada são independentes, todas as covariâncias serão zero. Dessa forma, a equação anterior é colocada de uma forma mais simples:

$$\sigma_Q^2 = \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z} \right)^2 \sigma_z^2 + \dots$$

Essas equações permitem calcular a incerteza mais provável da quantidade Q em função das incertezas de cada uma das estimativas de entrada x_i .

Todas as grandezas físicas, quando medidas, devem ser representadas por um valor numérico, uma incerteza e uma unidade (se a grandeza não for adimensional).

Assim, para quantidades de entrada independentes, o quadrado da incerteza-padrão associada com a estimativa de saída é dada por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y).$$

Observação:

Existem alguns casos em que a função modelo é fortemente não linear ou alguns dos coeficientes de sensibilidade variam. Nessas equações devem-se incluir termos de ordens elevadas.

A quantidade $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) é a contribuição para a incerteza-padrão associada com a estimativa de saída y , resultado da incerteza-padrão associada com a estimativa de entrada x_i :

$$u_i(y) = c_i u(x_i).$$

em que c_i é definido como o coeficiente de sensibilidade associado com a estimativa de entrada x_i , isto é, a derivada parcial da função modelo f em relação às entradas X_i , avaliado na estimativa de entrada x_i , conforme mostrado anteriormente:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_N=x_N}.$$

Os coeficientes de sensibilidade descrevem a extensão com que a estimativa de saída y é influenciada pelas variações da estimativa de entrada x_i . Esses coeficientes são avaliados com a derivada parcial da função modelo f com a equação descrita anteriormente ou utilizando métodos numéricos. Nesse caso, calcula-se a variação na estimativa de saída e devido à variação na estimativa de entrada x_i de $+u(x_i)$ e $-u(x_i)$ e divide-se a diferença resultante por $2u(x_i)$. Esse método é particularmente útil quando não existe nenhuma descrição matemática confiável da relação.

De fato, algumas vezes pode ser mais apropriado encontrar a variação na estimativa de saída y com um experimento, repetindo-se as medidas de entrada em $x_i \pm u(x_i)$ ($u(x_i)$ é sempre positivo). A contribuição $u(y)$ pode ser negativa ou positiva, dependendo do sinal do coeficiente de sensibilidade c_i . O sinal de $u(y)$ deve ser levado em conta no caso de quantidades de entrada dependentes.

Esses procedimentos gerais aplicam-se caso as incertezas estejam relacionadas a parâmetros individuais, parâmetros agrupados, ou ao método como um todo. Contudo, quando uma contribuição de incerteza está associada ao procedimento como um todo é, em geral, expressa como um efeito no resultado final. Nesses casos, ou quando a incerteza sobre um parâmetro é expressa diretamente em termos do seu efeito sobre y , o coeficiente de sensibilidade $\partial y / \partial x$ é igual a 1,0.

Exemplo

Um resultado de 22 mg/l mostra um desvio padrão medido de 4,1 mg/l. A incerteza-padrão associada a essa medida nessas condições é de 4,1 mg/l. O modelo implícito para a medição, desprezando outros fatores em prol da clareza, é:

$Y = (\text{resultado calculado}) + \epsilon$, em que ϵ representa o efeito da variação aleatória sob as condições de medição e, portanto, $\partial y / \partial x$ é igual a 1,0.

Se a função modelo f é a soma ou diferença das quantidades de entrada X ,

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i$$

a estimativa de saída é dada pela correspondente soma ou diferença das quantidades estimadas de entrada

$$y = \sum_{i=1}^N p_i X_i$$

em que os coeficientes de sensibilidade são p_i , e então:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i).$$

Ou, mais explicitamente, se $y = (p + q + r + \dots)$, a incerteza-padrão combinada $u(y)$ é dada por:

$$u(y(p, q, r \dots)) = \sqrt{u(p)^2 + u(q)^2 + \dots}$$

● Exemplo

Para $y = (p - q + r)$ os valores são $p = 5,02$, $q = 6,45$ e $r = 9,04$ com incertezas-padrão $u(p) = 0,13$, $u(q) = 0,05$ e $u(r) = 0,22$. Portanto:

$$\begin{aligned} y &= 5,02 - 6,45 + 9,04 = 7,61 \\ u(y) &= \sqrt{0,13^2 + 0,05^2 + 0,22^2} = 0,26 \end{aligned}$$

● Exemplo

Considera-se o cálculo de uma resistência equivalente composta por dois resistores $R_1 = 1\text{ k}\Omega \pm 5\%$, $R_2 = 10\text{ k}\Omega \pm 1\%$. Veja que a incerteza-padrão é fornecida em sua forma relativa percentual.

$$\begin{aligned} y &= \text{Req} = R_1 + R_2 \\ u(R_1) &= 50\text{ }\Omega \text{ e } u(R_2) = 100\text{ }\Omega \end{aligned}$$

Os coeficientes de sensibilidade podem ser calculados por:

$$\frac{\partial \text{Req}}{\partial R_1} = 1$$

$$\frac{\partial \text{Req}}{\partial R_2} = 1$$

$$\begin{aligned} u(y) &= u(\text{Req}) = [(1 \times 50)^2 + (1 \times 100)]^{1/2} = 111,8\text{ }\Omega \\ \text{Req} &= 1100 \pm 111,8\text{ }\Omega. \end{aligned}$$

Se a função modelo f é um produto ou quociente da quantidade de entrada x_i :

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i}$$

A estimativa de saída novamente é o produto ou quociente correspondente da estimativa de entrada:

$$y = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i}$$

Os coeficientes de sensibilidade são $\frac{\partial y}{\partial x_i}$, nesse caso, e ainda, se as incertezas-padrão relativas $w(y) = \frac{u(y)}{|y|}$ e $w(x_i) = \frac{u(x_i)}{|y|}$ são usadas, pode-se escrever:

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i).$$

Ou, mais explicitamente, se $y = (p \times q \times r \times \dots)$ ou $y = p/(q \times r \times \dots)$, a incerteza-padrão combinada é dada por:

$$u(y) = y \sqrt{\left(\frac{u(p)}{p}\right)^2 + \left(\frac{u(q)}{q}\right)^2 + \dots}$$

em que $u(p)/p$, $u(q)/q$ etc. são as incertezas nos parâmetros, expressas como incertezas-padrão relativas.

● Exemplo

Para $y = (op/qr)$ os valores são $o = 2,46$, $p = 4,32$, $q = 6,38$ e $r = 2,99$, com incertezas-padrão de $u(o) = 0,02$, $u(p) = 0,13$, $u(q) = 0,11$ e $u(r) = 0,07$. Logo:

$$y = (2,46 \times 4,32)/(6,38 \times 2,99) = 0,56$$

$$u(y) = 0,56 \times \sqrt{\left(\frac{0,02}{2,46}\right)^2 + \left(\frac{0,13}{4,32}\right)^2 + \left(\frac{0,11}{6,38}\right)^2 + \left(\frac{0,07}{2,99}\right)^2} = 0,024$$

● Exemplo

Considere que a superfície total do paralelepípedo da Figura 2.28 deve ser calculada. Os resultados das medidas das dimensões são dados juntamente com as incertezas-padrão associadas: $x = (100 \pm 1\%)$ mm, comprimento $y = (300 \pm 3\%)$ mm e altura $z = (25 \pm 2)$ mm.

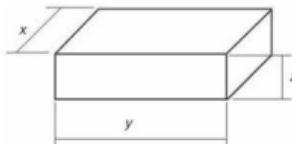


Figura 2.28 Paralelepípedo com dimensões x , y e z .

A função que descreve a superfície total é calculada com:

$$y = S = 2xy + 2xz + 2zy$$

as incertezas-padrão fornecidas das variáveis são:

$$u(x) = 1 \text{ mm}$$

$$u(y) = 9 \text{ mm}$$

$$u(z) = 2 \text{ mm}$$

Calculando-se os coeficientes de sensibilidade com as derivadas parciais tem-se:

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 2y + 2z = 600 + 50 = 650$$

$$\frac{\partial S}{\partial y} = 2x + 2z = 200 + 50 = 250$$

$$\frac{\partial S}{\partial z} = 2x + 2y = 200 + 600 = 800$$

$$u(y) = [(650 \times 1)^2 + (250 \times 9)^2 + (800 \times 2)^2]^{1/2} \approx 2836,36 \\ S = 80\,000,00 \pm 2836,36 \text{ mm}^2$$

Se duas quantidades X_i e X_k são correlacionadas em algum grau, isto é, se elas são mutuamente dependentes de alguma maneira, sua covariância também deve ser considerada uma contribuição para a incerteza. O julgamento para levar em conta os efeitos das correlações depende do conhecimento do processo de medida e do julgamento da dependência mútua das quantidades de entrada. Em geral, deve-se ter a consciência de que desprezar correlações de grandezas de entrada entre quantidades de entrada pode levar a avaliação incorreta da incerteza-padrão do mensurando.

Se duas quantidades X_i e X_k são dependentes, elas são correlacionadas e a covariância das estimativas dessas duas variáveis x_i e x_k pode ser calculada por:

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \text{ para } i \neq k$$

Essa covariância deve ser considerada uma contribuição adicional de incerteza. O seu grau de correlação é caracterizado pelo coeficiente de correlação $r(x_i, x_k)$, em que $i \neq k$ e $|r| \leq 1$.

No caso de n pares independentes de observações simultâneas repetidas de duas quantidades P e Q , a covariância associada com a média aritmética \bar{p} e \bar{q} é dada por:

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q})$$

Os graus de correlação dos fatores que influenciam no sistema ou processo devem ser baseados na experiência. Quando existe correlação, a equação:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$$

deve ser substituída por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i, x_j)$$

em que c_i e c_k são os coeficientes de sensibilidade, ou

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_i(y) u_j(y) r(x_i, x_j)$$

com $u_i(y)$ representando as contribuições na incerteza-padrão da estimativa de saída y , resultante da incerteza-padrão da estimativa de entrada x_i conforme:

$$u_i(y) = c_i u(x_i)$$

Deve ser notado que a segunda parcela dos termos nas equações anteriores pode assumir um valor negativo. Na prática, quantidades de entrada são geralmente correlacionadas devido ao mesmo padrão de referência físico, instrumento de medição, dado de referência ou mesmo o método de medida tendo uma incerteza significativa utilizada na avaliação de seus valores.

Suponha que duas quantidades de entrada X_1 e X_2 estimadas por x_1 e x_2 dependem das variáveis de entrada independentes Q_i ($i = 1, 2, \dots, L$)

$$X_1 = g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$$

$$X_2 = g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$$

apesar de que algumas dessas variáveis não necessariamente aparecem nas mesmas funções. As estimativas de entrada x_1 e x_2 das quantidades de entrada estarão correlacionadas até alguma extensão, mesmo que as estimativas q_i ($i = 1, 2, \dots, L$) sejam não correlacionadas. Nesse caso, a covariância $u(x_1, x_2)$ associada com as estimativas x_1 e x_2 é dada por:

$$u(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^L c_{1i} c_{2i} u^2(q_i)$$

em que c_{1i} e c_{2i} são os coeficientes de sensibilidade deduzidos das funções g_1 e g_2 . Uma vez que apenas esses termos contribuem para a soma, na qual os coeficientes de sensibilidade não desaparecem, a covariância é zero se nenhuma variável é comum às funções g_1 e g_2 .

O exemplo seguinte demonstra correlações existentes entre valores atribuídos a dois padrões, os quais são calibrados contra a mesma referência-padrão.

Problema de medida: os dois padrões X_1 e X_2 são comparados com as referências-padrão Q , por meio de um sistema de medi-

da capaz de determinar a diferença z nos seus valores com uma incerteza-padrão associada $u(z)$. O valor q_i da referência-padrão é conhecido com a incerteza-padrão $u(q_i)$.

Modelo matemático: as estimativas de entrada x_1 e x_2 dependem do valor de q_i da referência-padrão e das diferenças observadas z_1 e z_2 de acordo com as relações:

$$x_1 = q_i - z_1$$

$$x_2 = q_i + z_2$$

Incertezas-padrão e covariâncias: as estimativas z_1 e z_2 e q_i são consideradas não correlacionadas porque elas foram determinadas em medidas diferentes. As incertezas-padrão e a covariância associada com as estimativas x_1 e x_2 são calculadas. Assumindo que $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$,

$$u^2(x_1) = u^2(q_i) + u^2(z)$$

$$u^2(x_2) = u^2(q_i) + u^2(z)$$

$$u^2(x_1, x_2) = u^2(q_i)$$

o coeficiente de correlação deduzido desses resultados é:

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_i)}{u^2(q_i) + u^2(z)}$$

Seus valores variam de 0 a 1, dependendo das incertezas-padrão $u(q_i)$ e $u(z)$.

O caso descrito pelas equações:

$$X_1 = g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$$

$$X_2 = g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$$

é uma ocasião em que a inclusão de correlação na avaliação da incerteza-padrão do mensurando pode ser evitada pela escolha apropriada da função modelo. Introduzindo diretamente as variáveis independentes Q_i e com a substituição dos valores das variáveis originais de X_1 e X_2 é gerada uma nova função modelo que não contém as variáveis correlacionadas X_1 e X_2 .

Entretanto, existem casos em que a correlação entre duas quantidades de entrada X_1 e X_2 não pode ser evitada, por exemplo, utilizando o mesmo instrumento de medida ou a mesma referência-padrão para determinar as estimativas x_1 e x_2 , em que as equações de transformação para novas variáveis independentes não estão disponíveis. Ainda, se o grau de correlação não é exatamente conhecido, pode ser útil avaliar a máxima influência que essa correlação pode ter por uma margem estimada acima da incerteza-padrão do mensurando com:

$$u^2(y) \leq (|u_1(y)| + |u_2(y)|)^2 + u^2(y)$$

em que $u_i(y)$ é a contribuição da incerteza-padrão de todas as quantidades de entrada restantes consideradas não correlacionadas.

Observação:

Essa equação é facilmente generalizada para casos de alguns grupos com duas ou mais quantidades de entrada correlacionadas.

Nesse caso, uma soma do pior caso respectivo deve ser introduzida para cada grupo de quantidades não correlacionadas.

A covariância associada com as estimativas das duas quantidades de entrada X_i e X_k pode ser considerada zero ou tratada como insignificante se:

- as quantidades de entrada X_i e X_k são independentes, por exemplo, porque elas têm sido repetidamente mas não simultaneamente observadas em diferentes experimentos independentes ou porque representam quantidades de diferentes avaliações que foram feitas independentemente, ou se
- as quantidades de entrada X_i e X_k podem ser tratadas como constantes, ou se
- as investigações não fornecem informações indicando a presença de correlação entre as quantidades de entrada X_i e X_k .

A análise da incerteza para uma medida deve incluir uma lista de todas as fontes de incerteza juntamente com as incertezas de medidas padrão associadas e os seus métodos de avaliação. Para medidas repetidas, o número n de observações também deve ser analisado. Para que seja feito da maneira mais clara possível, é recomendado apresentar os dados relevantes para essa análise na forma de uma tabela. Nessa tabela, todas as quantidades devem ser referenciadas por um símbolo X_i ou um outro identificador. Para cada um deles, ao menos a estimativa x_i , a incerteza de medida padrão associada $u(x_i)$, os coeficientes de sensibilidade c_i e as diferentes contribuições de incerteza $u(y)$ devem ser especificados. A dimensão de cada quantidade deve também ser especificada com seus valores numéricos em uma tabela.

Um exemplo formal desse arranjo é dado na Tabela 2.8, aplicado para o caso de quantidades de entrada não correlacionadas. A incerteza-padrão associada com o resultado de medida $u(y)$ dada no canto inferior direito da tabela é a raiz quadrada das somas dos quadrados de todas as contribuições de incerteza da coluna da direita.

2.7.2 Incerteza de medida expandida

De acordo com o EAL, foi decidido que os laboratórios de calibração acreditados por membros do EAL devem utilizar uma incerteza de medida expandida U , obtida multiplicando-se a incerteza-padrão da saída estimada $u(y)$ por um fator de cobertura k :

$$U = ku(y).$$

Nos casos em que o mensurando possui uma distribuição normal e a incerteza-padrão associada com a estimativa de saída tem confiabilidade suficiente, o fator de cobertura $k = 2$ deve ser utilizado. Essa expansão da incerteza corresponde a um nível de confiança de aproximadamente 95%. Essas condições atendem à maioria das necessidades dos casos encontrados em trabalhos de calibração.

A hipótese de uma distribuição normal não pode sempre ser facilmente confirmada experimentalmente. Entretanto, nos casos em que alguns componentes de incerteza (por exemplo $N \geq 3$), obtidos de distribuições de probabilidade bem comportadas de quantidades independentes, com distribuições normais, ou distribuições retangulares, contribuem para a incerteza-padrão associada com a estimativa de saída caracterizada por quantidades comparáveis, as condições do teorema do Límite Central são obtidas, então pode-se assumir com um alto grau de aproximação que a distribuição da quantidade de saída é normal.

A confiabilidade da incerteza-padrão atribuída à estimativa de saída é determinada pelo seu grau de liberdade efetiva. Entretanto, o critério de confiabilidade é sempre alcançado se nenhuma das contribuições de incertezas-padrão é obtida por avaliações do tipo A baseadas em menos que dez observações.

Se uma dessas condições (distribuição normal ou confiabilidade suficiente) não é alcançada, o fator de cobertura padrão $k = 2$ pode resultar em um nível de confiança menor que 95%. Nesse caso, a fim de garantir que um valor de incerteza expandida seja definido e que corresponda ao mesmo fator de cobertura, de distribuição de probabilidade normal, outros procedimentos devem ser seguidos. O uso aproximado do mesmo nível de confiança é essencial sempre que dois resultados de medidas devam ser comparados. Isto é, quando a avaliação de resultados comparativos de dois laboratórios diferentes é feita ou quando é necessária a garantia de uma especificação.

Mesmo que uma distribuição normal possa ser assumida, pode ainda ocorrer que a incerteza-padrão associada com a estimativa de saída tenha confiabilidade insuficiente. Se, nesse caso, não é possível aumentar o número de medidas repetidas n ou utilizar uma avaliação de incertezas do tipo B em vez do tipo A de confiabilidade pobre, outro método deve ser utilizado.

Tabela 2.8 Esquema de um arranjo ordenado das quantidades estimadas, incertezas-padrão, coeficientes de sensibilidade e contribuição de incertezas usadas na análise de incertezas de uma medida

Quantidade X_i	Estimativa x_i	Incerteza-padrão $u(x_i)$	Coeficiente de sensibilidade c_i	Contribuição da incerteza-padrão $u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_2	$u_2(y)$
*	*	*	*	*
*	*	*	*	*
X_N	x_N	$u(x_N)$	c_N	$u_N(y)$
Y	y			$u(y)$

Fatores de cobertura deduzidos de graus de liberdade efetivos

Levar em conta a confiabilidade da incerteza-padrão $u(y)$ da estimativa de saída y significa interpretar o quanto é verdade que $u(y)$ estima o desvio padrão associado ao resultado da medida. Para uma estimativa do desvio padrão de uma distribuição normal, os graus de liberdade dessa estimativa, os quais dependem do tamanho da amostra na qual é baseado, são uma medida da confiabilidade. Similarmente, uma medida adequada da confiabilidade da incerteza-padrão associada com uma estimativa de saída está relacionada ao seu grau de liberdade efetivo v_{ef} , o qual é aproximado por uma combinação apropriada dos graus de liberdade efetivos de suas diferentes contribuições de incertezas $u_i(y)$.

O procedimento para calcular um fator de cobertura k apropriado quando as condições do teorema do Limite Central são atendidas é o seguinte:

- obter a incerteza-padrão associada com a estimativa de saída;
- estimar o grau de liberdade efetivo v_{ef} da incerteza-padrão $u(y)$ associada com a estimativa de saída y da equação de Welch-Satterthwaite:

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

sendo $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) as contribuições para a incerteza-padrão associada com a estimativa de saída y resultante da incerteza-padrão associada com as estimativas de entrada x_i , as quais são consideradas estatisticamente mutuamente independentes, e v_i é o grau de liberdade efetivo das contribuições $u_i(y)$ da incerteza-padrão.

Para uma incerteza-padrão $u(q)$ obtida de uma avaliação do tipo A, os graus de liberdade são dados por $v_i = n - 1$. É mais problemático associar os graus de liberdade com uma incerteza-padrão $u(x)$ obtidos de uma avaliação do tipo B. Entretanto, se, por exemplo, os limites inferior e superior a_- e a_+ são estimados, eles devem ser escolhidos de maneira que a probabilidade da quantidade em questão fora dos limites é de fato extremamente pequena. Se esse procedimento é seguido, o grau de liberdade da incerteza-padrão $u(x)$ obtida da avaliação do tipo B pode ser considerado $v_i \rightarrow \infty$.

Deve-se então obter o fator de cobertura k da Tabela 2.9, que é baseada em uma distribuição t avaliada para um nível de confiança de 95,45%. Se v_{ef} não é inteiro, que é geralmente o caso, deve-se truncar v_{ef} para o inteiro inferior.

Para os casos em que a utilização de uma distribuição normal não pode ser justificada, a informação da distribuição de probabilidades da estimativa de saída deve ser utilizada para obter o

fator de cobertura k que corresponde a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%.

Em certificados de calibração, o resultado completo de medidas consistindo nas estimativas y do mensurando, a incerteza expandida associada U é dada na forma $(y \pm U)$, juntamente com uma nota explanatória que detalha como foi obtido o fator de cobertura, $k = 2$, para uma distribuição gaussiana ou o método utilizado para obter a probabilidade de abrangência (que geralmente é de 95%).

O valor numérico da medida da incerteza deve ser dado para o máximo dois algarismos. O valor numérico do resultado do mensurando deve, na sua forma final, ser arredondado ao menor algarismo significativo da incerteza expandida atribuída ao resultado da medida. Em outras palavras, o valor numérico do resultado da medição deve ser arredondado no mesmo algarismo significativo da incerteza expandida atribuída a essa medida.

Para o processo de arredondamento, as regras usuais de arredondamento de números devem ser seguidas (para mais detalhes sobre arredondamentos, veja a norma ISO 31-0:1992 no seu Anexo B).

Basicamente, para o truncamento de números menores que 5 é adotado o arredondamento para o número logo abaixo, enquanto para o truncamento de números maiores que 5 é adotado o arredondamento para o número logo acima. Como segue no exemplo:

$$\begin{aligned} 6,965499 &\rightarrow 6,96 \\ 7,7656111 &\rightarrow 7,766 \end{aligned}$$

Para os casos em que na casa de truncamento aparecer o 5, geralmente escolhe-se o valor par mais próximo (abaixo ou acima), porém também é aceito o arredondamento para o próximo valor superior (é o que acontece na maioria dos computadores), como, por exemplo:

$$\begin{aligned} 53,124500 &\rightarrow 53,124 \\ 76,327500 &\rightarrow 76,328 \\ 55,134500 &\rightarrow 55,135 \end{aligned}$$

Cabe observar que, se o arredondamento faz com que o valor numérico da incerteza-padrão seja reduzido a um valor abaixo de 5%, o arredondamento para um valor superior deve ser utilizado.

Procedimento passo a passo para o cálculo da incerteza

- Expressar em termos matemáticos a dependência do mensurando (quantidade de saída) Y nas quantidades de entrada X_i . No caso de uma comparação direta de dois padrões, a equação pode ser bastante simples, por exemplo, $Y = X_1 + X_2$;
- identificar e aplicar todas as correções significativas;
- listar todas as fontes de incerteza na forma de análise da incerteza;

Tabela 2.9 Fatores de cobertura k para diferentes graus de liberdade efetivos v_{ef}

v_{ef}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

- d. calcular a incerteza-padrão $u(\bar{q})$ para medidas repetidas das quantidades;
- e. para valores únicos, por exemplo, resultantes de medidas prévias, correção de valores ou valores coletados em literatura, deve-se adotar a incerteza-padrão, se ela for fornecida, ou calcular de acordo com procedimento já exposto nesta seção. Se não existem dados disponíveis dos quais a incerteza possa ser determinada, especificar um valor de $u(x_i)$ com bases em experiência científica;
- f. para quantidades de entrada em que a distribuição de probabilidades é conhecida ou pode ser aproximada, calcular o valor esperado e a incerteza-padrão $u(x_i)$. Se apenas os limites superiores forem fornecidos ou podem ser estimados, calcular a incerteza-padrão $u(x_i)$ utilizando a distribuição de probabilidades mais adequada;
- g. calcular para cada quantidade de entrada X_i a contribuição $u_i(y)$ para a incerteza associada com a estimativa da quantidade de saída resultante da estimativa de entrada x_i e somar seus quadrados, conforme descrito anteriormente para obter o quadrado da incerteza-padrão $u(y)$ do mensurando. Deve-se observar que, se as quantidades de entrada são conhecidas e correlacionadas, deve-se então aplicar o procedimento adequado, conforme abordado nesta seção;
- h. calcular a incerteza expandida U multiplicando a incerteza-padrão $u(y)$ associada com a estimativa da saída por um fator de cobertura k adequado, conforme descrito anteriormente;
- i. expressar o resultado da medida representando a estimativa do mensurando da saída y com a incerteza expandida associada U e o fator de cobertura k .
- Comparadores - δm , δm_c : uma avaliação prévia da repetitividade da diferença de massa entre duas massas de mesmo valor nominal produz uma estimativa de um desvio padrão de 25 mg. Nenhuma correção é aplicada ao comparador, em que variações devidas à excentricidade e efeitos magnéticos estimados possuem limites retangulares de ± 10 mg;
- Flutuação devido ao ar - δB : nenhuma correção é feita para os efeitos de flutuação devidos ao ar. Os limites de desvios são estimados em $\pm 1 \times 10^{-6}$ do valor nominal;
- Correlação: nenhuma das quantidades de entrada é considerada possuir correlação com alguma extensão significativa.

Medidas

Três observações de diferenças na massa (veja a Tabela 2.10), entre a massa desconhecida e o padrão, são obtidas utilizando-se o método da substituição com o esquema ABBA ABBA ABBA (para este exemplo, massa convencional padrão, desconhecida, desconhecida, padrão). A Tabela 2.11 apresenta o resumo da incerteza para esse exemplo.

Das medidas:

Média aritmética: $\bar{\delta}_m = 0,020$ g

Estimativa do desvio padrão (obtido da avaliação anterior): $s_p(\bar{\delta}_m) = 25$ mg

Incerteza-padrão: $u(\bar{\delta}_m) = s_p(\bar{\delta}_m) = \frac{25}{\sqrt{3}} = 14,4$ mg.

A Tabela 2.11 mostra a incerteza combinada para m_s de 29,3 mg.

A incerteza expandida, para esse exemplo, é: $U = k \times u(m_s) = 2 \times 29,3$ mg $\cong 59$ mg.

Portanto, a massa medida de massa nominal de 10 kg é $10,000025$ kg ± 59 mg. A incerteza de medida expandida resultante é a incerteza-padrão, multiplicada pelo fator de cobertura $k = 2$, para o qual a distribuição normal corresponde a uma cobertura de probabilidade de aproximadamente 95%.

2.7.3 Exemplos práticos de determinação de incertezas-padrão

Calibração de uma massa de valor nominal de 10 kg

A calibração de uma massa de valor nominal de 10 kg é realizada pela comparação com um padrão de referência (OILM classe F2) do mesmo valor nominal utilizando uma massa de comparação cujas características de desempenho foram previamente determinadas.

A massa convencional m_s é obtida de:

$$m_s = m_p + \delta m_p + \delta m + \delta m_c + \delta B$$

sendo

m_p a massa convencional do padrão;

δm_p a deriva (*drift*) do valor do padrão desde sua última calibração;

δm a diferença observada entre a massa desconhecida e o padrão;

δm_c a correção para excentricidade e efeitos magnéticos;

δB a correção para flutuação.

Considere as seguintes situações:

- Padrão de referência - m_p : o certificado de calibração para a referência padrão fornece um valor de 10 000,005 g com uma incerteza expandida associada de 45 mg (com um fator de cobertura $k = 2$);
- Deriva do valor do padrão - δm_p : o deslocamento do valor do padrão de referência é estimado de sua última calibração em zero com ± 15 mg;

Tabela 2.10 Três observações de diferenças na massa

Número	Massa convencional	Leitura	Diferença observada
1	Padrão	+0,010 g	
	Desconhecida	+0,020 g	
	Desconhecida	+0,025 g	
	Padrão	+0,015 g	+0,01 g
2	Padrão	+0,025 g	
	Desconhecida	+0,050 g	
	Desconhecida	+0,055 g	
	Padrão	+0,020 g	+0,03 g
3	Padrão	+0,025 g	
	Desconhecida	+0,045 g	
	Desconhecida	+0,040 g	
	Padrão	+0,020 g	+0,02 g

Tabela 2.11 Resumo da incerteza de (m_x)

Quantidade X_i	Estimativa x_i	Incerteza-padrão $u(x_i)$	Distribuição de probabilidades	Coeficiente de sensibilidade c_i	Contribuição da incerteza $u_i(y)$
m_S	10 000,005 g	22,5 mg	Normal	1,0	22,5 mg
δm_D	0,000 g	8,95 mg	Retangular	1,0	8,95 mg
δ_n	0,020 g	14,4 mg	Normal	1,0	14,4 mg
δm_C	0,000 g	5,77 mg	Retangular	1,0	5,77 mg
δB	0,000 g	5,77 mg	Retangular	1,0	5,77 mg
m_x	10 000,025 g				29,3 mg

Calibração de um resistor-padrão de valor nominal de 10 kΩ

A resistência de um resistor-padrão é determinada por substituição direta utilizando-se um multímetro digital de 7 e 1/2 dígitos (DMM) em sua escala de resistência e um resistor-padrão de mesmo valor nominal que o item a ser calibrado como uma referência padrão. Os resistores são imersos em um banho de óleo, o qual se encontra no interior de um agitador a uma temperatura de 23 °C monitorado por um termômetro de vidro imerso no centro. Os resistores devem ser completamente estabilizados antes da medida. Os conectores dos terminais de cada resistor são conectados aos terminais do DMM. Sabe-se que a corrente de medida na escala de 10 kΩ do DMM de 100 μA é suficientemente baixa para evitar problemas de autoaquecimento dos resistores. O procedimento de medida utilizado também garante que os efeitos de resistências externas podem ser considerados insignificantes.

A resistência é dada por:

$$R_x = (R_s + \delta R_D + \delta R_{T_3}) r_c r - \delta R_{T_3}$$

em que:

R_s é a resistência de referência;

δR_D é o drift (ou deriva) da resistência de referência desde sua última calibração;

δR_{T_3} é a variação da resistência de referência relacionada a temperatura;

$r = \frac{R_x}{R_s}$ a razão da resistência indicada (o índice i significa "indicada") para os resistores desconhecidos e de referência;

r_c é o fator de correção para tensões parasitas e resolução do instrumento;

δR_{T_3} é a variação do resistor desconhecido relacionada com a temperatura.

Considerando que:

Referência padrão (R_s): o certificado de calibração para a referência padrão fornece um valor de resistência de 10 000,053 Ω ± 5 mΩ (fator de cobertura $k = 2$) em uma temperatura específica de 23 °C;

Deriva do valor do padrão (δR_D): a deriva da resistência do resistor de referência desde a sua última calibração é estimada, de seu histórico de calibração, em +20 mΩ com desvios de ±10 mΩ;

Correções devido a temperatura (δR_{T_3} , δR_{T_3}): a temperatura do banho de óleo é monitorada utilizando-se um termômetro calibrado em 23,00 °C. Levando em conta as características metrolopicas do termômetro utilizado e os gradientes de temperatura no banho de óleo, estima-se que a temperatura coincide com a monitorada com ±0,055 K. Assim, o valor desconhecido $5 \times 10^{-6} K^{-1}$ do coeficiente de temperatura (TC) do resistor de referência dá um limite de ±2,75 mΩ para o desvio de seu valor de resistência de acordo com a calibração, devido a um possível desvio da temperatura de operação. A literatura do fabricante estima que o TC do resistor desconhecido não excede $10 \times 10^{-6} K^{-1}$, assim a variação de resistência é estimada em ±5,5 mΩ;

Medidas de resistência (r_c): uma vez que o mesmo DMM é utilizado para observar R_{T_3} e $R_{S,0}$, as contribuições de incerteza são correlacionadas, porém o efeito reduz a incerteza, e, assim, considera-se necessário apenas levar em conta a diferença relativa nas leituras de resistências devido a efeitos sistemáticos como tensões parasitas e resolução do instrumento, os quais se estima possuírem um limite de $0,5 \times 10^{-6}$ para cada leitura. A distribuição de resultados para a razão r_c é triangular com um valor esperado de 1,0000000 e limites de ±1 × 10⁻⁶;

Correlação: as quantidades de entrada não são consideradas correlacionadas com algum grau de extensão significativo.

As Tabelas 2.12 e 2.13 apresentam as medidas realizadas e o resumo da incerteza R_x .

Das medidas:

Média aritmética: $\bar{r} = 1,0000105$;

Desvio padrão experimental: $s(r) = 0,158 \times 10^{-6}$;

Incerteza-padrão:

$$u(r) = s(\bar{r}) = \frac{0,158 \times 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0,0707 \times 10^{-6}.$$

Tabela 2.12 Cinco observações realizadas para a razão r

Nº	Razão observada
1	1,0000104
2	1,0000107
3	1,0000106
4	1,0000103
5	1,0000105

Tabela 2.13 Resumo da incerteza de R_x

Quantidade X_i	Estimativa x_i	Incerteza-padrão $u(x_i)$	Distribuição de probabilidades	Coeficiente de sensibilidade c_i	Contribuição da incerteza $u(y)$
R_s	10000053 Ω	2,5 mΩ	Normal	1,0	2,5 mΩ
δR_D	0,020 Ω	5,8 mΩ	Retangular	1,0	5,8 mΩ
δR_{TS}	0,000 Ω	1,6 mΩ	Retangular	1,0	1,6 mΩ
δR_{TX}	0,000 Ω	3,2 mΩ	Retangular	1,0	3,2 mΩ
r_c	1,000000	$0,41 \times 10^{-6}$	Triangular	10 000 Ω	4,1 mΩ
r	1,0000105	$0,07 \times 10^{-6}$	Normal	10 000 Ω	0,7 mΩ
R_x	10 000,178 Ω				8,33 mΩ

A Tabela 2.13 mostra que a incerteza combinada de R_x é 8,33 mΩ.

Sendo assim, a incerteza expandida é dada por:

$$U = k \times u(R_x) = 2 \times 8,33 \text{ mΩ} \approx 17 \text{ mΩ}.$$

Portanto, o valor medido do resistor nominal de 10 kΩ, a uma temperatura de medida de 23,00 °C e uma corrente de medida de 100 μA é $(10000,178 \pm 0,017)$ Ω.

A incerteza de medida expandida resultante é a incerteza-padrão, multiplicada pelo fator de cobertura $k = 2$, para o qual a distribuição normal corresponde a uma cobertura de probabilidade de aproximadamente 95%.

Observações:

O valor da resistência desconhecida e o da resistência padrão são aproximadamente iguais. Com a aproximação linear usual dos desvios, os valores que causam as indicações do DMM R_{ix} e R_{ig} são dados por:

$$R_{ix}' = R_{ix} \left(1 + \frac{\delta R_{ix}}{R} \right) \text{ e } R_{ig}' = R_{ig} \left(1 + \frac{\delta R_{ig}}{R} \right).$$

Com R sendo o valor nominal dos resistores, δR_{ix} e δR_{ig} são os desvios desconhecidos. A razão de resistência deduzida dessas expressões é:

$$\frac{R_{ix}'}{R_{ig}'} = r_c$$

com a razão da resistência indicada para o resistor desconhecido de referência

$$r = \frac{R_{ix}}{R_{ig}}$$

e o fator de correção (aproximação linear dos desvios)

$$r_c = 1 + \frac{\delta R_{ix}' - \delta R_{ig}'}{R}.$$

Uma vez que a diferença dos desvios é considerada na equação, contribuições correlacionadas de efeitos sistemáticos resultantes de escalas internas do DMM não influenciam o resultado. A incerteza-padrão do fator de correção é determinada apenas por desvios não correlacionados resultantes de efeitos parasitas e pela resolução do DMM. Portanto, assumindo que $u(\delta R_{ix}') = u(\delta R_{ig}') = u(\delta R')$, temos que:

$$u^2(r_c) = 2 \frac{u^2(\delta R')}{R^2}.$$

Calibração de um multímetro digital em 100 V_{DC}

Como parte de uma calibração geral, um multímetro digital (DMM) é calibrado para uma entrada de 100 V_{DC}, utilizando-se um calibrador multifuncional como um padrão de trabalho. O seguinte procedimento de medida é utilizado: os terminais de saída do calibrador são conectados aos terminais de entrada do DMM utilizando cabos de medidas adequados. O calibrador é ajustado em 100 V_{DC}, e depois de um período adequado de estabilização o valor indicado no DMM é registrado. O erro de indicação do DMM é calculado utilizando-se as leituras do DMM e os ajustes do calibrador.

Deve ser percebido que o erro de indicação do DMM que é obtido utilizando esse procedimento de medição inclui o efeito de *offset* e também os desvios de linearidade.

O erro de indicação E_x do DMM a ser calibrado é obtido de

$$E_x = V_{ix} - V_s + \delta V_{ix} - \delta V_s$$

em que

V_{ix} é a tensão elétrica indicada pelo DMM (o índice i significa indicação);

V_s é a tensão elétrica gerada pelo calibrador;

δV_{ix} é a correção da tensão indicada devido a resolução finita do DMM;

δV_s é a correção do calibrador de tensão devido às seguintes características: deriva desde a última calibração; desvios resultantes de efeitos combinados de *offset*, não linearidade e diferenças no ganho; desvios na temperatura ambiente; desvios na tensão de alimentação; efeitos de carga resultantes da entrada de resistência finita do DMM a ser calibrado.

Cabe observar que, devido à limitação na resolução de indicação do DMM, não foi observada dispersão nos valores observados.

O procedimento de calibração forneceu:

- ❶ As leituras do DMM (V_{ix}): o DMM indica a tensão de 100,1 V_{DC} quando o ajuste do calibrador é de 100 V_{DC}. A leitura do DMM é considerada exata;
- ❷ Padrão de trabalho (V_s): o certificado de calibração do calibrador multifuncional diz que a tensão gerada é o valor indicado no calibrador, e a incerteza relativa expandida associada de medida é de $W = 0,00002$ (com um fator de cobertura $k = 2$),

resultando uma incerteza relativa expandida de medida associada com o ajuste de 100 V_{DC} de $U = 0,002 V_{DC}$ (fator de cobertura $k = 2$);

- ¶ Resolução do DMM a ser calibrado (δV_x): o dígito menos significativo do *display* do DMM corresponde a 0,1 V. Cada leitura do DMM possui uma correção devida à resolução finita do *display*, a qual é estimada em 0,0 V com limites de $\pm 0,05$ (isto é, metade da magnitude do dígito menos significativo);
- ¶ Outras correções (δV_s): a incerteza de medida associada com as diferentes fontes é coletada das especificações informadas pelo fabricante do calibrador. Essas especificações dizem que a tensão gerada pelo calibrador coincide com o ajuste de escala do calibrador dentro de $\pm (0,0001 \times V_s + 1 \text{ mV})^y$ sob as seguintes condições de medida: a temperatura ambiente está entre a faixa de 18 °C a 23 °C; a tensão de alimentação do calibrador está dentro da faixa de 210 V a 250 V; a carga resistiva dos terminais do calibrador é maior que 100 kΩ. Além disso, o calibrador foi calibrado no último ano;
- ¶ Uma vez que essas condições de medida são atendidas, e a história de calibração do calibrador mostra que as especificações do fabricante são confiáveis, faz-se então a correção a ser aplicada na tensão gerada pelo calibrador de 0,0 V com $\pm 0,011$ V;
- ¶ Correlação: as quantidades de entrada não são consideradas correlacionadas com algum grau de extensão significativo.

A Tabela 2.14 apresenta o quadro-resumo da incerteza de E_x . Para esse exemplo, pode-se concluir que:

- ¶ incerteza expandida: a incerteza de medida padrão associada com o resultado é claramente dominada pelo efeito da resolução finita do DMM. A distribuição final não é normal, mas essencialmente retangular. Portanto, o método de graus de liberdade efetivos não é aplicável. O fator de cobertura apropriado para uma distribuição retangular é calculado da relação $U = k \cdot u(E_x) = 1,65 \cdot 0,030 V \approx 0,05 V$ (ver observação a seguir);
- ¶ portanto, o erro de indicação medido do voltímetro digital em 100 V_{DC} é de $(0,10 \pm 0,05) V_{DC}$.

⁹Um método largamente utilizado para a apresentação da exatidão de instrumentos de medida em *datasheets* ou manuais consiste em fornecer as especificações limite em termos de “ajuste de escala”. Para o calibrador desse exemplo, seria $\pm 0,01\%$ do ajuste de escala + 1 mV).

O resultado da incerteza expandida de medida é a incerteza-padrão de medida multiplicada pelo fator de cobertura deduzido de uma distribuição de probabilidades considerada retangular para uma cobertura de probabilidade de 95%.

O método para o cálculo do fator de cobertura é claramente relacionado ao fato de que a incerteza de medida associada com o resultado é dominada pelo efeito da resolução finita do DMM. Isso será verdadeiro para a calibração de todos os instrumentos indicadores de baixa resolução, uma vez que a resolução finita é a única fonte dominante no quadro resumo das incertezas (veja a Tabela 2.14).

Observações:

Se a situação de medida for tal que uma das contribuições de incerteza pode ser identificada como dominante, por exemplo, o termo com índice 1, a incerteza-padrão a ser associada com o resultado da medida y pode ser escrita como:

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_{\text{R}}^2(y)}$$

em que $u_{\text{R}}(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)}$ indica a contribuição da incerteza total dos termos não dominantes. Desde que a razão da contribuição das incertezas totais $u_{\text{R}}(y)$ dos termos não dominantes com a contribuição da incerteza $u_1(y)$ não seja maior que 0,3, a equação anterior pode ser aproximada por:

$$u(y) = u_1(y) \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u_{\text{R}}(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right].$$

O erro relativo de aproximação é menor que 1×10^{-3} . A variação máxima relativa na incerteza-padrão resultante do fator dentro dos colchetes não é maior que 5%. Esse valor está dentro da tolerância aceitável para arredondamentos matemáticos de valores de incerteza.

Sob essas condições, a distribuição dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando é essencialmente idêntica à distribuição resultante da contribuição dominante conhecida. Dessa densidade de distribuição $\varphi(y)$ a probabilidade de cobertura p pode ser determinada para qualquer valor da incerteza de medida expandida U pela relação integral:

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy'.$$

A inversão dessa relação para uma dada probabilidade de cobertura resulta na relação entre a incerteza de medida expandida

Tabela 2.14 Resumo da incerteza de E_x

Quantidade X_i	Estimativa x_i	Incerteza-padrão $u(x_i)$	Distribuição de probabilidades	Coeficiente de sensibilidade c_i	Contribuição da incerteza $u_i(y)$
V_{ix}	100,1 V	—	—	—	—
V_s	100,0 V	0,001 V	Normal	-1,0	-0,001 V
δV_{ox}	0,0 V	0,029 V	Retangular	1,0	0,029 V
δV_s	0,0 V	0,0064 V	Retangular	-1,0	-0,0064 V
E_x	0,1 V				0,030 V

e a cobertura de probabilidade $U = U(p)$ para uma dada distribuição de densidade $\varphi(y)$. Utilizando essa relação, o fator de cobertura pode finalmente ser expresso por:

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)}.$$

No caso do voltímetro digital, a contribuição da incerteza dominante resultante da resolução finita da indicação é $u_{\bar{L}_{ix}}(E_x) = 0,029$ V, em que a contribuição para a incerteza total dos termos não dominantes é $u_p(E_x) = 0,0064$ V. A razão relevante é

$$\frac{u_p(E_x)}{u_{\bar{L}_{ix}}(E_x)} = 0,22.$$

Dessa forma, a distribuição de valores que podem ser razoavelmente atribuídos como erros de indicação é essencialmente retangular. A cobertura de probabilidades para a distribuição retangular é linearmente relacionada com a incerteza de medida expandida (com a sendo a metade da largura da distribuição retangular)

$$p = \frac{U}{a}.$$

Resolvendo essa relação para a incerteza de medida expandida U e inserindo o resultado junto com a expressão da incerteza de medida padrão relacionada com a distribuição retangular, tem-se a relação:

$$k(p) = p\sqrt{3}.$$

Para um fator de cobertura de probabilidade de 95%, o fator de cobertura relevante é então $k = 1,65$.

Calibração de um paquímetro com escala de Vernier ou Nônio

Uma escala de Vernier de um paquímetro (veja a Figura 1.4(a)) feita de aço é calibrada contra blocos de medida, também de aço, utilizados como padrão de trabalho. A faixa de medida do paquímetro é de 150 mm. O intervalo de leitura é de 0,05 mm (a escala principal é de 1 mm, e o intervalo da escala de Vernier é de 1/20 mm). Alguns blocos padrão com comprimento nominal na faixa de 0,5 a 150 mm são utilizados na calibração. São selecionados de forma a que os pontos de medida são espaçados em distâncias iguais (por exemplo: 0 mm, 50 mm, 100 mm, 150 mm) mas produzem valores diferentes na escala de Vernier, isto é, 0,0 mm, 0,3 mm, 0,6 mm, 0,9 mm.

Este exemplo utiliza o ponto de calibração de 150 mm para medida de dimensões externas. Antes da calibração, são feitas algumas verificações das condições do paquímetro: verificação da possibilidade de existência de erro de Abbe,¹⁰ qualidade das faces de medida dos encostos (planicidade, paralelismo, esquadro) e funções do mecanismo de trava.

O erro de indicação E_x do paquímetro a uma temperatura de referência $t_0 = 20^\circ\text{C}$ é obtido da relação:

$$E_x = l_{ix} - l_s + L_s \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{ix} + \delta l_M$$

em que

l_{ix} é a indicação do paquímetro;

l_s é o comprimento dos blocos padrão;

L_s é o comprimento nominal do bloco padrão;

$\bar{\alpha}$ é a média do coeficiente de expansão térmica do paquímetro e do bloco padrão;

Δt é a diferença de temperatura entre o paquímetro e o bloco padrão;

δl_{ix} é a correção devido a resolução finita do paquímetro;

δl_M é a correção devida a efeitos mecânicos como força de medida aplicada, erro de Abbe, erros de paralelismo e planicidade das faces de medida.

Considerando as seguintes características:

■ Padrões de trabalho (l_s , L_s): os comprimentos dos blocos de referência utilizados como padrão, juntamente com suas incertezas de medida expandidas associadas, são fornecidos no certificado de calibração. Esse certificado confirma que os blocos padrão atendem aos requerimentos da ISO 3650, grau I, isto é, o comprimento central do bloco padrão está dentro de $\pm 0,8 \mu\text{m}$ no comprimento nominal. Para os comprimentos dos blocos padrão, seus valores nominais são utilizados sem correção, utilizando os limites de tolerância como intervalo de variabilidade inferior e superior;

■ Temperatura (Δt , $\bar{\alpha}$): depois de um tempo de estabilização adequado, as temperaturas do paquímetro e do bloco padrão são iguais dentro da faixa de $\pm 2^\circ\text{C}$. A média do coeficiente de expansão térmica é $11,5 \times 10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$. A incerteza na média do coeficiente de expansão térmica, bem como a diferença dos coeficientes de expansão térmica, é considerada insignificante;

■ Resolução do paquímetro (δl_{ix}): o intervalo da escala de Vernier é de 0,05 mm. Assim, estima-se que as variações devido à resolução finita possuem limite retangular de $\pm 25 \mu\text{m}$;

■ Efeitos mecânicos (δl_M): esses efeitos incluem a força de medida aplicada, erro de Abbe e efeitos de folgas. Efeitos adicionais podem ser causados pelo fato de que as faces de medida dos encostos não estão perfeitamente planas, não paralelas e não perpendiculares ao corpo do instrumento. Por questões de simplificação, apenas a faixa de variação total, igual a $\pm 50 \mu\text{m}$ é considerada;

■ Correlação: nenhuma das quantidades de entrada é considerada correlacionada com alguma extensão significativa.

As medidas (l_{ix}) são repetidas algumas vezes sem detectar nenhuma dispersão nas observações. Assim, a incerteza devido à repetitividade limitada não tem contribuição. O resultado de medida para o bloco padrão de 150 mm é 150,10 mm. A Tabela 2.15 apresenta o quadro-resumo do cálculo da incerteza δl_x deste exemplo.

Incerteza expandida desse experimento: a incerteza de medida associada com o resultado é claramente dominada pelos efeitos combinados da força de medida e da resolução finita da escala de Vernier. A distribuição final não é normal, mas essencialmente trapezoidal (resultado da convolução de duas distribuições retangulares), com uma razão $\beta = 0,33$ da metade da largura da região plana até a metade da largura do intervalo de variabilidade. Portanto, o método de graus de liberdade efetivos não se

¹⁰Ernst Abbe, fundador da Zeiss, estudou um erro adicional quando o eixo da medição não coincide com o eixo do instrumento. Esse efeito é aplicável ao paquímetro convencional quando o eixo desse instrumento nunca coincide com o eixo da peça em medição.

Tabela 2.15 Resumo da incerteza de δ_x

Quantidade X_i	Estimativa x_i	Incerteza-padrão $u(x_i)$	Distribuição de probabilidade	Coeficiente de sensibilidade c_i	Contribuição da incerteza $u(y)$
l_{ix}	150,10 mm	—	—	—	—
l_s	150,0 mm	0,46 μm	Retangular	-1,0	-0,46 μm
Δt	0	1,15 K	Retangular	1,7 μMk^{-1}	2,0 μm
δl_{ix}	0	15 μm	Retangular	1,0	15 μm
δl_M	0	29 μm	Retangular	1,0	29 μm
E_x	0,10 mm				33 μm

aplica. O fator de cobertura apropriado para essa distribuição trapezoidal de valores é de $k = 1,83$. Assim:

$$U = k \cdot u(E_x) = 1,83 \cdot 0,033 \text{ mm} \approx 0,06 \text{ mm}.$$

Para esse experimento, o resultado final indica que em 150 mm a incerteza de indicação do paquímetro é $(0,10 \pm 0,06)$ mm. A incerteza de medida expandida é a incerteza-padrão da medida multiplicada pelo fator de cobertura $k = 1,83$, o qual foi deduzido de uma distribuição de probabilidades considerada trapezoidal, para uma cobertura de probabilidade de 95%.

O método utilizado para calcular o fator de cobertura é claramente relacionado ao fato de que a incerteza de medida associada com o resultado é dominada por duas influências: os efeitos mecânicos e a resolução finita da escala de Vernier. Assim, não se justifica considerar a distribuição de probabilidades da quantidade de saída normal. Uma vez que probabilidades e densidades de probabilidades na prática podem apenas ser determinadas de 3% a 5%, a distribuição é essencialmente trapezoidal, obtida pela convolução de duas distribuições retangulares associadas com as contribuições dominantes. As metades da largura da base e do topo do trapézio simétrico resultante são 75 μm e 25 μm , respectivamente. O percentual de 95% da área do trapézio está dentro do intervalo de $\pm 60 \mu\text{m}$ em torno do eixo de simetria, correspondendo a $k = 1,83$.

Para mais detalhes referentes aos procedimentos matemáticos desse exemplo, consulte o documento EA-0/42 *Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration*.

2.7.4 Avaliação da incerteza utilizando o método de Monte Carlo

Durante a avaliação da incerteza de medição, pode acontecer que fontes significativas de erro passem despercebidas, em razão do conhecimento limitado do avaliador. Nesse caso, a amplitude da faixa de incerteza pode ser menor que aquela que deveria ser declarada para que a rastreabilidade não seja prejudicada. Em outras situações, a incerteza pode ser sobreestimada, em virtude de suposições excessivamente conservativas sobre a magnitude dos erros prováveis.

O Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (GUM), uma das referências utilizadas nesta obra, estabelece regras gerais para avaliar e expressar a incerteza de medição. O método de avaliação de incertezas, proposto por ele, toma por base a propagação de

incertezas através do modelo matemático da medição, como visto na seção anterior. Apesar de representar um consenso da comunidade internacional para expressar a incerteza de medição, constituindo, assim, a referência para a avaliação de incerteza, o método apresenta alguns problemas práticos, como por exemplo:

- complexidade conceitual;
- necessidade de construir um modelo matemático da medição;
- além disso, na sua formulação mais usual, o método requer condições de linearidade do modelo, além da distribuição normal da variável aleatória que representa os valores possíveis do mensurando.

O último exemplo é um caso em que ocorrem detalhes que aumentam a complexidade do método.

Uma alternativa é a utilização do método ou simulações de Monte Carlo (MMC ou SMC). Os matemáticos John Von Neumann e Stanislaw Ulam são considerados os principais autores da técnica de SMC. Já antes de 1949 foram resolvidos vários problemas estatísticos de amostragem aleatória empregando-se essa técnica. Entretanto, pelas dificuldades de realizar simulações de variáveis aleatórias à mão, a adoção da SMC como técnica numérica universal tornou-se realmente difundida com a chegada dos computadores. A avaliação da incerteza de medição usando a técnica de SMC é realizada em duas fases. A primeira consiste em estabelecer o modelo de medição, ao passo que a segunda envolve a avaliação do modelo. As diferenças fundamentais entre o método clássico e a SMC estão no tipo de informação descritiva das grandezas de entrada e na forma em que essa informação é processada para se obter a incerteza de medição. No método clássico, cada variável de entrada deve ser caracterizada pela função densidade de probabilidade (*pdf*), sua média e desvio padrão e os graus de liberdade. Na SMC, esse último parâmetro não é envolvido nos cálculos, tornando-se desnecessário porém não irrelevante na análise dos resultados. Na SMC, o formato da distribuição de saída é obtido a partir da avaliação do modelo matemático por meio da combinação de amostras aleatórias das variáveis de entrada, respeitando as respectivas distribuições. Assim, a SMC produz a propagação das *pdfs* das grandezas de entrada através do modelo matemático da medição, fornecendo como resultado uma *pdf* que descreve os valores do mensurando condizentes com a informação que se possui. Por isso, é conhecido como método da propagação de distribuições.

A utilização dessa técnica na metrologia, contudo, não é nova, e já existe um suplemento ao Guia (GUM Suppl 1, 2004),

que busca estabelecer as bases para uma correta aplicação da SMC na avaliação de incertezas.

Uma vantagem do método de Monte Carlo é que ele produz uma aproximação da função de distribuição para o mensurando. Dessa distribuição, quaisquer parâmetros estatísticos, incluindo o resultado da medição, a incerteza de medição padrão associada e a respectiva probabilidade de abrangência, podem ser obtidos. Outra vantagem é que o método não depende da natureza do modelo, isto é, pode ser fortemente não linear ou ter um número grande de variáveis.

As desvantagens residem no caráter numérico que essa técnica impõe, particularmente a sua natureza computacional intensiva. É também necessária uma avaliação cuidadosa da qualidade dos geradores de números pseudoaleatórios utilizados.

Na SMC, modelos matemáticos não lineares, distribuições assimétricas das grandezas de influência, contribuições não normais dominantes, correlações entre grandezas de influência e outras dificuldades para a aplicação do método clássico não precisam rece-

ber atenção especial. De maneira similar, considerações sobre a normalidade da estimativa de saída e a aplicabilidade da fórmula de Welch-Satterthwaite tornam-se desnecessárias. No entanto, a qualidade dos resultados obtidos dependerá dos seguintes fatores:

- ¶ representatividade do modelo matemático;
- ¶ qualidade da caracterização das variáveis de entrada;
- ¶ características do gerador de números pseudoaleatórios utilizado;
- ¶ número de simulações realizadas;
- ¶ procedimento de definição do intervalo de abrangência.

O número de medições simuladas possui forte influência no erro amostral esperado para as estimativas obtidas por SMC. Na Figura 2.29, é possível observar o efeito de M sobre distribuição empírica de uma variável distribuída normal, com média $\mu = 1$ e desvio padrão $\sigma = 1$. Os gráficos superiores apresentam o histograma (à esquerda) e a correspondente distribuição de frequências acumuladas (à direita), obtidos com uma amostra de tamanho $M = 100$.

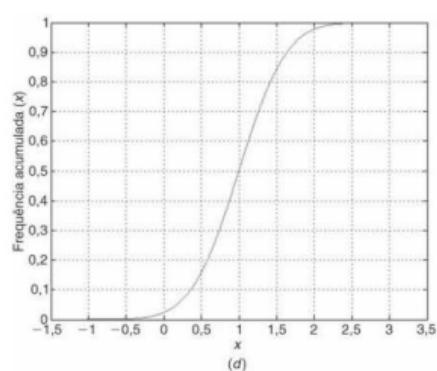
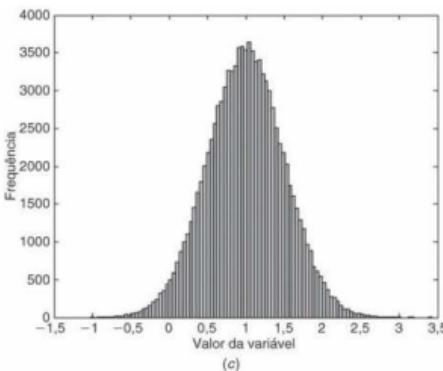
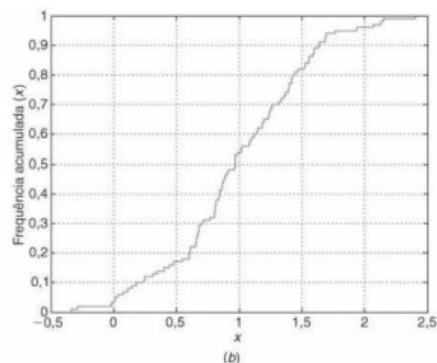
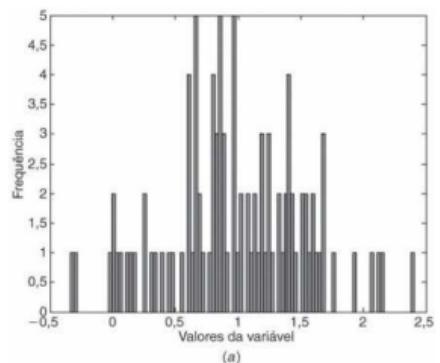


Figura 2.29 Efeito do número de medições simuladas (M) na curva de distribuição gerada: (a), (b) $M = 100$ e (c), (d) $M = 100\,000$.

Os gráficos inferiores mostram os resultados de uma simulação realizada com uma amostra bem maior, $M = 100\,000$.

Observa-se que a distribuição de frequências acumuladas fica fortemente afetada com a redução do tamanho da amostra. A intensidade do ruído amostral e a redução na amplitude dos valores obtidos são significativas quando se trabalha com amostras de tamanho reduzido. Isso tudo afeta drasticamente a capacidade de definir com exatidão os valores da variável que correspondem a uma dada probabilidade, particularmente com relação a probabilidades próximas aos valores 0 e 1, nos quais as amostras menores apresentam valores esparsos.

Embora os gráficos da Figura 2.29 descrevam o comportamento de uma variável isolada (uma das grandezas de influência, por exemplo), o fenômeno é similar quando se trata de uma variável originada da combinação matemática de várias variáveis aleatórias (entre outras, o valor do mensurando). Assim, o aumento do valor de M produzirá uma diminuição do ruído amostral, resultando em estimativas mais confiáveis do valor do mensurando e da incerteza de medição associada.

Infelizmente, a ampliação do tamanho da amostra M traz consigo um aumento nos requisitos sobre o hardware usado na simulação e, consequentemente, um acréscimo no tempo necessário para se dispor do resultado. Para definir o número de simulações, deve-se fazer um balanço entre a qualidade dos resultados desejada e as disponibilidades de hardware e de tempo. Entretanto, cabe lembrar sempre que o erro amostral de simulação não é a única fonte de desvios potenciais na análise de incerteza por SMC. Em particular, modelos matemáticos pouco representativos e grandezas de influência mal caracterizadas podem gerar desvios bem maiores e mais difíceis de serem detectados. Na solução desses problemas mal definidos, aumentar radicalmente o número de simulações M para reduzir o erro amostral pode não trazer o retorno esperado.

A maior flexibilidade do método de avaliação de incerteza por SMC permite que ele seja usado para se estimar a **incerteza combinada expandida**, em situações em que a distribuição que representa os valores possíveis do mensurando não é normal. Nesses casos, a solução de multiplicar o desvio padrão estimado por um determinado fator de abrangência deixa de ser válida, pois resulta em incertezas pouco realistas.

Quando a distribuição da variável que representa os valores possíveis do mensurando é simétrica, é possível usar o recurso de ordenar o vetor de saída do menor para o maior valor e identificar os limites do intervalo de abrangência por meio da contagem dos seus elementos.

Esse método revela-se inadequado quando a distribuição de saída não é simétrica. Nesses casos, é conveniente aplicar o procedimento recomendado para a estimação do intervalo de abrangência mínimo, conforme GUM Suppl (2004).

Combinação de distribuições

Serão mostrados, com alguns exemplos simples, os efeitos ocorridos com operações em distribuições.

- Considere inicialmente duas distribuições retangulares iguais. Nesse caso, considera-se que as duas distribuições retangulares do modelo matemático relativas às variáveis X e Z têm amplitudes iguais, dentro do intervalo $[0; 1]$. A convolução

das duas distribuições pode ser calculada, resultando uma distribuição de probabilidade de saída triangular. O resultado dessa simulação pode ser observado na Figura 2.30 – nesse exemplo foram utilizadas 100 000 simulações.

Algumas bibliografias (Souza e Ribeiro, 2006) mostram ainda uma comparação dos resultados da aplicação da Lei de Propagação de Incertezas com aqueles que resultam da aplicação do MMC, como ilustra a Tabela 2.16.

Pode-se observar no exemplo com distribuições retangulares que o método clássico sobrestima o intervalo de confiança em ambos os casos, mas particularmente nos 99% de probabilidade de abrangência. As diferenças percentuais entre os dois métodos são de 3% e de 15%, respectivamente.

- Considere duas distribuições retangulares com amplitudes diferentes (X com um intervalo $[0; 1]$ e Z com um intervalo $[0; 2,5]$). A convolução das duas distribuições origina uma distribuição de probabilidades de saída trapezoidal. O resultado da simulação desse caso pode ser visto na Figura 2.31. Nesse exemplo foram utilizadas 100 000 simulações.

Novamente, a comparação dos resultados obtidos pelo método clássico com aqueles que resultaram da aplicação do MMC pode ser observada na Tabela 2.17.

Nesse segundo caso, as diferenças são ainda mais acentuadas, agora com diferenças de 8% e de 21% entre o método clássico (GUM) e o MMC para as probabilidades de abrangência de 95% e 99%, respectivamente.

- Considere três distribuições retangulares (X com um intervalo $[0; 1]$, Z com um intervalo $[0; 2,5]$ e Y com intervalo $[0; 1]$). A convolução dessas distribuições resulta em uma distribuição de probabilidades de saída que se aproxima da distribuição normal. Nesse exemplo foram utilizadas 100 000 simulações, e o resultado é mostrado na Figura 2.32.

Pode-se verificar nesse caso uma aproximação à forma gaussiana. De fato, com a soma de quatro ou cinco distribuições, a curva gerada, na prática, pode ser considerada uma gaussiana.

Novamente, a comparação dos resultados obtidos do método clássico (GUM) com aqueles que resultam da aplicação do MMC pode ser observada na Tabela 2.18.

O exemplo da calibração de um multímetro digital

O caso de estudo envolvendo a calibração de um multímetro digital (reporte-se à seção anterior para a descrição das variáveis envolvidas nesse modelo) na escala de 100 V_{DC} tem como modelo matemático:

$$E_x = V_{ix} - V_s + \delta V_{ix} - \delta V_s,$$

Tabela 2.16 Valores comparativos do caso da soma entre duas distribuições retangulares com o método clássico da aplicação da lei de propagação de incertezas com o MMC, utilizando 500 000 simulações

Método	Média	$U_{95\%}$	$U_{99\%}$
Clássico	1,0000	1,6004	2,1066
MMC	0,9994	1,5543	1,8002

Fonte: Souza e Ribeiro, 2006.

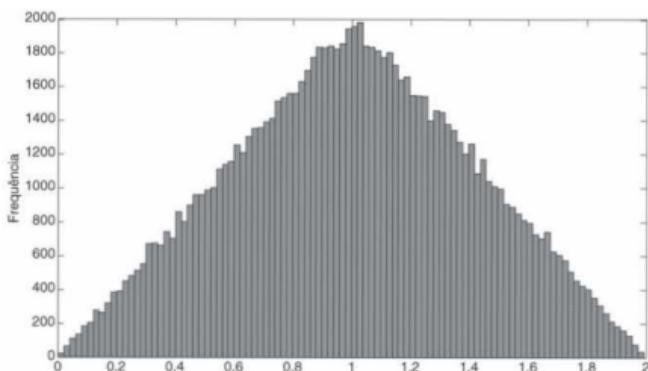
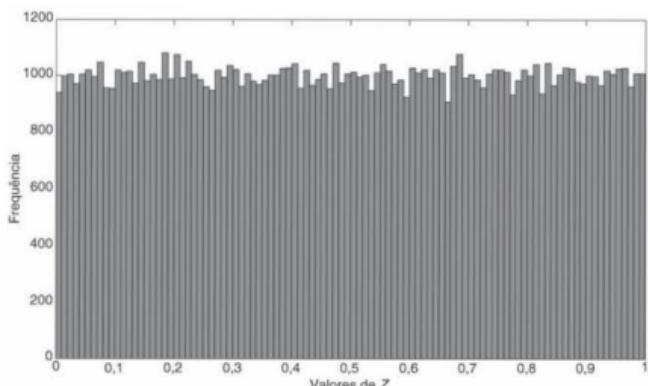
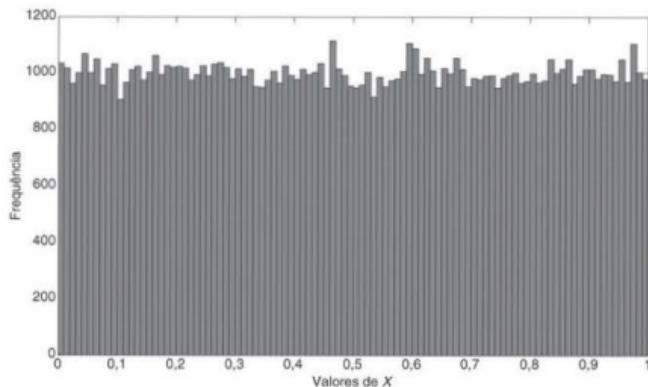


Figura 2.30 O resultado da soma de duas distribuições retangulares (considerando-se 100 000 simulações) com o mesmo intervalo $[0; 1]$ é uma distribuição triangular.

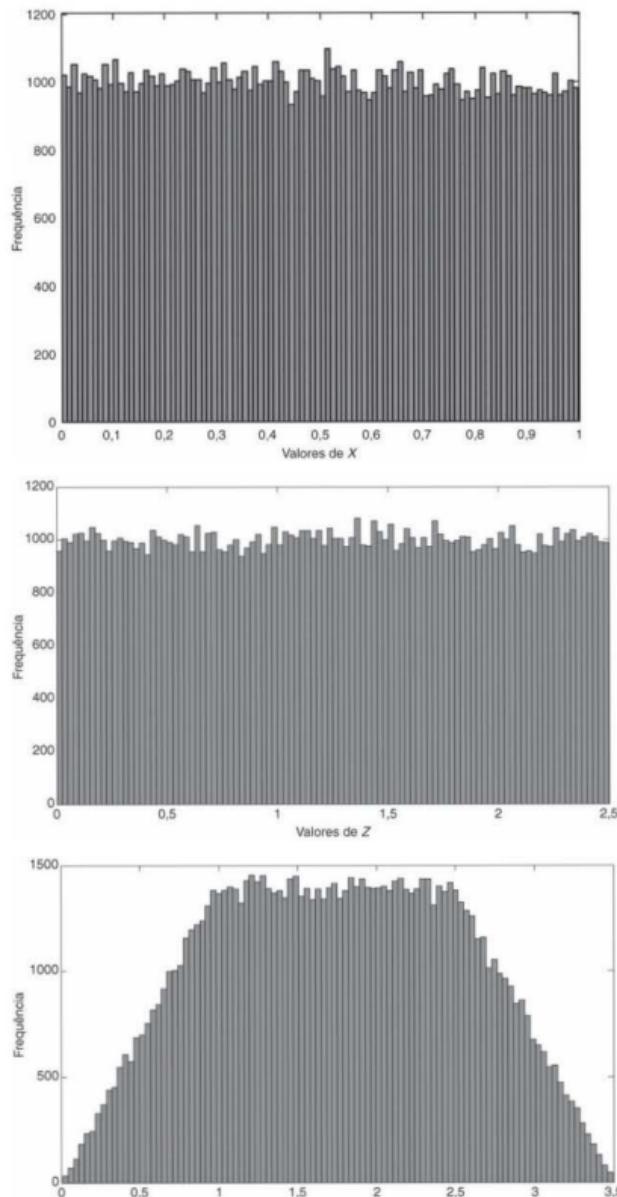


Figura 2.31 O resultado da soma de duas distribuições retangulares com o intervalo $[0; 1]$ e $[0; 2.5]$ (considerando-se 100 000 simulações) é uma distribuição trapezoidal.

Tabela 2.17 Valores comparativos com o método clássico da aplicação da lei de propagação de incertezas com o MMC, utilizando 500 000 simulações

Método	Média	$U_{95\%}$	$U_{99\%}$
Clássico	1,7500	3,0470	4,0108
MMC	0,7507	2,7941	3,1858

Fonte: Souza e Ribeiro, 2006.

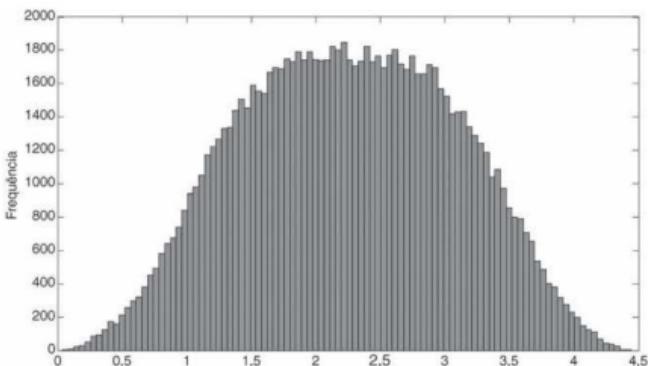


Figura 2.32 Resultado da soma de três distribuições retangulares, utilizando o MMC com X_1 com um intervalo [0; 1], X_2 com um intervalo [0; 2,5] e X_3 com um intervalo [0; 1]), considerando-se 100 000 simulações.

Tabela 2.18 Valores comparativos com o método clássico da aplicação da lei de propagação de incertezas com o MMC, utilizando 500 000 simulações

Método	Média	$U_{95\%}$	$U_{99\%}$
Clássico	2,2500	3,2502	4,2784
MMC	2,2496	3,0582	3,6551

Fonte: Souza e Ribeiro, 2006.

Aplicando-se o método de Monte Carlo com 500 000 simulações, o erro de indicação do multímetro digital resultou no valor de 0,100 V, com um intervalo de confiança de 95% de [0,050; 0,151] (Souza e Ribeiro, 2006).

A forma da distribuição é essencialmente trapezoidal, como pode ser observado na Figura 2.33 (nessa figura foram utilizadas 100 000 simulações), sendo a distribuição retangular uma aproximação possível (como indicado na seção anterior), mas seria uma aproximação grosseira assumir uma distribuição gaussiana (normal) para esse tipo de problema.

A utilização dos métodos de análise da incerteza não deve ser encarada como uma receita válida para todas as situações. O método de Monte Carlo é uma ferramenta que pode ser utilizada com vantagem em situações em que as con-

dições do método convencional não são atendidas, como por exemplo:

- « o modelo matemático do procedimento de medição apresenta uma acentuada não linearidade;
- « a distribuição de probabilidade da grandeza de saída afasta-se significativamente da curva normal.

O método da SMC também é particularmente útil quando modelos matemáticos complexos estão envolvidos, nos quais é difícil ou inconveniente determinar as derivadas parciais exigidas pelo método clássico, ou quando a grandeza medida não pode ser explicitamente expressa em razão das grandezas de influência.

A utilização de ferramentas computacionais, na metrologia científica e industrial, tem sido cada vez mais aceita. As ativida-

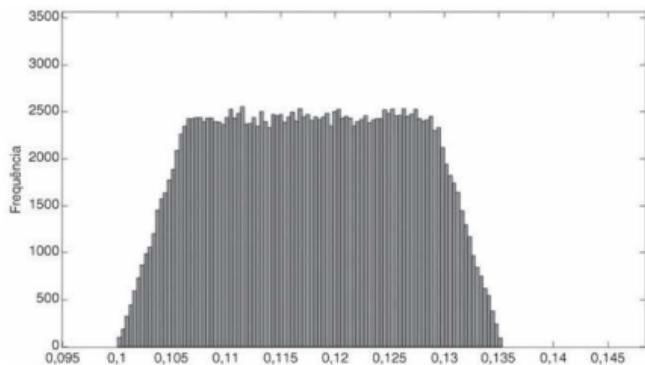


Figura 2.33 Distribuição da variável de saída para o exemplo da calibração do multímetro digital (gerada com 100 000 simulações).

des metrolopáticas vêm sendo fortemente beneficiadas pela aquisição de dados e pelo processamento de resultados via sistemas digitais, com a consequente redução do trabalho rotineiro e dos erros grosseiros, aspectos esses inevitáveis quando grandes quantidades de números precisam ser manipulados. Além disso, a rápida evolução das arquiteturas computacionais tem disponibilizado aos metrologistas poderosas ferramentas de cálculo que viabilizam a execução da SMC a um custo razoável e em tempos compatíveis com a dinâmica do serviço metroológico.

2.8 Uma Introdução à Regressão Linear

2.8.1 Regressão linear

Em muitos experimentos envolvendo variáveis X e Y , uma das variáveis pode ser controlada pelo investigador. Em tais circunstâncias, a utilização dos métodos de regressão é apropriada para avaliar a relação entre a variável independente (fator causal) e a variável dependente (resposta possível) em um dado ensaio.

A equação da reta $Y = a + bX$, em que b indica o gradiente e a , o ponto em que a linha cruza o eixo Y (Figura 2.34).

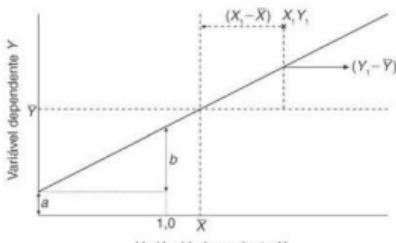


Figura 2.34 Regressão linear.

O parâmetro b é denominado coeficiente de regressão e pode ser determinado por:

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X}) \times (Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2} = \frac{\sum X \cdot Y - (\sum X) \times (\sum Y)}{\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{\sum x \cdot y}{\sum x^2}$$

e a pode ser estimado pela substituição do valor calculado de b na equação:

$$a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X}.$$

Um dos métodos para testar se a regressão é significativa é analisar a variação de Y em dois componentes, tais como:

Variação total de Y (soma dos quadrados) = Σy^2

$$\text{Variação estimada pela regressão} = \frac{\sum(x \cdot y)^2}{\sum x^2}$$

$$\text{Variação não estimada} = \sum y^2 - \frac{(\sum x \cdot y)^2}{\sum x^2}$$

Esse método pode ser convertido para a variância residual dada por:

$$s_{\hat{y}}^2 = \frac{1}{N - 2} \left(\sum y^2 - \frac{(\sum x \cdot y)^2}{\sum x^2} \right).$$

Portanto, para se testar a significância da regressão, pode-se estimar quando o valor de b desvia significativamente de zero através de:

$$t = b \times \sqrt{\frac{\sum x^2}{s_{\hat{y}}^2}}.$$

Considere o ensaio para avaliar o efeito da temperatura em um produto alimentício que absorve água no aquecimento (Tabela 2.19).

Tabela 2.19 Dados da variação de temperatura e absorção de água

Temperatura (°C)	15	20	25	30	35
Quantidade de água (mg)	2794	2924	3175	3340	3576

Nesse ensaio, a temperatura foi controlada (também chamado de fator controlável) experimentalmente (cinco eventos ou níveis ∴ $N = 5$) e representada pela variável independente X , e a quantidade de água do alimento é representada pela variável dependente Y (a Figura 2.35 representa os dados obtidos, e a Figura 2.36, a regressão linear para os dados desse ensaio).

Com a base de dados e os seguintes valores das expressões:

$$N = 5$$

$$\Sigma X = (15 + 20 + \dots + 35) = 125$$

$$\Sigma X^2 = (15^2 + 20^2 + \dots + 35^2) = 3\,375$$

$$\Sigma X^2 = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{N} = 3\,375 - \frac{(125)^2}{5} = 250$$

$$\Sigma Y = (2\,794 + 2\,924 + \dots + 3\,576) = 15\,809$$

$$\Sigma Y^2 = (2\,794^2 + 2\,924^2 + \dots + 3\,576^2) = 50\,380\,213$$

$$\Sigma y^2 = \Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{N} = 50\,380\,213 - \frac{(15\,809)^2}{5} = 395\,316,8$$

$$\Sigma X \cdot Y = [(15 \times 2\,794) + (20 \times 2\,924) + \dots + (35 \times 3\,576)] = 405\,125$$

$$\Sigma x \cdot y = \Sigma XY - \frac{(\Sigma X) \cdot (\Sigma Y)}{N} = 405\,125 - \frac{125 \times 15\,809}{5} = 9\,900$$

$$b = \frac{\Sigma(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\Sigma(X - \bar{X})^2} = \frac{\Sigma XY - \frac{(\Sigma X)(\Sigma Y)}{N}}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{N}} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{9\,900}{250} = 39,6$$

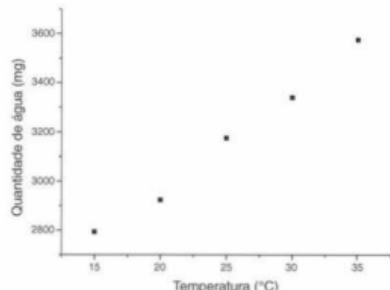


Figura 2.35 Relação dos dados experimentais: temperatura versus quantidade de água.

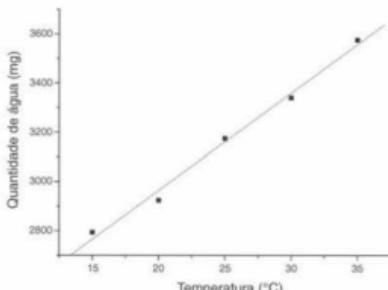


Figura 2.36 Regressão para os dados do experimento da Tabela 2.19.

$$a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X}$$

$$a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} = \\ = 3161,8 - (39,6 \times 25) = 2\,171,8$$

$$Y = a + bX$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{125}{5} = 25 \quad Y = 2\,171,8 + 39,6X$$

$$Y = 39,6 \cdot X + 2\,171,8$$

Obtém-se a equação que melhor se aproxima da base de dados do experimento para avaliar o efeito da temperatura em um produto alimentício que absorve água no aquecimento (veja a Tabela 2.19), ou seja, a reta $Y = 39,6 \cdot X + 2\,171,8$ (veja a Figura 2.36).

Para testar a significância da regressão pode-se calcular a variância residual com o apoio da tabela da distribuição t (parte apresentada na Tabela 2.20 – para mais detalhes sobre essa distribuição, verificar Tabela 2.5 e o texto relacionado):

$$s_R^{-2} = \frac{1}{N - 2} \times \left(\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2} \right)$$

$$s_R^{-2} = \frac{1}{5 - 2} \times \left(395\,316,8 - \frac{9\,900^2}{250} \right) = 1\,092,3$$

$$t = b \times \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{s_R^{-2}}} = 39,6 \times \sqrt{\frac{250}{1\,092,3}} = 18,945$$

Com o valor de t obtido da equação anterior ($t = 18,945$) e com 3 graus de liberdade ($N - 2 = 5 - 2 = 3$), basta cruzar esses valores na Tabela 2.20 para se obter a probabilidade. Caso não seja possível selecionar o valor exato de t na Tabela 2.20, basta selecionar o valor que mais se aproxima do valor calculado para t e, por consequência, determinar a probabilidade para esse cruzamento de dados (ver o negrito na Tabela 2.20). Portanto, para esse exemplo, a probabilidade é de $p < 0,0005$.

Para obter valores com 95% de confiança, ou seja, com nível de significância α de 0,05:

$$\hat{Y} \pm t \times s_R \times \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(X' - \bar{X})^2}{\Sigma x^2}}$$

Tabela 2.20 Pontos percentuais da distribuição $t^{(1)}$

Graus de liberdade	Nível de significância (α)									
	0,40	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0025	0,001	0,0005
1	0,325	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,32	318,31	636,62
2	0,289	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	23,326	31,598
3	0,277	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,213	12,924
4	0,271	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,267	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,265	0,727	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,263	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,019	4,785	5,408
8	0,262	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,261	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,260	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,260	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,259	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,259	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,258	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,258	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,258	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,257	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,257	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,257	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,257	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
					...					
30	0,256	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
					...					
40	0,255	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
					...					
60	0,254	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
					...					
120	0,254	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	2,860	3,160	3,373
∞	0,253	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291

em que \hat{Y} é o valor estimado de Y e X' é o valor particular de X . Para esse intervalo de confiança, temos $\alpha = 0,05$ ($1 - 95\% = 1 - 0,95 = \alpha$) e, de acordo com os dados do exemplo, 3 graus de liberdade. Sendo assim, cruzando esses dados na Tabela 2.20, é possível determinar o valor de t para 95% de confiança e 3 graus de liberdade (veja a Tabela 2.20):

$$t_{\alpha} = t_{0,05} = 2,353$$

e do cálculo anterior da variância residual:

$$s_R = \sqrt{1092,3} = 33,05.$$

Portanto:

$$\hat{Y} \pm t \times s_R \times \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(X' - \bar{X})^2}{\sum x^2}}$$

substituindo X' com os valores de temperatura (°C) do exemplo anterior, ou seja, valores de 15 °C a 35 °C com variação de 5 °C em 5 °C (veja Tabela 2.19). Substituindo o valor de 15 °C:

$$\hat{Y} \pm 2,353 \times 33,05 \times \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{(15 - 25)^2}{250}}$$

$$\hat{Y} \pm 60,2$$

¹¹A tabela completa pode ser obtida nos livros clássicos de estatística apresentados nas Bibliografias. Para mais detalhes sobre essa distribuição, consultar a Tabela 2.5 e o texto relacionado.

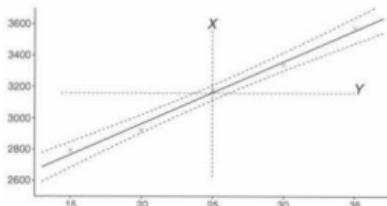


Figura 2.37 As curvas tracejadas representam o intervalo de confiança dos dados.

O mesmo procedimento é válido para os outros valores de X' (veja o esboço da Figura 2.37).

¶ 2.8.2 Ajuste de curvas por mínimos quadrados generalizado

O procedimento anterior para ajustar curvas é válido para relações significativamente lineares. Ou seja, é necessária a utilização da curva de ajuste $Y = a + bX$ para melhor adaptação dos dados (a mesma consideração pode ser feita para ajustes baseados em parábolas, curvas do 3º, 4º ou de n graus em que objetivamente se procura uma melhor curva que se ajuste aos dados experimentais). Considere, por exemplo, a Figura 2.38, que representa os dados de um determinado experimento (representados pelos pontos, ou pares ordenados $(x_i; y_i)$ a $(x_n; y_n)$).

Os desvios ou erros indicam a qualidade do ajuste gerado. No método dos MQ a melhor curva de ajuste é aquela que possui a propriedade de apresentar o mínimo valor de $(D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + \dots + D_n^2)$ – origem do nome do método empregado. A forma de onda com essa propriedade é denominada curva dos mínimos quadrados; portanto, se uma reta de ajuste apresenta essa propriedade, é denominada reta de mínimo quadrado. O mesmo é válido para outras curvas.

As constantes da reta de mínimo quadrado $Y = a + bX$ são calculadas pela resolução do sistema (equações denominadas equações normais da reta):

$$\begin{cases} \Sigma Y = a \cdot N + b \cdot \Sigma X \\ \Sigma XY = a \cdot \Sigma X + b \cdot \Sigma X^2 \end{cases}$$

ou podem ser obtidas pela resolução de:

$$a = \frac{\Sigma Y \cdot \Sigma X^2 - \Sigma X \cdot \Sigma XY}{N \cdot \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

$$b = \frac{N \cdot \Sigma XY - \Sigma X \cdot \Sigma Y}{N \cdot \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

que são as equações apresentadas na seção anterior.

O procedimento é similar para outras expressões, como por exemplo a parábola de mínimo quadrado $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2$, cujas constantes são dadas pelas equações normais da parábola:

$$\begin{cases} \Sigma Y = a \cdot N + b \cdot \Sigma X + c \cdot \Sigma X^2 \\ \Sigma XY = a \cdot \Sigma X + b \cdot \Sigma X^2 + c \cdot \Sigma X^3 \\ \Sigma X^2 \cdot Y = a \cdot \Sigma X^2 + b \cdot \Sigma X^3 + c \cdot \Sigma X^4 \end{cases}$$

Deixamos como exercício a obtenção das constantes para outras expressões.

¶ 2.9 Fundamentos sobre Análise de Variância¹²

A diferença entre duas médias de dois ensaios pode ser testada por comparação. Porém, na prática, existe a necessidade de examinar as diferenças entre as médias de diversos ensaios. Não é apropriado examinar separadamente o significado estatístico, por exemplo, apenas pelo teste t , e sim utilizando procedimentos estatísticos experimentais denominados projeto de experimentos (normalmente conhecido pelo termo em inglês *design and analysis of experiments*). Existem diversas técnicas para analisar a variação entre dados experimentais, destacando-se os procedimentos denominados análise de variância (também chamado apenas de ANOVA).

Apesar do nome dessa técnica, a análise de variância não envolve a análise de variância de dados simplesmente, e sim o particionamento do quadrado das somas (Σx^2) para fornecer algumas variâncias estimadas que devam ser comparadas.

Os conceitos e métodos empregados na área de projeto de experimentos auxiliam na formulação das respostas para as seguintes questões, que surgem de um experimento bem planejado:

- ¶ Qual a finalidade dessa medida (por que medir)?
- ¶ O que medir? Quais as hipóteses?
- ¶ Qual o método estatístico a ser utilizado para validar os dados?
- ¶ Quais os fatores controláveis do ensaio? Quantos níveis? Quantidade de ensaios (amostras)?

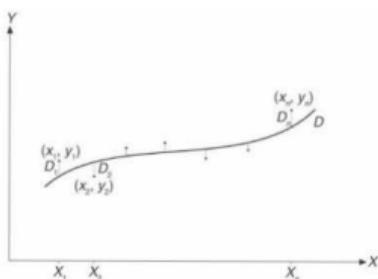


Figura 2.38 Ajuste de curvas por mínimos quadrados.

¹²Caso o leitor tenha a necessidade de outro procedimento para determinar o tamanho da amostra, como por exemplo o uso das curvas características (curvas OC), sugerimos que consulte as obras de Montgomery e Runger citadas nas Bibliografias deste capítulo.



Figura 2.39 Diagrama de blocos para um experimento eficiente.

- ¶ Qual(is) a(s) variável(is) de resposta?
- ¶ Qual procedimento experimental deve ser utilizado ou desenvolvido para realizar as medições?
- ¶ Qual o significado estatístico dos resultados?
- ¶ Qual o modelo matemático que representa esse ensaio?

De forma geral, é possível afirmar que um bom trabalho experimental obrigatoriamente deve ter um excelente projeto de experimentos. O diagrama de blocos da Figura 2.39 apresenta a importância e a relação de um bom planejamento experimental na área da instrumentação.

Para exemplificar, imagine o desenvolvimento de um sistema experimental, na área da instrumentação biomédica, para caracterizar o chamado período de silêncio¹³ de pacientes com problemas na articulação temporomandibular. Com certeza, para um bom projeto de experimentos, diversas questões devem ser formuladas e respondidas antes, durante ou no término do experimento (muitas vezes em diversos outros experimentos – normalmente adaptados ou aperfeiçoados em função dos resultados anteriores). Seguem algumas questões referentes a esse exemplo.

- ¶ Qual a finalidade dessa medida (por que medir)?

Essa proposta surgiu do interesse em desenvolver um método para beneficiar o diagnóstico e o tratamento de pacientes com

distúrbios do sistema mastigatório – particularmente a disfunção da articulação temporomandibular (ATM).

- ¶ O que medir? Quais as hipóteses?

Com certeza é possível afirmar que não adianta medir absolutamente nada se não conhecemos nada sobre a área em estudo, pois provavelmente não sabermos o que medir e principalmente de que forma! Portanto, existe a necessidade de formar uma **base de conhecimentos**, seja anexando à equipe profissionais da área (nesse exemplo, profissionais da área da saúde) e/ou estudando o assunto abordado.

Com a formação de uma base científica sólida sobre o assunto, normalmente são criadas hipóteses e elaborado procedimentos experimentais que irão permitir a realização das medições – para comprovação ou não das hipóteses criadas (algumas vezes são realizados ensaios exploratórios para gerar a base de conhecimentos).

Nesse exemplo, a hipótese elaborada foi: *o período de silêncio está relacionado às disfunções da ATM (articulação temporomandibular)?*

- ¶ Qual o método estatístico a ser utilizado para validar os dados?

Em função da possibilidade de gerar um estudo mais completo (custo benefício), optou-se por um projeto de experimentos do tipo fatorial completo.

- * Quais os fatores controláveis do ensaio? Quantos níveis?
Quantidade de ensaios (amostras)?
 - Pessoas com problemas na ATM (grupo de estudo) e pessoas sem problemas na ATM (grupo controle);

¹³O período de silêncio dos músculos do sistema mastigatório é uma característica do estado de contração dos músculos da mastigação quando o queixo é pressionado. Caracteriza-se por ser uma parte inativa da atividade elétrica na contração dos músculos da mastigação – para maiores detalhes, consultar o Volume 2 desta obra, capítulo Procedimentos Experimentais – Lab. 33.

- Biossinais (miografia) derivados dos músculos masseter e temporal – obtidos do equipamento eletromiôgrafo (para mais detalhes, consultar o Volume 2 desta obra);
- Sinal do impacto na CVM (contração voluntária máxima) para gerar o período de silêncio;
- Cabe observar que as instalações dos equipamentos, eletrodos no paciente e obtenção dos sinais devem seguir rigorosos procedimentos experimentais e, se necessário, ser executados procedimentos de treinamento do operador.

Para realizar esse experimento, foi elaborado o sistema mostrado no diagrama de blocos da Figura 2.40. Eletrodos são posicionados nos músculos masseter e temporal (lados direito e esquerdo) e ligados no eletromiôgrafo (equipamento desenvolvido para esse experimento – basicamente é constituído por circuitos eletrônicos amplificadores e filtros projetados de forma adequada a essa aplicação). Uma célula de carga cilíndrica (ponte completa – veja o Volume 2 desta obra) foi desenvolvida e adaptada a um sistema massa-mola, formando o martelo com célula de carga da Figura 2.40. Os sinais dos músculos masseter e temporal são obtidos pelo eletromiôgrafo com o paciente em contração voluntária máxima (nesse exemplo, o máximo aperto dos dentes). Conjuntamente, são geradas sequências de impactos no maxilar inferior com o martelo com célula de carga, permitindo assim a caracterização da força de impacto que acaba gerando o período de silêncio. Esses sinais (derivados do eletromiôgrafo e do martelo com célula de carga) são digitalizados pela placa ADC (analogos/Digital) e processados por programa apropriado (a análise dos sinais miográficos permite determinar a duração do período de silêncio).

¶ Qual(is) a(s) variável(is) de resposta?

Nesse ensaio, é determinar a duração do período de silêncio (duração da inatividade elétrica no sinal miográfico).

¶ Qual procedimento experimental deve ser utilizado ou desenvolvido para realizar as medições?

Nesse exemplo, foi utilizada uma ANOVA fatorial.

¶ Qual o significado estatístico dos resultados?

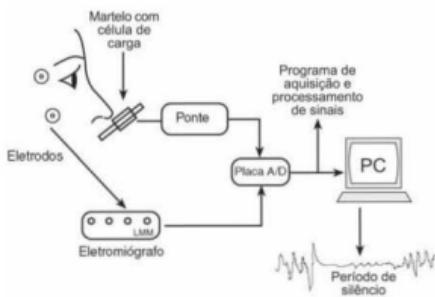


Figura 2.40 Diagrama de blocos do aparato experimental projetado para esse exemplo.

Após a realização dos ensaios e o correspondente processamento dos dados, foi determinado que:

- * a variável de resposta é significativa (tempo de duração do período de silêncio);
- * o grupo controle versus grupo de pacientes com problemas na ATM é significativo, ou seja, o período de silêncio pode ser utilizado experimentalmente para caracterizar a disfunção.

¶ 2.9.1 Análise de variância: classificação simples

Esse método consiste em uma comparação entre duas estimativas de variância e é baseado em algumas premissas:

1. teste de hipóteses: há diferenças significativas entre os grupos ou não há diferenças significativas;
2. comparações entre as médias das amostras;
3. existência de apenas 1 variável de resposta e 1 fator controlável a vários níveis (níveis fixos, por exemplo, 10 valores de capacitores ou a níveis aleatórios, por exemplo, 3 pessoas participantes de um ensaio escolhidas aleatoriamente).

Se a hipótese for nula, não há diferenças significativas entre os grupos, e a razão entre essas duas estimativas é próxima da unidade. Na prática, igualamos a razão ao parâmetro estatístico F (tabela de distribuição F)¹⁴, que permite estimar a probabilidade de a hipótese ser nula ou não (essas razões são baseadas nas médias dos quadrados). Como exemplo, considere os resultados de um experimento genérico com k tratamentos e n repetições ou amostras para cada tratamento. Os resultados e cálculos necessários para esse procedimento são fornecidos na Tabela 2.21.

em que:

$$T_1 = \sum(X_{11} + X_{21} + \dots + X_{n1}) = \sum_{n=1}^n X_{n1};$$

$$T_2 = \sum(X_{12} + X_{22} + \dots + X_{n2}) = \sum_{n=1}^n X_{n2};$$

e assim sucessivamente até

$$T_k = \sum(X_{1k} + X_{2k} + \dots + X_{nk}) = \sum_{n=1}^n X_{nk};$$

N_1 é o total de ensaios ou repetições dentro do nível 1; e assim sucessivamente até

N_k , que representa o total de ensaios ou repetições dentro do nível k ;

\bar{X}_1 é a média aritmética do nível A_1 do fator $A \rightarrow \bar{X}_1 = \frac{T_1}{N_1}$;

¹⁴A distribuição F , ou distribuição de Fisher-Snedecor, é utilizada em alguns testes estatísticos como na análise de variância. A função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{\alpha^{\alpha/2} \beta^{\beta/2} x^{[\alpha/2]-1}}{B(\alpha/2, \beta/2) \times (\alpha x + \beta)^{(\alpha+\beta)/2}} \text{ para } x > 0, \text{ sendo } \alpha \text{ e } \beta \text{ os graus de liberdade}$$

dade e B a função beta dada por: $B(a,b) = \int_{x=0}^{1} x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx$.

Tabela 2.21 Análise de variância – classificação simples

Tratamentos (com 1 fator controlável com A_1 a A_k níveis)						
Fator A	A_1	A_2	A_3	...	A_k	
	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1k}	
	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2k}	
Número de repetições ou amostras	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3k}	Total gerais
	
	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	...	X_{nk}	
Tratamentos totais	T_1	T_2	T_3	...	T_k	T_{1k}
Total de ensaios	N_1	N_2	N_3	...	N_k	N_{1k}
Médias dos tratamentos	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	...	\bar{X}_k	\bar{X}_{1k}

\bar{X}_2 é a média aritmética do nível A_2 do fator $A \rightarrow \bar{X}_2 = \frac{T_2}{N_2}$; e assim sucessivamente até o último nível, ou seja, $\bar{X}_k = \frac{T_k}{N_k}$.

Os totais gerais são obtidos pelas seguintes expressões:

$$T_{1k} = \sum(T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_k) = \sum_{n=1}^k T_n;$$

$$N_{1k} = \sum(N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k) = \sum_{n=1}^k N_n$$

assim como a média aritmética geral:

$$\bar{X}_{1k} = \frac{T_{1k}}{N_{1k}}.$$

Após esses cálculos iniciais, deve-se obter o termo de correção (TC), ou seja, o quadrado da soma de todos os valores de X divididos pelo número total de valores, calcular as somas dos quadrados total (S_{Total}), entre os tratamentos (S_{Trat}) e para o erro (S_{Erro}), e preencher a Tabela 2.22:

$$TC = \frac{(T_{1k})^2}{N_{1k}}$$

$$S_{Total} = \sum_{n,k=1}^{nk} (X_{n,k})^2 - TC$$

em que $X_{n,k}$ representa cada um das repetições ou amostras do experimento levada ao quadrado, ou seja,

$$S_{Total} = \sum_{n,k=1}^{nk} (X_{11})^2 + (X_{21})^2 + \dots + (X_{12})^2 + \dots + (X_{nk})^2 - TC$$

$$S_{Trat} = \Sigma \left(\frac{T_1^2}{N_1} + \frac{T_2^2}{N_2} + \frac{T_3^2}{N_3} + \dots + \frac{T_k^2}{N_k} \right) - TC$$

$$S_{Erro} = S_{Total} - S_{Trat}$$

em que:

$$MQ_{Trat} = \frac{S_{Trat}}{(k-1)}$$

$$MQ_{Erro} = \frac{S_{Erro}}{(N_{1k} - k)}$$

$$F_{calculated} = \frac{MQ_{Trat}}{MQ_{Erro}}$$

k representa o total de níveis do fator A , por exemplo, um ensaio com o fator controlável com níveis A_1 , A_2 e A_3 o $k = 3$, e N_{1k} representa o total de repetições ou amostras para o fator A . Não é possível comparar somas quadradas diretamente, portanto os graus de liberdade são necessários para permitir essa comparação.

O próximo passo é verificar as hipóteses, ou seja, se existem ou não diferenças significativas entre os tratamentos. Para isso será utilizada a distribuição F . Com o $F_{calculated}$ (veja a Tabela 2.22), deve-se comparar seu valor com o obtido da tabela de distribuição F (consultar Tabela 2.23), denominado aqui $F_{tabulado}$:

$$F_{tabulado} = F_{(N_{1k} - k), (k-1), \alpha}$$

em que $(N_{1k} - k)$, $(k-1)$ representam os graus de liberdade do erro e dos tratamentos de um dado ensaio. O parâmetro α representa o nível de significância ou o erro da distribuição; por exemplo, para uma tabela de distribuição F com $\alpha = 0,05$ o erro seria de 5%, ou seja, uma certeza ou nível de confiança de 95%. Para facilitar o uso desse procedimento em seus experimentos, fornecemos os valores da distribuição F com nível de significância de 5%, ou seja, $\alpha = 0,05$ – veja a Tabela 2.23 (para outros níveis de significância, consultar as referências de estatística citadas no final deste capítulo).

Tabela 2.22 Projeto de experimento ANOVA – classificação simples

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Médias quadradas	Fator F
Tratamentos	S_{Trat}	$k - 1$	MQ_{Trat}	$F_{calculated}$
Erro	S_{Erro}	$N_{1k} - k$	MQ_{Erro}	
Total	S_{Total}	$N_{1k} - 1$		

Tabela 2.23 Percentuais da distribuição F com nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$)

Graus de liberdade do denominador ($N_{ik} - k$)	Graus de liberdade do numerador ($k - 1$)																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,55	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Exemplo

Um determinado experimento foi elaborado para investigar o efeito de um remédio para tratamento das barbatanas em uma espécie de peixe (amostra: quatro peixes da mesma espécie). Cada peixe recebeu três repetições do remédio. Os resultados obtidos estão representados na Tabela 2.24 em termos da quantidade em μg encontrada no intestino desses animais. Analise esses dados verificando a relação entre eles.

Tabela 2.24 Dados obtidos do experimento: peixes e remédio para barbatanas

Repetições	Espécie de peixe			
	Peixe 1	Peixe 2	Peixe 3	Peixe 4
I	2,35	2,04	1,58	1,25
II	2,14	1,87	1,89	1,24
III	2,24	1,99	1,56	1,18

Esse experimento apresenta um fator controlável apenas, ou seja, a espécie de peixes a quatro níveis (quatro elementos da mesma espécie). Foram realizadas três repetições do remédio por peixe. Portanto, é um experimento chamado de classificação simples, pois possui apenas um fator controlável. Todos os outros fatores possíveis são considerados não controláveis e estão inseridos no erro do experimento. Cabe observar que a existência de outros fatores que apresentam influência significativa ou possam ter influência significativa deve ser controlada com critérios científicos, técnicos e econômicos. A Tabela 2.25 apresenta parte da solução seguida de todos os cálculos necessários para a criação da ANOVA apresentada na Tabela 2.26 (se necessário, consultar a Tabela 2.22) e, por consequência, da avaliação do experimento.

Tabela 2.25 Solução para o experimento dos peixes e remédio para barbatanas

Peixes (1 fator controlável com A_1 a A_4 níveis)					
Fator A	1	2	3	4	
Número de repetições	2,35	2,04	1,58	1,25	Totais gerais
	2,14	1,87	1,89	1,24	
	2,24	1,99	1,56	1,18	
Tratamentos totais	6,73	5,90	5,03	3,67	21,33
Total de ensaios	3	3	3	3	12
Médias dos tratamentos	2,24	1,97	1,68	1,22	1,78

Tratamentos totais:

$$T_1 = \Sigma(X_{11} + X_{21} + \dots + X_{n1}) = \Sigma(2,35 + 2,14 + 2,24) = 6,73$$

$$T_2 = \Sigma(2,04 + 1,87 + 1,99) = 5,90$$

$$T_3 = \Sigma(1,58 + 1,89 + 1,56) = 5,03$$

$$T_4 = \Sigma(1,25 + 1,24 + 1,18) = 3,67$$

$$T_{\text{tot}} = \Sigma(T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n) =$$

$$= \Sigma(6,73 + 5,90 + 5,03 + 3,67) = 21,33$$

$$N_{\text{tot}} = (N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_4) = \Sigma(3 + 3 + 3 + 3) = 12$$

$$\bar{X}_{\text{tot}} = \frac{T_{\text{tot}}}{N_{\text{tot}}} = \frac{21,33}{12} = 1,78$$

$$TC = \frac{(T_{\text{tot}})^2}{N_{\text{tot}}} = \frac{(21,33)^2}{12} = 37,91$$

$$S_{\text{total}} = \sum_{n,k=1}^{12} (X_{n,k})^2 - TC = \sum \left(2,35^2 + 2,14^2 + \dots + 2,24^2 + 2,04^2 + \dots + 1,18^2 \right) - 37,91$$

$$S_{\text{total}} = 39,73 - 37,91 = 1,82$$

$$S_{\text{Total}} = \sum \left(\frac{T_1^2}{N_1} + \frac{T_2^2}{N_2} + \frac{T_3^2}{N_3} + \dots + \frac{T_4^2}{N_4} \right) - TC = \sum \left(\frac{6,73^2}{3} + \dots + \frac{3,67^2}{3} \right) - TC$$

$$S_{\text{Total}} = \sum \left(\frac{6,73^2}{3} + \dots + \frac{3,67^2}{3} \right) - 37,91 = 39,62 - 37,91 = 1,71$$

$$S_{\text{Erro}} = S_{\text{Total}} - S_{\text{Total}} = 1,82 - 1,71 = 0,11$$

Tabela 2.26 ANOVA para os dados obtidos do experimento: peixes e remédio para barbatanas.

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Médias quadradas	Fator F
Tratamentos	1,71	$k - 1 = 4 - 1 = 3$	0,57	41,45
Erro	0,11	$N_{tk} - k = 12 - 4 = 8$	0,01375	
Total	1,82	$N_{tk} - 1 = 12 - 1 = 11$		

$$MQ_{\text{Total}} = \frac{S_{\text{Total}}}{(k - 1)} = \frac{1,71}{(4 - 1)} = \frac{1,71}{3} = 0,57$$

$$MQ_{\text{Erro}} = \frac{S_{\text{Erro}}}{(N_{tk} - k)} = \frac{0,11}{(12 - 4)} = \frac{0,11}{8} = 0,01375$$

$$F_{\text{calculado}} = \frac{MQ_{\text{Total}}}{MQ_{\text{Erro}}} = \frac{0,57}{0,01375} = 41,45$$

Consultando a *tabela de distribuição F* (Tabela 2.23):

$$F_{\text{tabulado}} = F_{(N_{tk} - k), (k - 1), \alpha}$$

$$F_{\text{tabulado}} = F_{(N_{tk} - k), (k - 1), \alpha} = F_{3; 0,05} = 4,07$$

Como $F_{\text{calculado}} > F_{\text{tabulado}}$, ou seja, 41,45 > 4,07. A hipótese é significativa. Portanto, há diferenças significativas entre os grupos. Assim, cada peixe da mesma espécie apresentou comportamento diferente com relação à dosagem do remédio para barbatanas. Dependendo do experimento, do resultado esperado e da experiência da equipe, podem ser realizados novos ensaios e estudos levando-se em consideração outras variáveis controláveis (fatores controláveis). Nesse ensaio, por exemplo, pode-se avaliar a dosagem recomendada de remédio em função do tamanho do peixe, sendo assim, o tamanho do peixe selecionado seria um fator controlável no estudo.

Após a comprovação de que os dados são significativos é possível realizar comparação múltipla de médias.

2.9.2 Análise de variância: classificação dupla

Esse método consiste em uma comparação entre dois fatores, sendo que níveis ou tratamentos dos dois fatores são analisados, e sua interação também. Por exemplo, seja um experimento qualquer em que quatro operadores diferentes (esse é o fator A com quatro níveis, ou seja, os quatro operadores) utilizam um mesmo tipo de instrumento analógico (por exemplo, um voltímetro analógico) para medir a tensão elétrica de um novo componente eletrônico fabricado com três novas composições de materiais (esse é o fator B com três níveis, ou seja, as três novas composições de materiais). Nesse experimento, é necessário avaliar a relação do operador, do material e da interação operador-material na obtenção da tensão elétrica e, portanto, verificar se esses dados são significativos. Esse tipo de experimento recebe o nome de projeto de experimentos fatorial; são projetos que se caracterizam pela economia e por permitirem avaliar as interações entre os fatores controláveis do experimento. Além disso, é importante observar que são mais eficientes estatisticamente quando apresentam o mesmo número de repetições em cada tratamento. Os resultados e cálculos necessários para esse procedimento são fornecidos na Tabela 2.27.

Em que:

TP representa os totais dentro das células dos tratamentos, ou seja, o somatório das repetições dentro de uma determinada célula:

$$TP_{11} = \sum(X_{111} + X_{112} + \dots + X_{11n})$$

$$TP_{21} = \sum(X_{211} + X_{212} + \dots + X_{21n})$$

e assim sucessivamente até:

$$TP_{jk} = \sum(X_{j11} + X_{j12} + \dots + X_{jn})$$

TL é o somatório das linhas:

$$TL_{1k} = \sum(TP_{11} + TP_{12} + \dots + TP_{1k})$$

$$TL_{2k} = \sum(TP_{21} + TP_{22} + \dots + TP_{2k})$$

e assim sucessivamente até:

$$TL_{jk} = \sum(TP_{j1} + TP_{j2} + \dots + TP_{jk})$$

TC é o somatório das colunas:

$$TC_{j1} = \sum(TP_{11} + TP_{21} + \dots + TP_{j1})$$

$$TC_{j2} = \sum(TP_{12} + TP_{22} + \dots + TP_{j2})$$

e assim sucessivamente até:

$$TC_{jk} = \sum(TP_{jk} + TP_{jk} + \dots + TP_{jk})$$

e TT_{jk} é o somatório total.

Após esses cálculos iniciais, deve-se obter o termo de correlação (TC) e as somas dos quadrados total (S_{Total}), entre os tratamentos A e B (SA_{Total} e SB_{Total}) e a interação entre os dois fatores (SAB_{Total}) e preencher a Tabela 2.28.

Em que:

j representa o total de níveis do Fator A, k , o total de níveis do fator B, e n_{jk} , a quantidade de repetições de cada célula:

$$TC = \frac{(TT_{jk})^2}{j \cdot k \cdot n_{jk}}$$

Tabela 2.27 Análise de variância – classificação dupla

Fator A	Fator B					Totais
	B ₁	B ₂	B ₃	...	B _k	
A ₁	X ₁₁₁	X ₁₂₁	X ₁₃₁		X ₁₄₁	
	X ₁₁₂	X ₁₂₂	X ₁₃₂		X ₁₄₂	
	X ₁₁₃	X ₁₂₃	X ₁₃₃	...	X ₁₄₃	TL _{1k}
	
	X _{11k}	X _{12k}	X _{13k}		X _{14k}	
	TP ₁₁	TP ₁₂	TP ₁₃		TP _{1k}	
A ₂	X ₂₁₁	X ₂₂₁	X ₂₃₁		X ₂₄₁	
	X ₂₁₂	X ₂₂₂	X ₂₃₂		X ₂₄₂	
	X ₂₁₃	X ₂₂₃	X ₂₃₃	...	X ₂₄₃	TL _{2k}
	
	X _{21k}	X _{22k}	X _{23k}		X _{24k}	
	TP ₂₁	TP ₂₂	TP ₂₃		TP _{2k}	
...
A _j	X _{j11}	X _{j21}	X _{j31}		X _{j41}	
	X _{j12}	X _{j22}	X _{j32}		X _{j42}	
	X _{j13}	X _{j23}	X _{j33}	...	X _{j43}	TL _{jk}
	
	X _{j1k}	X _{j2k}	X _{j3k}		X _{j4k}	
	TP _{j1}	TP _{j2}	TP _{j3}		TP _{jk}	
Totais	TC _{j1}	TC _{j2}	TC _{j3}	...	TC _{jk}	TT _{jk}

Tabela 2.28 Tabela ANOVA para o projeto fatorial (dois fatores controláveis)

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Médias quadradas	Fator F
Tratamento A	SA _{Trat}	j - 1	MQA _{Trat}	F _{A, calculado}
Tratamento B	SB _{Trat}	k - 1	MQB _{Trat}	F _{B, calculado}
Interação AB	SAB _{Trat}	(j - 1) · (k - 1)	MQAB _{Trat}	F _{AB, calculado}
Erro	SErr	j · k · (n _{jk} - 1)	MQE _{Err}	
Total	S _{Total}	(j · k · n _{jk}) - 1		

$$\begin{aligned}
 SA_{Trat} &= \frac{\sum_{i=1}^j (TL_{ik})^2}{k \cdot n_{jk}} - TC = \left[\frac{(TL_{1k})^2}{k \cdot n_{jk}} + \frac{(TL_{2k})^2}{k \cdot n_{jk}} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(TL_{jk})^2}{k \cdot n_{jk}} \right] - TC \quad SAB_{Trat} = \frac{\sum_{j,k=1}^{jk} (T_{jk})^2}{n_{jk}} - TC - SA_{Trat} - SB_{Trat} = \\
 &\quad = \left[\frac{(TP_{11})^2}{n_{jk}} + \frac{(TP_{12})^2}{n_{jk}} + \dots + \frac{(TP_{jk})^2}{n_{jk}} \right] - TC - SA_{Trat} - SB_{Trat} \\
 SB_{Trat} &= \frac{\sum_{i=1}^k (TC_{ji})^2}{j \cdot n_{jk}} - TC = \left[\frac{(TC_{j1})^2}{j \cdot n_{jk}} + \frac{(TC_{j2})^2}{j \cdot n_{jk}} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(TC_{jk})^2}{j \cdot n_{jk}} \right] - TC \quad S_{Err} = \frac{\sum_{j,k=1}^{jk} (X_{jk}^2)}{n_{jk}} - \frac{\sum_{j,k=1}^{jk} (T_{jk})^2}{n_{jk}}
 \end{aligned}$$

$$S_{Total} = SA_{Total} + SB_{Total} + SAB_{Total} + S_{Error}$$

$$MQA_{Total} = \frac{SA_{Total}}{j - 1}$$

$$MQB_{Total} = \frac{SB_{Total}}{k - 1}$$

$$MQAB_{Total} = \frac{SAB_{Total}}{(j - 1) \cdot (k - 1)}$$

$$MQ_{Error} = \frac{S_{Error}}{j \cdot k \cdot (n_{jk} - 1)}$$

$$Fa_{calculated} = \frac{MQA_{Total}}{MQ_{Error}}$$

$$Fb_{calculated} = \frac{MQB_{Total}}{MQ_{Error}}$$

$$Fab_{calculated} = \frac{MQAB_{Total}}{MQ_{Error}}$$

O procedimento para verificação se os fatores A, B e interação AB são significativos é o mesmo do descrito no tópico anterior, ou seja, pela comparação do $F_{calculated}$ com o $F_{tabulado}$. Portanto, se:

$$Fa_{calculated} > F_{tabulado}$$

o fator A é significativo no experimento, e se

$$Fb_{calculated} > F_{tabulado}$$

o fator B é significativo no experimento e

$$Fab_{calculated} > F_{tabulado}$$

a interação do fator A com o fator B é significativa no experimento.

$O F_{tabulado}$ (veja Tabela 2.23) é obtido da mesma forma que no tópico anterior, porém deve-se levar em conta o grau de liberdade do fator que está sendo analisado.

Exemplo

Um determinado aquarista solicitou que se avaliassem as condições químicas (principalmente o pH) de aquários de água doce com injeção eletromecânica de CO₂ e sem injeção de CO₂ (fator A) utilizado para o crescimento das plantas. Cada aquário contém uma das seguintes espécies de peixes (fator B): o popular disco (*Syphodus discus*), a bótia palhaço (*Botia macracanthus*), o cascudo pa-naque (*Panaque nigrolineatus*), o neon (*Paracheirodon axelrodi*) e o gato invertido (*Synodontis nigriventris*). Os resultados encontrados para o pH estão resumidos na Tabela 2.29.

Tabela 2.29 Exemplo do ensaio de pH para os peixes do exemplo

Fator A	Fator B					$TL = 66,1$
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
Com CO ₂	6,2	7,0	7,4	6,5	6,0	
	6,1	7,1	7,2	6,3	6,3	
Sem CO ₂	6,8	7,2	7,0	6,7	6,5	
	6,9	7,3	6,8	6,6	6,7	
	$TP = 12,3$	14,1	14,6	12,8	12,3	
	$TP = 13,7$	14,5	13,8	13,3	13,2	$TL = 68,5$
	$TC = 26,0$	28,6	28,4	26,1	25,5	$TT = 134,6$

Com a utilização das expressões fornecidas anteriormente, é possível construir a ANOVA – veja Tabela 2.30 (com $n_{jk} = 2$).

Tabela 2.30 ANOVA para o exemplo do ensaio de pH para os peixes do exemplo

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Médias quadradas	Fator F
Tratamento A	$SA_{Total} = 0,29$	$j - 1 = 1$	$MQA_{Total} = 0,29$	$Fa_{calculated} = 29$
Tratamento B	$SB_{Total} = 2,13$	$k - 1 = 4$	$MQB_{Total} = 0,53$	$Fb_{calculated} = 53$
Interação AB	$SAB_{Total} = 0,67$	$(j - 1) \cdot (k - 1) = 4$	$MQAB_{Total} = 0,17$	$Fab_{calculated} = 17$
Erro	$S_{Error} = 0,15$	$j \cdot k \cdot (n_{jk} - 1) = 10$	$MQ_{Error} = 0,01$	

Verificando a tabela de distribuição F:

$$Fa_{calculated} > F_{tabulado}$$

$$29 > Fa_{calculated} = F_{1,9,0,05} = 4,98$$

como 29 > 4,96, o Fator A é significativo, ou seja, a injeção de CO₂ ou a não injeção de CO₂ é significativa com relação ao parâmetro pH dos aquários.

$$F_{B\text{ calculado}} > F_{\text{tabulado}}$$

$$53 > F_{10,4,0,05} = 3,48$$

como $53 > 3,48$, o fator B é significativo, ou seja, os diferentes tipos de aquários com peixes de espécies diferentes são significativos com relação ao parâmetro pH dos aquários.

$$F_{AB\text{ calculado}} > F_{\text{tabulado}}$$

$$17 > F_{10,4,0,05} = 3,48$$

como $17 > 3,48$, a interação entre os fatores A e B é significativa com relação ao pH dos aquários.

Cabe observar que existem diversos outros métodos: classificação tripla, quadrados latinos etc., que podem ser consultados nas referências apresentadas no final deste capítulo.

Exercícios

- Considerando o retificador onda completa, prove que a tensão de saída $V_{\text{saída}}$ é igual a: $V_{\text{saída}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$.
- Como é medida a dispersão de dados?
- Determine a média aritmética dos seguintes dados: 12,2; 5; 8,5; 14,32; 7,5; 6,5; 6,5 e 5,5.
- Determine a mediana do seguinte conjunto de dados: 5; 6; 4; 3; 2; 9 e 7.
- Determine a moda dos dados: 5; 6; 4; 3; 4; 2; 4; 7; 2; 9 e 4.
- Considere que você recebeu um prêmio de R\$480,00 com o qual acabou viajando. A cada dia de viagem você gasta 1/2 do valor. Tabule esses valores, apresente um gráfico para esse conjunto de dados e calcule a média logarítmica.
- Os seguintes preços são encontrados para certa fruta no período de 6 semanas. Calcular a média aritmética e a média harmônica dos seguintes dados: R\$1,96; R\$2,05; R\$1,75; R\$1,94; R\$2,25 e R\$2,10.
- Encontre o valor rms para uma senoide que apresenta uma tensão de pico de 45,3 V.
- Um amplificador tem um sinal de saída de 3,6 V rms quando um sinal na entrada senoidal de 0,1 V rms está presente. Determine o ganho em decibéis.
- Os seguintes dados foram obtidos com um voltímetro. Calcule: (a) a tensão média, (b) a variância, (c) o desvio padrão. Os dados são: 4,35; 6,21; 5,02; 3,99; 3,02; 6,00; 4,77; 3,30; 4,05; 5,43; 3,45; 1,99; 6,15; 5,75; 2,98; 5,43; 2,22; 3,49; 4,00; 4,40; 5,20; 5,70; 7,01; 8,10; 4,33; 4,00; 5,20; 4,65; 4,34; 3,90; 5,45 e 6,90.
- Pretende-se medir a velocidade com que um corpo parte após ser comprimido contra uma mola; fazendo a energia potencial ($k \cdot x^2/2$) igual à energia cinética, quando o corpo começa a adquirir movimento ($m \cdot v^2/2$), pode-se escrever:

 - $\frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} mv^2$ ou $x = v\sqrt{\frac{m}{k}}$

O fabricante da mola diz que a constante elástica é $K = 10 \cdot N/mm \pm 5\%$. Dessa maneira, necessita-se de um dispositivo para medir x (da ordem de 10 cm) e a massa "m" (da ordem de 100 g). O encarregado solicitou a compra de um paquímetro com resolução de 0,1 mm e uma balança de 0,1 g. Comente a solicitação do encarregado levando-se em conta a teoria de propagação de incertezas.

- Aplica-se uma tensão $V = 100 \cdot V \pm 1\%$ a um resistor de $R = 10 \cdot \Omega \pm 1\%$, sendo a corrente medida igual a $I = 10 \cdot A \pm 1\%$. Considere, nesse caso, as incertezas com uma distribuição normal e um fator de cobertura $K = 2$. Deseja-se calcular a potência dissipada de três modos diferentes:

 - $P = \frac{V^2}{R}$
 - $P = RF$
 - $P = V \cdot I$

Qual dos modos você considera mais adequado? Por quê?

- O raio de uma peça cilíndrica mede (segundo catálogo) $(6,0 \pm 0,2)$ mm, e sua altura é (20 ± 1) mm. Determine, considerando uma probabilidade de abrangência de 95%:

 - a área transversal da peça;
 - o seu volume.

- Dados dois resistores, com tolerâncias fornecidas $R_1 = (20 \pm 4) \cdot \Omega$, $R_2 = (300 \pm 2) \cdot \Omega$, determine o valor da resistência equivalente, considerando uma probabilidade de abrangência de 95%, quando:

 - Os resistores estiverem em série;
 - Os resistores estiverem em paralelo.

- Uma barra de cobre retangular, de massa $M = (135 \pm 1)$ g, possui comprimento $a = (80 \pm 1)$ mm, largura $b = (10 \pm 1)$ mm e altura $h = (20 \pm 1)$ mm; seu momento de inércia I em torno de um eixo central e perpendicular à face ab é: $I = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$. Considere os dados com distribuições normais e fator de cobertura $K = 2$. Determine:

 - o valor do momento de inércia;
 - a densidade da barra.

- Nos exercícios a seguir, determine F e a respectiva incerteza combinada, sendo $A = (25 \pm 1)$, $B = (10 \pm 1)$, $C = (25 \pm 5)$ *unid.* Resolva este exercício utilizando o método clássico, considerando dois casos: A , B e C com distribuições normais e fator de cobertura $K = 2$. Considere também o caso de A , B e C possuírem distribuições retangulares e compare os resultados. Depois, repita o exercício utilizando o MMC. Sugestão: utilize o Matlab.

 - $F = A \cdot B^{1/2}$;
 - $F = 3A^{3/2} - \frac{1}{B}$;
 - $F = \ln(A) + (BC)^2$.

- Dispõe-se de um amperímetro de $RA = (10 \pm 1) \Omega$ (valores limite de tolerância), de um voltmímetro $RV = (1 \text{ k}\Omega \pm 10\%)$ (valores limite de tolerância) e de uma fonte de $E = 6,00 \text{ V} \pm 3\%$ com probabilidade de abrangência de 95% (considere uma distribuição normal). Deseja-se determinar a potência dissipada no resistor quando este está ligado à fonte. Desenhe o circuito adequado e analise a incerteza final da medida.

18. Um termopar tipo K ($\pm 0,75\%$ da medida) está fornecendo uma temperatura da ordem de 700 °C e está acoplado a um milivoltímetro analógico de fundo de escala 100 mV, classe 2%. Desprezando erros de temperatura ambiente, cabos etc., qual é a incerteza na leitura da temperatura do forno? Resolva este problema utilizando o método clássico de propagação de incertezas e compare com o MMC.

19. A deformação ε em qualquer ponto de uma lámina triangular de base $b = (100,0 \pm 0,02)$ mm, $c = (2,00 \pm 0,02)$ mm e c altura (em relação à base) $h = (200,0 \pm 0,2)$ mm, quando submetida a flexão, é a mesma em qualquer ponto da lámina e pode ser calculada por:

$$\varepsilon = \frac{6Fh}{Ebc^3}$$

em que $E = 21\,000 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} \pm 10\%$ é o módulo de elasticidade do material e a força aplicada é $F = 10,0 \text{ kN} \pm 2\%$. Determine a deformação e a respectiva incerteza combinada com probabilidade de abrangência de 95%. Considere que todos esses dados foram medidos e suas incertezas seguem uma distribuição normal com fator de cobertura $K = 1$. Repita o cálculo utilizando o MMC.

20. Um terreno tem dimensões de 50 por 150 m. A incerteza na dimensão de 50 é de 0,01 m. Calcule a incerteza combinada em que a dimensão de 150 m deve ser medida para a incerteza total da área não seja maior que 100% do valor se a dimensão de 150 m fosse exata. Considere, neste caso, distribuições normais e um fator de cobertura $K = 1$.

21. Um importante parâmetro em motores é torque T , o qual é definido como força vezes a distância ($F \times d$). Em um teste de motor, foi medida a força aplicada $F = 10 \pm 1\text{N}$ (através de um dinâmômetro) em uma barra de $1 \pm 0,1\text{m}$. Calcule o torque resultante com a sua incerteza combinada.

22. Um corpo tem uma massa $M = 1 \text{ kg} \pm 10\%$ e uma velocidade $V = 100 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 10\%$ (valores de incerteza tipo B determinados com base na experiência do operador, portanto com distribuição retangular). Calcule a energia cinética e a incerteza com uma probabilidade de abrangência de a. 68% e b. 95% relacionada a esse corpo, sabendo que: $E_c = \frac{1}{2}MV^2$. Utilize ambos os métodos estudados e compare os resultados.

23. Em uma disciplina introdutória de Engenharia Biomédica, foi desenvolvido um estudo experimental para relacionar o peso e a capacidade pulmonar (CP) (estimada por um espirômetro) de 20 alunas com idades entre 18 e 24 anos. Os resultados obtidos encontram-se na tabela a seguir:

Aluna	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Peso (kg)	55,4	58,2	49,0	73,4	63,5	60,7	59,4	62,3	62,4	50,8
CP	3,87	3,26	4,13	2,14	3,44	2,78	2,91	3,33	3,20	2,17
Aluna	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Peso (kg)	56,5	47,5	54,0	50,8	49,7	46,5	57,4	60,1	60,5	52,4
CP	3,13	2,37	2,98	2,45	2,15	3,01	3,04	3,58	2,64	2,59

Em uma ferramenta gráfica, plote esse gráfico e verifique sua significância pelo cálculo do coeficiente de correlação.

24. A tabela a seguir apresenta os dados de um determinado ensaio de vibração em um assento veicular. O assento foi posicionado sobre uma mesa vibratória que o excita aleatoriamente. Medidas do nível de vibração junto ao apoio para as costas foram obtidas a partir do 3º dia do ensaio e posteriormente de dois em dois dias:

Dias	3	5	7	9	11	13
Aceleração ($a_{\text{m/s}^2}$)	7,7	13,0	17,5	23,0	26,7	29,7

Plote esses dados em um gráfico e examine a regressão com um intervalo de confiança de 95%.

25. Um engenheiro biomédico está testando a resistência à compressão de próteses da articulação do joelho com a adição percentual de uma nova liga metálica. Os resultados obtidos encontram-se a seguir:

Adição percentual	Resistência à compressão
0%	25,4
5%	41,3
15%	38,7
20%	44,6
25%	29,7

Verifique se os dados obtidos são significativos.

26. Em uma indústria farmacêutica, um dado produto foi testado com ratos de laboratório para examinar o efeito da concentração de glicose. Verifique o significado estatístico desses dados.

Dias de inoculação	3	5	7	9
10 mg/l	4,9	8,4	9,8	11,1
20 mg/l	5,8	8,7	9,7	12,2

27. Um experimento envolveu três pessoas diferentes com 12 tipos de produtos para determinar a dosagem adequada de um determinado produto para uma parcela da população. Determine se as variáveis são significativas.

Pessoas	Produtos											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	24,5	23,4	21,2	15,7	20,1	13,6	13,8	19,8	20,1	24,6	21,0	23,3
	24,2	23,3	29,3	18,9	19,3	18,6	15,7	20,0	20,5	25,6	19,9	23,2
B	20,2	17,8	15,1	17,6	20,4	23,0	17,8	21,1	20,6	24,0	19,9	23,5
	20,9	18,5	13,5	16,6	20,0	19,4	24,1	19,9	21,6	23,9	19,9	24,0
C	18,6	21,7	19,7	22,8	19,5	13,8	12,7	19,9	19,9	23,8	21,0	24,5
	14,5	21,6	20,1	21,4	18,9	13,5	10,7	20,4	19,9	23,8	21,1	24,6

28. Três circuitos resistivos foram montados com quatro configurações diferentes utilizando-se quatro diferentes resistores. Verifique se o valor de tensão determinado é significativo.

Configurações	Resistores			
	1	2	3	4
1	5,1	6,0	7,2	8,0
	4,5	6,2	4,0	7,8
	4,9	6,1	7,1	7,5
2	4,9	6,0	7,9	7,2
	4,8	5,9	7,5	7,4
	4,9	6,5	7,2	7,3
3	5,0	6,5	7,1	7,0
	5,1	6,7	7,2	7,1
	5,2	7,0	7,0	7,0
4	5,0	6,9	7,0	6,9
	5,1	6,8	7,0	6,9
	5,3	7,2	7,0	6,8

29. Uma equipe de engenheiros foi contratada para verificar a transmissibilidade da vibração relacionada à coluna vertebral de motociclistas profissionais. Nesse ensaio foram utilizados cinco veículos

pesados com três tipos de assentos. Verifique se os resultados obtidos no ensaio são significativos.

Tipos de assentos	Veículos				
	1	2	3	4	5
Assento 1	1,0	0,9	1,1	1,5	1,5
	0,9	0,7	1,4	1,4	1,9
	0,8	0,8	1,2	1,2	1,9
Assento 2	1,0	1,1	1,1	1,4	1,5
	1,2	1,2	1,2	1,3	1,4
	1,1	0,9	1,1	1,7	1,3
Assento 3	2,0	1,9	1,8	2,5	2,0
	2,2	1,7	1,8	2,4	1,9
	1,9	2,2	2,1	2,2	2,1

BIBLIOGRAFIA

- BARKER, F. I.; WHEELER, G. J. *Mathematics for electronics*. Reading: Addison-Wesley, 1968.
- BELANGER, B. C. Traceability: an evolving concept. In: *A century of excellence in measurements, standards, and technology – a chronicle on selected NBS/NIST publications 1901-2000*. GAITHESBURG: Ed. D.R. Lide, NIST SP 958, 2000.
- BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, and OIML. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, Supplement 1, Propagation of distributions using a Monte Carlo method, Final draft, 2006.
- BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 1995. ISBN 92-67-10188-9 Corrected and reprinted.
- BOLTON, W. *Instrumentação e controle*. São Paulo: Hemus, 1997.
- BURY, K. *Statistical distributions in engineering*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- COX, M. G; HARRIS, P. M. *SS/M best practice guide no. 6 – uncertainty evaluation*. Teddington, UK: Tech. Rep., National Physical Laboratory, 2004.
- COX, M. G. Use of Monte Carlo simulation for uncertainty evaluation in metrology. In: *Advanced mathematical & computational tools in metrology V*. Singapore: World Scientific Publishing, 2001.
- DOEBELIN, O. E. *Measurement systems: application and design*. New York: McGraw-Hill, 1990.
- DONATELLI, G. D. *Capability of measurement systems for 100% inspection tasks*. Florianópolis: UFSC, 1999.
- DONATELLI, G. D.; KONRATH, A. C. Simulação de Monte Carlo na avaliação de incertezas de medição. *Revista de Ciência e Tecnologia*, V. 13, nº 25/26, p. 5-15, jan./dez. 2005.
- GUIDE to the Expression of Uncertainty in Measurement, first edition, 1993, corrected and reprinted 1995, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland).
- GUM Suppl 1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) – Supplement 1: numerical methods for the propagation of distributions. In accordance with the ISO/IEC Directives, Part 1, 2001.
- GUM. Guia para a Expressão da Incerteza de Medição. 3. ed. bras. do Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Rio de Janeiro: Inmetro, ABNT, 2003.
- HERCEG, E. E. *Handbook of measurement and control*. New Jersey: Schaeftz Engineering, 1972.
- INTERNATIONAL Standard ISO 3534-1, Statistics - Vocabulary and symbols - Part I: Probability and General Statistical Terms, first edition, 1993, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)
- INTERNATIONAL Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology, second edition, 1993, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland).
- ISO/T 16949, Quality Management Systems – particular requirements for the application of ISO 9001: 2000 for automotive production and relevant service part organizations. 2nd. ed., 2002.
- MONTGOMERY, D. C. *Design and analysis of experiments*. New York: John Wiley, 2001.
- _____, RUNGER, G. C. *Applied statistics and probability for engineers*. New York: John Wiley, 2003.
- _____, _____. *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. Rio de Janeiro: LTC, 2003.
- _____, _____. *Estatística aplicada para engenharia*. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- NBR ISO 9000:2000. Sistemas de gestão da qualidade – fundamentos e vocabulário. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.
- NBR ISO/IEC 17025. Requisitos Gerais para a Competência de Laboratórios de Ensaio e Calibração. Rio de Janeiro: ABNT, 2001.
- NOLTINGK, R. E. *Instrument technology*. London: Butterworths, 1985.
- SCHIED, F. *Análise numérica*. São Paulo: McGraw-Hill, 1991.
- SOBOL, I. M. A Primer for the Monte Carlo Method. Florida: CRC, 1994.
- SOUZA, J. A.; RIBEIRO, A. S. *Vantagens da utilização do método de Monte Carlo na avaliação das incertezas de medição*. 2º Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Metrologia, Lisboa, 17 de novembro de 2006.
- VIM. Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia. Brasília: Senai/DN, 2000.
- VIUOLO, J. H. *Fundamentos da teoria de erros*. São Paulo: Edgard Blücher, 1992.

Conceitos de Eletrônica Analógica e Eletrônica Digital

3.1 Introdução

A instrumentação moderna está definitivamente ligada à eletrônica. Apesar de os princípios físicos de funcionamento dos sensores se manterem inalterados, as técnicas de condicionamento e processamento de pequenos sinais têm acompanhado a evolução da eletrônica. Atualmente os fornecedores de componentes eletrônicos disponibilizam dispositivos encapsulados com diversas etapas de condicionamento. Alguns sensores, inclusive, já são disponibilizados com sua saída processada de forma digital. São disponibilizados também os chamados "sensores inteligentes", diferenciados pelas funções e características apresentadas devido à alta tecnologia eletrônica embutida.

Neste capítulo serão apresentados conceitos básicos de eletrônica analógica e digital, o que possibilita a estudantes de diferentes áreas o acesso a componentes fundamentais que estão presentes na maioria dos processos de medidas.

3.2 Resistores, Capacitores e Indutores

Esses componentes também são, muitas vezes, identificados pelas siglas R, L, C e constituem os elementos fundamentais da eletrônica. São conhecidos como componentes passivos.

3.2.1 Resistores

Os resistores são componentes que dissipam energia por efeito Joule. Para a implementação de circuitos, utilizam-se resistores lineares que obedecem à lei de Ohm, segundo a qual a unidade do resistor é o ohm (Ω), a tensão é o volt (V) e a corrente é o ampère (A):

$$v = r \cdot i$$

A simbologia adotada para a representação desses elementos em diagramas elétricos é mostrada na Figura 3.1.

A potência dissipada em um resistor linear em um determinado instante é dada por:

$$p = v \cdot i = r \cdot i^2 = \frac{v^2}{r},$$

cuja unidade é o watt (W).

Os resistores têm seus valores, suas tolerâncias, suas potências e seus tipos determinados pelas aplicações, como, por exemplo, cargas em circuitos ativos, circuitos de polarização, circuitos de realimentação, divisores de tensão e/ou de corrente, tais como elementos de medida de corrente, entre outros. Os valores comerciais típicos disponíveis estão em uma faixa de $0,01\ \Omega$ até $10^{12}\ \Omega$ com tolerâncias entre 0,005% e 20% e potências de 1/16 a 250 W.

Os resistores podem ser construídos a partir de um segmento de fio resistivo enrolado sobre um material isolante. Esses resistores são utilizados onde há o manejo de altas potências, e estão disponíveis no mercado com potências típicas de 2 W a 250 W.

Os resistores mais usados em eletrônica são os resistores de carbono, construídos a partir de uma camada de tinta misturada com carbono e aplicada sobre um núcleo isolante. A concentração da camada resistiva, sua espessura e sua composição determinam os valores dos resistores, e seu tamanho está relacionado à potência dissipada pelo componente. Nas extremidades do cilindro isolante são montados os terminais que são utilizados para fixação mecânica do componente, bem como para a condução do sinal elétrico aplicado a ele. Os resistores de carbono típicos estão disponíveis com faixas de 10% e 5% de tolerância do valor resistivo.

Em aplicações em que é necessária alta estabilidade com variação da temperatura, são utilizados os resistores de filme metálico, que são construídos a partir da aplicação a vácuo de um filme de liga metálica evaporada sobre um cilindro isolante, em que a concentração e a espessura do filme metálico determinam o valor resistivo.

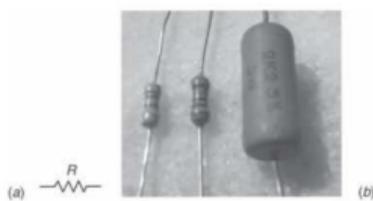


Figura 3.1 (a) Símbolo e (b) foto de resistores.

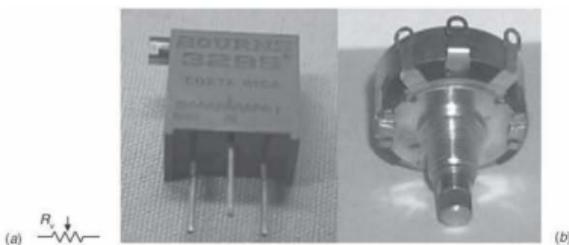


Figura 3.2 (a) Símbolo e (b) fotos de resistores variáveis.

do resistor. Os resistores de filme metálico mais utilizados possuem faixas de 1% e 0,5% de tolerância do valor resistivo.

Para aplicações em que é necessário variar o valor dos resistores, são disponíveis os *trim-pots* e os potenciômetros, que são resistores de três terminais: dois fixos nas extremidades de um resistor e um variável, que possibilita a variação do valor de resistência entre o terminal fixo e o terminal móvel (Figura 3.2).

Resistores ainda podem ser obtidos a partir de elementos semicondutores, que são implementados junto com os transistores na manufatura dos circuitos integrados e que têm funções similares às dos resistores discretos.

As características dos resistores podem variar em função da temperatura, da tensão de trabalho, do tempo de uso e da umidade. Uma característica indesejada dos resistores é a indutância, que pode introduzir problemas quando os resistores são aplicados em circuitos que operam em altas frequências. Outra característica a ser observada é a geração de ruído térmico, inconveniente quando os resistores são aplicados em circuitos que trabalham com sinais muito pequenos.

3.2.2 Capacitores

Os capacitores são elementos capazes de armazenar cargas elétricas. A Figura 3.3 mostra o símbolo e uma foto de capacitores. As principais relações entre tensão e corrente do capacitor são dadas por:

$$q = CV \Rightarrow \frac{dq}{dt} = d(CV) \Rightarrow i_c = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

e a relação inversa:

$$V_c = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_c(t) dt \Rightarrow V_c = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) dt$$

sendo

q a carga elétrica em coulombs (C);

V_c a tensão elétrica em volts (V);

t o tempo em segundos (s);

C a capacidade em farads (F);

V_0 a tensão inicial devida ao acúmulo de cargas no intervalo de tempo $[-\infty, 0]$.

Ao contrário do resistor, o capacitor não dissipá, mas armazena energia. A potência instantânea e a energia armazenada em um capacitor podem ser calculadas da seguinte maneira:

$$p = v \cdot i = v \left(C \frac{dv}{dt} \right) = Cv \frac{dv}{dt}$$

$$E = \int_{-\infty}^t p(t) dt = \int_0^v Cv dv = \frac{1}{2} Cv^2$$

A construção básica de um capacitor é feita por meio de dois materiais condutores muito próximos, conectados a dois terminais (um em cada condutor). A capacidade depende da área dos condutores, da distância entre as placas e da constante dielétrica do material entre as placas. Para grandes valores de capacidade, são necessárias grandes áreas de condutores. Em termos comerciais, os capacitores se apresentam com os dois condutores enrolados e isolados entre si com uma folha de dielétrico, o que limita a distância entre os condutores. Portanto, a capacidade é dada por:

$$C = \frac{\epsilon}{d}$$

sendo

ϵ a constante dielétrica (dependente de cada material) em F/m ;

A a área dos condutores em m^2 ;

d a distância entre os mesmos em m.

Existem diferentes tipos de capacitores: mica, cerâmicos, poliéster, vidro, tântalo, eletrolítico, entre outros. O critério de escolha do tipo de capacitor está ligado à função que ele vai desempenhar, e para isso o engenheiro deve consultar catálogos de fabricantes. Em poucas palavras, pode-se dizer que capacitores como os cerâmicos devem ser utilizados em aplicações não críticas, devido ao preço. Já os capacitores de tântalo devem ser utilizados quando é necessária alta capacidade e se dispõe de pouco espaço, enquanto capacitores eletrolíticos podem ser utilizados em fontes de alimentação e circuitos de baixo desempenho.

Assim como ocorre com os resistores, são disponíveis alguns tipos de capacitores variáveis, obtidos a partir do movimento

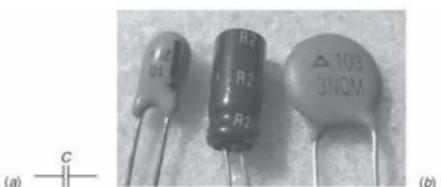


Figura 3.3 (a) Símbolo e (b) foto de capacitores.

meccânico de um conjunto de placas em relação ao outro, e geralmente são utilizados em rádios e osciladores variáveis. Além disso, ainda existem os “varicaps”, que são capacitores semicondutores cujo valor varia a partir de um nível de tensão. Esses componentes são muito utilizados em receptores de rádio e de televisão.

3.2.3 Indutores

Os indutores (Figura 3.4) são elementos capazes de armazenar energia magnética, devido ao fluxo de corrente que passa por eles.

De acordo com a lei de Faraday, variações no fluxo magnético originam uma tensão elétrica de acordo com a seguinte equação:

$$\nu = \frac{d\phi}{dt},$$

em que

$$\phi = L \cdot i,$$

sendo

ϕ o fluxo magnético concatenado em webbers (Wb);
 L a indutância da espira em henrys (H);
 i a corrente que circula pela espira (A).

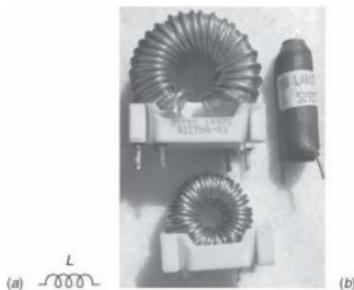


Figura 3.4 (a) Símbolo e (b) foto de indutores.

Assim, pode-se definir a tensão em função da indutância e da corrente que flui por ela:

$$\nu = L \frac{di}{dt}$$

Tal como ocorre no capacitor, no indutor não existe dissipação de energia. A potência instantânea e a energia armazenada podem ser calculadas da seguinte maneira:

$$p = \nu \cdot i = i \left(L \frac{di}{dt} \right) = Li \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow E = \int_{-\infty}^t p(t) dt = \int_0^t Lidi = \frac{1}{2} Li^2$$

Um fator desfavorável dos indutores é que o seu modelo real apresenta consideráveis capacitações e resistências indesejáveis, denominadas parasitas.

A natureza desses componentes básicos possibilita que eles sejam utilizados como sensores em uma série de aplicações. Ao longo deste livro serão mostrados sensores de temperatura que dependem da resistência, sensores de umidade que dependem da capacitação e sensores de posição que dependem de um efeito óptico, entre outros.

Como exemplo, a Figura 3.5 apresenta três aplicações empregando os efeitos RLC.

3.3 Revisão de Análise de Circuitos

A análise de circuitos é um assunto extenso e não será abordada em profundidade nesta revisão. A Bibliografia traz ótimas referências que não poderiam ser sintetizadas neste espaço limitado. Existem, entretanto, alguns circuitos puramente resisitivos, bem como as leis de Kirchhoff (Figura 3.6), que, pela sua importância, não podem ficar ausentes em uma revisão:

Lei de Kirchhoff das correntes: a soma das correntes que entram em um nó ou em qualquer caminho fechado deve ser igual à soma das correntes que saem desse nó ou desse caminho fechado. Aplicando essa lei à Figura 3.6 temos:

$$\sum I_{\text{entrando}} = \sum I_{\text{saíndo}}$$

$$i_3 + i_4 = i_1 + i_2$$

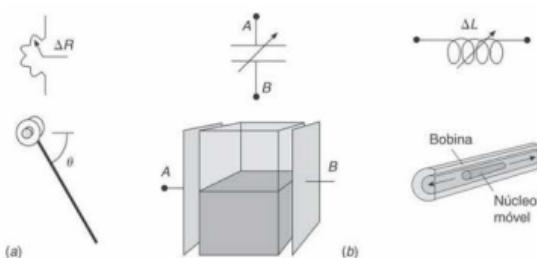


Figura 3.5 (a) Medidor de ângulo utilizando efeito resistivo, (b) medidor de nível utilizando efeito capacitativo, (c) detector de posição utilizando efeito indutivo.

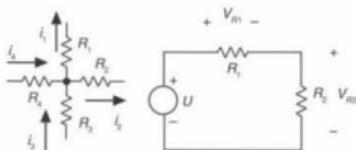


Figura 3.6 Leis de Kirchhoff.

Lei de Kirchhoff das tensões: a soma das tensões em uma malha fechada ou em um caminho qualquer (partindo-se e chegando a um mesmo ponto) deve ser zero. Aplicando essa lei à Figura 3.6, temos:

$$\Sigma V_{juntas} = \Sigma V_{resistores}$$

e então

$$U = V_{R1} + V_{R2}$$

Circuitos úteis decorrentes das leis de Kirchhoff:

Divisor de corrente: a corrente que flui pelos ramos do circuito pode ser calculada da seguinte maneira (Figura 3.7):

$$I = i_1 + i_2$$

$$V = i_1 R_1 = i_2 R_2$$

$$I = i_1 + i_2 = i_2 \frac{R_2}{R_1} + i_2 = i_2 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right)$$

$$i_2 = I \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

Seguindo o mesmo procedimento, temos:

$$i_1 = I \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

Divisor de tensão: a queda de tensão sobre os resistores de uma malha pode ser diretamente calculada aplicando-se as leis de Kirchhoff (Figura 3.7):

$$i = \frac{U}{R_1 + R_2} \text{ e } V_0 = i R_2 \Rightarrow V_0 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

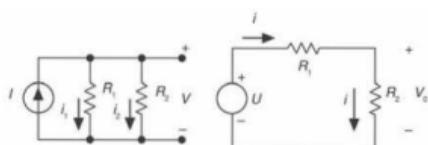


Figura 3.7 Divisor de corrente e divisor de tensão.

3.3.1 Análise de circuitos pelo método das malhas

O método das malhas é implementado por meio das leis de Kirchhoff. O resultado desse método é o cálculo de todas as corren-

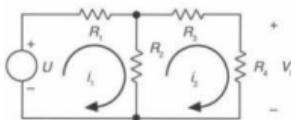


Figura 3.8 Método de resolução de circuitos por análise de malhas.

tes de malhas do circuito. Arbitram-se as correntes nas malhas fechadas dos circuitos tal como na Figura 3.8: malha M_1 com a corrente i_1 e malha M_2 com i_2 . Observa-se que o sentido das correntes também é arbitrado. Quando as malhas forem adjacentes, a corrente deve ser composta por i_1 e i_2 , a fim de satisfazer às leis de Kirchhoff. Por fim, somam-se todas as tensões de cada malha, originando n equações para n malhas. Com a resolução do sistema obtém-se i_1 e i_2 :

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_3 + R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando ao exemplo da Figura 3.8, temos:

$$\begin{cases} i_1 R_1 + (i_1 - i_2) R_2 = U \\ (i_2 - i_1) R_2 + i_2 (R_3 + R_4) = 0 \\ V_0 = i_2 R_4 \end{cases}$$

3.3.2 Análise de circuitos pelo método dos nós

O método dos nós também é implementado por meio das leis de Kirchhoff. O resultado desse método é o cálculo de todas as tensões dos nós do circuito.

Arbitram-se tensões dos nós tal como no exemplo da Figura 3.9: nó N_1 com a tensão v_1 e nó N_2 com v_2 . Observa-se que a polaridade das tensões é padronizada positiva junto ao nó de análise N e negativa junto ao nó de referência (ponto em que os ramos se encontram). Aplica-se então a lei das correntes de nó. O cálculo dessas correntes é feito estabelecendo-se a diferença de tensões dividida pelo valor do resistor entre os nós. Por fim, são originadas n equações para n nós (no caso do exemplo), sendo possível, portanto, determinar v_1 e v_2 . Aplicando ao exemplo da Figura 3.9, temos:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} + \frac{(V_1 - V_2)}{R_2} = I \\ \frac{(V_2 - V_1)}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0 \end{cases}$$

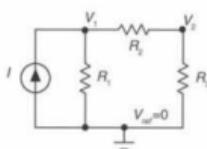


Figura 3.9 Método de resolução de circuitos por análise de nós.

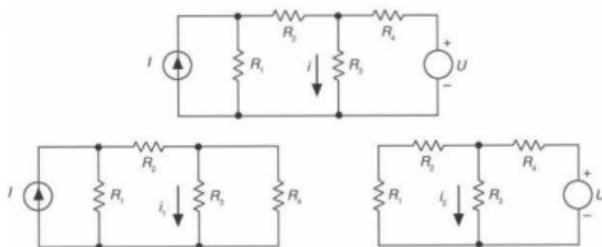


Figura 3.10 Superposição de efeitos.

3.3.3 Teorema da superposição

O teorema da superposição baseia-se no fato de que os circuitos elétricos são sistemas lineares, e, como tal, o resultado de n estímulos pode ser calculado considerando-se a soma de n situações com um estímulo por vez. O exemplo da Figura 3.10 mostra a resolução de um circuito com duas fontes. Utiliza-se uma fonte por vez para calcular a tensão ou corrente no ponto desejado. No final faz-se a soma das respostas individuais.

No exemplo da Figura 3.10, pode-se calcular a corrente i como um efeito de superposição do mesmo circuito com cada uma das fontes, sendo $i_1 = f(I)$ e $i_2 = f(U)$. No caso $i = i_1 + i_2$:

$$i_1 = I \left(\frac{R_4}{R_1 + R_2 + (R_3 // R_4)} \right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

$$i_2 = \frac{U}{R_4 + ((R_1 + R_2) // R_3)} \left(\frac{(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2 + R_3)} \right)$$

3.3.4 Teorema de Thévenin

O teorema de Thévenin consiste na determinação de um circuito equivalente simples a partir de dois terminais. Esse circuito equivalente envolve uma fonte de tensão equivalente (tensão de Thévenin) e uma resistência equivalente (resistência de Thévenin). O teorema de Thévenin é útil em casos em que se faz necessário calcular uma variável específica de tensão ou corrente em apenas um ponto do circuito, não importando os valores das variáveis restantes (Figura 3.11).

A tensão de Thévenin é definida como a tensão vista a um circuito aberto dos terminais analisados. Para o cálculo dessa tensão pode-se utilizar qualquer uma das técnicas vistas até aqui. Para o cálculo da resistência equivalente, deve-se “eliminar” todas as fontes independentes (curto-circuitando fontes de tensão e abrindo fontes de corrente) e, a partir dos terminais, calcular a resistância de Thévenin.

Na Figura 3.12, para o cálculo da tensão e da resistência de Thévenin, o procedimento é separar o circuito à direita da linha tracejada. Em seguida, a partir desses terminais a e b , calculam-se a tensão e a resistência, que correspondem respectivamente à tensão e à resistência de Thévenin.

$$V_{Th} = \frac{18}{6+3} \times 3 = 6 \text{ V} \quad \text{e} \quad R_{Th} = 6 // 3 = \frac{6 \cdot 3}{6+3} = 2 \Omega$$

O teorema de Thévenin é geralmente utilizado na análise de amplificadores e transistores e será aplicado nas próximas seções. O análogo do teorema de Thévenin é o teorema de Norton, que consiste em se determinar um equivalente do circuito em função de um resistor equivalente (resistência de Norton) e uma fonte de corrente equivalente, que consiste na corrente de curto-circuito dos terminais que estão sob análise.

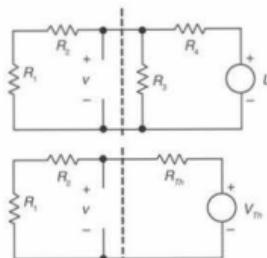


Figura 3.11 Teorema de Thévenin.

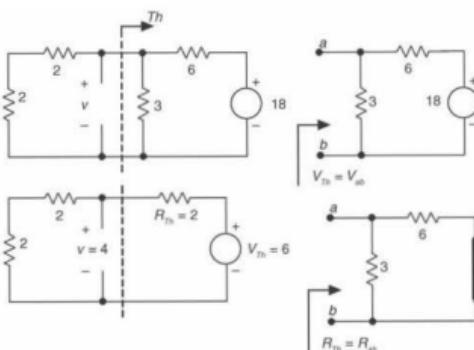


Figura 3.12 Exemplo: teorema de Thévenin.

3.3.5 Blocos de circuitos

O processo eletrônico ao qual o sinal do sensor vai ser submetido denomina-se condicionamento. Esse processo pode variar desde um procedimento simples como uma amplificação do sinal (multiplicação por uma constante) a operações mais complexas como filtragens, conversão analógica digital, operações matemáticas (soma, convolução, entre outras).

Seja como for, os componentes desses processos são, em geral, eletrônicos. Esta seção apresenta o bloco geral de um condicionador, que será dividido em pequenos blocos que poderão ser construídos com alguns dos componentes apresentados neste capítulo.

O projeto de um condicionador vai depender basicamente do sensor e do interesse do usuário. Por exemplo, pode-se considerar um sensor do tipo NTC (que será apresentado no capítulo sobre medição de temperatura), o qual varia a resistência elétrica (Ω) em função da temperatura de entrada. Suponha que seja necessário medir temperatura em °C e disponibilizar essa medida de modo contínuo por meio de um dispositivo de saída e, além disso, armazená-la em alguma mídia em um computador que esteja a alguma distância do instrumento. O diagrama de blocos de um condicionador desse tipo pode ser visto na Figura 3.13.

Nas seções subsequentes, serão apresentados alguns componentes eletrônicos básicos, de modo que serão detalhados os blocos da Figura 3.13 e apresentadas algumas opções de implementações.

3.3.6 Amplificadores e realimentação negativa

Na seção anterior, comentamos que um condicionador de sinais é (ou pode ser) composto por uma série de blocos individuais. O amplificador é, sem dúvida, um dos blocos mais importantes do projeto, uma vez que será responsável pelo processamento direto do sinal que vem do transdutor.

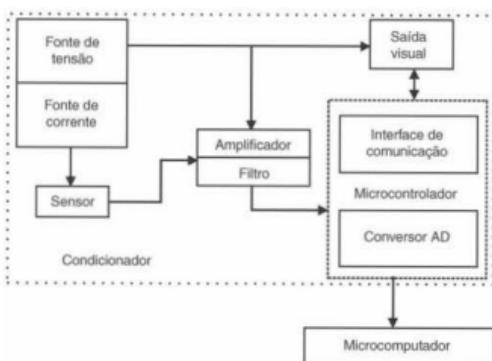


Figura 3.13 Diagrama de blocos de um condicionador de sinais.



Figura 3.14 Sistema a malha aberta.

A maioria das pessoas conhece amplificadores de áudio, que têm a função de amplificar um sinal de áudio oriundo de algum transdutor, como, por exemplo, um microfone. Se considerarmos um antigo disco de vinil, o transdutor será a agulha e todo o *pick-up* responsável pelo fornecimento do sinal analógico de tensão de acordo com os relevos do disco. Se considerarmos uma fita magnética, o cabeçote de leitura será o transdutor. Por fim, se for um CD (*compact disc*), o leitor óptico pode ser considerado o transdutor. A saída de qualquer um desses transdutores apresentará um sinal analógico de baixa potência e o transdutor não pode ser ligado diretamente à saída, no caso aos alto-falantes. Isso se explica pelo fato de que os sinais vindos dos transdutores geralmente são de baixa amplitude e de baixa capacidade de fornecimento de corrente. Os amplificadores servem justamente para aumentar a potência do sinal, amplificando a tensão, a corrente ou ambas.

Considerando um sistema genérico de malha aberta (sem caminho alternativo da entrada para a saída), podemos definir o ganho do amplificador (no caso de tensão) conforme a Figura 3.14:

$$A = \frac{E_o}{E_i}$$

em que

A representa o ganho a malha aberta

E_o representa a tensão de saída

E_i representa a tensão de entrada

Adicionando-se um laço de realimentação que atenua a saída por um fator K negativo (um sistema de controle com laço de realimentação pode ser verificado na Figura 3.15), somado na entrada, tem-se um sinal de erro (e):

$$e = E_i - E_f, \text{ sendo } E_f = KE_o \text{ e, assim,}$$

$$e = E_i - KE_o$$

Pode-se ainda escrever $E_i = \frac{E_o}{A} + KE_o$ e calcular o ganho a laço fechado do novo sistema:

$$A_f = \frac{E_o}{E_i} = \frac{E_o}{\frac{E_o}{A} + KE_o} = \frac{A}{1 + KA}$$

Considerando agora que $KA \gg 1$, podemos fazer:

$$A_f \approx \frac{A}{KA} = \frac{1}{K}$$

Esse resultado indica que o ganho devido à realimentação tem influência direta no ganho do amplificador (Figura 3.15). Mais do que isso, o fator K será determinante nesse ganho.

A realimentação também vai influenciar importantes fatores relacionados a um amplificador, tais como

impedância de entrada e impedância de saída. As definições desses parâmetros são:

$$Z_{if} = \frac{E_i}{I_i} \text{ e } Z_{of} = \frac{E_o}{I_o}$$

em que Z_{if} e Z_{of} representam a impedância de entrada e a impedância de saída, respectivamente, e

E_i é a tensão de entrada

E_o é a tensão de saída

I_i é a corrente de entrada

I_o é a corrente de saída

Como a impedância de entrada para o amplificador sem a realimentação é

$$Z_{if} = \frac{E_i}{I_i} = \frac{E_o}{AI_i},$$

tem-se:

$$I_i = \frac{E_o}{AZ_i}$$

como

$$E_i = E_o(K + \frac{1}{A}).$$

Relacionando as duas variáveis, temos:

$$Z_{if} = Z_i(1 + KA)$$

Isso significa que a impedância de entrada de um amplificador é incrementada por um fator $(1 + KA)$ quando se utiliza a realimentação.

Para o cálculo da impedância de saída, pode-se analisar: $E_o = AE - I_oZ_o$, sendo A o ganho a laço aberto do amplificador e E a tensão de entrada a laço aberto. Para $E_i = 0$ a tensão de entrada do amplificador será $E = -KE_o$, e, assim, $E_o = -AKE_o - I_oZ_o$ e

$$E = \frac{I_oZ_o}{KA + 1}$$

a impedância de saída efetiva é então:

$$Z_{of} = \frac{E_o}{I_o} = \frac{Z_o}{1 + KA}$$

Essa equação indica que a realimentação diminui a impedância de saída por um fator $(1 + KA)$.

Os efeitos da realimentação, bem como realimentação negativa, são bastante conhecidos nos estudos de sistemas de controle. Esta seção tem como objetivo apenas a revisão de conceitos básicos e úteis em instrumentação de modo geral. Por exemplo,

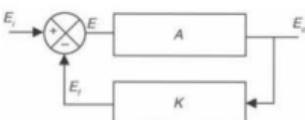


Figura 3.15 Sistema com laço de malha fechada.

aqui não é mostrado o problema relacionado a sinais que variam no tempo cuja resposta em frequência é crítica. Um tratamento extenso e aprofundado do assunto pode ser encontrado na Bi-biografia, no final deste capítulo.

3.4 Diodos

Os diodos são dispositivos eletrônicos ativos constituídos de material semiconductor. O material semiconductor mais utilizado na fabricação de componentes ativos é o silício (Si), que em forma pura (estado intrínseco) não conduz corrente elétrica. Desse modo, são necessárias dopagens (processo no qual são adicionadas impurezas como boro, gálio, fósforo, entre outros) para se constituir novos materiais:

- materiais semicondutores do tipo P (semiconductor com portadores majoritários do tipo lacunas);
- materiais semicondutores do tipo N (semiconductor com portadores majoritários do tipo elétron).

O artifício da aplicação de processos de dopagem sobre um material intrínseco de silício tem por objetivo ampliar artificialmente o número de elétrons livres ou o número de lacunas (ausência de elétrons) presentes nesses materiais. Eles são denominados portadores majoritários e são os responsáveis pelas características elétricas do componente.

Na construção do diodo, são interfaceados dois semicondutores extrínsecos distintos: o tipo N e o tipo P. A partir desse momento, surge uma corrente de difusão em virtude da diferença de concentração dos portadores majoritários entre esses dois materiais. Esse trânsito de portadores causa a formação de uma camada de cargas, denominada zona de depleção, na qual há contato entre esses dois materiais; essa camada dá origem a um campo elétrico contrário à corrente de difusão (Figura 3.16).

Existem duas formas de polarização de um diodo, conforme exemplifica a Figura 3.17: a polarização direta e a polarização reversa.

A **polarização direta** consiste em se fornecer um potencial positivo ao lado do semicondutor do tipo P de modo a mantê-lo a um maior potencial que o N. Nesse caso, é gerado um campo elétrico externo que fornece energia aos portadores para que atravessem a zona de depleção. Portanto, a polarização direta possibilita a passagem de correntes elevadas, limitadas por um resistor R , em série com o diodo, decorrente da formação da junção semiconductor. Em geral se admite que um diodo polarizado diretamente tem apenas uma queda de tensão da ordem de 0,7 V.

Por outro lado, a **polarização reversa** aumenta a largura da zona de depleção e praticamente só haverá corrente de portadores minoritários, ou seja, a corrente nesse sentido será desprezível (toda a tensão fica sobre o diodo). Portanto, pode-se afirmar que o comportamento de um diodo é semelhante ao de uma chave, ou seja:

se o diodo estiver polarizado diretamente \Rightarrow chave fechada;
se o diodo estiver polarizado reversamente \Rightarrow chave aberta.

Uma das maiores aplicações de diodos é a construção de retificadores. As tensões de linha disponíveis para alimentação dos diversos equipamentos eletroeletrônicos são alternadas. Entretanto, a maioria dos dispositivos que compõem os circuitos eletrônicos necessita ser alimentada por sinais de tensão contínua

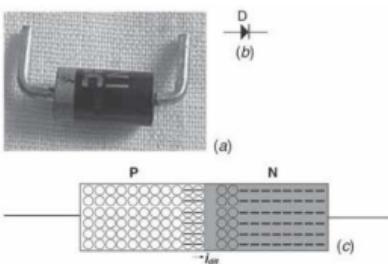


Figura 3.16 (a) Fotografia de um diodo; (b) sua simbologia e (c) representação da zona de depleção.

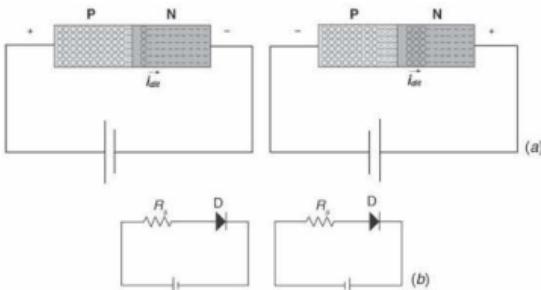


Figura 3.17 (a) Esboço de um diodo com polarização direta e inversa e (b) sua simbologia.

e de baixa intensidade. Uma das soluções para se transformar sinais alternados em sinais contínuos é a utilização de circuitos retificadores para a construção de fontes de tensão lineares.

Usualmente, antes dos retificadores existem os transformadores, que são dispositivos elétricos que têm por função baixas ou elevar tensões elétricas (apenas alternadas). Após os retificadores, na maioria dos casos estarão presentes os capacitores, que, por sua vez, têm a função de estabilizar a tensão, uma vez que, quando carregados, demoram um tempo para se descarregar e, assim sendo, mantêm essa tensão praticamente constante. Na verdade, esses circuitos apresentam uma pequena oscilação denominada *ripple*.

A Figura 3.18 mostra um retificador de meia onda, de onda completa e em ponte. O retificador de meia onda retifica apenas meio ciclo. O retificador de onda completa retifica o ciclo inteiro, porém com ele será produzida uma fonte unipolar. O retificador em ponte pode produzir uma fonte simétrica ou bipolar. Ainda nesse circuito podem-se ver o transformador, o capacitor e ainda um componente denominado regulador de tensão, cuja finalidade é regular a tensão (garantir que a tensão se mantenha constante) no caso de oscilações da tensão de alimentação. Para isso, existem vários componentes disponíveis. O componente escolhido (78xx, 79xx) exige que a tensão de entrada seja no mínimo 3 V superior à tensão desejada na saída.

Apesar de a construção dos diodos ser sempre composta de um semicondutor do tipo N e outro do tipo P, existem vários tipos de diodos que são utilizados em diferentes aplicações. Estes não serão aqui revistos, por não pertencerem ao escopo deste livro.

Como exemplo pode-se citar o diodo zener, que se caracteriza por ser utilizado como uma referência de tensão. Esse diodo, quando polarizado inversamente, após vencer a barreira de potencial, passa a conduzir e a tensão sobre os seus terminais mantém-se constante. A Figura 3.19 mostra um diodo zener utilizado para manter uma tensão estabilizada de 20 V sobre um resistor de 400 Ω .

Outro diodo bastante utilizado é o LED (diodo emissor de luz). Nesse caso, o componente serve, na maioria das vezes, como indicativo luminoso, nas cores mais comuns: vermelho, verde, amarelo. Também podem ser encontrados LEDs azuis e ainda infravermelhos (nesse caso, geralmente utilizados como elementos emissores de um sistema sensor infravermelho, ou mesmo para transmissão de dados). A Figura 3.20 mostra a fotografia de diodos zener e um LED.

A Figura 3.21 mostra um circuito alternativo para o projeto do bloco fonte de tensão CC do condicionador proposto na Seção 3.3.5. Observa-se que ela apresenta três saídas reguladas em +12, -12 e +5 V. As fontes de 12 V servem para alimentar o circuito analógico (amplificador, filtro), e as de 5 V servem para alimentar o circuito digital (bloco microcontrolador e dispositivo de saída visual).

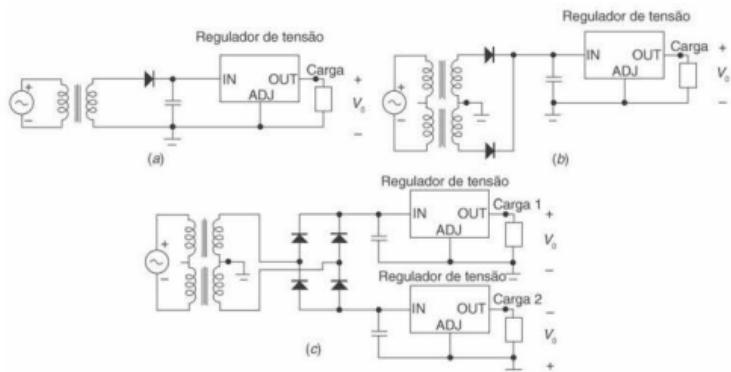


Figura 3.18 (a) Retificador de meia onda; (b) de onda completa e (c) em ponte.

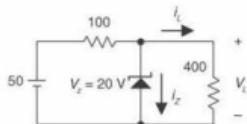


Figura 3.19 Circuito regulador com diodo zener.

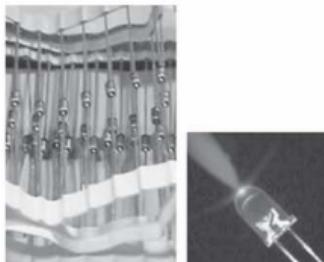


Figura 3.20 Fotografia de diodos zener e de um LED.

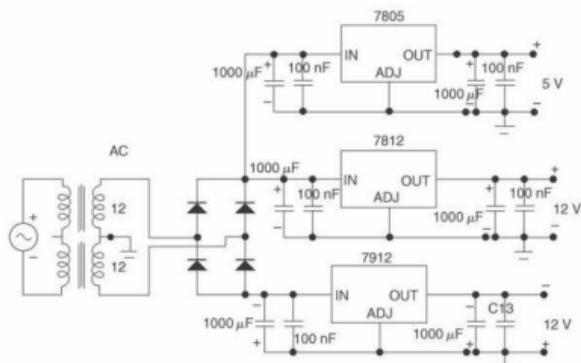


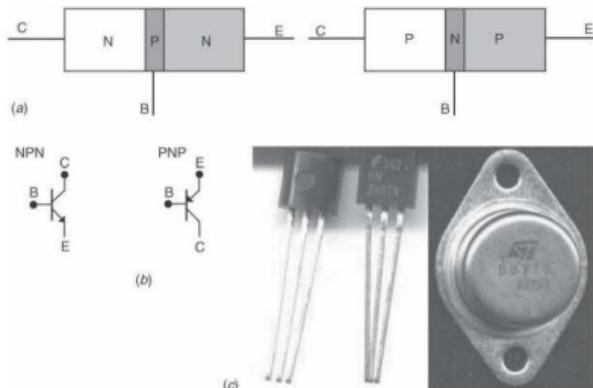
Figura 3.21 Fonte linear simétrica +12, -12 e +5 V.

3.5 Transistores Bipolares

Os transistores são componentes aptos a amplificar correntes elétricas, a exemplo do que ocorria no passado com as válvulas termoionicas, com as vantagens de serem fisicamente menores e de dissiparem menos energia. Os transistores bipolares podem ser construídos de duas maneiras, a depender dos substratos (semicondutores do tipo N ou P), conforme mostra a Figura 3.22.

Uma vez que os transistores apresentam três terminais — E, emissor; B, base; C, coletor, as polarizações bem como seus modos de funcionamento referem-se às suas junções: emissor-base (E-B) e base-coletor (B-C).

A Figura 3.23(a) mostra as duas junções P-N diretaamente polarizadas causando altas correntes I_C e I_B e, portanto, I_E . Tudo se passa como se houvesse dois diodos cascadados conduzindo altas correntes dentro de um mesmo encapsulamento — ou seja,



muito provavelmente, grandes quantidades de calor serão dissipadas no transistor, comprometendo sua estrutura.

A Figura 3.23(b) mostra as duas junções P-N reversamente polarizadas de maneira que praticamente não há corrente circulando no circuito — ou seja, há apenas a corrente de fuga. Tudo se passa como se houvesse dois diodos cascadados reversamente polarizados.

As duas formas de polarização apresentadas não são úteis para se obter o efeito de amplificação de corrente, pois no primeiro caso as duas junções comportam-se como chaves fechadas. No segundo caso, as duas junções se comportam como chaves abertas.

A Figura 3.24 mostra uma junção B-E diretamente polarizada, e desse modo espera-se que as correntes I_E e I_B sejam elevadas. Por sua vez, a junção C-B está reversamente polarizada, e assim espera-se uma corrente I_C desprezível. Entretanto, observa-se um comportamento bem diferente: I_E elevada, I_B muito pequena e I_C muito próxima de I_E .

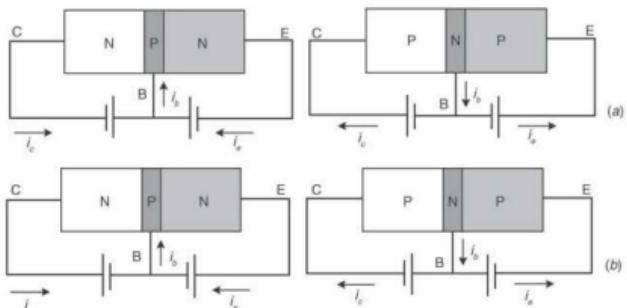


Figura 3.23 (a) Polarização (E-B) direta, (b) polarização (E-B) reversa.

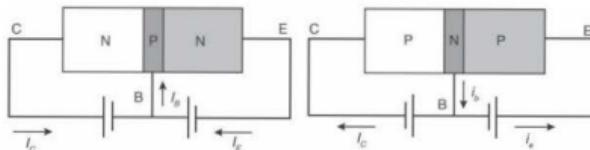


Figura 3.24 Polarização (E-B) reversa, (B-C) direta e o efeito transistor.

Uma vez que a junção E-B se encontra diretamente polarizada, há uma corrente de difusão intensa de elétrons livres do lado N para o lado P (para o transistor NPN). Portanto, esperava-se que esses elétrons livres, atingindo a base, começassem a se recombinar com as lacunas disponíveis. Entretanto, fisicamente, o transistor é construído de tal modo que a base é muito mais estreita que o emissor, e também menos dopada. Dessa forma, visto que a zona de depleção estreita ainda mais a base, dificultando a recombinação dos elétrons livres vindos do emissor, a corrente que se origina dos elétrons que se recombinaem na base que constitui I_B é muito pequena. Já na junção C-B, observa-se a presença de um campo elétrico intenso aplicado na junção, no sentido de atrair os elétrons livres disponíveis no lado P, ou seja, na base. Em condições normais, era de se esperar que houvesse poucos elétrons livres no lado P de uma junção reversamente polarizada. Entretanto, a intensa corrente de difusão de elétrons livres fornecida pelo emissor atinge o lado P, base do transistor, e, em virtude da dificuldade de se recombinar com as poucas lacunas disponíveis, esses elétrons são, em sua maioria, atraídos pelo intenso campo elétrico presente na junção B-C. Portanto, obtém-se uma alta corrente de coletor I_C , muito próxima a I_E , caracterizando-se o **efeito transistor**. Sendo assim, é possível escrever a seguinte equação:

$$I_E = I_C + I_B$$

Fazendo analogia com um sistema hidráulico, pode-se considerar o sistema como se fosse um canal pelo qual se desloca um certo volume de água, resultando uma corrente análoga a I_E . Conforme I_E aumenta, aumenta I_B e I_C proporcionalmente, uma vez que I_B corresponde a um desvio de fluxo (Figura 3.25).

A relação entre I_C e I_B é definida por:

$$I_C = \beta_{CC} \cdot I_B$$

O índice "CC" é devido ao fato de que o ganho β varia com a frequência, e essa relação corresponde a sinais de baixas freqüências em que $\beta = \beta_{CC}$ praticamente constante. Esse parâmetro é denominado ganho do transistor. Analogamente, há uma relação entre I_C e I_E definida por:

$$I_E = \alpha_{CC} \cdot I_C$$

Em geral, β_{CC} é da ordem de 50 a 100 e α_{CC} é muito próximo de 1 ($\approx 0,99$). Manipulando essas expressões obtemos:

$$I_E = I_C + I_B = \beta_{CC} \cdot I_B + I_B$$

ou

$$I_E = (\beta_{CC} + 1)I_B$$

Obtemos ainda:

$$I_E = I_B + I_C$$

$$\frac{I_C}{\alpha_{CC}} = \frac{I_C}{\beta_{CC}} + I_C$$

$$\alpha_{CC} = \frac{\beta_{CC}}{1 + \beta_{CC}}$$

$$\beta_{CC} = \frac{\alpha_{CC}}{1 + \alpha_{CC}}$$

Para interpretar de maneira simplificada o comportamento dinâmico dos transistores bipolares, pode-se adotar o modelo de Ebers-Moll (Figura 3.26), descrito a seguir.

Nesse modelo, considera-se a resistividade de base R_B , que na maioria dos casos pode ser desprezada. A junção B-E é vista como um diodo que deve ser diretamente polarizado, causando uma queda de tensão $V_{BE} \approx 0,7$ V.

No coletor haverá uma corrente $I_C = aI_E$, sendo $I_E = \beta I_B$, que só depende de I_B se o transistor operar na região linear (costuma-se representar através de uma fonte de corrente).

Esse modelo induz a uma conclusão importante: um transistor bipolar funciona como um amplificador de corrente, ou seja, se a corrente de base para I_B , então no coletor tem-se $I_C = \beta I_B$.



Figura 3.25 Relação entre as correntes em um transistor.

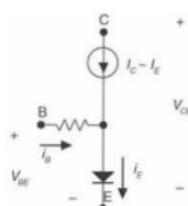


Figura 3.26 Modelo de Ebers-Moll.

Nos casos em que é necessária a realização de análises mais criteriosas, que envolvam a descrição do comportamento do transistor em função da frequência, é preciso adotar modelos que consideram as capacitações parasitas associadas às cargas armazenadas nas zonas de depleção. Em tais situações, é comum adotar-se o modelo π híbrido para análise AC (corrente alternada) do circuito correspondente. Tal análise não será feita nesta revisão.

Exemplo de aplicação do modelo Ebers-Moll: considerando-se o circuito da Figura 3.27 com os seguintes parâmetros e componentes: $V_{BE} = 0,7\text{ V}$ (tensão para Q_1 , polarizado na região linear, correspondente a um diodo diretamente polarizado) $R_B = 19,3\text{ k}\Omega$, R_L variável ($20 \leq R_L \leq 80\text{ }\Omega$) e $\beta_{CC} = 200$, tem-se a corrente de base I_B :

$$I_B = \frac{V_{BB}}{R_B} = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B} = \frac{20 - 0,7}{19,3\text{ k}} = 1\text{ mA.}$$

Portanto, a corrente de coletor será:

$$I_C = \beta I_B = 200 \times 1\text{ mA} = 200\text{ mA.}$$

Desse modo, a tensão V_{RL} varia com R_L :

$$\begin{aligned} \text{para } R_L = 20\text{ }\Omega: V_L = R_L \cdot I_L = 20 \times 200 \times 10^{-3} = 4\text{ V;} \\ \text{para } R_L = 80\text{ }\Omega: V_L = R_L \cdot I_L = 80 \times 200 \times 10^{-3} = 16\text{ V.} \end{aligned}$$

Observa-se que a corrente I_C é constante em relação à variação da carga R_L .

Uma vez fixada I_B , se o transistor se mantém adequadamente polarizado, tem-se I_C fixada em $\beta_{CC} I_B$. Assim, a carga R_L "enxerga" uma fonte de corrente de intensidade $\beta_{CC} I_B$ causando uma variação ΔV_L proporcional à variação de R_L .

Outro fato importante refere-se ao comportamento de V_{CE} :

$$V_{CE} = V_{CC} - V_{RL}$$

$$\text{Se } V_{RL} = 16\text{ V} \Rightarrow V_{CE} = 20 - 16 \Rightarrow V_{CE} = 4\text{ V.}$$

$$\text{Se } V_{RL} = 4\text{ V} \Rightarrow V_{CE} = 20 - 4 \Rightarrow V_{CE} = 16\text{ V.}$$

V_{CE} pode variar conforme o valor da carga, e isso será verdade enquanto o transistor permanecer na região linear.

Como qualquer outro dispositivo, o transistor também dissipava potência, que pode ser calculada a partir da seguinte relação:

$$P_{dt} = V_{CE} \cdot I_C$$

na qual

V_{CE} é a tensão coletor-emissor

I_C é a corrente no coletor

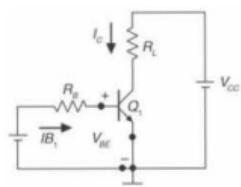


Figura 3.27 Circuito exemplo de polarização direta do transistor.

No caso do exemplo dado anteriormente, a potência dissipada no transistor é dada por:

$$\text{para } R_L = 20\text{ }\Omega: \begin{cases} V_{CE} = 16\text{ V} \\ I_C = 200\text{ mA} \\ P = V_{CE} \cdot I_C = 3,2\text{ W} \end{cases}$$

$$\text{para } R_L = 80\text{ }\Omega: \begin{cases} V_{CE} = 4\text{ V} \\ I_C = 200\text{ mA} \\ P = V_{CE} \cdot I_C = 0,8\text{ W} \end{cases}$$

Uma aplicação bastante comum de transistores em que se utiliza a configuração da Figura 3.28 é fazer a corrente de base alta o suficiente para **saturar o transistor**. Nessa condição, o componente sai da região de resposta linear, de modo que o sistema atinge um limite de tensão e corrente, e as relações apresentadas anteriormente não valem mais. Isso é feito quando é necessário operar uma chave eletrônica através da corrente de base. Em outras palavras: com uma corrente próxima de zero na base, o transistor não polariza, e se comporta como uma chave aberta porque não conduz. Na situação oposta, quando é polarizado diretamente com uma corrente de base alta, o transistor satura, e garante-se que a tensão entre coletor e emissor é aproximadamente zero, simulando uma chave fechada.

Exemplo de um transistor que funciona como chave: considere as especificações $V_{in} = 12\text{ V}$, $V_{out} < 0,4\text{ V}$ para uma corrente de emissor menor que 10 mA e outra condição $V_{in} = 0\text{ V}$, $V_{out} > 10\text{ V}$ para uma corrente de saída de 1 mA . Deve-se calcular o resistor de coletor de modo que a máxima tensão sobre o mesmo deve ser 2 V na condição de $V_{in} = 0$.

$$R_C < \frac{V_{+12} - V_{out}}{I_{out}} = \frac{12 - 10}{1\text{ mA}} = 2\text{ k}\Omega$$

Quando o transistor estiver desligado, a máxima corrente que passa pelo resistor de coletor será de 1 mA . Quando o transistor estiver ligado, o resistor de base deve ser dimensionado de modo a possibilitar o fluxo de uma corrente suficiente para saturar o transistor. Considerando-se $\beta = 50$, $I_C = \beta \cdot I_B$, tem-se:

$$I_C = \beta I_B = \frac{V_{+12} - V_{CE}}{R_C} + i_L \approx \frac{V_{+12}}{R_C} + i_L$$

$$R_B \leq \frac{V_{in} - V_{BE}}{I_B}$$

$$R_B \leq \frac{(V_{in} - V_{BE})\beta}{I_C} = \frac{(12 - 0,6)50}{\left(\frac{12}{2} + 10\right) \times 10^{-3}} = 35,6\text{ k}\Omega$$

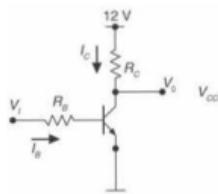


Figura 3.28 Transistor simulando uma chave.

Exemplo de um transistor que funciona como amplificador: considerando-se o transistor da Figura 3.29 com $\beta = 100$ e, ainda, que é necessário um ganho de tensão AC $\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}$) de 4 com o sinal de saída excursionando 4 V, pode-se arbitrar uma corrente de coletor de 10 mA e uma tensão de coletor de 8 V. Quando o sinal estiver no pico positivo, a saída vai a 10 V (restando 2 V sobre R_C), e, no pico negativo, a saída vai a 6 V (6 V sobre R_C). Nesse caso, arbitra-se também uma tensão $V_{CE} = 12$ V para garantir a região linear do transistor¹, e $V_E = 4$ V.

Dessa forma, pode-se calcular os resistores:

$$R_C < \frac{V_{+12} - V_C}{I_C} = \frac{12 - 8}{10 \text{ mA}} = 400 \Omega$$

$$R_E = R_{E1} + R_{E2} = \frac{V_E}{I_E} = \frac{V_E}{I_B + I_C} \approx \frac{V_E}{I_C} = \frac{4}{10 \text{ mA}} = 400 \Omega$$

Utiliza-se então o teorema de Thévenin para calcular R_1 e R_2 , conforme a Figura 3.30:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{10 \text{ mA}}{100} = 0,1 \text{ mA}, V_{Th} = \frac{12 R_2}{R_1 + R_2}, R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Uma vez que a tensão do emissor é 4 V, considerando-se uma queda no transistor de 0,6 V, a tensão em $V_B = 4,6$ V. Supondo-se uma queda de tensão de 0,4 V sobre o R_{Th} e sabendo-se que $I_B = 0,1$ mA:

$$R_{Th} = \frac{0,4}{0,1} = 4 \text{ k}\Omega$$

$$V_{Th} = I_B R_{Th} + V_B = 0,4 + 4,6 = 5 = \frac{12 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{7}{5} R_1$$

Adaptando-se para valores comerciais, pode-se escolher $R_1 = 11,2 \text{ k}\Omega$ e $R_2 = 8 \text{ k}\Omega$.

O ganho AC é aproximadamente $\frac{R_C}{R_{E1}}$, porque o capacitor garante que, em altas frequências, R_2 seja curto-circuitado; ou seja, $V_o = \frac{V}{R_{E1}} - R_C$. Assim,

$$R_{E1} = \frac{R_C}{G} = \frac{400}{4} = 100 \Omega$$

e, finalmente,

$$R_{E2} = R_E - R_{E1} = 400 - 100 = 300 \Omega.$$

As escolhas dos capacitores dependem da resposta de frequência desejada.

Existem muitas variantes de circuitos transistorizados, e há uma farta bibliografia disponível a respeito do assunto. Assuntos como amplificadores com transistores, bem como detalhes de seu funcionamento dinâmico, não serão abordados nesta revisão e serão de extrema necessidade para os projetistas (engenheiros

¹Apesar de o assunto não ser abordado nesta revisão, convém lembrar que, quando funciona como amplificador de pequenos sinais, o transistor possui uma região limitada de linearidade. No caso do transistor que funciona como chave, faz-se uso da região não linear. Para mais detalhes, consulte a Bibliografia no final do capítulo.

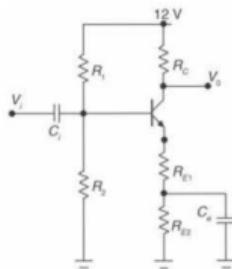


Figura 3.29 Transistor funcionando como amplificador.

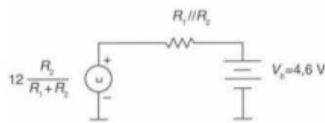


Figura 3.30 Teorema de Thévenin aplicado ao amplificador a transistor.

eletricistas) que desejarem construir e/ou interpretar circuitos para essas funções.

O transistor pode compor várias das etapas analógicas. Por exemplo, pode-se utilizar o transistor para implementar uma fonte de corrente como a da Figura 3.31. O circuito da Figura 3.31(a) mostra um transistor PNP sendo alimentado por uma fonte através do resistor R_1 . Esse transistor então polariza e a corrente que flui por R_2 deve ser $\frac{V_{BE}}{R_2}$. Faz-se, então, uma corrente de base muito menor que a corrente que passa por R_2 . Desse modo, pode-se dizer que a corrente que flui por R_3 (carga) é a própria $\frac{V_{BE}}{R_2}$.

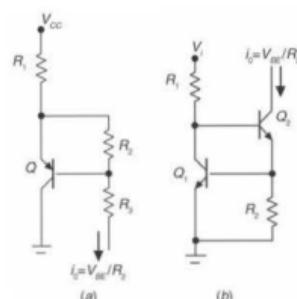


Figura 3.31 Transistor implementando diferentes fontes de corrente.

O circuito mostrado na Figura 3.31(b) é implementado com dois transistores. O transistor Q_2 (à direita) é inicialmente polarizado e supre a corrente de base de Q_1 , estabilizando a própria corrente de base de Q_2 . A queda de tensão sobre R_2 é V_{BE} de Q_1 . Como a corrente de emissor é praticamente igual à corrente de coletor, supõe-se que a corrente no coletor de Q_2 seja $\frac{V_{BE}}{R_2}$, constante. Além dessas, existem diversas outras configurações que podem implementar fontes de correntes.

3.6 Transistor de Efeito de Campo (FET)

O FET (*field effect transistor*), ou transistor de efeito de campo, é um dispositivo unipolar cujo símbolo é apresentado na Figura 3.32. Sua operação parte do princípio de que um campo elétrico perpendicular a um fluxo de corrente controla a resistência de um canal constituído por portadores do tipo "P" ou portadores do tipo "N", os quais constituem, respectivamente, FET de canal P e FET de canal N.

As principais vantagens do FET em relação ao transistores bipolares são:

- ¶ Alta impedância de entrada;
- ¶ Maior imunidade a ruído;
- ¶ Maior estabilidade térmica;
- ¶ Fabricação relativamente simples.

Esse tipo de transistor é bastante utilizado em dispositivos eletrônicos que requerem minimização de consumo de energia. É ideal para trabalhar com baterias. A maior desvantagem do FET

é sua baixa velocidade de resposta. No entanto, existem evoluções tecnológicas desse componente que já superaram esse problema. Podem ser encontradas variações de FETs no que diz respeito a processo de construção (e, consequentemente, suas características elétricas), como, por exemplo, o JFET (*junction field effect transistor*) ou o MOSFET (*metal oxide silicon field effect transistor*).

O FET é constituído a partir de uma barra de material do tipo "P" ou "N" denominado "canal". Nas extremidades da barra existem contatos metálicos formando um terminal chamado dreno (*drain*) e outro denominado fonte ou supridouro (*source*). Ao lado dos contatos dreno-fonte existem ainda duas regiões "P" ou duas regiões "N", interligadas, difundidas no interior da barra, denominadas porta (*gate*) (Figura 3.32).

A Figura 3.32(c) mostra o princípio de funcionamento do FET de junção canal "N". O canal é o caminho pelo qual passam os portadores, e o campo impresso pela associação das polarizações dos terminais GDS determina o fechamento ou a abertura desse canal. O funcionamento de um FET canal "P" é análogo, sendo necessário apenas inverter a polaridade das fontes de alimentação dreno-supridouro (VDS) e porta-supridouro (VGS).

A Figura 3.32(a) mostra a polarização dos JFETs de canal N e P. No caso do JFET de canal N, uma alimentação positiva é ligada entre o dreno e a fonte, estabelecendo-se um fluxo de corrente através do canal. Essa corrente também depende da largura da porta.

Uma tensão negativa é aplicada entre a porta e a fonte, estabelecendo-se apenas uma corrente de fuga (devido à alta impedância decorrente da polarização reversa na porta). A polarização reversa cria camadas de depleção em volta das regiões P, e isso estreita o canal de condução (D-S).

Para um valor constante de VGS, o JFET (na sua região linear) funciona como um resistor até atingir uma condição de estrangulamento. Para se polarizar um JFET é necessário saber se ele trabalhará como amplificador ou como resistor controlado por tensão. Funcionando como amplificador, a região de trabalho é o trecho da Figura 3.33(b), à direita da região de estrangulamento e à esquerda da tensão VDS de ruptura. Se se trabalhar como resistor controlado por tensão, a região de trabalho é entre VDS = 0 e a região de estrangulamento. A Figura 3.33(c) mostra a curva de transcondutância para o JFET, na qual a tensão VGS é variada de 0 a -4 V e a corrente de dreno é medida. Pode-se calcular a corrente de dreno por meio da expressão:

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2$$

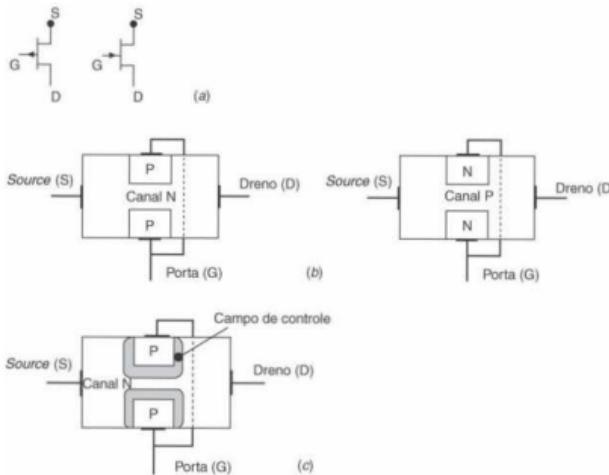


Figura 3.32 (a) Simbologia, (b) detalhes construtivos e (c) princípio de funcionamento do FET.

A Figura 3.34 apresenta duas aplicações típicas de um FET genérico.

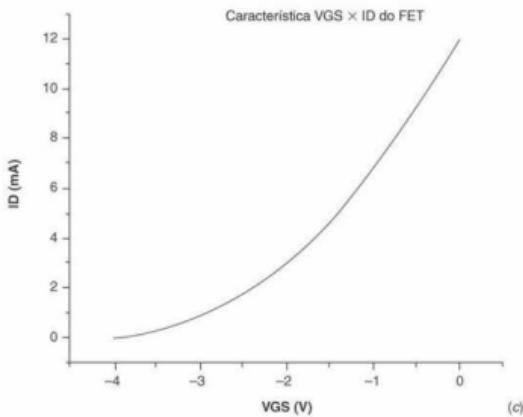
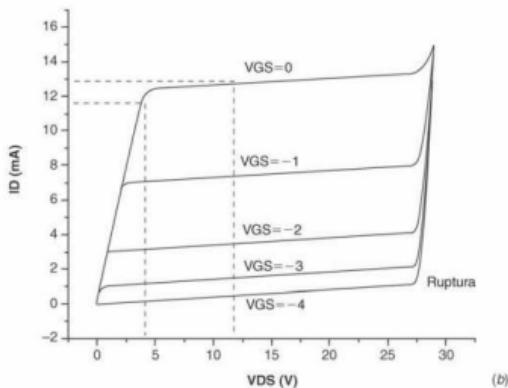
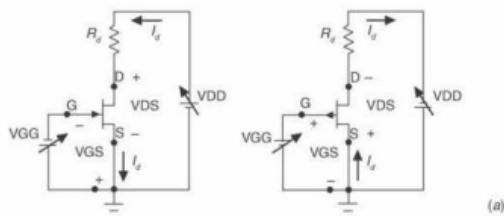


Figura 3.33 (a) Polarização dos JFETs de canal N e P, (b) curva VDS × ID, (c) curva VGS × ID.

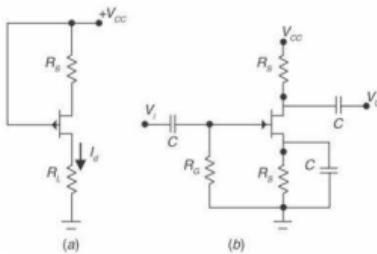


Figura 3.34 Aplicações do FET: (a) fonte de corrente; (b) amplificador.

A Figura 3.34(a) mostra uma fonte de corrente, e a Figura 3.34(b) mostra um amplificador. Além dessas aplicações, os FETs são encontrados extensivamente em eletrônica de potência, em que apresentam importantes vantagens em comparação com os transistores bipolares. Esses componentes também são utilizados na integração de uma série de componentes, tais como amplificadores operacionais, componentes lógicos, entre outros.

3.7 Amplificadores Operacionais — OPAMPS

O amplificador operacional é um componente eletrônico composto por resistências, transistores, FETs, capacitores, entre outros componentes embutidos em um mesmo encapsulamento. O OPAMP, como também é conhecido, foi um marco na eletrônica e uma continuidade da era da miniaturização que teve início com o transistor.

Atualmente o amplificador operacional é um dos principais componentes no projeto de condicionadores de sinais e pode ser encontrado com diversas características. Existem amplificadores operacionais construídos e otimizados para se consumir baixíssima energia, outros são otimizados para responder a sinais em uma ampla gama de frequência, e outros, para ter altos ganhos. Dependendo da aplicação, o projetista deverá escolher a opção que melhor se adapta ao problema. De maneira geral, o OPAMP é indicado para situações em que são necessários ganhos altos, imunidade ao ruído, impedância de entrada alta e impedância de saída baixa, sem distorção e com estabilidade.

Em condições ideais, o amplificador operacional pode ser representado conforme a Figura 3.35. Os terminais (+) e (-) correspondem às entradas do amplificador e têm propriedades de entradas não inversora e inversora. O amplificador é alimentado simetricamente através dos pinos $+V_{CC}$ e $-V_{CC}$ (algumas variedades de amplificadores operacionais não têm necessidade de ser alimentadas com tensão simétrica). O ganho diferencial A_d é dado por:

$$v_s = A_d(v_{in1} - v_{in2})$$

e $A_d \rightarrow \infty$.

A impedância de entrada é infinita e a impedância de saída é nula. Se $v_{in1} = v_{in2}$, tem-se $V_s = 0$, ou seja, o ganho em modo co-



(a)

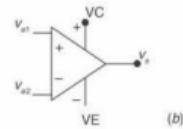


Figura 3.35 (a) Fotografia de um OPAMP e (b) representação do OPAMP ideal.

mum é zero. Um amplificador operacional com essas características é denominado amplificador ideal. Entretanto, essas hipóteses não fogem muito da realidade e são muito úteis para a análise da maioria dos circuitos que têm amplificadores operacionais.

Um amplificador operacional (real) muito popular (e bastante antigo — por isso, com desempenho muito pobre em alguns itens) é o 741. Esse OPAMP é constantemente utilizado como referência de comparação, por ser bastante conhecido.

Para efeito de análise, pode-se considerar o seguinte modelo, mostrado na Figura 3.36, para um amplificador operacional real.

Nesse modelo de amplificador operacional tem-se:

Ganho diferencial A_d finito, em que $v_s = A_d(v_{in1} - v_{in2})$. O valor de A_d varia de 10^4 a 10^6 , dependendo do amplificador operacional. No caso do amplificador operacional 741, tem-se $A_d = 2 \times 10^5$.

Nesse caso, $v_s = A_d(v_s)$. Supondo-se $A_d = 2 \times 10^5$, se $V_{CC} = 15$ V o amplificador operacional irá saturar na máxima tensão

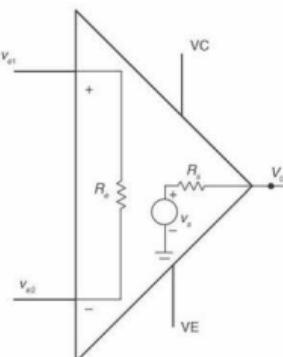


Figura 3.36 Representação de um modelo simplificado do OPAMP real.

de saída, $+15\text{ V}$ ou -15 V (na realidade, em valores próximos a esses limites). Portanto, a máxima tensão de entrada que corresponde ao limiar de saturação será:

$$v_s(\max)A_d = v_s(\max) \Rightarrow v_s(\max) = \frac{\pm 15}{10^5} \Rightarrow v_s(\max) = \pm 0,15\text{ mV}$$

A partir desse resultado, pode-se perceber que tensões muito pequenas na entrada (da ordem de décimos de milivoltos) já são suficientes para saturar o amplificador.

Apesar de não ser necessário que o usuário conheça detalhes de construção interna de um OPAMP, este é composto apenas por componentes conhecidos. A Figura 3.37 ilustra o esquema simplificado de um amplificador operacional.

Como exemplo de aplicação, pode-se considerar na entrada do OPAMP um sinal do tipo senoidal tal como o da Figura 3.38.

O sinal de entrada é do tipo senoidal com valor de pico igual a $5\sqrt{2}\text{ V}$. Como para tensões maiores que $0,15\text{ mV}$ ou menores que $-0,15\text{ mV}$ o amplificador operacional satura (supondo $A_d = 2 \times 10^5$ e $|V_{cc}| = 15\text{ V}$), durante praticamente todo o semicírculo positivo a saída será $+15\text{ V}$ e durante todo o semicírculo negativo a saída será -15 V , conforme Figura 3.39.

Desse modo, gerou-se uma onda quadrada a partir de uma onda senoidal. A resistência de entrada é finita, acima de $M\Omega$ (alguns OPAMPs, apresentam resistências de entradas superiores a $10^{12}\Omega$), ou seja, sempre existe uma corrente muito pequena entre as entradas inversora e não inversora. Como o ganho A_d é muito grande, a saída do OPAMP tenta amplificar o valor da tensão entre as entradas por esse fator e encontra um limite. Esse limite é justamente a tensão de alimentação dos componentes, da qual ele não pode exceder (essa é uma limitação do OPAMP, especificada pelos fabricantes). No caso do 741, a resistência de entrada é da ordem de $2\text{ M}\Omega$. A resistência de saída não é nula. No caso do 741, $R_o \equiv 50\text{ }\Omega$. Alimentando-se com $V_{cc} = \pm 15\text{ V}$, a máxima corrente de saída é da ordem de 20 mA .

Na realidade, pode existir uma tensão não nula na saída quando $v_{e1} = v_{e2} = 0$. A tensão de *offset* corresponde à tensão necessária que deve ser aplicada na entrada para se obter $V_s = 0$.

Embora exista na entrada de um amplificador operacional um amplificador diferencial, observa-se que o amplificador operacional amplifica a tensão em comum, ou seja, $v_{e1} = v_{e2}$. Outra limitação do amplificador operacional real refere-se à máxima taxa de variação $\frac{\Delta V_o}{\Delta t}$ (variação da tensão de saída no tempo) a que o componente consegue responder. Essa taxa é conhecida por *slew-rate*. Portanto, se um sinal variar muito rápido no tempo (alta frequência) e tratar-se de sinais de grande amplitude, há perigo de se ultrapassar a taxa de *slew-rate*, obtendo-se na saída um sinal deformado.

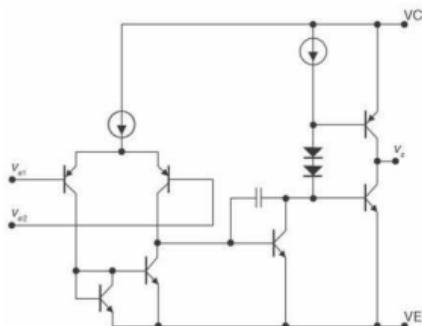


Figura 3.37 Esquema interno simplificado de um OPAMP.

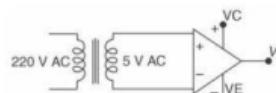


Figura 3.38 Um transformador na entrada do OPAMP.

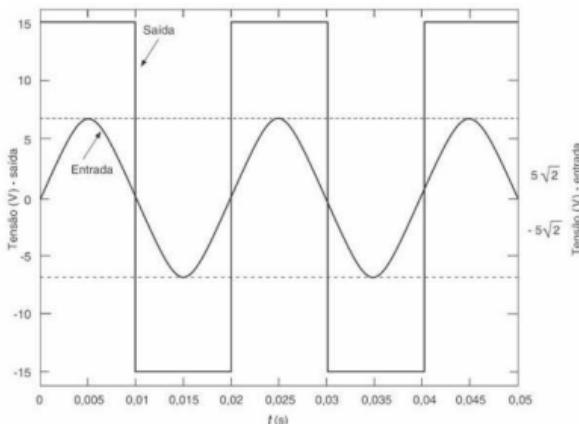


Figura 3.39 Formas de onda na entrada e na saída do circuito comparador, sendo o valor de comparação igual a zero.

3.7.1 Configuração: amplificador inversor

A partir dos conceitos apresentados, para que um amplificador operacional seja útil no tratamento de sinais é necessário limitar o seu ganho sem abrir mão de suas características fundamentais. Nesse sentido, inicialmente é proposta uma configuração inversora, na qual o sinal de entrada é aplicado à entrada inversora do amplificador operacional com realimentação negativa, conforme ilustrado na Figura 3.40.

Analizando-se o circuito, tem-se:

$$i_1 = i_2 + i_e$$

$$i_1 = \frac{v_x - e_i}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{e_i - v_s}{R_2}$$

$$i_e = \frac{e_i}{R_E}$$

$$v_s = -A_d \cdot e_i$$

Logo,

$$\frac{v_x - e_i}{R_1} = \frac{e_i - v_s}{R_2} + \frac{e_i}{R_E}$$

$$\frac{v_x}{R_1} + \frac{v_s}{A_d \cdot R_1} = \frac{-v_s}{A_d \cdot R_2} - \frac{v_s}{R_2} - \frac{v_s}{A_d \cdot R_E}$$

e

$$v_s \left(\frac{1}{A_d} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_E} \right) + \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{v_x}{R_1}$$

Considerando-se a hipótese de que $A_d \rightarrow \infty$, $e_i \rightarrow 0$ e, ainda, se $R_E \rightarrow \infty$ então $i_e \rightarrow 0$. De acordo com as hipóteses levantadas,

$$\frac{1}{A_d} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_E} \right) \rightarrow 0$$

ou seja,

$$v_s = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_x$$

Portanto, a partir do momento em que se considera que $A_d \rightarrow \infty$ e $R_E \rightarrow \infty$, como $i_e = 0$ e $e_i \rightarrow 0$; $(V_1 - V_2) = v_s = 0$ (é denominado terra virtual pelo fato de $V_1 = V_2$ e a corrente entre eles ser desprezível)

$$i_1 = i_2,$$

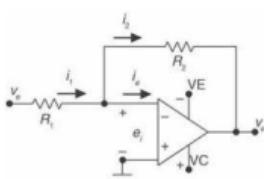


Figura 3.40 Configuração inversora com o OPAMP.

Portanto, se $i_1 = i_2$ e v_s é terra virtual,

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{v_x - e_i}{R_1} = \frac{v_x - v_s}{R_2}$$

$$\frac{v_x}{R_1} = -\frac{v_s}{R_2}$$

ou, ainda,

$$v_s = -\frac{R_2}{R_1} v_x.$$

Pode-se verificar que os sinais de entrada e saída estão defasados de 180° .

Essas aproximações só serão válidas se:

1. O amplificador operacional estiver trabalhando na região linear, ou seja, os seus transistores internos não estão cortados ou saturados em $\pm V_{CC}$. Na prática, isso acontece quando a entrada é pequena o suficiente para que:

$$\text{entrada} \times \text{ganho}_{\text{inp}} < V_{CC} \text{ e } \text{entrada} \times \text{ganho}_{\text{out}} > -V_{CC}$$

2. Os valores de R_1 e R_2 não devem ser semelhantes ao valor da resistência de entrada R_E (R_1 e R_2 devem ser muito menores que R_E).

É importante observar que quem realiza a realimentação negativa é R_2 . A atuação da realimentação pode ser entendida da seguinte maneira:

- a. Sistema em equilíbrio: v_s é terra virtual $\Rightarrow e_i = 0$, $i_e = 0$.
- b. Transitório: aplica-se v_x na entrada e v_s tenta acompanhar $e_i > 0$. Se $e_i > 0$, então $-A_d e_i$ induz v_s a $-V_{CC}$. Entretanto, se $v_s \rightarrow -V_{CC}$, v_s tende a acompanhar a saída e surge $e_i < 0$, de modo que $A_d e_i$ induz v_s a $+V_{CC}$.

Portanto, o sistema tende a se estabilizar em um ponto em que

$$\frac{v_x - v_s}{R_1} = \frac{v_s - v_x}{R_2}$$

3.7.2 Configuração: amplificador não inversor

Outra possível configuração para se utilizar um amplificador operacional é a configuração não inversora que pode ser vista na Figura 3.41.

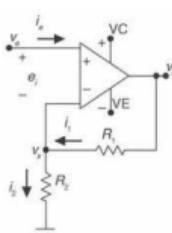


Figura 3.41 Configuração não inversora com o OPAMP.

Observa-se que continua havendo realimentação negativa. A diferença é que agora o sinal de entrada v_s é aplicado na entrada não inversora. Sendo assim,

$$\begin{aligned} i_2 &= i_r + i_1, \quad i_1 = \frac{e_r}{R_E}, \quad i_2 = \frac{v_s - v_o}{R_l}, \quad i_2 = \frac{v_o}{R_2} \\ v_s &= v_o - e_r \\ v_o &= A_d \cdot e_r \end{aligned}$$

Portanto,

$$\frac{v_s - v_o / A_d}{R_2} = \frac{v_o}{A_d \cdot R_E} + \frac{v_o - v_s + v_o / A_d}{R_l}$$

e

$$v_r \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_l} \right) = v_o \left[\frac{1}{R_l} + \frac{1}{A_d} \cdot \left(\frac{1}{R_l} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_E} \right) \right]$$

Considerando-se as hipóteses:

1. $A_d \rightarrow \infty \Rightarrow e_r \rightarrow 0$
2. $R_E \rightarrow \infty \Rightarrow i_r \rightarrow 0$,

tem-se:

$$\frac{1}{A_d} \cdot \left(\frac{1}{R_l} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_E} \right) \rightarrow 0$$

e

$$v_r \cdot \left(\frac{1}{R_l} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{v_o}{R_l}.$$

Ou seja,

$$v_o = \left(1 + \frac{R_l}{R_2} \right) \cdot v_r.$$

Portanto, pode-se realizar uma análise simplificada, desde que seja válida a hipótese de que o amplificador operacional se mantém na região linear.

E assim:

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{v_s - v_o}{R_l} = \frac{v_o}{R_2}$$

Portanto,

$$v_o = v_r \left(1 + \frac{R_l}{R_2} \right)$$

e nessa configuração os sinais de entrada e saída estão em fase.

3.7.3 Impedância de entrada

Um parâmetro importante a ser dimensionado em um circuito é a sua impedância de entrada. Para isso, define-se esse parâmetro da seguinte maneira:

Se for medido i_r com um amperímetro e v_r com um voltímetro, a relação a seguir é definida como impedância de entrada do circuito, Z_v , conforme representa a Figura 3.42:

$$Z_v = \frac{v_r}{i_r}$$

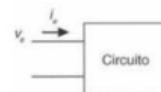


Figura 3.42 Impedância de entrada.

Com base nesse conceito, pode-se avaliar a impedância de entrada das configurações básicas com amplificador operacional.

Configuração inversora

$$Z_v = \frac{v_r}{i_r}$$

Considerando o ponto de terra virtual, tem-se:

$$Z_v \approx \frac{v_r}{i_r} \approx R_l$$

Portanto, embora a impedância de entrada do amplificador operacional seja infinita, na configuração inversora sua impedância é próxima de R_l .

Configuração não inversora

Nesse caso a impedância de entrada do amplificador operacional corresponde à impedância de entrada do OPAMP. Quando for necessário obter-se altas impedâncias de entrada, opta-se por essa configuração.

3.7.4 Resposta em frequência de um amplificador operacional

Lembrando que o ganho de tensão em dB é dado por:

$$G(\text{dB}) = 20 \cdot \log \frac{v_o}{v_r}$$

consideram-se as seguintes relações de entrada e saída e o ganho relativo em dB:

$$\frac{v_o}{v_r} = 1 \Rightarrow G(\text{dB}) = 0 \text{ dB}$$

$$\frac{v_o}{v_r} = 10 \Rightarrow G(\text{dB}) = 20 \text{ dB}$$

$$\frac{v_o}{v_r} = 100 \Rightarrow G(\text{dB}) = 40 \text{ dB}$$

$$\frac{v_o}{v_r} = 10^5 \Rightarrow G(\text{dB}) = 100 \text{ dB}$$

Para o caso do amplificador operacional 741, o ganho de malha aberta $A_d = 2 \times 10^6$ corresponde ao seu ganho diferencial. A frequência de corte (frequência em que o ganho cai 3 dB, ou seja, a potência do sinal cai à metade) corresponde a 10 Hz. A partir dessa frequência, o ganho cai com uma atenuação de 20 dB por década — ou seja, se a frequência variar de f_c para $10f_c$, o ganho cai 20 dB.

A curva de resposta em frequência do 741 descreve o comportamento ganho × frequência conforme a Figura 3.43:

Analizando-se esse gráfico, pode-se verificar que, para um ganho de 100 dB, a resposta do amplificador operacional é plana apenas para uma faixa de frequências que vai de 0 a 10 Hz — ou seja, uma banda muito estreita.

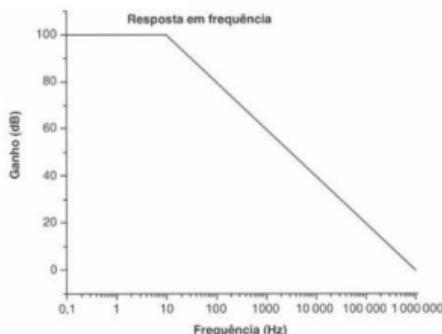


Figura 3.43 Resposta em frequência aproximada do amplificador operacional 741.

À medida que um sinal é constituído de componentes com frequências superiores a 10 Hz, o sinal será distorcido à proporção que for amplificado a taxas de ganho diferentes (região correspondente à rampa de atenuação de 20 dB por década). Um amplificador só é útil se for utilizado na região plana, na qual o ganho é constante.

No caso do amplificador operacional 741 sem realimentação, o ganho é de 100 dB, mas sua banda é de 10 Hz. Entretanto, se o ganho for diminuído, através de realimentação a banda do circuito é automaticamente alargada.

Por exemplo, se adotada uma configuração com $A_{nf} = 1$, tem-se:

$$A_d \cdot f_{Cm} = A_{nf} \cdot f_{Cnf}$$

$$10^5 \cdot 10 = 1 \cdot f_{Cnf}$$

$$f_{Cnf} = 1 \text{ MHz}$$

sendo A_d o ganho diferencial do OPAMP

f_{Cm} a frequência de corte a malha aberta

A_{nf} o ganho a malha fechada

f_{Cnf} a frequência de corte a malha fechada

Conclui-se portanto que quanto menor o ganho, maior a banda passante (região plana até f_{Cnf}).

3.7.5 Circuitos lineares básicos com amplificadores operacionais

Os circuitos a seguir apresentam algumas alternativas possíveis de implementação a partir de amplificadores operacionais, trabalhando na região linear, evitando a saturação em torno de $+V_{CC}$ e $-V_{CC}$.

3.7.5.1 Seguidor de tensão

Se, na configuração não inversora da Figura 3.41, $R_1 \rightarrow 0$ e $R_2 \rightarrow \infty$, tem-se

$$v_s = v_e \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \Rightarrow v_s = v_e,$$

ou seja, o circuito resultante terá $v_s = v_e$.

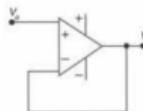


Figura 3.44 Circuito seguidor de tensão.

Esse circuito pode ser visto na Figura 3.44, e ele é útil porque apresenta uma impedância de entrada muito alta ($R_i > 2 \text{ M}\Omega$) e uma impedância de saída muito baixa. Em muitas aplicações, esse circuito é utilizado para isolar etapas.

3.7.5.2 Circuito somador

Considerando-se o circuito da Figura 3.45, tem-se:

$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3$$

e, assim,

$$-\frac{v_s}{R_4} = \frac{v_{e1}}{R_1} + \frac{v_{e2}}{R_2} + \frac{v_{e3}}{R_3}$$

Ainda fazendo $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$, tem-se:

$$v_s = -(v_{e1} + v_{e2} + v_{e3}),$$

tratando-se de um circuito somador.

3.7.5.3 Circuito diferenciador

Considerando-se o circuito da Figura 3.46, tem-se $i_e = i_r$; logo,

$$C \frac{dv_r}{dt} = -\frac{v_r}{R} \Rightarrow v_r = -RC \frac{dv_r}{dt}.$$

Trata-se, portanto, de um circuito diferenciador. Nesse tipo de circuito, deve-se tomar cuidado com o fato de que os ruidos de

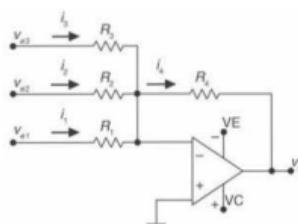


Figura 3.45 Circuito somador inverter.

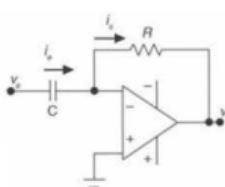


Figura 3.46 Circuito diferenciador.

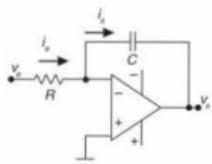


Figura 3.47 Circuito integrador.

alta frequência são amplificados, ou seja, amplificando-se um sinal de frequência ω_0 na entrada do tipo $v_e = \text{sen}(\omega_0 \cdot t)$, tem-se na saída

$$v_o = -RC\omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$$

e, portanto, o ganho é diretamente proporcional à frequência e o sinal de saída está 90° defasado em relação ao sinal de entrada (o ganho cresce 20 dB por década).

3.7.5.4 Circuito integrador

O integrador pode ser visto na Figura 3.47. Nesse circuito:

$$\begin{aligned} i_s &= i_s \\ \frac{v_e}{R} &= -C \frac{dv_i}{dt} \\ v_s &= -\frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v_e dt \end{aligned}$$

e, portanto, o resultado é a integração da entrada multiplicada por um fator $1/RC$; logo, corresponde a um filtro passa-baixas, que atenua o sinal de entrada.

Aplicando-se um sinal de frequência ω_0 na entrada do tipo $v_e = \text{sen}(\omega_0 \cdot t)$, obtém-se na saída:

$$v_s = -\frac{1}{R \cdot C \cdot \omega_0} \text{sen}(\omega_0 \cdot t).$$

Pode-se perceber que o ganho varia com a frequência do sinal e defasa em 90° , sofrendo uma atenuação de 20 dB por década.

Cabe-se ressaltar que tanto o circuito diferenciador como o integrador abordados levam em conta um OPAMP ideal. Na prática, podem ser necessárias pequenas modificações desses circuitos para uma operação correta.

3.7.5.5 Amplificador de diferenças (ou diferencial)

A implementação mais simples e também a mais utilizada de um amplificador de diferenças (ou subtrator) pode ser vista na Figura 3.48. Essa configuração leva esse nome porque a equação de saída é uma diferença entre os sinais colocados nas entradas multiplicadas por uma relação de ganho.

Esse circuito tem uma série de aplicações em amplificação de pequenos sinais. Por exemplo, circuitos em ponte,² nos quais

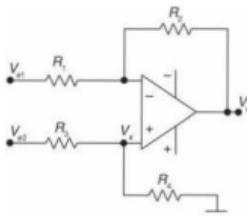


Figura 3.48 Amplificador diferencial.

o sinal pode ser menor que o próprio ruído, e principalmente pelo fato de que esse amplificador multiplica apenas a diferença das entradas, elimina-se o componente DC, ou qualquer outro componente comum às duas entradas. Entretanto, esse circuito tem algumas limitações, tais como impedância de entrada relativamente baixa, impedâncias diferentes para cada uma das duas entradas, além de ganho limitado, uma vez que este é dado pela relação de resistências. O ganho dessa configuração pode ser calculado se:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 \Rightarrow V_s = \frac{V_{s2} R_4}{R_1 + R_4} \\ \frac{V_{s1} - V_s}{R_1} &= \frac{V_s - V_{s2}}{R_2}. \end{aligned}$$

Substituindo, tem-se:

$$\frac{V_{s1} - \left(\frac{V_{s2} R_4}{R_1 + R_4} \right)}{R_1} = \frac{\left(\frac{V_{s2} R_4}{R_1 + R_4} \right) - V_s}{R_2}$$

c

$$V_s = V_{s2} \frac{R_4}{R_1} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_4} \right) - V_{s1} \frac{R_2}{R_1}$$

Essa é a equação geral do circuito, mas fazendo-se $R_1 = R_3$ e $R_2 = R_4$ pode-se deduzir a equação de diferenças das entradas por uma relação de ganho:

$$V_s = \frac{R_2}{R_1} (V_{s2} - V_{s1})$$

3.7.5.6 Amplificador de instrumentação

Essa configuração constitui uma das mais poderosas no que diz respeito à amplificação de pequenos sinais. A simetria de dois amplificadores não inversores na entrada garante uma alta impedância para ambas as entradas, não inversora e inversora. Outra vantagem desse amplificador é que, com um projeto adequado (e popularmente adotado), o resistor RG se torna resistor de controle de ganho do circuito.

Além disso, os sinais de modo comum serão cancelados, uma vez que um sinal igual nas duas entradas significa uma corrente

²Conforme será visto no Capítulo 5.

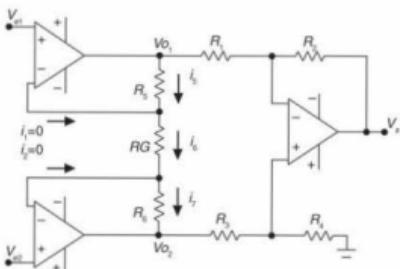


Figura 3.49 Amplificador de instrumentação.

zero no resistor de ganho, ao passo que um sinal diferencial provocará uma corrente por R_G e, consequentemente, por R_1 e R_2 . A Figura 3.49 mostra o circuito de um amplificador de instrumentação.

Para se calcular os ganhos dessa configuração pode-se proceder calculando apenas a primeira etapa, uma vez que o circuito de saída é uma configuração diferencial, vista no item anterior. Pode-se observar que $i_1 = i_2 = 0$ e, desse modo, $i_3 = i_6 = i_7$. Logo,

$$\frac{V_{O_1} - V_{E_1}}{R_5} = \frac{V_{E_2} - V_{O_2}}{R_6} \text{ e } \frac{V_{E_1} - V_{E_2}}{R_G} = \frac{V_{E_2} - V_{O_1}}{R_6}.$$

Daqui pode-se isolar V_{O_1} e V_{O_2} :

$$V_{O_1} = \frac{R_5}{R_G} (V_{E_1} - V_{E_2}) + V_{E_1} \text{ e } V_{O_2} = V_{E_2} - \frac{R_6}{R_G} (V_{E_1} - V_{E_2}).$$

Como a segunda etapa é um amplificador diferencial, pode-se concluir que, se os resistores $R_5 = R_6 = R$, além de $R_1 = R_3$ e $R_2 = R_4$:

$$V_s = (V_{E_2} - V_{E_1}) \left(1 + \frac{2R}{R_G} \right) \frac{R_2}{R_1}.$$

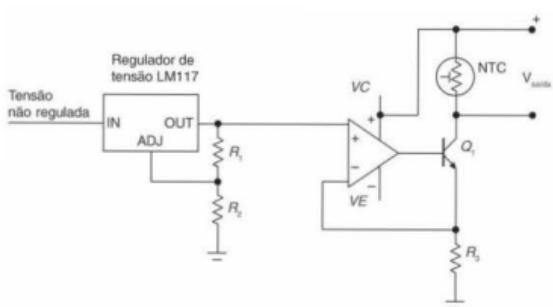


Figura 3.50 Esquema de um condicionador de temperatura em que se utiliza um NTC.

Aplicação de amplificadores de instrumentação

Os amplificadores de instrumentação são utilizados extensivamente no condicionamento de pequenos sinais, por isso é muito comum se utilizar encapsulamentos integrados com essa configuração. Existem muitas opções disponíveis com diferentes características, as quais devem ser direcionadas para cada aplicação em específico. As notas de aplicações (*application notes*) são geralmente ótimas referências para a escolha do componente. A seguir será apresentada uma aplicação com um AD620, que consiste em um amplificador de instrumentação com oito pinos externos. Nesse circuito integrado existe a necessidade de configurar externamente apenas um resistor de ganho R_G . Nessa aplicação, é mostrada a amplificação de um sinal vindo de uma ponte de extensômetros de resistividade elétrica (veja o Capítulo 10).

Observa-se que o circuito da Figura 3.51 é implementado com um OPAMP de instrumentação da Analog Devices (AD620). O resistor de $499\ \Omega$ é responsável pelo ganho $G = 100$. Ele é calculado segundo a orientação da própria Analog Devices em seu *datasheet*:

$$G = \frac{49,4\ k\Omega}{R_G} + 1$$

de modo que com um $R_G = 499\ \Omega$ o ganho é de aproximadamente 100 vezes. Outra curiosidade nesse circuito é que ele foi alimentado com uma fonte unipolar, como uma bateria, e, para que seja possível a excursão de tensão e compressão (por exemplo) do sinal de força, sua referência foi fixada em 2 V através do pino 5. Em outras palavras, o ponto de repouso da ponte gera um sinal de 2 V na saída em relação ao potencial negativo da bateria, mas gera 0 V entre a saída do amplificador e seu pino de referência. Isso é útil em alguns casos em que há espaço para apenas uma bateria e é necessário uma referência deslocada para o conversor AD.

Entre outras características desse componente (segundo o fabricante) possui baixo ruído, baixo offset e baixo drift (leia o *datasheet* desse componente, para mais detalhes).

Como já mencionado nesta revisão, existem muitos outros tópicos bem como aplicações que poderiam ser trazidos para este espaço, mas que fogem do escopo desta obra. Assim, deixamos como sugestão que o leitor busque na vasta bibliografia de eletrônica, bem como aplicações diversas encontradas nos *sites* de fabricantes de componentes eletrônicos lineares, para que complemente esse tópico.

Com esta pequena revisão, é possível concluir a parte analógica do diagrama de blocos da Figura 3.13. O sensor utilizado é do tipo NTC. Esse é um sensor de temperatura (veja o Capítulo 6) que diminui a resistência com o aumento de T. A Figura 3.50 mostra o circuito de uma fonte de corrente excitando o NTC. Observe que, nessa configuração, a fonte de corrente foi implementada por um OPAMP que tem a função de garantir a tensão de referência sobre o resistor R_3 . Dessa forma, a corrente drenada pelo emissor do transistor é $I_0 = \frac{V_{Ref}}{R_3}$.

Essa corrente (praticamente em sua totali-

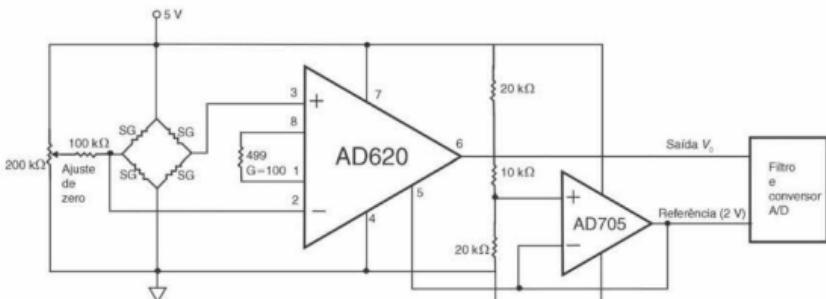


Figura 3.51 Exemplo de aplicação de um amplificador de instrumentação (AD620) em uma célula de carga alimentada com fonte unipolar.

dade) encontra-se no coletor, no qual existe um termistor do tipo NTC. Pode-se então calcular os resistores R_1 , R_2 e R_3 para uma corrente I_0 adequada e uma tensão de saída $V_{\text{saída}} = V_c - I_0 R_{\text{NTC}}$ dentro dos parâmetros desejados. Esse circuito poderia ainda ser bastante melhorado se fosse calculado um filtro para eliminar as altas frequências (veja o Capítulo 4), além de conectar a saída a um circuito digital, como, por exemplo, para processamento mais apurado e inclusão de funções mais avançadas.

3.8 Conceitos sobre Sistemas Digitais

3.8.1 Sistemas analógicos versus sistemas digitais

O campo da eletrônica pode ser dividido em duas grandes áreas: analógico e digital. Resumidamente, pode-se citar algumas características próprias das duas áreas:

1. Analógico: variável contínua. Por exemplo, tensão elétrica.

2. Digital: variável discreta. Por exemplo, uma sequência de números (amostras) representando uma tensão elétrica.

Como ilustração das diferenças entre as áreas, veja o fluxograma apresentado na Figura 3.52, que indica as diferenças básicas entre fenômenos analógicos e fenômenos digitais. Para mais detalhes, consultar o Capítulo 4 (Sistemas de Aquisição de Dados).

Em muitas aplicações é interessante a transformação do sinal analógico para o digital em função principalmente da grande flexibilidade que sistemas computadorizados possibilitam, como, por exemplo, filtragem digital cujos parâmetros são alterados pela simples modificação de parte de um algoritmo, enquanto no analógico a alteração de um filtro acarretaria alteração de componentes analógicos. Portanto, em muitas aplicações é interessante a alteração do sinal analógico para digital, cuja operação é realizada pelo chamado conversor analógico para digital (AD ou ADC).

Em termos sucintos, nas ciências e na tecnologia, as informações da natureza são **sinais**, funções de uma ou mais variáveis, que podem representar diversas informações, como, por exem-

plio, voz, vibração de uma estrutura, comportamento do músculo cardíaco etc. Já os sinais analógicos (Figuras 3.53 e 3.54) podem ser caracterizados por assumirem qualquer valor, considerando-se, evidentemente, seus limites. Além disso, parte de sua informação encontra-se na amplitude, como, por exemplo, tensão elétrica, aceleração, temperatura etc.

Por outro lado, sinais digitais (Figura 3.55) são representados por uma sequência de estados finitos que variam entre valores mínimos e máximos do sinal em estudo. A representação necessita de certo número de bits, a depender da variável em estudo e da precisão desejada.

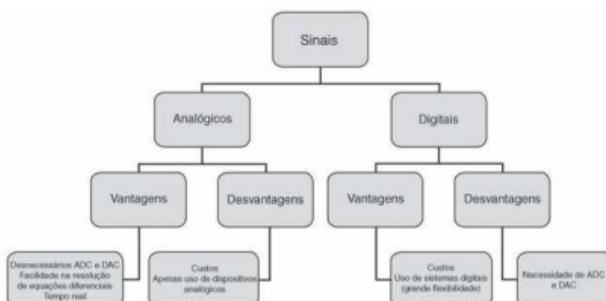


Figura 3.52 Diferenças básicas entre fenômenos analógicos e fenômenos digitais.

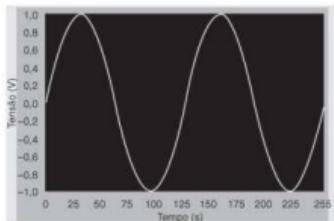


Figura 3.53 Representação de um sinal analógico periódico.

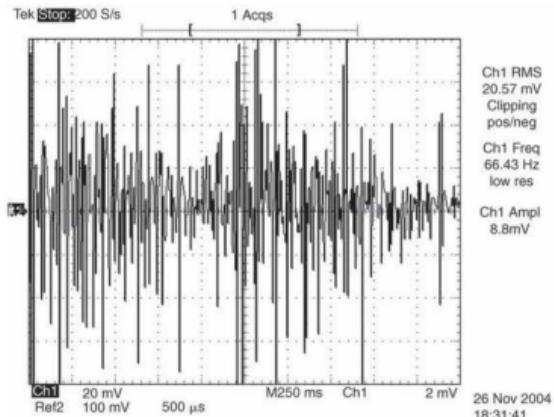


Figura 3.54 Representação de um sinal eletromiográfico.

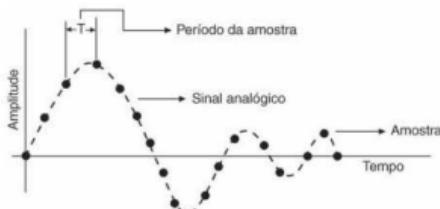


Figura 3.55 Representação das amostras de um sinal digital.

O processo de transformação de um sinal analógico em digital é chamado de digitalização, que pode ser dividida nas seguintes etapas (Figura 3.56):

- ¶ Amostragem: representação do sinal como uma sequência periódica de valores (amostras, Figura 3.57)
- ¶ Quantização: representação aproximada de um valor do sinal por um conjunto finito de valores (Figura 3.58)

¶ Codificação: associação de números binários para cada valor quantizado.

Veja a seguir algumas aplicações no formato de diagrama de blocos para enfatizar a importância da digitalização em qualquer sistema de medição:

- ¶ Processamento de voz (Figura 3.59): a voz, sinal analógico e mecânico, é transformada pelo microfone (transdutor) em um sinal elétrico (pormônio contínuo analógico) que, para ser processado em um sistema digital (computador ou microcontrolador), necessita ser digitalizado, função realizada pelo conversor analógico para digital (ADC).
- ¶ Caracterização de processos inflamatórios em regiões do corpo humano com aplicações nas áreas da fisioterapia, ortopedia, quiropraxia etc. Uma vez que os processos inflamatórios produzem evidências objetivas de sua existência, como, por exemplo, alterações significativas da temperatura, é possível desenvolver, de maneira objetiva e confiável, sistemas de instrumentação para essa caracterização (exemplo de aplicação da instrumentação em benefício da saúde humana). O emprego de um sistema de medição pode quantificar essa temperatura.

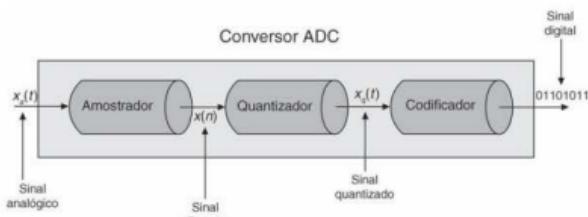


Figura 3.56 Diagrama de blocos do modelo matemático do conversor analógico para digital.

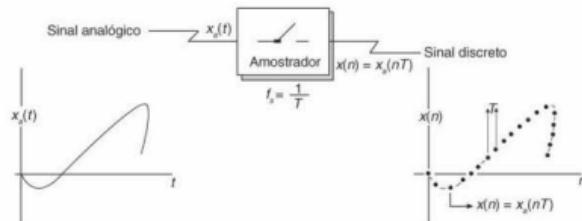


Figura 3.57 Modelo matemático do processo de amostragem.

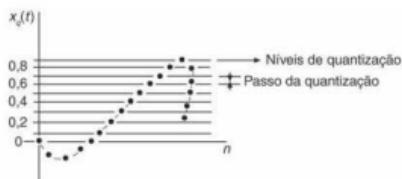


Figura 3.58 Modelo matemático do processo de quantização.

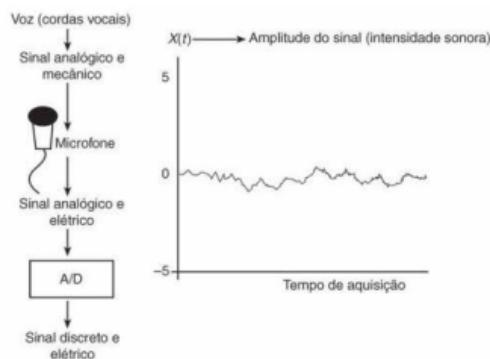


Figura 3.59 Diagrama de blocos de um sistema de digitalização de voz.

- Sistemas de caracterização da vibração em veículos ou no corpo humano (Figura 3.60). A avaliação da vibração é um importante fator na manutenção de equipamentos e máquinas industriais. Na área da saúde, é um fator importante, pois níveis inadequados podem estar relacionados à geração de dor e a danos permanentes em partes do corpo expostas a um ambiente vibratório. A Figura 3.61 apresenta um diagrama de blocos de possíveis fenômenos físicos ligados à geração de transtornos na coluna vertebral.
- Instrumentação aplicada à ortodontia (Figura 3.62), como, por exemplo, na caracterização do período de silêncio (refle-

xo pausado na atividade muscular, após um contato funcional dos dentes).

- Instrumentação voltada para o diagnóstico e o tratamento de pacientes com distúrbios do sistema mastigatório, como, por exemplo, a disfunção da articulação temporomandibular (ATM).

3.8.2 Álgebra booleana e portas lógicas

No século XIX, o matemático George Boole (1854) apresentou um tratamento sistemático de lógica que foi adaptada, nos anos 1930, por Shannon (1938) para circuitos de dois estados, a chamada álgebra de chaveamento, que demonstrou que circuitos biestáveis (dois estados) podem ser representados por essa álgebra (que, em homenagem ao criador, passou a denominar-se álgebra booleana).

Algumas definições são importantes para a correta utilização dessa álgebra no desenvolvimento de sistemas digitais:

Variáveis booleanas: variáveis que apresentam apenas dois estados. Por exemplo, seja uma variável X, dita booleana e que, portanto, só pode apresentar dois estados: verdadeiro (V) ou falso (F) ou, mais comumente utilizado em engenharia, 0 (zero) ou 1 (um). Simplificadamente, uma lâmpada pode ser considerada booleana, pois apresenta dois estados: em funcionamento ou apagada, 0 ou 1, verdadeira ou falsa (tudo é questão de convenção).

Expressões ou funções booleanas: funções ou expressões cujas variáveis são booleanas, ou seja, expressões ou funções cujos resultados apresentam apenas dois estados (0 ou 1).

Como toda álgebra, a álgebra booleana é baseada em identidades matemáticas e teoremas que permitem sua utilização na descrição de sistemas digitais. A Tabela 3.1 apresenta as principais identidades utilizadas.

Uma parte considerável das possíveis operações da álgebra booleana pode ser criada com base em três funções lógicas básicas: E (AND), OU (OR) e NÃO (NOT). Existem, porém, outras portas, como, por exemplo, as universais (NAND e NOR), as portas XOR (muito utilizadas em circuitos aritméticos etc). Os circuitos eletrônicos que realizam essas operações são denominados portas lógicas, cujos símbolos encontram-se na Figura 3.63.

A Figura 3.64 é uma excelente analogia para se compreender o funcionamento das portas. Nessa figura aparecem os símbolos lógicos, a tabela-verdade,³ uma analogia de chaves (ou relés) e, por fim, o correspondente circuito com transistores.

A Figura 3.65 apresenta o uso de portas universais para a implementação das portas lógicas. Nessa figura aparecem os símbolos lógicos, a tabela-verdade,³ a tabela-verdade, e, por fim, o correspondente circuito com transistores.

Um circuito integrado (CI) é um circuito em miniatura encapsulado em um único substrato chamado de wafer, geralmente feito de silício. Inicialmente os CIs apresentavam um pequeno número de transistores, mas nos dias atuais é comum usar CIs com altíssima escala de integração (acima de 1000 portas) ou até circuitos com milhões de transistores.



Figura 3.60 Diagrama de blocos de um sistema genérico para caracterização da vibração ocupacional.

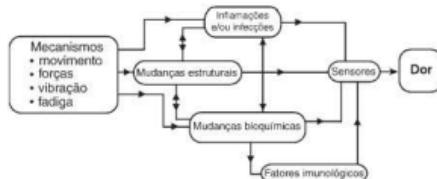


Figura 3.61 Sequências de eventos ou mecanismos que podem estar relacionados a transtornos na coluna vertebral.

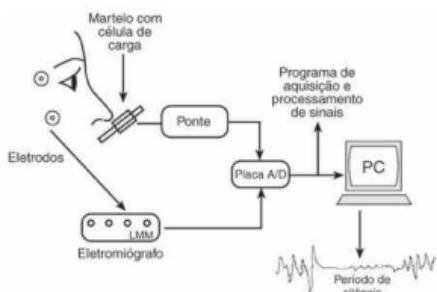


Figura 3.62 Diagrama de blocos simplificado de um sistema para medição do período de silêncio.

³A tabela-verdade, ou da verdade, consiste em um resumo de todas as possibilidades de entrada, com suas respectivas saídas dentro do universo de possibilidades lógicas da porta.

Tabela 3.1 Identidades básicas da álgebra booleana

$A + B = B + A$
$A \cdot B = B \cdot A$
$A + (B + C) = (A + B) + C$
$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
$A \cdot (B + C) = AB + AC$
$(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD$
$A \cdot 0 = 0$
$A \cdot 1 = A$
$A + 0 = A$
$A + 1 = 1$
$A + A = A$
$\overline{\overline{A}} = A$
$A + \overline{A} = 1$
$A \cdot \overline{A} = 0$
$\overline{A + B} = \overline{AB}$
$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$
$A + \overline{AB} = A + B$
$\overline{A} + AB = \overline{A} + B$
$A \oplus B = AB + \overline{AB}$

PORTA LÓGICA	SÍMBOLO
AND (E)	
OR (OU)	
NOT (INVERSOR)	
NAND (E NEGADO)	
NOR (OU NEGADO)	
XOR (OU EXCLUSIVO)	

Figura 3.63 Símbolos padrões para as portas lógicas.

Um transistor de junção bipolar (BJT), comumente denominado transistor, é também uma chave eletrônica. O BJT é usado em circuitos lógicos e apresenta algumas vantagens sobre os circuitos digitais baseados em diodos. Primeiramente, o transistor atua como um dispositivo lógico chamado inveror. Lembrando, um inveror fornece uma saída baixa (nível 0) para uma entrada alta e uma saída alta para uma entrada baixa. Além disso, o transistor é um amplificador de corrente (normalmente chamado de *buffer*).

Portanto, os transistores podem ser usados para amplificar essas correntes para controlar dispositivos externos tais como diodos emissores de luz (LEDs). Para finalizar esta breve introdução, as portas lógicas baseadas em transistores operam “mais rapidamente” do que as portas lógicas baseadas em diodos (os transistores *npn* são amplamente usados em circuitos digitais).

A Figura 3.66 traz uma representação simbólica de um transistor *npn* (dispositivo de três terminais: base, emissor e coletor). Em termos sucintos, um transistor é uma chave controlada por corrente, ou seja, com uma corrente adequada na base que se “comporta como uma chave fechada”, possibilitando o fluxo de corrente do coletor para o emissor. A direção dessa corrente também está indicada na Figura 3.66 (evidentemente, são necessários resistores para a perfeita polarização do dispositivo, ou seja, em geral é necessária uma resistência na base para gerar a corrente de base).

Simplificadamente, o transistor em circuitos digitais é usado como uma chave *ON* (fechada) ou *OFF* (aberta); os dois estados da álgebra booleana. Quando nenhuma corrente de base flui, a “chave emissor-coletor” está aberta e o transistor está operando no modo *OFF*. Por outro lado, quando uma corrente de base flui, a chave está fechada.

Operação de um transistor como um inveror: a Figura 3.67 mostra como usar um transistor como um inveror. Quando $V_{IN} = 0$, o transistor está no modo *OFF* e a “chave emissor-coletor” está aberta, indicando que nenhuma corrente está fluindo do $+V_{CC}$ ao terra; portanto, V_{OUT} é igual ao $+V_{CC}$ (desse modo, $V_{OUT} = 1$ (nível alto)). Cabe observar que é comum, na área digital, o uso dos termos *IN* (*IN*put = entrada) e *OUT* (*OUT*put = saída) em linguagens de programação, como, por exemplo, na Linguagem Assembly 80x86, além dos termos *IMPORTB* e *EXPORTB* em algumas versões da Linguagem C, *INPUT* e *OUTPUT* no BASIC etc.

Da mesma forma, quando $V_{IN} =$ nível alto, a chave emissor-coletor está fechada. Uma corrente flui do $+V_{CC}$ à referência. O transistor opera em saturação e $V_{OUT} = V_{CE(sat)} = 0,2\text{ V} \approx 0$ (nível baixo), ou seja, V_{OUT} está basicamente conectado à referência.

3.8.3 Famílias lógicas

Lógica Transistor-Transistor (TTL): a família Lógica Transistor-Transistor (TTL) de integrados envolve diodos e transistores. Essa família usava o termo DTL (*Diode Transistor Logic*) e, quando os diodos foram substituídos pelos transistores, passou a ser denominada TTL. A alimentação dessa família TTL (V_{CC})

Portas lógicas	Tabela-verdade	Analogia com transistor	Analogia com chaves																	
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Entrada</th> <th>Saída</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	Entrada	Saída	0	1	1	0													
Entrada	Saída																			
0	1																			
1	0																			
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Entrada</th> <th>Saída</th> </tr> <tr> <td>A</td> <td>B</td> <td>S</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	Entrada	Saída	A	B	S	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1		
Entrada	Saída																			
A	B	S																		
0	0	0																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	1																		
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Entrada</th> <th>Saída</th> </tr> <tr> <td>A</td> <td>B</td> <td>S</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	Entrada	Saída	A	B	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1		
Entrada	Saída																			
A	B	S																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	1																		
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Entrada</th> <th>Saída</th> </tr> <tr> <td>A</td> <td>B</td> <td>S</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	Entrada	Saída	A	B	S	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0		
Entrada	Saída																			
A	B	S																		
0	0	1																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	0																		

Figura 3.64 Portas lógicas e circuitos analógicos.

é de +5 V. Os dois níveis lógicos (BAIXO E ALTO) são aproximadamente 0 e 3,5 V. Existem diversas variações da família TTL (ECL, S-TTL, LS-TTL), que não serão aqui descritas, porque não se incluem entre os principais objetivos deste livro.

Alguns parâmetros são importantes quando relacionados às famílias lógicas, e cada família pode apresentar diferentes valores para esses parâmetros:

- *Fan-out* é o número MÁXIMO de entradas que podem ser conectadas às saídas de uma porta. É indicada como um número, como, por exemplo, 10 para TTL.
- Potência de dissipação (mW): potência necessária para a porta operar (em geral fornecida pela fonte de alimentação e consumida pela porta). Para a família TTL, por exemplo, a potência de dissipação é de 10 mW.
- Atraso de propagação: tempo necessário para “um sinal de entrada chegar à saída”, como, por exemplo, 10 ns.

• Margem de ruído: definida como a máxima tensão devida ao ruído que pode ser adicionada à entrada de uma porta lógica sem causar qualquer alteração indesejada na saída do circuito. Para a família TTL, por exemplo, a margem de ruído é de 0,4 V.

Comercialmente existem três configurações principais de saída para a família TTL: saída coletor aberto (*open-collector output*), saída totem-pole (*totem-pole output*) e saída terceiro estado (*three-state output*):

- *Totem pole*: a saída de uma porta pode ser diretamente interligada às entradas de outras portas, sendo necessário levar em consideração a condição *fan-out*.
- *Coletor aberto*: como o próprio nome descreve, o coletor de um transistor está aberto, e para que funcione é necessário ligar um resistor externo (denominado resistor *pull-up*, geralmente na faixa de 500 a 4,7 kΩ).

PORTEAS LÓGICAS	NAND	NOR
\neg		
D		
$\neg D$		
D		
$\neg D$		

Figura 3.65 Portas universais NAND e NOR implementando as funções: NOT, AND, NAND, OR e NOR.

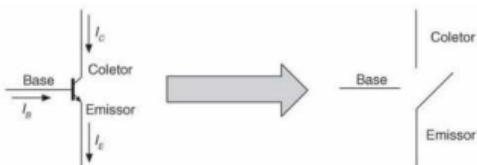


Figura 3.66 Representação simbólica do transistor como chave.

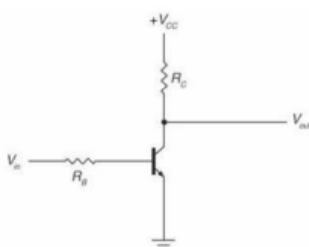


Figura 3.67 Transistor como inverter.

¶ *Three-state*: apresenta um terceiro estado denominado *three-state* (no terceiro estado a saída encontra-se em alta impedância. Muito utilizado no desenvolvimento de interfaces, barramentos etc.).

Os transistores de *metal-oxide semiconductor* (MOS, semelhante ao FET estudado nas seções anteriores) ocupam “menor espaço” no circuito e consomem “menos energia” do que os transistores bipolares. Por isso, os transistores MOS são usados em circuitos de alta integração. Em circuitos digitais, um transistor MOS opera como uma chave, tal que sua resistência é muito alta (*OFF*) ou muito baixa (*ON*). É um dispositivo de três terminais: porta (*gate*), fonte e dreno (Figura 3.68).

Quando $V_{GS} = 0$, a resistência do dreno-fonte (*drain-source*) é da ordem de $M\Omega$ (transistor no estado *OFF*). Com o aumento

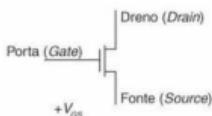


Figura 3.68 Transistor MOS.

de V_{GS} , R_{DS} (resistência dreno-fonte) diminui para poucos ohms (transistor no estado *ON*).

Outra família é a CMOS, que dissipava "menor potência" e oferece pequenos atrasos de propagação quando comparada à família TTL. A CMOS é fabricada por meio da combinação dos nMOS e dos pMOS. Circuitos digitais usando CMOS consomem menos energia do que os MOS e os TTL. Além disso, o CMOS possibilita a fabricação de circuitos de alta densidade, ou seja, pode-se colocar maior número de circuitos em um CI por meio dessa tecnologia, e estes oferecem alta imunidade ao ruído. Essa família pode operar em uma ampla faixa de alimentação: 3 V a 15 V. Na atualidade, existem quatro elementos dessa família que são muito populares: o CMOS de alta velocidade (HC), o CMOS de alta velocidade compatível com entrada TTL (HCT), o CMOS advanced (AC) e o advanced CMOS compatível com entrada TTL (ACT). O dispositivo HCT pode ser interfaceado entre TTL e CMOS. A Tabela 3.2 apresenta resumidamente as características básicas das principais famílias lógicas.

Tabela 3.2 Características típicas das famílias

Família lógica	<i>Fan-out</i>	Dissipação (mW)	Delay (atraso) (ns)	Margem de ruído (V)
TTL padrão	10	10	10	0,4
TTL Schottky	10	22	3	0,4
ECL	25	25	2	0,2
CMOS	50	0,1	25	3

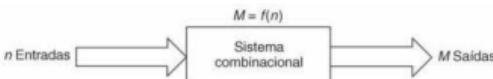


Figura 3.69 Diagrama de blocos do sistema combinacional.

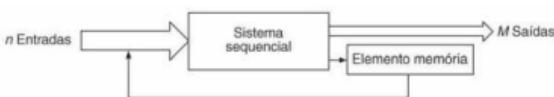


Figura 3.70 Diagrama de blocos do sistema sequencial.

3.8.4 Sistemas digitais

Os sistemas digitais podem ser classificados como combinacionais ou sequenciais. As saídas dos sistemas combinacionais, em qualquer instante do tempo, são determinadas apenas pelas combinações da entrada. A Figura 3.69 apresenta o diagrama de blocos de um sistema combinacional genérico. A saída é função exclusivamente da entrada, e não existe a possibilidade de armazenamento de informação — ou seja, inexistem o elemento memória.

Os sistemas sequenciais (Figura 3.70) caracterizam-se pela existência do elemento memória, ou seja, a saída do sistema pode ser armazenada para ser utilizada posteriormente. Portanto, a saída de um sistema sequencial depende da entrada presente e do estado presente do sistema.

Sistemas combinacionais: uma introdução

Multiplexadores: simplificadamente, os multiplexadores ou seletores de dados atuam como chaves controladas digitalmente. Por exemplo, o multiplexador ou MUX 2×1 (duas entradas e uma saída) ou o MUX 4×1 (Figura 3.71). Nesses dispositivos, a saída é ligada de acordo com uma lógica estabelecida nas entradas do dispositivo.

Demultiplexadores: dispositivo combinacional oposto ao multiplexador. Sendo assim, através de um código binário na entrada pode-se selecionar uma das saídas, conforme exemplo apresentado na Figura 3.72 (demultiplexador 1×4 : uma entrada e quatro saídas).

Decodificadores: circuito combinacional que não direciona dados da entrada para uma saída específica de acordo com as entradas de seleção. Simplesmente, usa as entradas de seleção de dados

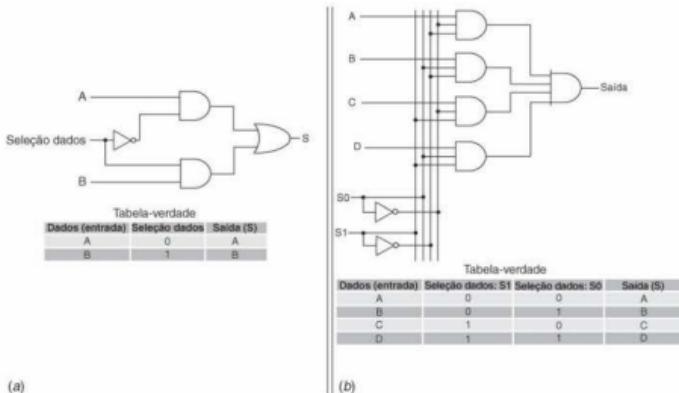


Figura 3.71 (a) Multiplexador 2 × 1 e (b) multiplexador 4 × 1.

para escolher qual saída (ou saídas) será habilitada. O número de entradas, o número de saídas e o estado da saída selecionada (nível baixo ou alto) variam de decodificador para decodificador. Por exemplo, o famoso e antigo decodificador 74LS138 (decodificador 3×8) mostrado na Figura 3.73 utiliza uma entrada de três bits de endereço (entrada de seleção) para determinar qual saída será selecionada. Cabe observar que normalmente as entradas de seleção dos integrados, como, por exemplo, \overline{CE} (*Chip Enable*) ou \overline{CS} (*Chip Select*), são habilitadas em nível baixo.

Codificadores e conversores de códigos: são dispositivos opositos aos decodificadores. Eles podem ser utilizados para gerar uma saída codificada dada uma simples entrada numérica. Como exemplo, o codificador binário para decimal encontra-se na Figura 3.74 com sua correspondente tabela-verdade.

Somadores e subtraidores binários: circuitos combinacionais que realizam operações aritméticas. Em geral, em sistemas mi-

croprocessados ou microcontrolados são encontrados no bloco ULA (Unidade Lógica e Aritmética). Para exemplificar, a Figura 3.75 apresenta dois circuitos básicos para soma: o meio-somador, o somador completo, as correspondentes tabelas-verdade e os diagramas de blocos.

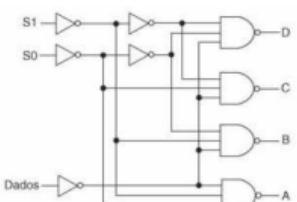
3.8.5 Tópicos sobre sistemas sequenciais

Os dispositivos e os sistemas combinacionais de que tratamos anteriormente apresentam o comportamento de apresentar uma relação entrada-saída imediatamente (cuidado com o uso desta palavra, pois existem, evidentemente, atrasos), ou seja, quando uma dada entrada é aplicada ao sistema combinacional, gera uma dada saída. Além disso, não apresentam a possibilidade de armazenar informação. Os dispositivos sequenciais apresentam a propriedade de armazenar informação (elemento memória) e estão sujeitos a seqüências de passos: os dados podem ser armazenados e novamente lidos.

Flip-flop SR (assíncrono): o elemento memória para armazenamento de dados mais elemental é o flip-flop SR (*Set-Reset*). Como ilustração, a Figura 3.76 apresenta esse flip-flop com portas NOR e NAND, suas correspondentes tabelas-verdade e formas de onda.

Flip-flop SR síncrono: elemento memória com uma entrada de *clock* (flip-flop SR síncrono), em que a entrada *clock* pode habilitar ou não o dispositivo. A Figura 3.77 apresenta o circuito, a tabela-verdade e as correspondentes formas de onda.

Trigger dos flip-flops: a alteração de estado ocorre em partes específicas da forma de onda: na borda de subida, na borda de descida ou no nível. Nos flip-flops chaveados por borda, as entradas são consideradas somente durante a borda positiva ou negativa do *clock* (\uparrow = borda positiva; \downarrow = borda negativa), ou seja, qualquer mudança que ocorrer antes ou após a borda do



Dados	Seleção dados: S1	Seleção dados: S0	Saída (S)
E	0	0	A = E
E	0	1	B = E
E	1	0	C = E
E	1	1	D = E

Figura 3.72 Demultiplexador 1 × 4.

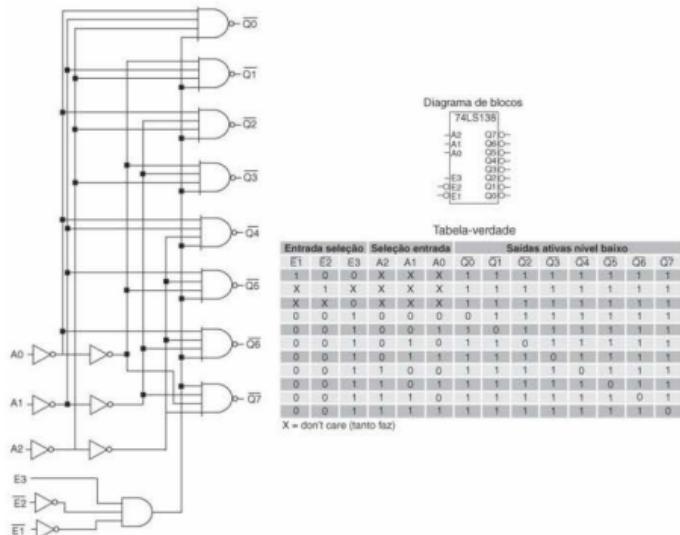


Figura 3.73 Decodificador 74LS138.

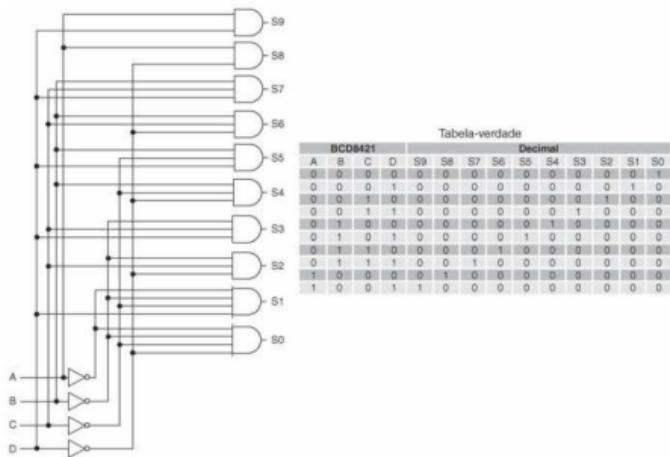


Figura 3.74 Codificador binário (BCD 8421) para decimal.

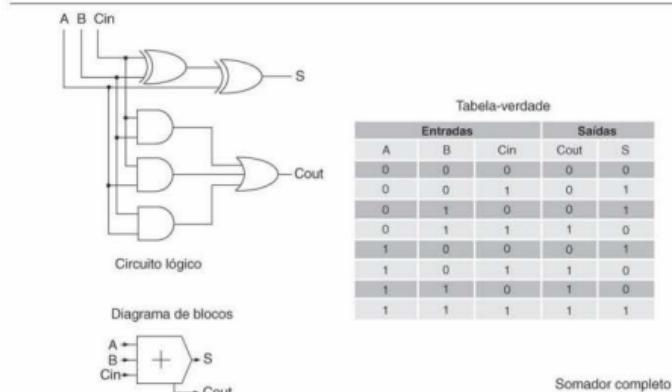
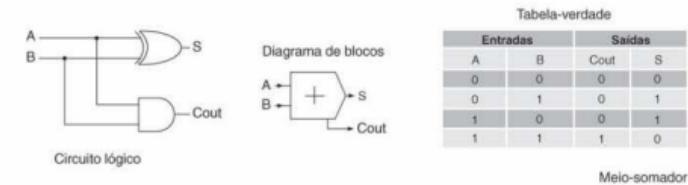


Figura 3.75 Meio-somador e somador completo.

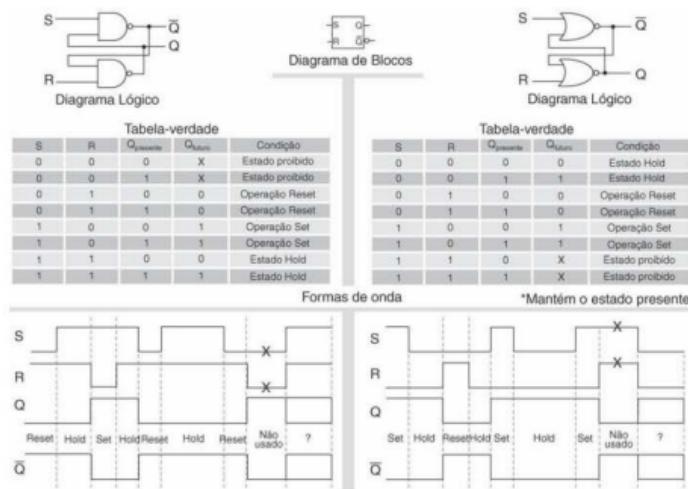


Figura 3.76 Flip-flop SR básico.

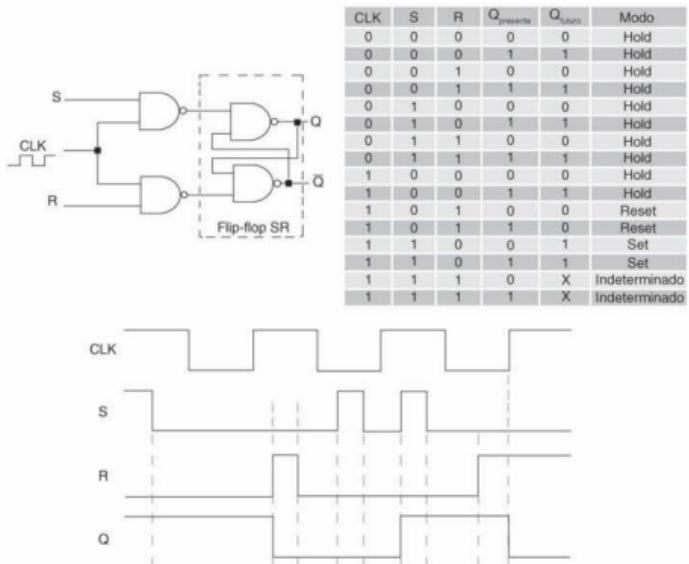


Figura 3.77 Flip-flop SR síncrono.

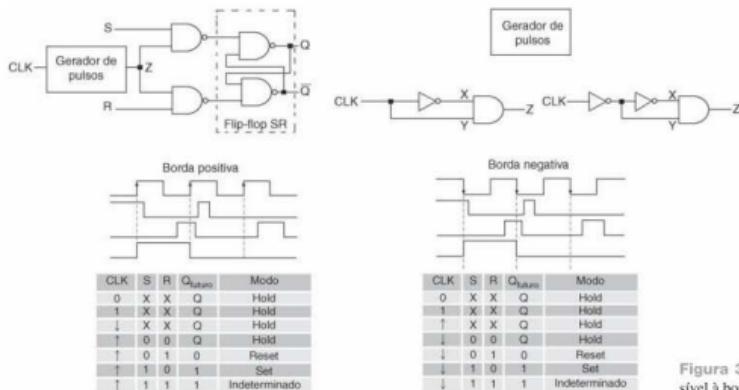


Figura 3.78 Flip-flop SR sensível à borda de subida ou descida.

clock é ignorada — o flip-flop fica no modo *hold* (manutenção de informação). Os circuitos da Figura 3.78 mostram alguns exemplos de *triggers*.

A Figura 3.79 apresenta os principais símbolos encontrados em flip-flops comerciais (regras básicas que podem ser aplicadas aos flip-flops SR, JK e do tipo D).

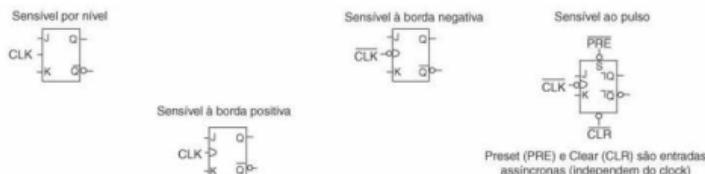


Figura 3.79 Símbolos padrões relacionados ao trigger.

Flip-flop D: apresenta uma simples entrada e é basicamente o flip-flop SR com as entradas ligadas por um inverter, conforme mostra a Figura 3.80.

A Figura 3.81 apresenta o flip-flop D sensível ao nível, e a Figura 3.82 mostra o flip-flop D sensível à borda:

Como exemplo da aplicação de flip-flops, a Figura 3.83 apresenta a demultiplexação de um barramento AD (Endereços e

Dados) de um microprocessador genérico — por exemplo, o 8088 — ou de um microcontrolador — por exemplo, o 8051 —, utilizando um *latch* (sistema digital implementado com flip-flops cuja função é reter informações na sua saída, entre outras). O sinal básico de controle envolvido é o ALE (Address Latch Enable), que aciona o *latch*, permitindo a estabilidade dos endereços.

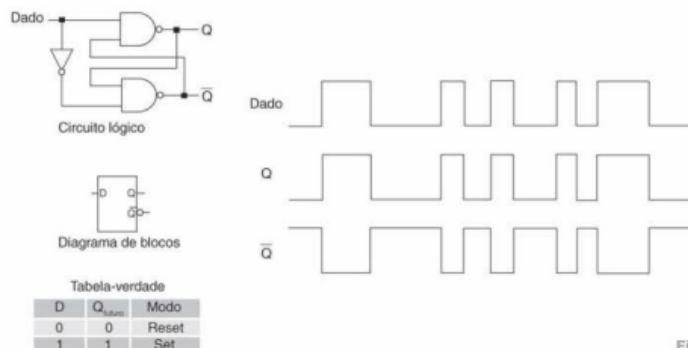


Figura 3.80 Flip-flop D básico.

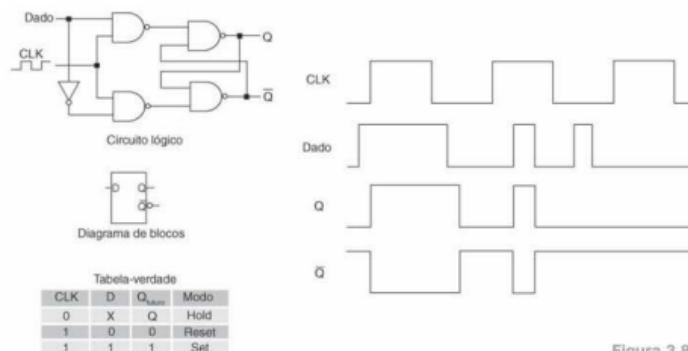


Figura 3.81 Flip-flop D sensível ao nível.

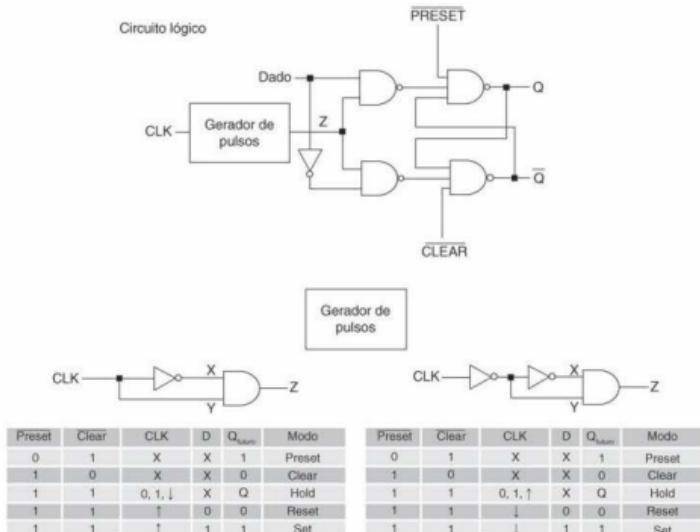
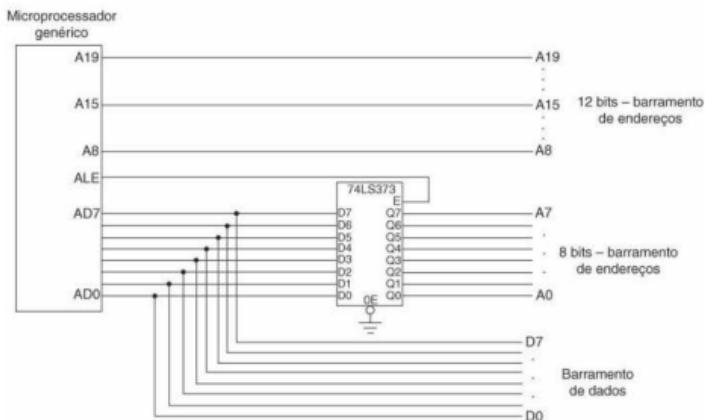


Figura 3.82 Flip-flop D sensível à borda.

A Figura 3.83 mostra o *latch* cuja função é separar os dados D0-D7 dos endereços A0-A7, pois esses dois sinais estão presentes nos mesmos pinos do microprocessador.

Flip-flop JK: flip-flop amplamente utilizado. A Figura 3.84 traz um esquema desse flip-flop.

Figura 3.83 Uso do *latch* 74xx373 como demultiplexador de barramento.

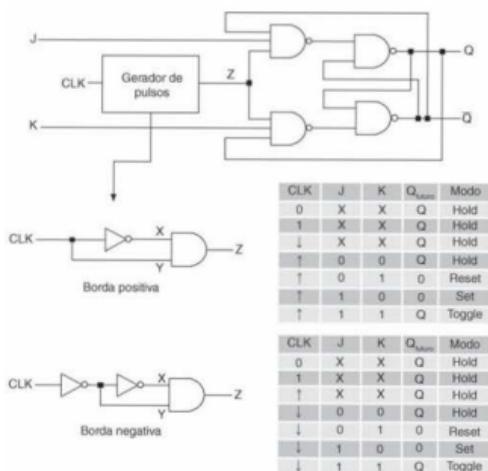


Figura 3.84 Flip-flop JK sensível à borda.

3.8.6 Sistemas microprocessados

Registradores: com frequência, em sistemas digitais, o tráfego de dados precisa ser armazenado temporariamente, copiado ou deslocado para a esquerda ou para a direita. Um dos elementos sequenciais amplamente utilizado para tal situação é o registrador implementado por meio de flip-flops: um registrador de N bits possui N flip-flops. Os registradores são amplamente utilizados e encontrados nos mais diversos sistemas microprocessados.

Um diagrama de blocos para um sistema microprocessado genérico pode ser dividido em cinco grandes blocos que realizam um conjunto de tarefas específicas (Figura 3.85).

Analizando-se a Figura 3.85, pode-se perceber que alguns dispositivos são usados para funções de entrada e saída. Por

exemplo, um modem interligando uma controladora, com diversos sensores interfaceados, pode ser usado para enviar e receber dados. Circuitos que apresentam essas características são denominados I/O (*input/output* ou entrada/saída). Os outros blocos são:

- ¶ Memória: possibilita o armazenamento dos programas e dados;
- ¶ *Datapath* (caminho dos dados): representa os caminhos que os dados seguem durante os eventos de processamento;
- ¶ Controle: o *datapath* é desenvolvido para permitir operações diferentes. Cada operação está relacionada ao tipo de movimento que ocorrerá com os dados. Por exemplo, a operação de subtração é acompanhada por meio de um circuito subtrator, tal que as entradas (dados a serem subtraídos) precisam ser direcionadas para o circuito subtrator. A unidade de controle é responsável por assegurar que os dados sejam enviados ao conjunto de circuitos certo.

Ao contrário dos microprocessadores, como, por exemplo, o 8085 e o 80x86 (citando apenas a família Intel), os microcontroladores tipicamente integram RAM, ROM e I/O, assim como a CPU, no mesmo circuito integrado. Por outro lado, o espaço para armazenamento de programas é limitado (em comparação com os microprocessadores), e normalmente o conjunto de instruções é desenvolvido em número inferior aos microprocessadores, conforme representa resumidamente a Figura 3.86.

Cabe observar que alguns microcontroladores comerciais já apresentam grande capacidade para armazenar dados, e alguns permitem o uso de um sistema operacional interno (*on-chip*).

Como exemplo, seguem informações relacionadas aos registradores do microprocessador 80x86 e do microcontrolador 8051. O microprocessador 8086 possui 14 registradores no total, representados resumidamente na Figura 3.87. Os registradores do usuário são os do grupo de uso geral e mais o SI, o DI e o BP.

Os nomes mais usados ou populares para alguns registradores são descritos a seguir:

- ¶ AX: acumulador
- ¶ BX: registrador de índice
- ¶ CX: contador de interações
- ¶ DX: extensão do acumulador
- ¶ SI: índice da fonte
- ¶ DI: índice de destino
- ¶ BP: registrador de base da pilha
- ¶ SP: pilha
- ¶ IP: contador de programa.

A Tabela 3.3 apresenta uma breve descrição de algumas características da família 80x86 amplamente utilizada em sistemas microprocessados domésticos e/ou comerciais.

Como exemplo de um sistema microcontrolado, a Figura 3.88 apresenta o diagrama interno do clássico microcontrolador 8051.

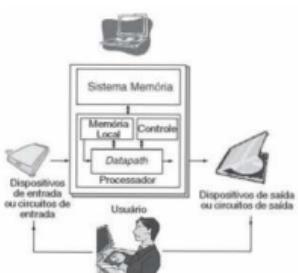


Figura 3.85 Diagrama genérico de um sistema microprocessado.

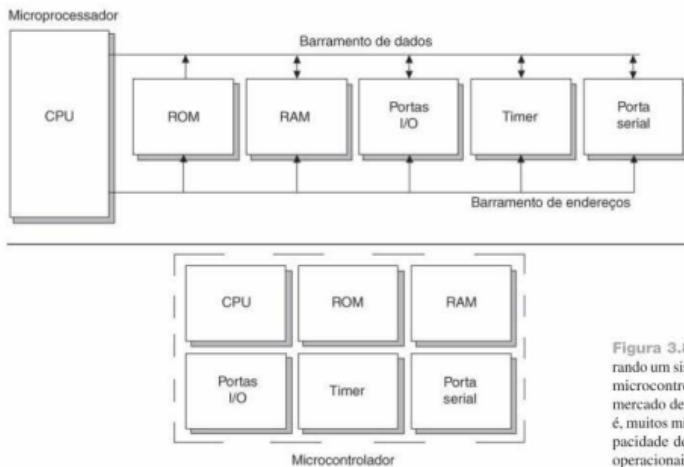


Figura 3.86 Diagrama de blocos comparando um sistema microprocessado ao sistema microcontrolado. Existe uma tendência no mercado de que essa divisão seja extinta, isto é, muitos microcontroladores agregam boa capacidade de memória e alguns, até sistemas operacionais internos.

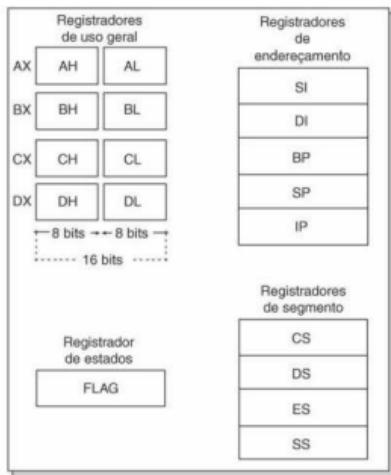


Figura 3.87 Registradores do 80x86.

Muitas das aplicações dos microcontroladores podem ser divididas em três categorias principais:

- ¶ Sistemas de controle *open-loop* (controle sequencial): usados em aplicações em que o processo ou dispositivo necessita ser controlado por uma sequência de estados;

- ¶ Sistemas de controle *closed-loop*: caracterizam-se pelo uso do monitoramento em tempo real de um processo que necessita de controle contínuo. A saída desse processo é monitorada usando vários transdutores e conversores A/Ds e o processo é modificado continuamente para se obter o resultado desejado;
- ¶ Outras aplicações: manipulação de estruturas de dados, como, por exemplo, as utilizadas no campo da visão computacional, em robótica e em sistemas de comunicação de dados.

A Tabela 3.4 apresenta uma breve descrição de algumas características da família 8051, que foi muito utilizada em sistemas microcontrolados.

No 8051, os registros (geralmente chamados de registradores nos microprocessadores) são usados para armazenar informações temporariamente (dados e endereços). A maioria dos registros do 8051 é de 8 bits. Os registros mais comumente utilizados no 8051 são listados na Figura 3.89.

Existe uma gama bastante ampla de microprocessadores e microcontroladores. Atualmente, no Brasil, os microcontroladores da Microchip (PIC) são bastante populares pela sua versatilidade, facilidade de programação e estrutura de distribuição (facilmente encontrados em lojas de componentes eletrônicos em geral).

3.8.7 Portas de I/O e interfaces

O desenvolvimento ou a utilização de portas de entrada e saída (I/O: input/output) são essenciais para o emprego de qualquer sistema digital. A Figura 3.90 apresenta um circuito simples em que se usa o *buffer three-state* 373 como porta de saída, cujo endereço, neste exemplo, é 99H (endereço na base hexadecimal).

Como exemplo de porta de entrada, a Figura 3.90 mostra o circuito integrado 74xx244 com seu correspondente endereço.

Tabela 3.3 Algumas características da família 80x86

Produto	8008	8080	8085	8086	8088	80286	80386	80486	Pentium
Ano de fabricação	1972	1974	1976	1978	1979	1982	1985	1989	1992
Clock (MHz)	0,5-0,8	2-3	3-8	5-10	5-8	10-16	16-33	25-33	60-66
Número de pinos	18	40	40	40	40	68	132	168	273
Número de transistores	3 000	4 500	6 500	29 000	29 000	130 000	27 500	1,2 milhão	3,1 milhões
Memória física	16 K	64 K	64 K	1 M	1 M	16 M	4 G	4 G	4 G
Barramento interno de dados	8	8	8	16	16	16	32	32	32
Barramento externo de dados	8	8	8	16	8	16	32	32	64
Barramento de endereços	8	16	16	20	20	24	32	32	32
Tipo de dados (bits)	8	8	8	8-16	8-16	8-16	8-16-32	8-16-32	8-16-32

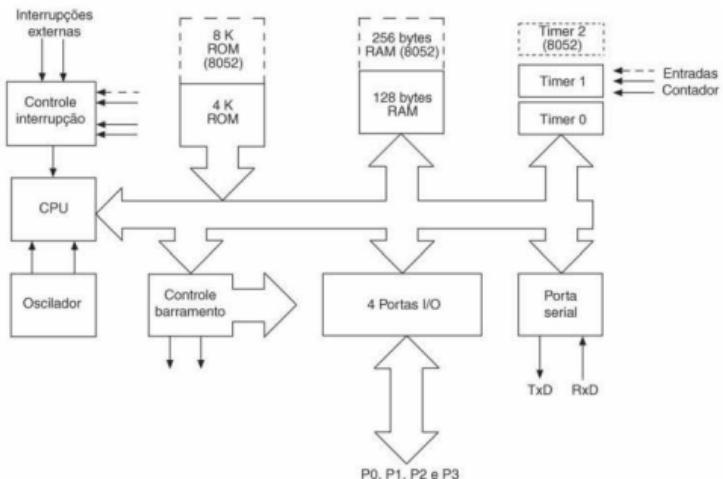


Figura 3.88 Diagrama de blocos do clássico microcontrolador 8051.

Tabela 3.4 Algumas características da família 8051

Dispositivo	Memória interna		Timers contadores	Fontes de interrupção
	Do programa	De dados		
8051	4 K × 8 ROM	128 × 8 RAM	2 de 16 bits	5
8751H	4 K × 8 EPROM	128 × 8 RAM	2 de 16 bits	5
8031	Não possui	128 × 8 RAM	2 de 16 bits	5
8052AH	8 K × 8 ROM	256 × 8 RAM	3 de 16 bits	6
8752BH	8 K × 8 EPROM	256 × 8 RAM	3 de 16 bits	6
8032AH	Não possui	256 × 8 RAM	3 de 16 bits	6

A
B
R0
R1
R2
R3
R4
R5
R6
R7

Figura 3.89 Alguns registros de 8 bits do 8051.

Mapeamento de memória de I/O: muitos microprocessadores, como por exemplo, o 6800, o 68000 (Motorola) e diversos processadores RISC (*Reduced Instruction Set Computer*), não têm instruções específicas para operações de leitura e escrita em dispositivos de entrada e saída (dispositivos de I/O). Nesses casos, é usada a técnica de mapeamento de memória de I/O, que utiliza uma locação da memória (uma célula de memória ou mais) apontada para ser uma porta de entrada ou saída. A seguir, são apresentadas as diferenças básicas entre periféricos de I/O e memória mapeada de I/O:

- ¶ No mapeamento de memória de I/O é necessário usar instruções para ter acesso às localidades das memórias. Por exemplo, uma instrução do tipo MOV AL, [4FBC] pode dar acesso a uma porta de entrada cujo endereço é 4FBCH;
- ¶ No mapeamento de memória, os bits de endereço precisam ser decodificados;
- ¶ No mapeamento de memória, são usados sinais de controle específicos para memória, enquanto no método não mapeado (periféricos de I/O: uso das instruções IN e OUT) são utilizados sinais de controle específicos relacionados às portas de I/O;
- ¶ No mapeamento de memória, podem-se realizar operações lógicas e aritméticas dos dados de I/O diretamente, sem a necessidade de se mover para o acumulador;
- ¶ A principal desvantagem do mapeamento de memória é o uso do espaço de memória.

Interface periférica programável (PIO): existem diversos integrados utilizados no interfaceamento de dispositivos, como, por exemplo, a antiga e ainda útil PIO 8255. No caso específico da PIO 8255, existem três portas (de

8 bits cada), A, B e C separadamente, e a sua utilização torna-se mais econômica do que a implementação de portas individuais por meio dos *buffers three-state* anteriormente descritos. Além disso, pode ser utilizada para interfacear dispositivos ao microprocessador que utilizam *handshaking* (referente ao processo de comunicação entre dois dispositivos *inteligentes*, como, por exemplo, impressoras). No caso da comunicação com esse dispositivo, os passos básicos descrevem a comunicação com a impressora:

- ¶ Um byte de dados é apresentado para o barramento de dados da impressora;
- ¶ A impressora é informada da presença do byte de dados para ser impresso pela ativação do sinal de entrada STROBE;
- ¶ Quando recebe os dados, a impressora informa ao equipamento que o enviou pela ativação de um sinal de saída chamado ACK (*ACKnowledge* ou reconhecimento);
- ¶ O sinal ACK dá início ao processo de fornecimento de outro dado para a impressora.

Porta paralela: porta comumente utilizada em computadores mais抗igos e em alguns sistemas específicos para instrumentação. Desde a introdução da porta paralela no IBM PC em 1981, tem havido diversas evoluções, como, por exemplo:

- ¶ SPP (*Standard Parallel Port*): modo padrão que foi lançado em 1981. O barramento de dados na SPP é unidirecional, pois

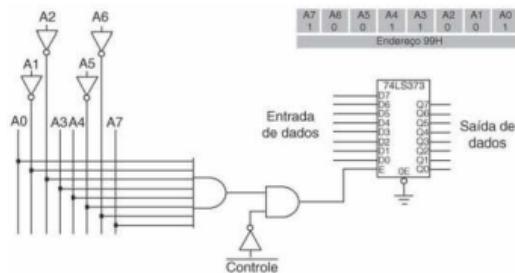


Figura 3.90 Exemplo de uma simples porta de saída com o correspondente mapeamento de endereço.

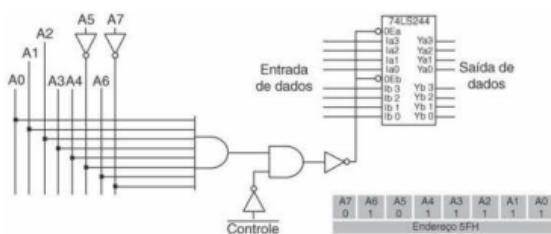


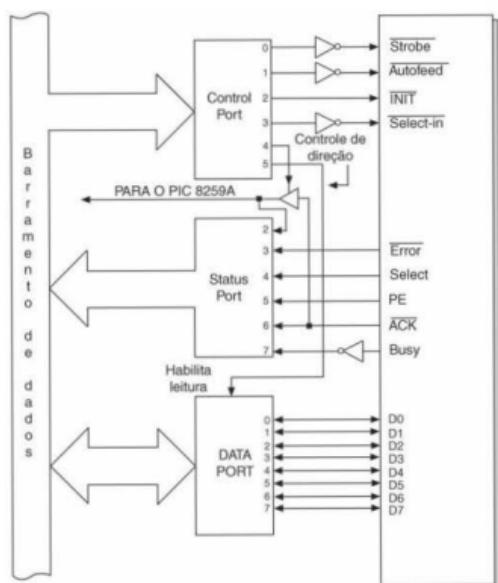
Figura 3.91 Exemplo de uma simples porta de entrada com o correspondente mapeamento de endereço.

foi desenvolvido especificamente para o PC enviar dados à impressora. Nessa configuração ou nas portas SPP não é possível tratar a porta *data* como entrada, o que pode danificar a porta; utiliza-se, portanto, a porta *status* como porta de entrada. Apresenta três portas internas: porta *data* (saída), porta *status* (entrada) e porta *control* (saída);

- ¶ PS/2: em 1987, a porta paralela foi internamente modificada para possibilitar que a porta *data* seja bidirecional (entrada-saída). O bit C5 da porta *control* pode ser modificado pelo usuário (programa do) para mudar a direção da porta *data*. Se o C5 = 0 indica que a porta *data* está configurada para saída, C5 = 1 indica que a porta *data* está configurada como entrada. Logo, esse pino C5 da porta *control* é usado para o controle direcional da porta *data*, conforme esboço da Figura 3.92;

- ¶ EPP (Enhanced Parallel Port): trata-se da mesma configuração da PS/2, porém é mais rápida. Esse modo apresenta novos registradores como espaço de I/O. Sendo assim, se o endereço-base é 0278H, 0279H e 027AH são os mesmos da SPP. Porém, os endereços de I/O 027BH até 027FH são também usados ou reservados;
- ¶ ECP (Extended Capability Port): esta porta tem as mesmas características da EPP mais DMA (*Direct Memory Address*) e apresenta a capacidade de compressão de dados.

Para evitar danos à porta *data*, na configuração barramento bidirecional, é necessário utilizar componentes auxiliares:



opto-acopladores buffers, resistores pull-up etc., tal como no exemplo da Figura 3.93.

Porta serial RS-232: porta destinada a converter informações em paralelo (geralmente oriundas dos barramentos dos computadores) para informações seriais (geralmente oriundas de modems, linhas telefônicas, placa serial de outro microcomputador, controladoras utilizadas na área da instrumentação etc.). O padrão foi definido em 1969 pela Electronic Industries Association (EIA), que especificou as características elétricas dos circuitos, os nomes e os números das linhas necessárias à conexão entre equipamentos (pinagem). Os microcomputadores utilizam somente nove pinos conectados, em vez dos 25 pinos necessários para o circuito completo RS-232. Além disso, o padrão define:

- ¶ Para que periféricos possam “conversar” por meio da mesma linha, eles são divididos em dois tipos: o tipo terminal, que usa o pino 2 para enviar dados, e o tipo modem, que usa o pino 2 para receber dados
- ¶ Devem ser acoplados periféricos terminais de um conector macho e periféricos modem de um conector fêmea.

A Figura 3.94 apresenta a pinagem do padrão RS-232 (conector DB25) para o periférico terminal (IBM-PC) e para o modem. Para o conector DB9, observe a Figura 3.95.

Comunicação entre transmissor e receptor: em sistemas em que somente um periférico transmite e o outro só recebe, a co-

Figura 3.92 Esboço da porta paralela.

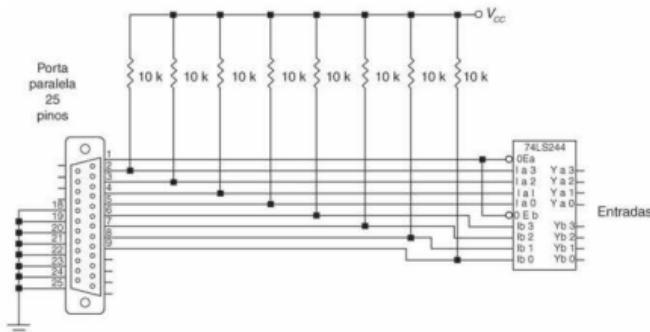


Figura 3.93 Exemplo do uso de dispositivos que protegem a porta *data* (no caso resistores *pull-up*) de possíveis danos.

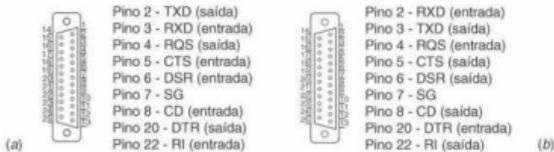


Figura 3.94 Esboço do padrão RS-232 (conector DB-25) para (a) periférico terminal e (b) modem.



Figura 3.95 Padrão DB-9.

municação ocorre apenas entre dois sinais em cada ponto: TxD e SG no transmissor e RxTD e SG no receptor.

Comunicação nas duas direções: cada um dos periféricos transmite e recebe dados; portanto, é necessário o número mínimo de três linhas em cada periférico: TxD, RxTD e SG (podem-se adicionar os pinos DSR e DTR para controlar o fluxo de transmissão de dados; *handshaking*).

A Tabela 3.5 apresenta um comparativo das interfaces mais comuns com valores típicos.

Tabela 3.5 Comparação entre interfaces comuns (valores típicos)

Interface	Comunicação	Número máximo de dispositivos	Comprimento máximo (metros)	Velocidade máxima (bits/s)
RS232	Assíncrona	2	15,2 a 30,5	20 k
RS485	Assíncrona	32	1219,2	10 M
IrDA	Infravermelho serial assíncrona	2	1,8	115 k
<i>Microwire</i>	Síncrona	8	3,0	2 M
SPI	Síncrona	8	3,0	2,1 M
I ² C	Síncrona	40	5,5	400 k
USB	Assíncrona	127	4,9	12 M
<i>Firewire</i>	Serial	64	4,6	400 M
Paralela	Paralela	2 ou 8	3 a 9,1	1 M

RS485: quando é necessária a transmissão de dados para longas distâncias e/ou a altas taxas, a interface RS-485 é uma solução possível. O padrão da RS-485 é a TIA/EIA-485, similar ao padrão ISO/IEC 8492.1993. A RS-485 apresenta algumas vantagens quando comparada à RS-232:

- ¶ Baixo custo: os *drivers* e os receptores são simples e necessitam de uma alimentação de +5 V a 1,5 V;
- ¶ Dispositivos: não se limita a dois dispositivos apenas. Dependendo da configuração, pode interfacer até 256 nós;
- ¶ A RS-485 permite comunicação a grandes distâncias (até 1.219,2 metros) quando comparada com a RS-232 (geralmente de 15,2 a 30,5 metros);
- ¶ Velocidade: taxas típicas de até 10 M/s.

A Figura 3.96 traz o esboço de um *link* baseado em RS-485 *half-duplex*.

IEEE 488 ou GPIB (General Purpose Interface Bus): desenvolvido pela HP em 1965 e padronizado pelo IEEE em 1975. Na atualidade, existem outras versões que apresentam melhoria ou modificação na formatação dos dados, melhoria da funcionalidade etc. O GPIB é uma interface desenvolvida para possibilitar a conexão simultânea de até 15 dispositivos ou ins-

trumentos em um barramento de dados paralelo comum. Os dispositivos podem ser conectados tal como mostram as Figuras 3.97 e 3.98. A diferença está na configuração física das conexões: na Figura 3.97, cada instrumento está conectado por meio de um cabo GPIB diretamente à controladora (todos os conectores estão ligados à mesma porta da controladora). Na configuração da Figura 3.98, cada dispositivo, incluindo a controladora, está conectado ao próximo, em cadeia. Essa configuração geralmente é a mais utilizada para conexão de instrumentos. Sua desvantagem está relacionada à reconfiguração se um dispositivo, e seu correspondente cabo, é removido.

3.8.8 Interfaces e sistemas remotos

Muitos projetos e experimentos de laboratório utilizam o conceito ou critério representado pela Figura 3.99.

Nesse contexto, cada placa de aquisição precisa ser interfaceada com o sistema microprocessado ou microcontrolado. Com base nessa ponderação, podem-se utilizar dois sistemas distintos:

- ¶ No primeiro, instrumentos externos são conectados a uma rede através de um barramento adequado. Esses instrumentos podem ser gerenciados em rede por um computador por meio de um software apropriado.
- ¶ Outra configuração de arquitetura pode apresentar protocolos integrados em que as funções dos instrumentos são realizadas por placas *plug-in* de dimensões padrões conectadas aos *slots* do sistema.

Basicamente, podemos classificar os sistemas em distribuídos ou não distribuídos. Além disso, no mercado existem dispositivos geralmente denominados controladores, considerados “dispositivos inteligentes” aptos a realizar aquisição de dados e controle de funções, assim como mascarar decisões com base no sistema corrente ou nas condições do processo. Normalmente são programados, em geral por uma sequência de comandos ASCII baseados em comandos formatados pela máquina hospedeira que são interpretados e executados por um determinado dispositivo.

Uma vez programados, podem continuar operando, adquirindo dados baseados em sensores, armazenando dados em memórias e realizando funções de controle, mesmo quando o hospedeiro não está conectado ou funcional. Do ponto de vista funcional ou operacional, é característica importante que diferencia esses controladores ou controladoras (também chamados de controladores *stand-alone*) de outros sistemas de aquisição, como, por exemplo, placas *plug-in* e I/O distribuído.

Essas controladoras apresentam uma das características essenciais na maioria dos sistemas empregados em engenharia: flexibilidade para operar de diferentes maneiras, a depender, evidentemente, da localização (distâncias envolvidas), do volume de dados a serem armazenados e da disponibilidade de alimentação. Podem ser citadas algumas características:

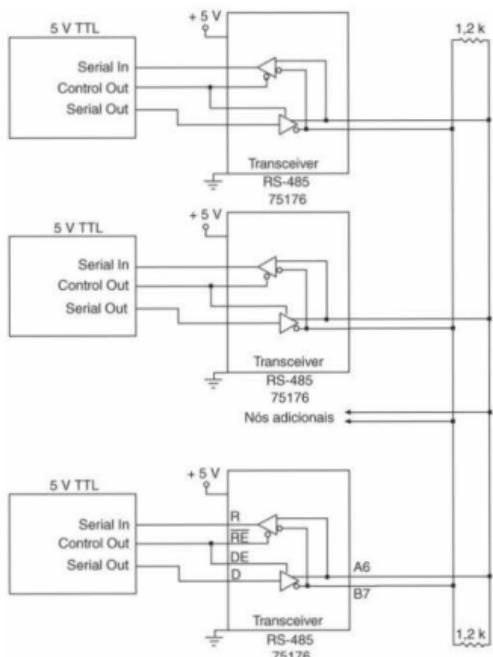


Figura 3.96 RS-485 *half-duplex*.

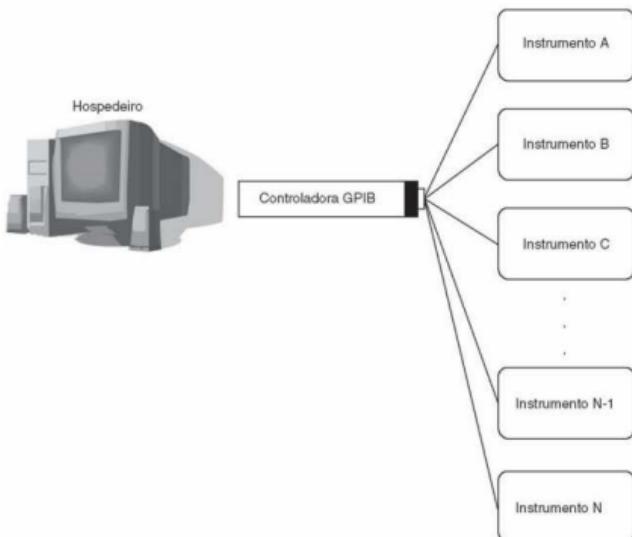


Figura 3.97 GPIB padrão.

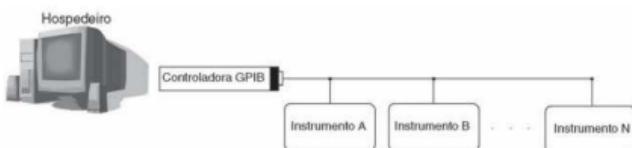


Figura 3.98 GPIB em cadeia.

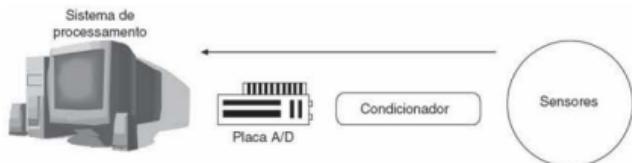


Figura 3.99 Sistema não remoto para instrumentação.

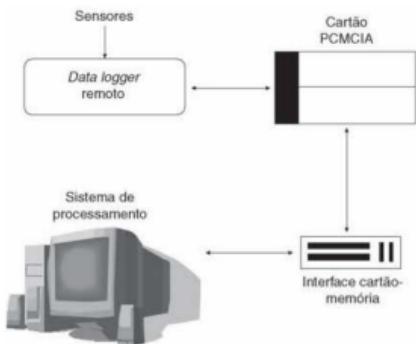


Figura 3.100 Interface cartão-memória controladora.

Exemplos de arquiteturas de sistemas:

- Programação e acesso aos dados por meio de placas PCMCIA: nos dias de hoje, cartões de memória portáteis fornecem um meio confiável para transporte de dados e programas, mas necessitam de interfaces, como, por exemplo, cartão de memória-RS-232 (Figura 3.100) ou pela porta USB.

A programação da operação de um controlador/logger e armazenamento de dados por meio do cartão PCMCIA é especialmente útil quando o controlador/logger está em localização remota e/ou não conectado à máquina hospedeira, como, por exemplo, o PC.

- Conexão direta com o hospedeiro (Figura 3.101): sistema mais comum e que fornece alta confiabilidade, pois está diretamente interfaceado com a máquina hospedeira via, por exemplo, uma comunicação RS-232C. Essa configuração possibilita facilmente constante atualização de dados, constante monitoramento das condições de alarme e controle *on-line* do sistema. É amplamente empregada em plantas industriais em que o processo é crítico e precisa ser constantemente monitorado e controlado (custo/benefício). A distância máxima do controlador/logger está relacionada à taxa da comunicação.

Em locais em que uma aplicação necessita de mais de um controlador/logger e cada unidade está distribuída fisicamente em uma grande área, como, por exemplo, uma planta industrial, os controladores/loggers podem ser configurados como parte de uma rede redistribuída RS-485. Esse tipo de sistema pode necessitar de conversores RS-232-RS-485 (Figura 3.102).

- Conexão remota com um hospedeiro (Figura 3.103): outra arquitetura útil são os controladores/loggers conectados re-

- Capacidade de operação *stand-alone* (termo usado para indicar a operação independente de uma máquina hospedeira — PC, por exemplo) com registro periódico de dados usando memória ou computador portátil;
- Operações *on-line* com dados transmitidos periodicamente;
- Operações *on-line* via modem, com dados transmitidos periodicamente, iniciado pela máquina hospedeira ou por um dispositivo remoto.



Figura 3.101 Conexão direta com o hospedeiro via RS-232C.

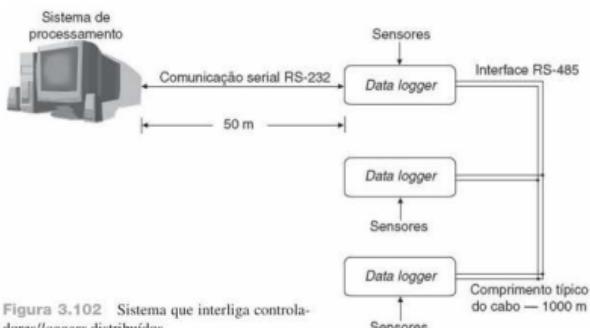


Figura 3.102 Sistema que interliga controladores/loggers distribuídos.

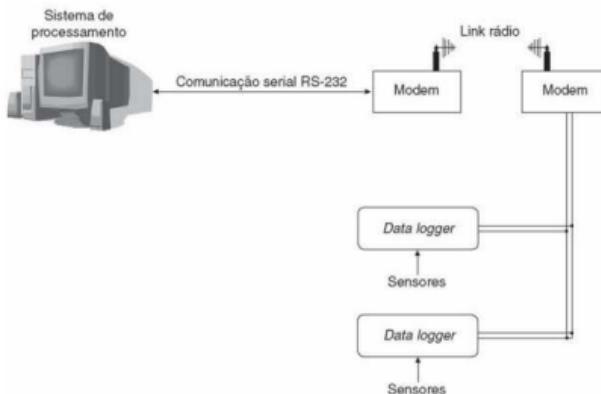


Figura 3.103 Conexão remota com um hospedeiro.

motamente a uma máquina hospedeira, por meio de modems interligados, como, por exemplo, a uma linha telefônica ou por radiopropagação. Em grandes plantas industriais, onde mais de um dispositivo está distribuído ou onde a comunicação RS-232 é afetada por ruído, o uso de radiocomunicação é uma solução prática.

Existem ainda sistemas comerciais adaptados para transmissão de dados via telefonia celular. Para isso são disponibilizadas placas dedicadas, utilizadas por grandes empresas para a transmissão de dados derivados de sensores dos mais diversos tipos e que utilizam altas taxas de transmissão. Também são encontrados no mercado microcontroladores adaptados para interfectar sistemas com essa metodologia de projeto.

3.8.9 Instrumentação virtual

No mercado existem ferramentas comerciais amplamente utilizadas na área da instrumentação, sobretudo no desenvolvimento de aplicações complexas, como, por exemplo, sistemas de medição-comunicação de veículos remotos a longa distância.

Muitas dessas ferramentas computacionais trabalham com o conceito de facilitar a programação por parte do usuário, mas fornecendo a possibilidade de desenvolvimento complexo de sistemas, incluindo ferramentas para aquisição e tratamento de dados entre outros. Muitas ferramentas computacionais estão preparadas para comunicação em rede, comunicação com CLPs (Controladores Lógicos Programáveis) ou com seus sistemas supervisores (supervisório) de controle e aquisição de dados (SCADA). Podem-se citar algumas aplicações:

- Controle de processos físicos
- Detecção de gases em ambientes
- Modelagem de sistemas de potência
- Controle de movimentos de servomotores e motores de passo
- Testes de circuitos impressos e outros dispositivos eletrônicos
- Simulação de movimentos em sistemas de realidade virtual

Navegação remota e realimentação via web

Sistemas de visão

O conceito de instrumentação virtual surgiu forte no mercado por volta dos anos 1980, com o objetivo de reduzir custos em sistemas de instrumentação. Atualmente, as ferramentas que utilizam esse conceito estão, em sua grande maioria, preparadas para facilitar a transferência de dados entre sistemas por meio de GPIB (General Purpose Interface Bus, protocolo desenvolvido pela HP em 1960 e que, desde 1975, passou a ser denominado padrão IEEE 488), que é frequentemente usado para comunicação com osciloscópios, escâneres, multímetros e drivers de instrumentos remotos. Também se utiliza o conceito chamado VXI para controlar instrumentos conectados à Ethernet, USB etc. Entre as ferramentas mais famosas, pode-se citar o LabView, da National Instruments, e o VeePro, da Agilent. Para mais detalhes consultar os Laboratórios 14, 16 e 17 (Capítulo 7) e o Volume 2 desta obra.

Exercícios

1. Considere a Figura 3.104, na qual se pode observar o esquema de uma régua potenciométrica. Considerando que essa régua está na sua posição inicial correspondente a 20% do seu curso total e sua posição final é 80% do curso total, calcule a faixa de tensão de saída desse transdutor ligado dessa maneira.

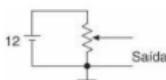


Figura 3.104 Esquema da régua potenciométrica referente ao Exercício 1.

2. No circuito da Figura 3.105, calcule:
 - A corrente do circuito

- b. As tensões no capacitor e no indutor
c. A potência dissipada pelo resistor

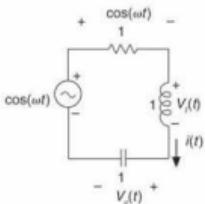


Figura 3.105 Circuito referente ao Exercício 2.

3. Sabendo que, no circuito da Figura 3.106, $V = i^2$, determine a expressão analítica de E_x .



Figura 3.106 Circuito referente ao Exercício 3.

4. Projete um medidor de ângulo utilizando um potenciômetro que tem $1000 \frac{\Omega}{volta}$. Esse medidor deve ter uma tensão de 5 V na posição de 0° e 3 V na posição de 90° .

5. No circuito da Figura 3.107, calcule as correntes de malha e as tensões de nós.

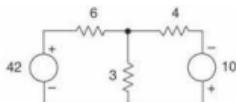


Figura 3.107 Circuito referente ao Exercício 5.

6. No circuito da Figura 3.108, calcule as correntes de malha e as tensões de nós.

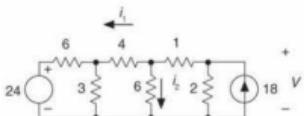


Figura 3.108 Circuito referente ao Exercício 6.

7. Utilizando malhas e nós, resolva os circuitos das Figuras 3.109, 3.110 e 3.111. Observe que o circuito da Figura 3.111 tem uma fonte dependente de uma variável v . Nesse caso, deve-se desenvolver uma equação a mais para resolver essa nova incógnita.

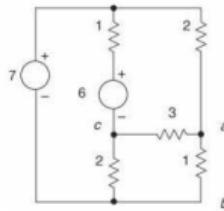


Figura 3.109 Circuito elétrico.

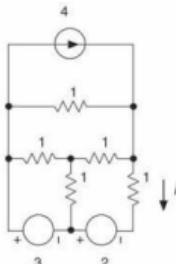


Figura 3.110 Circuito elétrico.

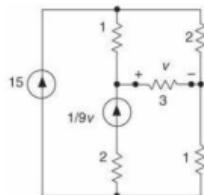


Figura 3.111 Circuito elétrico.

8. No circuito da Figura 3.107, determine a tensão e a corrente no resistor $R = 3 \Omega$, utilizando o teorema da superposição.
9. No circuito da Figura 3.107, determine a tensão de Thévenin para os terminais do resistor $R = 3 \Omega$.
10. No circuito da Figura 3.108, determine as correntes i_1 e i_2 utilizando o teorema da superposição de fontes. Calcule também o equivalente de Thévenin para a tensão v .
11. No circuito da Figura 3.109, determine as tensões V_{ab} e V_{ba} utilizando o teorema da superposição de fontes. Calcule também o equivalente de Thévenin para os terminais ab .
12. No circuito da Figura 3.110, determine a corrente i utilizando o teorema da superposição de fontes. Determine essa corrente também aplicando o teorema de Thévenin.
13. As Figuras 3.112 (a) e (b) mostram dois circuitos com diodos. Desenhe a forma de onda sobre os resistores R quando a chave S é fechada para um ciclo do sinal da fonte AC.

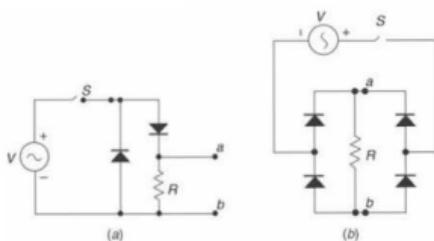


Figura 3.112 (a) Retificador de meia onda e (b) onda completa.

14. Projete um circuito utilizando dois transistores bipolares com $\beta = 100$ como chaves. Um transistor deve acionar uma carga quando a tensão de entrada ultrapassar 2 V e outro deve acionar um alarme quando a tensão de entrada ultrapassar 5 V.
 15. Implemente uma fonte de corrente de 1 mA utilizando transistores bipolares com $\beta = 100$.
 16. Considerando a estrutura do amplificador transistorizado da Figura 3.29, calcule novamente os resistores para obter um ganho de tensão de 3, com o sinal de saída excursionando 3 V.
 17. Calcule o ganho de dois amplificadores do Exercício 16 em cascata. Explique.
 18. Cite as principais diferenças entre FETs e transistores bipolares.
 19. Repita o Exercício 14, utilizando FETs.
 20. Implemente uma fonte de corrente de 1 mA utilizando FETs.
 21. Repita o Exercício 14, utilizando OPAMPs na configuração de comparador.
 22. Sabendo que o circuito da Figura 3.113 tem uma realimentação positiva e assim tende a saturar, aplique uma tensão v_i na entrada e trace um gráfico da saída v_o em função da entrada que excursiona entre $\pm V$.
- Figure 3.113 shows an inverting operational amplifier circuit. The non-inverting input terminal is labeled V_i . The inverting input terminal is labeled V_E . The output terminal is labeled V_o . The feedback path consists of a resistor R_2 connected between the output V_o and the inverting input V_E . The input path consists of a resistor R_1 connected between the non-inverting input V_i and the inverting input V_E .
- Figura 3.113 Circuito relativo ao Exercício 22.
23. Projete um amplificador utilizando dois OPAMPs na configuração inversora com ganho 100.
 24. Projete um amplificador utilizando dois OPAMPs na configuração não inversora com ganho 100.
 25. Projete um amplificador utilizando um OPAMP na configuração diferencial com ganho 10.
 26. Projete um amplificador de instrumentação utilizando três OPAMPs com ganho 100.
 27. Projete os resistores do condicionador da Figura 3.50 para um NTC de $5 \text{ k}\Omega$ em 25°C e 200Ω em 80°C . A tensão de saída deve excursionar em no mínimo 2 V dentro dessa faixa de temperatura.
 28. O termopar é um sensor que mede a diferença de temperatura entre suas duas juntas. Ao se projetarem condicionadores para termopares, é necessário compensar a temperatura ambiente com outro sensor. Isso geralmente é feito somando-se a temperatura medida com o termopar à temperatura ambiente medida por um sensor auxiliar. Considere que o sensor auxiliar tem uma sensibilidade de $10 \frac{\text{mV}}{\text{ }^\circ\text{C}}$ e que um termopar hipotético tem uma curva linear de 0 a 100°C produzindo 0 mV a 0°C , e 100 mV a 100°C . Projete um condicionador com seus devidos amplificadores nas configurações adequadas para que o sinal de tensão na saída varie de 0 a 1 V na faixa de 0 a 100°C .
 29. Considere que um sinal do tipo $f(t) = \cos(120 \pi t) + \cos(20000 \pi t)$ seja aplicado a um circuito com a configuração integradora. Calcule o resistor R e o capacitor C para que a parcela de alta frequência caia para um valor abaixo de 5%. Calcule também se houve atenuação no sinal de baixa frequência.
 30. Aplique o mesmo sinal do Exercício 29, em um circuito diferenciador. Calcule novamente o resistor e o capacitor para que a parcela de baixa frequência caia para um valor abaixo de 5%. Calcule também se houve atenuação no sinal de alta frequência.
 31. Considere um transdutor com uma saída de tensão de -20 mV a 30 mV . Projete um circuito para que a saída possa ser ligada em um conversor AD com entrada de:
 - $0 \text{ a } 1 \text{ V}$
 - $-1 \text{ a } 1 \text{ V}$
 32. Uma célula de carga do tipo barra engastada é submetida a uma força de compressão ou tração, de modo que o sinal de saída excursiona de $-2 \text{ a } +2 \text{ mV}$. Considerando que você possui uma placa de conversão AD não simétrica e com entrada de 0 a 250 mV , projete um amplificador para que o sistema funcione de maneira adequada e utilizando toda a faixa do AD.
 33. Suponha que você possui um equipamento que tem uma saída de 0 a 100 mV que indica um coeficiente de atrito de 0 a 1 (0 mV para coeficiente 0 e 100 mV para coeficiente 1). Calcule a resolução dessa medida se ela for ligada diretamente a uma placa AD de 12 bits com uma escala de:
 - $-650 \text{ mV} \text{ a } +650 \text{ mV}$
 - $-5 \text{ a } +5 \text{ V}$
 34. Um aluno de instrumentação está fazendo um projeto com um sensor de temperatura cuja sensibilidade é $10 \text{ mV}/^\circ\text{C}$. A medida será feita de 0 a 100°C , sendo utilizado diretamente um conversor AD de 10 bits com uma faixa de entrada de $-5 \text{ a } +5 \text{ V}$. Calcule a resolução em $^\circ\text{C}$ desse sistema. Projete um amplificador para utilizar melhor a faixa do conversor AD e melhorar essa resolução.
 35. Considerando as expressões a seguir, desenvolva um circuito com um decodificador e portas OR:

$$F_1 = \overline{X} \cdot \overline{Z} + X \cdot Y \cdot Z$$

$$F_2 = \overline{X} \cdot \overline{Z} + \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z}$$

$$F_3 = X \cdot \overline{Y} \cdot Z + \overline{X} + Z$$
 36. Desenvolva um multiplicador de 4 bits (números sem sinal) usando apenas portas lógicas e somadores binários.
 37. Um técnico de uma empresa da área metal-mecânica possui cinco produtos P1, P2, P3, P4 e P5 que devem ser guardados no depósito 1 ou no depósito 2. Por conveniência, é necessário, de

tempos em tempos, deslocar um ou mais produtos de um depósito para o outro. A natureza dos produtos é tal que é perigoso guardar P2, P3 e P4 juntos, a não ser que P1 esteja no mesmo depósito. Também é perigoso guardar P3 e P5 juntos se P1 não estiver no depósito. Determine um diagrama lógico com saída Z, tal que Z = 1 sempre que exista uma combinação perigosa em qualquer dos depósitos. Determine as variáveis do sistema, a tabela-verdade, as expressões booleanas, simplificações e o diagrama lógico. Apresente também o diagrama usando apenas a(s) porta(s) universal(is) NAND(s).

- 38.** A Empresa Lógica Limitada do RS desenvolveu um integrado denominado porta P com quatro variáveis de entrada: A, B, C e D e uma saída denominada P. Essa porta implementa a seguinte função:

$$P(A, B, C, D) = B \cdot C(A + D)$$

Desenhe esse circuito.

- 39.** Os engenheiros de desenvolvimento da Empresa Lógica Limitada estão investigando as possibilidades de aplicação usando a lógica P → OR. Para ajudá-los, desenvolva um circuito para implementar a seguinte função usando somente três portas P e uma porta OR:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 1, 6, 9, 10, 14, 15).$$

- 40.** Desenvolva um contador síncrono em anel de 3 bits (crescente e decrescente; up/down) cuja sequência é o código: 000, 001, 011, 010, 110, 111 e retorna a zero. O contador deve contar na sequência crescente quando a entrada de controle UP/DOWN é igual a 1 e contar na sequência decrescente quando UP/DOWN é igual a 0 (usar flip-flop JK). Apresente a tabela de transição, a máquina de estados e o circuito lógico.

- 41.** Projetar um circuito tendo uma entrada Y e duas saídas: Z = Y + 3 e W = 3 - Y, sendo Y um número de 2 bits (na subtração, utilize complemento de dois). Apresente todos os passos para se chegar à solução.

- 42.** Implemente um codificador binário para Código Gray:

Código Binário	Código Gray
0 0 0	0 0 0
0 0 1	0 0 1
0 1 0	0 1 1
0 1 1	0 1 0
1 0 0	1 1 0
1 0 1	1 1 1
1 1 0	1 0 1
1 1 1	1 0 0

- 43.** Em muitos automóveis, as luzes, o rádio, os vidros elétricos só operam se a chave na ignição está no modo ligado. Nesse caso, a chave na ignição atua como um sinal de habilitação do sistema. Desenvolva um sistema lógico de um automóvel usando as seguintes variáveis e definições:

Chave de ignição — ChIgn

Chave das luzes — ChLuz

Chave do rádio — ChR

Chave dos vidros elétricos — ChV

Luzes — L

Rádio — R

Vidros elétricos — VE

Implemente esse sistema usando essas variáveis.

- 44.** Desenvolva um circuito sequencial síncrono com uma entrada X e uma saída Z. A entrada X é uma mensagem serial e a saída Z deve ser igual a um (nível alto) quando a combinação 101 é encontrada na mensagem serial. Apresente a máquina de estados, a tabela de transição e o circuito sequencial síncrono.

- 45.** Desenvolva uma ULA de 4 bits que realize as seguintes funções:

S1	S2	Função
0	0	A + B
0	1	A · B
1	0	A
1	1	A \oplus B

- 46.** Considere que o sujeito A deseja enviar uma mensagem secreta para o sujeito B utilizando um meio de comunicação digital apropriado. Como não deseja que sua mensagem seja reconhecida por ninguém, solicitou a vocês:

- a. Desenvolva o codificador para o dispositivo transmissor que será utilizado pelo sujeito A:

Código X	Código Y
0 0 0	1 1 1
0 0 1	1 1 0
1 0 0	1 0 1
1 0 1	1 0 0
1 1 0	0 0 1
1 1 1	0 0 0

- b. Desenvolva o decodificador utilizado no equipamento receptor do sujeito B para que ele compreenda a mensagem enviada.

- 47.** No desenvolvimento de automóveis, são realizadas numerosas medições e avaliações de temperatura para garantir o funcionamento apropriado de sistemas e componentes. Algumas medições são incluídas nos sistemas de controle ou em sistemas de diagnóstico dos veículos. A medição de temperatura no monitoramento on-line de sistemas automotivos, cada vez mais tem apresentado diferentes utilidades. Um exemplo é o monitoramento de temperatura das superfícies dos pneus e pressão em busca de falhas para ajustar automaticamente. Com base nesse sistema, você decidiu desenvolver um sistema de baixo custo para monitorar um minibaja. Esse sistema deve monitorar todas as rodas com apenas um sensor de temperatura por roda. Quando, no mínimo, dois desses sensores indicarem $T > 80^{\circ}\text{C}$, o circuito digital deve informar, através de uma luz indicadora no painel, que o minibaja deve parar imediatamente; caso contrário, deve indicar que o piloto pode continuar acelerando.

- 48.** Um aluno de Sistemas Digitais II procurou sua ajuda para a seguinte questão: na entrada do seu conversor ADC existe um sensor (com sistema de amplificação) que varia de 0 a 2 V quando a pressão varia de 0 a 100 bar. Sabendo que esse conversor é de 10 bits e a entrada é de 0 a 5 V (em que 0 é o valor mínimo e 5 o valor máximo: valores fixos), calcule a resolução da pressão para esse sistema.

- 49.** Considerando o esboço para medição dos movimentos da perna (Figura 2.1 do Capítulo 2), esboce um circuito que permita digitalizar os movimentos indicados pelo potenciômetro.

- 50.** É comum a utilização de cortinas em escritórios. Esboce um sistema que permita o controle de uma dessas cortinas em função da

temperatura ambiental e da intensidade luminosa. Esse sistema deve ser controlado por um microcontrolador cuja porta de I/O está interfaceada com o ADC0804. Apresente o fluxograma para controlar esse sistema.

- 51.** Conecte as saídas de três *buffers three-state* com o desenvolvimento de uma lógica adicional para implementar a seguinte função:

$$F = \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot D + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{D}$$

Suponha que *C* e *D* são as entradas de dados dos *buffers* e *A* e *B* passem através da lógica para gerar as entradas de controle.

- 52.** Simplifique as expressões a seguir usando mapas de Veitch-Karnaugh:

- $f_1 = \Sigma(0, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 14)$
- $f_2 = \Sigma(0, 4, 6, 12, 14)$
- $f_3 = \Sigma(0, 1, 2, 4, 7, 12)$ considerando as combinações $\Sigma(8, 10, 15)$ como *don't care* (tanto faz).

- 53.** Um sistema de segurança doméstico possui uma chave mestra que é usada para habilitar um alarme, câmeras de vídeo e um telefone interligado à polícia para o caso de um ou mais dos três conjuntos de sensores detectarem invasão. As entradas, as saídas e a operação da lógica de habilitação são dadas a seguir.

Entradas:

S_i , $i = 0, 1, 2$ — sinais dos três conjuntos de sensores (0, invasão detectada; 1, não invasão)

M — chave mestra (0, sistema ligado; 1, sistema desligado)

Saídas:

A — alarme (0, alarme ligado; 1, alarme desligado)

L — luzes (0, luzes ligadas; 1, luzes desligadas)

V — câmeras de vídeo (0, câmeras de vídeo desligadas; 1, câmeras de vídeo ligadas)

C — ligar para a Policia (0, chamada desligada; 1, chamada ligada)

Operação:

Se um ou mais conjuntos dos sensores detectarem invasão e o sistema de segurança estiver ligado, então todas as saídas devem estar ligadas. Caso contrário, todas as saídas devem estar desligadas.

Determine esse circuito lógico apresentando todos os passos do desenvolvimento.

BIBLIOGRAFIA

- ALEXANDER, C. K.; SADIQU, N. O. *Fundamentos de circuitos elétricos*. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- BARTEE, T. C. *Computer architecture and logic design*. New York: McGraw-Hill, 1991.
- ERCEGOVAC, M.; LANG, T.; MORENO, J. H. *Introdução aos sistemas digitais*. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- KATZ, R. H. *Contemporary logic design*. San Francisco, CA: Benjamin Cummings/Addison-Wesley, 1993.
- KITCHIN, C.; COUNTS, L. *Instrumentation amplifiers: Analog Devices*, 2002.
- MANCINI, R. *Op Amps for everyone*: design reference. Texas Instruments, 2001.
- MANO, M. M. *Digital design*. New Jersey: Prentice-Hall, 1995.
- MANO, M. M. *Logic and computer design fundamentals*. Prentice-Hall, 1997.
- PERTENCE, A. J. *Amplificadores operacionais e filtros ativos*. New York: McGraw-Hill, 1998.
- SCOTT, R. E. *Elements of linear circuits*. Reading: Addison-Wesley, 1990.
- TAUB, H. *Circuitos digitais e microprocessadores*. New York: McGraw-Hill, 1984.
- TOCCI, R. J. *Sistemas digitais: princípios e aplicações*. New Jersey: Prentice-Hall, 1994.
- WINKEL, D. *The art of the digital design*. New Jersey: Prentice-Hall, 1987.

Sinais e Ruído

4.1 Sinais

O termo sinal, do latim *signalis*, apresenta diversas definições, entre elas indício, marca, vestígio, pista, antínio, aviso, sinal convencional, usado como meio de comunicação à distância etc.* Portanto, de maneira geral, um sinal é uma abstração ou uma indicação de algum fenômeno da natureza, como, por exemplo, o fluxo elétrico em um circuito, as alterações bioquímicas no cérebro, o canto dos pássaros, o batimento cardíaco, a contração muscular, a conversação entre pessoas em uma sala e assim por diante. Matematicamente, um sinal é definido como uma função de uma ou mais variáveis que representam um fenômeno físico.

Na área da instrumentação, o processamento ou tratamento de um determinado sinal deve ser baseado em métodos criteriosos, pois a sua natureza e a sua relação com o ruído determinam o desenvolvimento apropriado do sistema de medição. Quanto ao comportamento, os sinais podem ser caracterizados de duas maneiras principais: no domínio do tempo e no domínio de frequência. No domínio do tempo, é possível considerar sinais em dois formatos, com a utilização dos principais transdutores, tensão em função do tempo $v = f(t)$ ou corrente em função do tempo $i = f(t)$.

Resumidamente, os sinais podem ser divididos nas seguintes classes principais:

- ¶ Sinais estáticos $f(t) = \text{valor}$: não alteram seu comportamento em um longo intervalo de tempo. Por exemplo, a tensão elétrica de uma pilha ideal (tensão constante em função do tempo de uso) seria sempre de 1,5 V, conforme esboço da Figura 4.1 (esse sinal é, essencialmente, um nível DC).
- ¶ Sinais periódicos $f(t) = f(t + T)$: caracterizados pela repetição regular, como os exemplos mostrados nas Figuras 4.2 e 4.3. Podem-se citar como exemplos típicos de sinais periódicos os senoidais, os quadrados, os triangulares, o sinal que representa a pressão arterial humana (sob certas condições), entre outros.
- ¶ Sinais transitentes: sinais em que, em um dado intervalo de tempo, a duração de um evento é muito rápida quando comparada com o período da forma de onda (Figura 4.4).
- ¶ Sinais determinísticos: não existem incertezas com relação aos seus valores de amplitude; ou seja, esses sinais podem ser

representados completamente por funções matemáticas no tempo. Exemplos típicos de sinais determinísticos (desconsiderando-se possíveis flutuações devidas ao ruído aleatório) são o seno, a onda quadrada, a onda triangular, entre outras (já exemplificadas nas Figuras 4.2 e 4.3). Em termos sucintos, são sinais descritos por funções matemáticas em função do tempo, por exemplo, como variável independente.

- ¶ Sinais aleatórios ou estocásticos: sinais para os quais não é possível caracterizar com precisão ou antecipadamente um de-

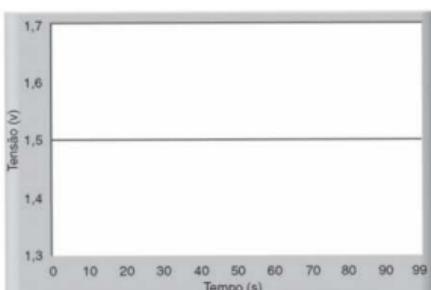


Figura 4.1 Exemplo de um sinal estático: a tensão de 1,5 V permanece a mesma durante um grande intervalo de tempo.

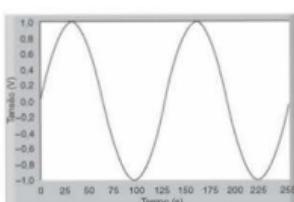


Figura 4.2 Exemplo de sinal periódico: sinal senoidal com 256 amostras e amplitude de pico de 1 V ou amplitude de pico a pico de 2 V.

*Grande Dicionário Larousse Cultural da Língua Portuguesa. Nova Cultural, 1999.

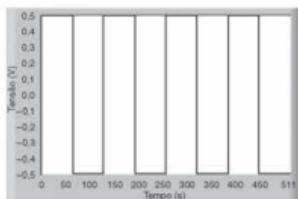


Figura 4.3 Exemplo de sinal periódico: onda quadrada com 512 amostras e amplitude de pico de 0,5 V, ou amplitude de pico a pico de 1 V.

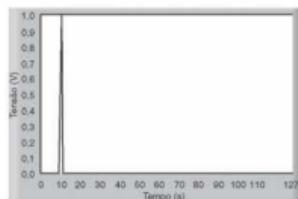


Figura 4.4 Exemplo de um sinal transiente: sinal cuja duração é rápida quando comparada com o seu período (128 amostras).

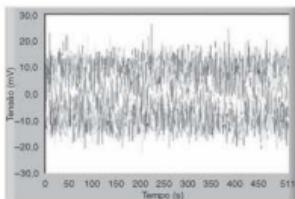
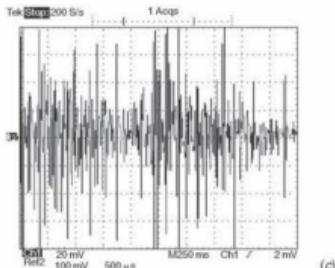


Figura 4.5 Exemplo de um sinal aleatório: ruído aleatório com 512 amostras.



(a)



(c)



(b)

Figura 4.6 Exemplo de um sinal aleatório derivado da atividade muscular do braço humano: (a) posicionamento dos eletrodos; (b) sinal eletromiográfico; (c) detalhe do sinal eletromiográfico.

terminado valor (Figura 4.5). O tratamento matemático necessário para se descrever esse tipo de sinal é em função de suas propriedades médias: média de potência, média da distribuição espectral, probabilidade de o sinal exceder determinado valor etc. Para descrever esse tipo de sinal são utilizados modelos estatísticos denominados processos estocásticos ou aleatórios. Exemplos típicos de sinais aleatórios ou estocásticos são: eletromiografia (EMG), eletroencefalografia (EEG), sinais de áudio em canais telefônicos, carga em sistemas de potência, vibração no corpo humano, aceleração no sistema assento-chassi de um veículo e vários outros. Resumidamente, são sinais que apresentam grau de incerteza; sendo assim, não é possível determinar exatamente seu valor em um instante qualquer.

As fotos da Figura 4.6 apresentam partes do projeto de um eletromiógrafo em que se veem detalhes do posicionamento dos eletrodos e da tela do osciloscópio mostrando o resultado de parte dos ensaios experimentais que são classificados como sinais aleatórios.

4.2 Introdução ao Domínio do Tempo

Conforme conceitos apresentados no Capítulo 3 (Conceitos de Eletrônica Analógica e Eletrônica Digital), os sinais também

podem ser classificados como sinais analógicos, sinais digitais ou, de modo simplificado, como sinais contínuos ou discretos. Em geral a análise de sinais no domínio do tempo é baseada nos conceitos apresentados no Capítulo 2 (Fundamentos de Estatística, Incertezas de Medidas e Sua Propagação), ou seja, na utilização de técnicas que descrevam o sinal em termos de suas propriedades médias, como, por exemplo, medidas da tendência central (média aritmética, média geométrica, mediana, moda, rms) e medidas de dispersão (desvio padrão, variância).

Além disso, quando necessário, são utilizados outros parâmetros estatísticos: covariância, correlação, modelos probabilísticos, entre outros. Como os conceitos já foram apresentados no Capítulo 2, seguem alguns exemplos de sua aplicação em sinais. Considerando-se o sinal estático ou constante apresentado na Figura 4.1, a utilização de medidas da tendência central e de dispersão *não faz sentido*, pois o sinal não varia no tempo (veja a Figura 4.7). Pode-se observar, pelos resultados (lado direito do gráfico), que as diferentes médias apresentaram o valor constante e as medidas de dispersão (desvio padrão e variância) não servem absolutamente para nada, pois um sinal estático ideal ou constante não varia no tempo e, portanto, não apresenta dispersão de dados. Sinais constantes na área da instrumentação são raros.

Um erro frequente é a utilização de parâmetros equivocados de medidas da tendência central em sinais periódicos (comen-



Figura 4.7 Sinal estático com tensão de 1,5 V constante e com suas correspondentes medidas da tendência central e de dispersão (esse tipo de abordagem não faz sentido).

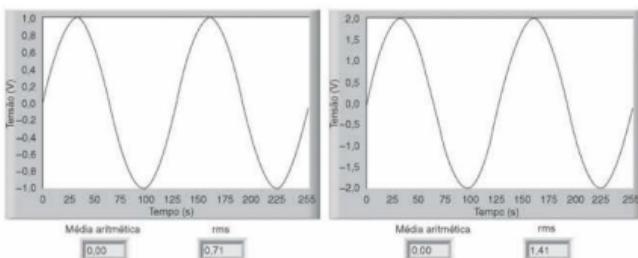


Figura 4.8 Sinal periódico senoidal com sua média aritmética e raiz média quadrática (rms).

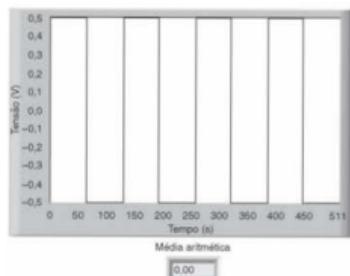


Figura 4.9 Sinal periódico onda quadrada com sua respectiva média aritmética.

tário também válido para sinais aleatórios, porém existem técnicas em que são obtidas médias para eventos aleatórios. Consultar referência apropriada.) como, por exemplo, a média aritmética para os sinais das Figuras 4.2 e 4.3. Como são sinais que podem apresentar informações diferentes mas a média aritmética para ambos os sinais apresenta o mesmo valor, a uma análise descuidada poder-se-ia afirmar que são sinais iguais. As Figuras 4.8 e 4.9 apresentam a média aritmética e a raiz média quadrática para o sinal senoidal e a média aritmética para a onda quadrada, ressaltando o cuidado na escolha do parâmetro de avaliação de um determinado sinal. Propomos como exercício que o leitor explique por que para os dois senos o valor rms é diferente.

Na análise no domínio do tempo, é essencial compreender as duas propriedades que apresentam grande interesse prático:

Resposta a um impulso: a resposta de um sistema em repouso a um impulso unitário $\delta(t)$ é denominada *resposta ao impulso*. A resposta de um sistema a um sinal contínuo no tempo é uma integral:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

sendo $x(\tau)$ o sinal contínuo no tempo e $h(t - \tau)$ a resposta ao impulso do sistema. Essa é a integral da superposição que informa que $y(t)$ é igual à convolução contínua da resposta ao impulso e dos dados de entrada. Essa propriedade é essencial na análise e no processamento de sinais, e geralmente é denominada *convolução*. A convolução descreve o processo de modificação de uma função $f(u)$ com outra função $h(n)$ para produzir uma terceira $y(n)$, conforme esboço da Figura 4.10. Portanto, a convolução para sinais analógicos é definida por:

$$y(n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) \cdot h(n - u) du$$

e, para sinais discretos (sequências ou dados amostrados), por:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k] \cdot h[n - k].$$

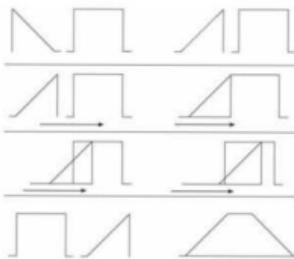


Figura 4.10 Esboço de uma sequência da propriedade de convolução.

Na Figura 4.10, a rampa é invertida temporalmente e multiplicada ponto a ponto com a outra função (no exemplo, uma onda quadrada) e cada produto é somado ao resultado seguinte. Esse procedimento é repetido para cada ponto, e o resultado é uma série de somas representando a convolução das duas funções. Essa técnica é utilizada em filtros para a produção de resultados rápidos, realizando-se a convolução de um determinado dado com a função de transferência das características desejadas de um filtro.

Resposta ao degrau unitário: é a saída de um sistema em repouso quando se aplica um degrau unitário. O degrau unitário é a integral do impulso unitário, e, sendo assim, a resposta ao degrau de um sistema pode ser obtida pela integração da resposta ao impulso. A resposta ao degrau usualmente é fornecida em função dos seguintes parâmetros: tolerância aceitável, tempo de subida, overshoot e tempo de acomodação.

O erro relacionado à tolerância aceitável é o desvio da resposta esperada ou desejada fornecida pelo sistema. O tempo de subida t_r é definido como o tempo que o sistema leva para chegar a 90% do seu valor final, geralmente especificado pela razão de amortecimento ξ e pela frequência natural do sistema ω_n :

$$t_r = \frac{\pi}{2 \cdot \omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}}.$$

Tempo de acomodação é o tempo necessário para que a curva de resposta alcance valores em uma faixa (de 2% a 5%) em torno do valor final, permanecendo indefinidamente. *Overshoot* é o máximo desvio percentual da resposta do sistema:

$$\text{overshoot} = 100 \cdot e^{\left(\frac{-\xi \cdot \pi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)}.$$

4.3 Introdução ao Domínio de Frequência

Considere um transdutor que forneça um sinal correspondente à vibração senoidal de dois simples sistemas massa-mola ideais. A Figura 4.11 apresenta as formas de ondas obtidas por um sistema de aquisição de dados apropriado (acelerômetro, condicionadores, placa conversora analógica para digital e sistema de

processamento de dados corretamente especificados para essa aplicação; essa observação é essencial na área de instrumentação). O sistema de processamento de dados ou sinais dispõe de ferramentas matemáticas que possibilitam avaliar sinais no domínio de frequência como, por exemplo, a Transformada Rápida de Fourier (FFT — Fast Fourier Transform). Os correspondentes sinais no domínio de frequência para os sinais da Figura 4.11 encontram-se nos gráficos da Figura 4.12.

Grande parte dos sistemas é caracterizada por sinais mais complexos e que apresentam diversas frequências. Seja, por exemplo, a adição de ruído branco gaussiano ao primeiro sinal senoidal da Figura 4.11 (veja a Figura 4.13). A Figura 4.14 apresenta os sinais da Figura 4.13 no domínio de frequência.

O conhecimento das técnicas de análise no domínio de frequência é essencial, pois possibilitam a determinação dos parâmetros adequados de um filtro, para, por exemplo, atenuar ou extrair o ruído do sinal senoidal. As frequências de sistemas mecânicos, por exemplo, são necessárias para se verificar o comportamento dinâmico (frequências de ressonância, durabilidade, comportamento de um prédio durante terremotos, entre outros). Os próximos itens do capítulo apresentam o embasamento matemático e as principais características práticas necessárias para que realmente se compreenda o domínio de frequência e as principais técnicas de análise e processamento no domínio da frequência.

4.4 Análise de Fourier

4.4.1 Séries de Fourier

As séries de Fourier representam uma forma funcional de analisar um sinal periódico no tempo através dos coeficientes de funções seno e cosseno, os quais compõem o sinal original. As séries de Fourier postulam que qualquer sinal periódico no tempo pode ser expandido em termos de senos e cossenos:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \dots + a_n \cos n\omega_0 t + b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + \dots + b_n \sin n\omega_0 t$$

e a frequência $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ é denominada frequência fundamental e representa o componente fundamental ou a frequência mais baixa em que a função temporal será decomposta.

Os coeficientes $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, b_1, b_2, b_3$, multiplicam as funções sinusoidais e devem ser calculados. De fato, o trabalho de converter um sinal periódico no tempo em uma série de Fourier consiste em determinar esses coeficientes. Antes de se realizarem esses cálculos, no entanto, é comum normalizar-se a frequência para facilitar o procedimento. Dessa maneira, podem-se substituir todas as frequências ω_0 por 1 (dividem-se todas as frequências por ω_0 , uma vez que todas as frequências são múltiplos inteiros da frequência fundamental).

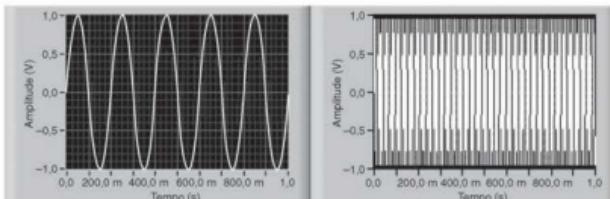


Figura 4.11 Sinais no domínio do tempo representando a vibração dos sistemas massa-mola (a amplitude representa a aceleração do sistema).

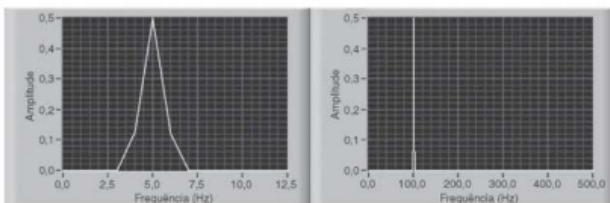


Figura 4.12 Sinais no domínio de frequência para os sinais senoidais representados na Figura 4.11.

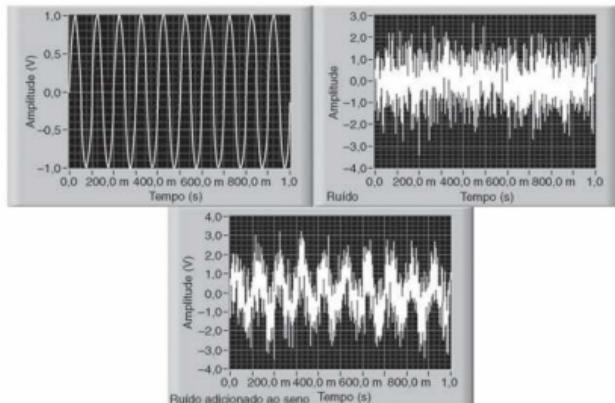


Figura 4.13 Sinal senoidal cuja frequência fundamental é 10 Hz, ruído branco gaussiano e resultado no domínio do tempo da adição de ambos.

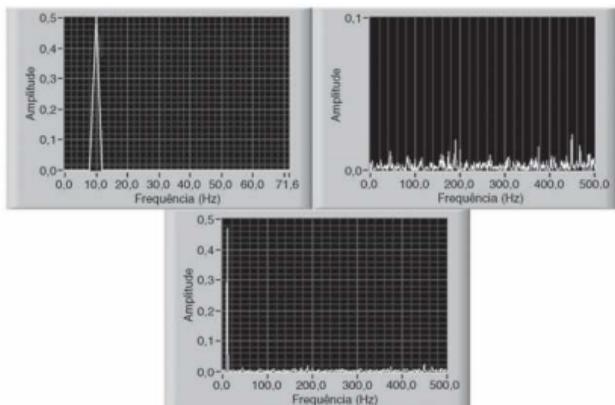


Figura 4.14 Sinais no domínio de frequência: seno puro, ruído branco gaussiano e somatório de ambos (percebe-se que o ruído acrescentou novas frequências ao sinal e que este apresenta distorções conforme sinal no domínio do tempo).

Dessa forma,

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1 \cos t + a_2 \cos 2t + \dots + a_n \cos nt + \\ &\quad b_1 \operatorname{sen} t + b_2 \operatorname{sen} 2t + \dots + b_n \operatorname{sen} nt \end{aligned}$$

Para se determinarem os coeficientes das séries de Fourier, utilizam-se as propriedades de ortogonalidade das funções seno e cosseno:

$$\int_0^{2\pi} (\cos nt) dt = \int_0^{2\pi} (\operatorname{sen} nt) dt = \int_0^{2\pi} (\operatorname{sen} nt)(\cos nt) dt = 0$$

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} (\cos mt)(\operatorname{sen} nt) dt &= \int_0^{2\pi} (\cos mt)(\cos nt) dt = \\ &= \int_0^{2\pi} (\operatorname{sen} mt)(\operatorname{sen} nt) dt = 0 \text{ para } m \neq n \end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} (\cos^2 nt) dt = \int_0^{2\pi} (\operatorname{sen}^2 nt) dt = \pi \text{ para } m = n$$

em que m e n são inteiros de 1 a ∞ .

Para se determinar a_0 , integram-se ambos os lados:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} f(t) dt &= \int_0^{2\pi} a_0 dt + \int_0^{2\pi} (a_1 \cos t) dt + \int_0^{2\pi} (a_2 \cos 2t) dt + \dots + \\ &+ \int_0^{2\pi} (a_n \cos nt) dt + \int_0^{2\pi} (b_1 \operatorname{sen} t) dt + \int_0^{2\pi} (b_2 \operatorname{sen} 2t) dt + \\ &+ \dots + \int_0^{2\pi} (b_n \operatorname{sen} nt) dt \end{aligned}$$

Sendo assim, a única parcela diferente de zero é a primeira:

$$\int_0^{2\pi} f(t) dt = \int_0^{2\pi} a_0 dt \Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) dt$$

O termo a_0 representa o valor médio da função. Em uma amostra

tragem de corrente, esse termo representaria a componente DC ou valor médio da corrente medida.

Para se determinar o coeficiente a_i , multiplicam-se ambos os lados da equação por $\cos(t)$ e integra-se sobre o período:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} f(t)(\cos(t)) dt &= \int_0^{2\pi} a_0(\cos(t)) dt + \int_0^{2\pi} a_i(\cos^2(t)) dt + \\ &+ \int_0^{2\pi} (a_{-i} \cos(t))(\cos(2t)) dt + \dots + \int_0^{2\pi} b_i(\operatorname{sen}(t)(\cos(t))) dt + \\ &+ \int_0^{2\pi} b_2(\operatorname{sen}(2t)(\cos(t))) dt + \dots + \int_0^{2\pi} b_n(\operatorname{sen}(nt)(\cos(t))) dt \end{aligned}$$

Percebe-se entretanto que, aplicando-se as propriedades de ortogonalidade, todas as parcelas no lado direito são zero, exceto uma:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} f(t)(\cos(t)) dt &= \int_0^{2\pi} a_i(\cos^2(t)) dt = a_i \pi \text{ ou } a_i = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t)(\cos(t)) dt \end{aligned}$$

Aplicando-se um procedimento similar para os componentes seno, pode-se calcular o coeficiente b_i :

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} f(t)(\operatorname{sen}(t)) dt &= \int_0^{2\pi} b_i(\operatorname{sen}^2(t)) dt = b_i \pi \text{ ou } b_i = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t)(\operatorname{sen}(t)) dt \end{aligned}$$

E, procedendo-se dessa maneira, todos os coeficientes podem ser calculados, de modo que:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t)(\cos(nt)) dt \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t)(\operatorname{sen}(nt)) dt \end{aligned}$$

Exemplos

E Determine os coeficientes da SF para a forma de onda da Figura 4.15.

Nesse caso, $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 < t < 1 \\ 0, & \text{se } 1 < t < 2 \end{cases}$ e $f(t + 2k) = f(t)$, k inteiro (período $T = 2$), $\omega_0 = \pi$ e a SF pode ser calculada:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 1 dt + \frac{1}{2} \int_1^2 0 dt = \frac{1}{2}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)(\cos(n\omega_0 t)) dt = \frac{2}{2} \int_0^1 (\cos(n\pi t)) dt + \frac{2}{2} \int_1^2 0(\cos(n\pi t)) dt = \frac{1}{n\pi} \left[\operatorname{sen}(n\pi t) \right]_0^1 = \frac{1}{n\pi} \operatorname{sen}(n\pi) = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)(\operatorname{sen}(n\omega_0 t)) dt = \frac{2}{2} \int_0^1 (\operatorname{sen}(n\pi t)) dt + \frac{2}{2} \int_1^2 0(\operatorname{sen}(n\pi t)) dt = \frac{1}{n\pi} \left[\cos(n\pi t) \right]_0^1 = \frac{1}{n\pi} [\cos(n\pi) - 1]$$

$$\text{como } \cos(n\pi) = (-1)^n, \quad b_n = \frac{1}{n\pi} [1 - (-1)^n] = \begin{cases} \frac{2}{n\pi}, & n \text{ ímpar} \\ 0, & n \text{ par} \end{cases}$$

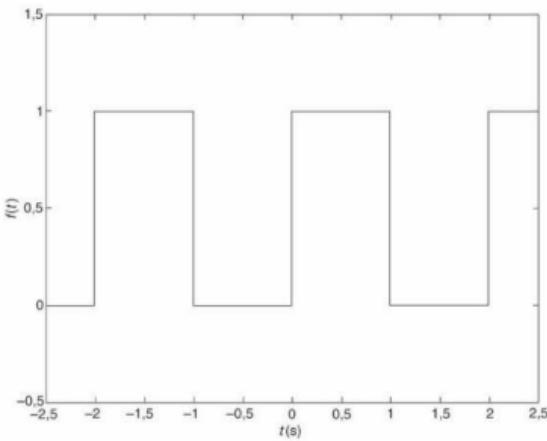


Figura 4.15 Sinal com forma de onda quadrada.

Conclui-se então que

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\pi t) + \frac{2}{3\pi} \sin(3\pi t) + \frac{2}{5\pi} \sin(5\pi t) + \frac{2}{7\pi} \sin(7\pi t) \dots$$

ou

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi t), \quad n = 2k - 1$$

A Figura 4.16 mostra o detalhe dos primeiros componentes desse somatório.

¶ Considere o sinal da Figura 4.17. Calcule a SF desse sinal.

Essa função é definida como $f(t) = t$, se $0 < t < 1$ e $f(t+k) = f(t)$, k inteiro. O período $T = 1$ e como $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $\omega_0 = 2\pi$. Podem-se então calcular os coeficientes:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{1} \int_0^1 t dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{2}{1} \int_0^1 t \cos(2\pi nt) dt = 2 \left[\frac{1}{4n^2\pi^2} \cos(2\pi nt) + \frac{t}{2\pi n} \sin(2\pi nt) \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4n^2\pi^2} \cos(2\pi n) - \frac{1}{4n^2\pi^2} \cos(0) + \frac{1}{2\pi n} \sin(2\pi n) - \frac{0}{2\pi n} \sin(0) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) (\sin(n\omega_0 t)) dt = \frac{2}{1} \int_0^1 t (\sin(2\pi nt)) dt = - \left[\frac{1}{4n^2\pi^2} \sin(2\pi nt) - \frac{t}{2\pi n} \cos(2\pi nt) \right]_0^1 = 2 \left[\frac{1}{4n^2\pi^2} \sin(2\pi n) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4n^2\pi^2} \sin(2\pi n) - \frac{1}{2\pi n} \cos(2\pi n) + \frac{0}{2\pi n} \cos(0) \right] = -\frac{2}{2\pi n} \cos(2\pi n) = -\frac{1}{\pi n} \end{aligned}$$

assim,

$$f(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(2\pi nt)$$

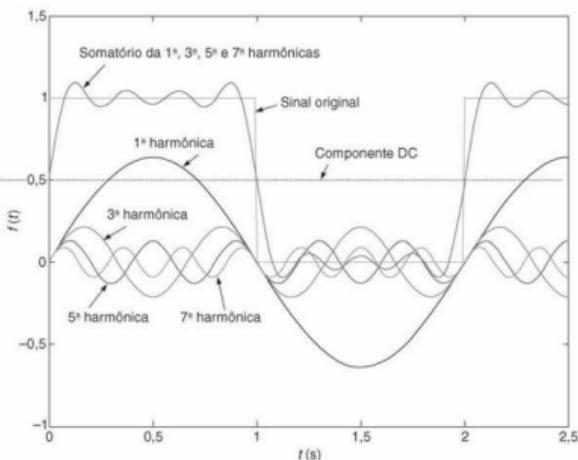


Figura 4.16 Somatório dos primeiros componentes da SF que compõem o sinal da onda quadrada.

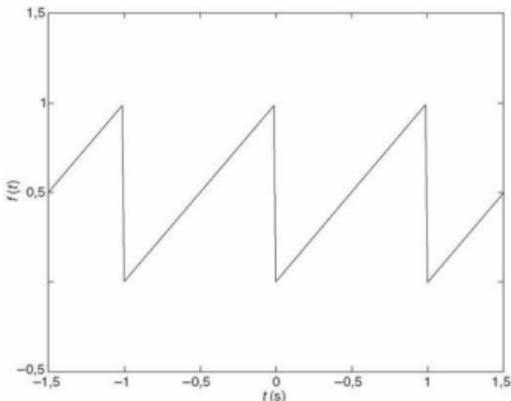


Figura 4.17 Sinal em forma de onda dente de serra.

A Figura 4.18 mostra o somatório dos primeiros componentes da SF do sinal dente de serra.

A determinação dos coeficientes dos componentes das séries de Fourier pode ser simplificada em alguns casos nos quais é possível classificar as funções como ímpares e pares. Nesses casos, podem-se aplicar algumas propriedades em relação à simetria dos sinais.

As **funções pares** possuem o gráfico simétrico em relação ao eixo vertical de modo que $f(t) = f(-t)$. As funções t^2 , $\cos t$ são exemplos de funções pares. A Figura 4.19 mostra uma função par.

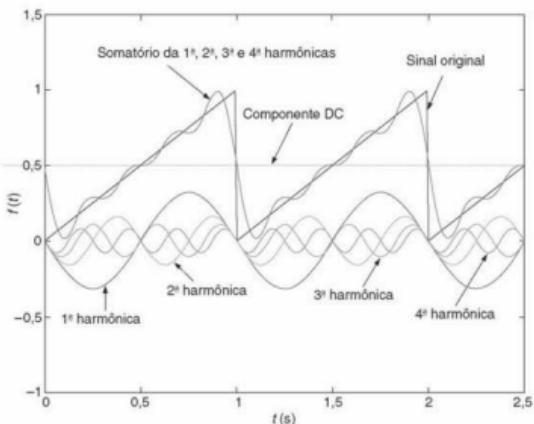


Figura 4.18 Somatório dos primeiros componentes da SF que compõem o sinal da onda dente de serra.

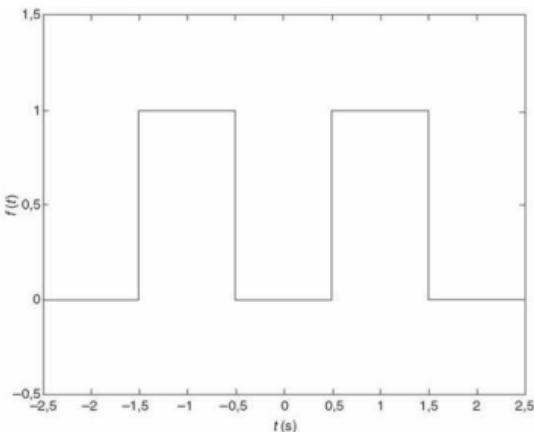


Figura 4.19 Exemplo de função par.

A principal propriedade da função par $f_p(t)$ é:

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_p(t) dt = 2 \int_0^{\frac{T}{2}} f_p(t) dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = 0$$

A consequência direta para o cálculo da série de Fourier é que:

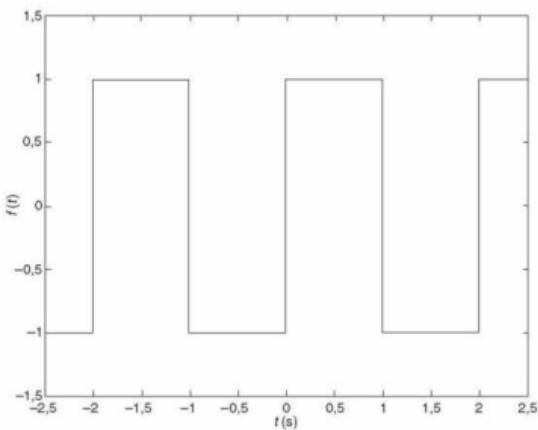


Figura 4.20 Exemplo de função ímpar.

De maneira análoga, diz-se que uma função é ímpar se o seu gráfico for antissimétrico em relação ao eixo vertical, ou

$$f(-t) = -f(t).$$

As funções t e $\sin t$ são exemplos de funções ímpares. A Figura 4.20 mostra uma função ímpar.

A principal característica de uma função ímpar é:

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_i(t) dt = 0$$

e a consequência no cálculo dos coeficientes é

$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0$$

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

As funções pares resultam em séries em cossenos de Fourier, enquanto as funções ímpares resultam em séries em seno de Fourier.

Existe ainda outra família de funções que se caracteriza por possuir meio ciclo espelhado no meio ciclo seguinte. Essas funções apresentam simetria em meia-onda e podem ser relacionadas como: $f\left(t - \frac{T}{2}\right) = -f(t)$. A Figura 4.21 mostra uma função com simetria de meia-onda. A principal consequência dessa simetria no cálculo dos coeficientes da série de Fourier é:

$$a_0 = 0$$

$$a_n = \begin{cases} \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt, & \text{se } n \text{ ímpar} \\ 0, & \text{se } n \text{ par} \end{cases}$$

$$b_n = \begin{cases} \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt, & \text{se } n \text{ ímpar} \\ 0, & \text{se } n \text{ par} \end{cases}$$

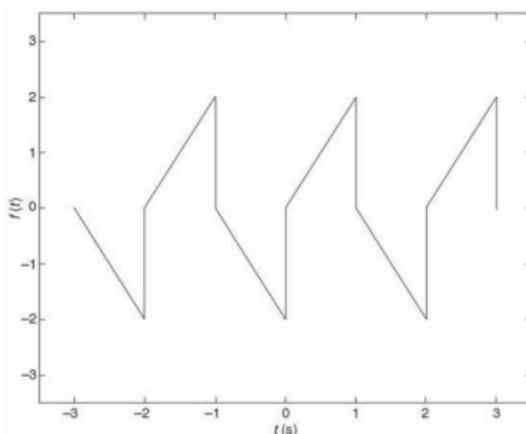


Figura 4.21 Exemplo de função com simetria ímpar de meia-onda.

Isso mostra que as funções que apresentam simetria de meia-onda possuem apenas harmônicas ímpares.

4.4.2 A integral de Fourier

A integral de Fourier é uma extensão das séries de Fourier. Sabese que uma série de Fourier pode representar apenas funções periódicas no tempo. Assim, pode-se analisar um pulso de duração finita periódico com uma frequência $f = \frac{1}{T}$, em que T é o período. Esse sinal pode ser representado por $f(t + nT)$, sendo

$$f(t) = f(t + nT)$$

para qualquer n inteiro.

Uma representação genérica de uma função através da série de Fourier pode ser:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

e, como vimos na seção anterior,

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \\ \omega_0 &= \frac{2\pi}{T} \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) (\cos n\omega_0 t) dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) (\sin n\omega_0 t) dt \end{aligned}$$

Sabendo ainda que as funções seno e cosseno podem ser representadas por sua forma complexa

$$\begin{aligned} \cos n\omega_0 t &= \frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2} \\ \sin n\omega_0 t &= \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2j}, \end{aligned}$$

podemos reescrever o somatório:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \left(\frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2} \right) + b_n \left(\frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2j} \right) \right]$$

e reduzi-lo para

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_n e^{jn\omega_0 t} + C_n^* e^{-jn\omega_0 t} \right]$$

em que os coeficientes:

$$C_n = \frac{a_n - jb_n}{2} \quad \text{e} \quad C_n^* = \frac{a_n + jb_n}{2}.$$

Substituindo, temos:

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \left[\left(\frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{4} \right) - j \left(\frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4j} \right) \right] dt \\ C_n^* &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \end{aligned}$$

$$C_n^* = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{jn\omega_0 t} dt$$

Deve-se observar que, quando $n = 0$, o coeficiente C_0 assume o mesmo valor que a_0 . E, ainda que para valores negativos de n , o cálculo dos coeficientes C_n leva ao mesmo resultado de para n positivo. Isso possibilita descrever as equações gerais em forma mais reduzida:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad \text{ou} \quad C_n = \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$A \text{ série de Fourier complexa da equação } f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

expressa uma função periódica no tempo como uma soma de exponenciais positivas e negativas. As harmônicas sinusoidais nas séries são compostas de pares de termos positivos e negativos para cada frequência. A amplitude de uma harmônica é o dobro da amplitude de cada um dos termos exponenciais correspondentes, ou seja, o dobro da amplitude de C_n . A fase é o ângulo de C_n .

Como exemplo da série de Fourier complexa, considere o sinal da Figura 4.15. Lembrando que $f(t) = \begin{cases} 1,0 < t < 1 \\ 0,1 < t < 2 \end{cases}$, $T = 2$, $\omega_0 = \pi$, tem-se:

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-jn\pi t} dt + \frac{1}{2} \int_1^2 0 e^{-jn\pi t} dt = \frac{1}{2} \frac{e^{-jn\pi t}}{-jn\pi} \Big|_0^1 = \\ &= \begin{cases} -\frac{1}{2} \frac{e^{-jn\pi}}{jn\pi} = \frac{1}{jn\pi}, & n \text{ ímpar} \\ 0, & n \text{ par} \end{cases} \end{aligned}$$

Para o termo C_0 tem-se uma indeterminação, mas por inspeção pode-se concluir que o termo DC é $C_0 = \frac{1}{2}$.

Escrivendo o resultado em termos de uma série

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$f(t) = \dots - \frac{1}{3\pi j} e^{-j3\pi t} - \frac{1}{\pi j} e^{-j\pi t} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi j} e^{j\pi t} + \frac{1}{3\pi j} e^{j3\pi t} + \dots$$

Combinando-se os pares positivos e negativos dos exponenciais, pode-se reescrever a expressão para funções sinusoidais:

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}(\pi t) + \frac{2}{3\pi} \operatorname{sen}(3\pi t) + \dots$$

As Figuras 4.22(a) e 4.22(b) mostram o gráfico da amplitude e da fase dos coeficientes C_n em relação à frequência normalizada ω/ω_0 .

Pode-se observar que a série complexa de Fourier representa os eventos repetitivos sobre um período definido, tal como apresentamos na seção anterior. A única diferença é que foi definido um novo parâmetro. As séries de Fourier, representadas em forma complexa ou não, podem representar as harmônicas de qualquer sinal periódico em função de uma frequência fundamental.

Considerando-se o sinal da Figura 4.23 e calculando-se os coeficientes da série complexa, tem-se:

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j n \omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j n \omega_0 t} dt = \frac{1}{T - j n \omega_0} \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} = \\ &= \frac{1}{T} \frac{\delta}{2} \frac{e^{j n \omega_0 \frac{T}{2}} - e^{-j n \omega_0 \frac{T}{2}}}{j n \omega_0} = \frac{\delta}{T} \frac{\sin(n \omega_0 \frac{\delta}{2})}{n \omega_0 \frac{\delta}{2}} \end{aligned}$$

$$\text{sendo } T = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

Se, em vez de um sinal periódico, for levada em conta uma função qualquer, tal como um pulso isolado, é necessário abstrair e fazer com que uma nova função periódica desses pulsos tenha um período que tenda a infinito. Essa abstração tem por objetivo apenas definir uma função, a qual pode ser submetida à análise de Fourier. A consequência direta é que a frequência fundamental tende a um valor próximo de zero. Em outras palavras, faz-se a função repetir em um período muito grande, e suas harmônicas tendem a ser não mais definidas por um n , mas contínuas, dando origem a um espectro de frequências.

Se aplicarmos o raciocínio descrito no sinal da Figura 4.23 e incrementarmos o período, a consequência direta é o decremento da frequência fundamental $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$; e as linhas no espectro tornam-se cada vez mais próximas e a amplitude das harmônicas tende a zero. Observe que, nas séries de Fourier, as harmônicas são finitas e têm uma potência finita associada. Quando $T \rightarrow \infty$, as harmônicas tendem a apresentar uma amplitude e uma potência associada zero. Entretanto, essas harmônicas continuam a representar uma quantidade finita de energia.

Se multiplicarmos o período T pelos coeficientes, obtemos o fasor que representa a função distribuição $F(n\omega_0) = T \cdot C_n$. No resultado obtido da Figura 4.23 temos:

$$F(n\omega_0) = T C_n = \delta \frac{\sin(n \omega_0 \frac{\delta}{2})}{n \omega_0 \frac{\delta}{2}}$$

Se essa função for plotada em função da frequência, tem-se o gráfico da Figura 4.24.

Nessa figura pode-se observar que, uma vez que o período tende a infinito, os pontos de frequências amostrados ficam mais próximos e no limite constituem um espectro contínuo de frequências.

Levando-se em consideração o desenvolvimento anterior, o fasor função distribuição $F(n\omega_0)$ é descrito:

$$F(n\omega_0) = C_n T = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j n \omega_0 t} dt$$

e a série de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{F(n\omega_0)}{T} e^{j n \omega_0 t}$$

Fazendo o período tender a infinito, temos:

$$T \rightarrow \infty$$

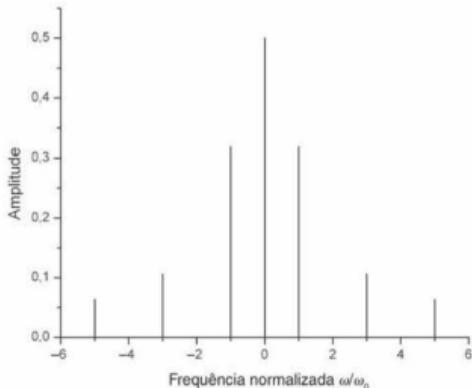
$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{2\pi}{T} \rightarrow \Delta\omega \rightarrow d\omega \\ n\Delta\omega &\rightarrow \omega \end{aligned}$$

Obtém-se então a transformada direta de Fourier, a qual é definida como

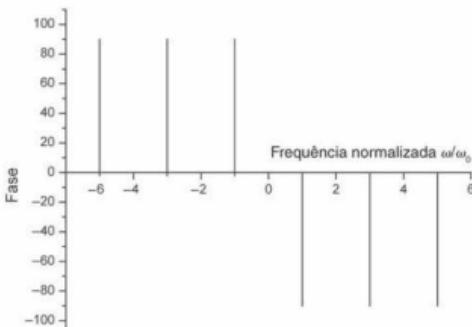
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt,$$

e a transformada de Fourier inversa:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

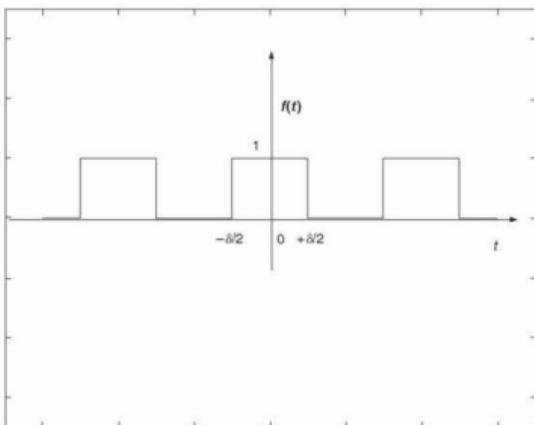
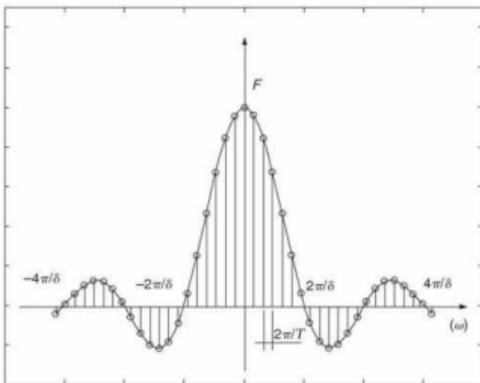


(a)



(b)

Figura 4.22 (a) Amplitude e (b) fase de C_n para a variação da frequência ω .

Figura 4.23 Pulo periódico com largura δ .Figura 4.24 Função $F(n\omega_0)$ versus ω .

Aplicando a transformada de Fourier ao pulso da Figura 4.25, e o que anteriormente era definido por um somatório agora pode ser definido por uma integral:

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\delta/2}^{\delta/2} f(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} e^{-j\omega t} dt = \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \Big|_{-\delta/2}^{\delta/2} = \\ &= \frac{e^{j\omega\delta/2} - e^{-j\omega\delta/2}}{j\omega} = \frac{\sin(\omega\delta/2)}{\omega\delta/2} \end{aligned} \quad f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2 \frac{\sin(\omega\pi/2)}{2\omega\pi} d\omega e^{j\omega t}$$

Interpretando essa equação, pode-se dizer que os pares exponenciais combinam-se para formar cosenos que, entre os limites $-\delta/2$ e $\delta/2$, estão em fase e somam-se para formar o pulso, ao

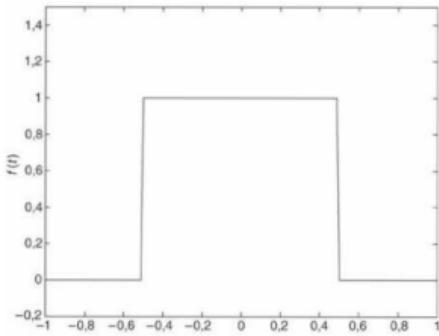


Figura 4.25 Pulso finito.

passo que, fora desses limites, os componentes estão fora de fase e sua soma resulta em zero.

A transformada direta de Fourier fornece informações sobre os componentes (ou harmônicas) de frequência de um pulso não periódico e a transformada inversa de Fourier expressa uma função no tempo como uma soma infinita de harmônicas infinitesimalis. Na prática, a transformada direta de Fourier é mais importante que a transformada inversa, e $F(\omega)$, por ser uma função composta de senos e cossenos, representa um fasor, podendo ser representado por uma parte complexa e outra real, ou, como geralmente é expresso, em uma amplitude e uma fase. Deve-se, entretanto, observar que a amplitude da transformada de Fourier não fornece uma unidade direta da amplitude (em unidades usuais) para qualquer frequência, como no caso da série de Fourier. Apesar de a forma do espectro de $F(\omega)$ de um sinal de um pulso de tensão semelhante à resposta obtida com as séries de Fourier, o $|F(\omega)|$ apresenta como unidade "volts por unidade de frequência". Utilizando a identidade de Euler, podemos escrever:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos \omega t dt + j \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin \omega t dt = A(\omega) + jB(\omega)$$

$$|F(\omega)| = \sqrt{A^2(\omega) + B^2(\omega)}$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \frac{B(\omega)}{A(\omega)},$$

em que $|F(\omega)|$ e $\phi(\omega)$ representam, respectivamente, o módulo e a fase da transformada de Fourier. Pode-se observar que tanto $A(\omega)$ como $|F(\omega)|$ são funções pares, enquanto $B(\omega)$ e $\phi(\omega)$ são funções ímpares. Ao substituirmos ω por $-\omega$, ela fornece o conjugado de $F(\omega)$ e, assim,

$$F(-\omega) = A(\omega) + jB(\omega) = F^*(\omega)$$

e, desse modo,

$$F(\omega) F(-\omega) = F(\omega) F^*(\omega) = A^2(\omega) + B^2(\omega) = |F(\omega)|^2.$$

Para explicar o significado físico da transformada de Fourier, pode-se utilizar o exemplo de um resistor de 1Ω com uma ten-

são ou corrente $f(t)$. Dessa forma, a potência dissipada pelo resistor será $f^2(t)$. Integrando-se essa potência no tempo, obtém-se a energia total fornecida por $f(t)$ ao resistor:

$$W_{R=1} = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt.$$

Substituindo-se a função $f^2(t)$ por $f(t)f(t)$ e ainda substituindo-se uma das $f(t)$ pelo seu equivalente da transformada inversa de Fourier

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

temos

$$W_{R=1} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)f(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] dt.$$

Manipulando essa equação, uma vez que $f(t)$ não é função de ω , temos:

$$W_{R=1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} f(t) dt \right] d\omega$$

Desloca-se $F(\omega)$ para fora da integral interna, e a integral interna torna-se $F(-\omega)$:

$$W_{R=1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} f(t) dt \right] d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) F(-\omega) d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

e, finalmente,

$$W_{R=1} = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

Essa equação é conhecida como o **teorema de Parseval** e mostra que a energia pode ser obtida pela integração tanto da $f(t)$ como de $F(\omega)$. Esse teorema também ajuda a entender o verdadeiro significado da transformada de Fourier. Uma vez que a parcela da esquerda representa energia, $|F(\omega)|^2$ representa a **densidade de energia** ou energia por unidade de frequência. Quando a densidade de energia é integrada ou é feita uma soma de $|F(\omega)|^2 \cdot \Delta\omega$ sobre todo o espectro de frequências, tem-se a energia entregue ao resistor de 1Ω (no exemplo utilizado).

4.4.3 Transformada rápida de Fourier — FFT

Antes de apresentar o conceito da FFT, é necessário introduzir alguns conceitos relacionados a sinais discretos que, por definição, são sinais descontínuos no tempo. Sendo assim, o conceito de FFT deve ser descrito por uma função que assume valores apenas em pontos definidos na escala do tempo, como ilustra a Figura 4.26.

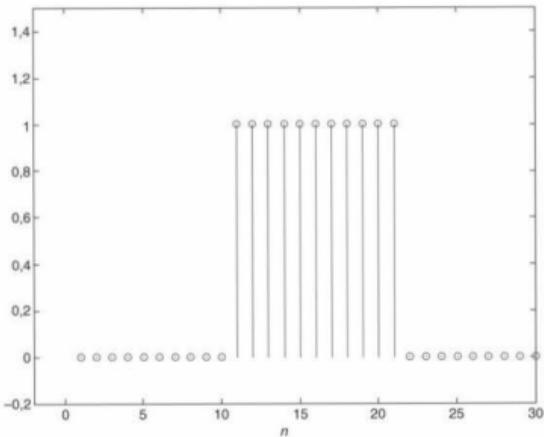


Figura 4.26 Sinal discreto.

Um sistema discreto no tempo pode ser definido matematicamente como um operador que mapeia uma sequência de entrada $x[n]$ em uma sequência de saída $y[n]$. É importante esclarecer que as operações que serão vistas nesta seção se aplicam apenas a sistemas lineares e invariantes no tempo.

Sistemas lineares: diz-se que os sistemas são lineares se o princípio da superposição de efeitos se aplica:

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} = y_1[n] + y_2[n]$$

$$T\{ax[n]\} = aT\{x[n]\} = ay[n]$$

sendo T um operador matemático e a uma constante arbitrária.

Sistemas invariantes no tempo: sistemas para os quais um atraso, ou *delay*, ou deslocamento na escala do tempo da sequência de entrada necessariamente causa um *atraso* ou deslocamento na escala do tempo da sequência de saída:

$$x[n - n_0] \Rightarrow y[n - n_0]$$

A representação das amostras de um sinal discreto é feita pela unidade de amostragem, a qual geralmente é indicada pelos autores como $\delta[n]$, o mesmo símbolo do delta de Kronecker. O delta de Kronecker tem seus valores definidos em:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & \text{se } n \neq 0 \\ 1, & \text{se } n = 0 \end{cases}$$

e pode ser observado na Figura 4.27.

Dessa maneira, uma sequência (por exemplo, Figura 4.28) pode ser escrita de forma genérica:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n - k].$$

Considerando $\tilde{x}[n]$ uma sequência periódica com período N , tem-se $\tilde{x}[n] = \tilde{x}[n + rN]$ para qualquer r inteiro. Assim como no tempo contínuo, essa função pode ser representada pela soma dos termos das amplitudes das harmônicas da frequência fundamental $\frac{2\pi}{N}$. Essas harmônicas podem ser representadas por exponenciais complexas:

$$e_i[n] = e^{j2\pi i n/N} = e_i[n + rN]$$

sendo k um inteiro. Observe que e_i assume valores idênticos para valores de k separados por N . A Figura 4.29 mostra uma sequência periódica com $N = 10$.

Nesse exemplo observa-se que $e_0[n] = e_N[n]$, $e_1[n] = e_{N+1}[n]$, ..., $e_{i-1}[n] = e_{i+N-1}[n]$, sendo i um inteiro. Assim sendo, a representação da série de Fourier tem a seguinte forma:

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N} \sum_k \tilde{X}[k] e^{j(2\pi k/N)n}$$

Observe que no tempo contínuo geralmente são necessárias infinitas harmônicas para descrever o sinal. No tempo discreto para um sinal com frequência $\frac{1}{N}$ são necessárias apenas N exponenciais complexas. Assim, pode-se escrever:

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{j(2\pi k/N)n}$$

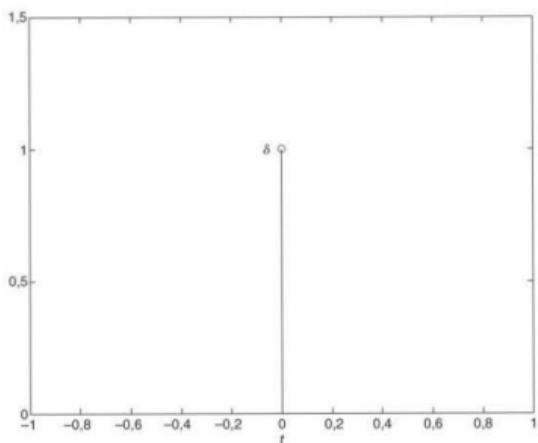


Figura 4.27 Unidade de amostragem (impulso).

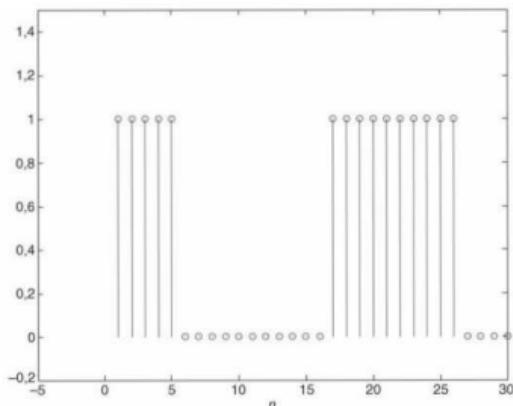
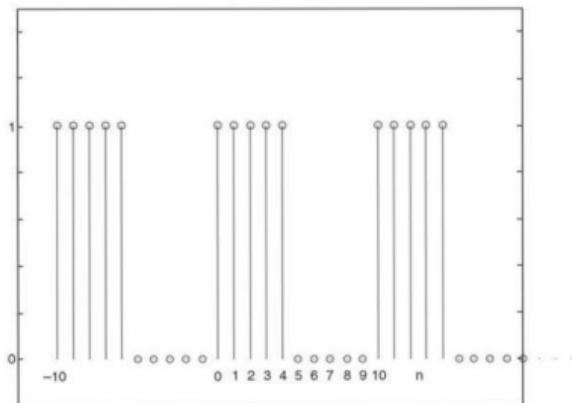


Figura 4.28 Exemplo de uma sequência representando um sinal amostrado no tempo.

Figura 4.29 Função com período $N = 10$.

em que $\tilde{X}[n]$ representa a sequência dos coeficientes da série de Fourier. Observe que se optou por manter o termo $\frac{1}{N}$ fora da definição de $\tilde{X}[n]$, mas não na definição de $\tilde{x}[n]$.

Assim como no tempo contínuo, pode-se explorar as propriedades de ortogonalidade das funções exponenciais complexas (funções sinusoidais) e deduzir que os coeficientes das séries de Fourier podem ser escritos assim:

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] e^{-j(2\pi/N)nk}$$

Deve-se observar que $\tilde{X}[k]$ é periódica ou $\tilde{X}[k] = \tilde{X}[N+k]$ para qualquer k inteiro. As equações

$$\begin{aligned}\tilde{X}[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] e^{-j(2\pi/N)nk} \\ \tilde{x}[n] &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{j(2\pi/N)nk}\end{aligned}$$

são conhecidas como as séries de Fourier discreta, de análise e de síntese, respectivamente.

Considere a sequência da Figura 4.29, em que o período $N = 10$. Observe que $\tilde{x}[n] = 0$ para $n > 4$. Pode-se então calcular os coeficientes da série de Fourier:

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^4 e^{-j(2\pi/10)nk} = \frac{1 - e^{-j(2\pi/10)5k}}{1 - e^{-j(2\pi/10)k}} = e^{-j(4\pi k/10)5k} \frac{\sin(\pi k/2)}{\pi k/10}$$

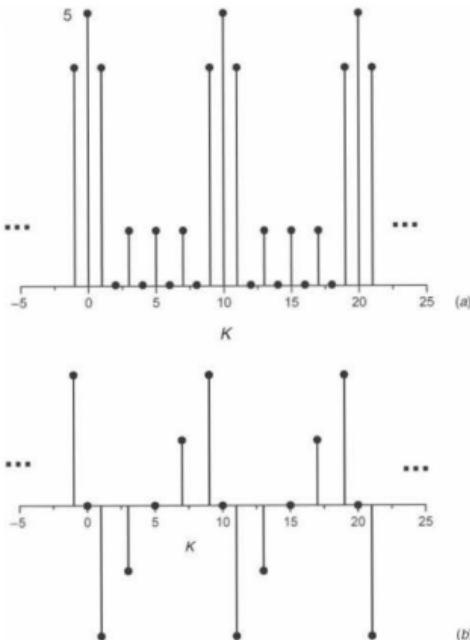


Figura 4.30 (a) Amplitude e (b) fase dos coeficientes da série de Fourier de uma sequência periódica quadrada com $N = 10$.

A Figura 4.30 mostra a forma da amplitude e da fase dos coeficientes da série de Fourier da sequência mostrada na Figura 4.29.

Transformada discreta de Fourier: considera-se uma sequência finita com um total de N amostras, sendo que $x[n] = 0$ fora da faixa $0 \leq n \leq N - 1$. Em muitos casos ainda se consideram N amostras, mesmo que a sequência contenha M amostras com $M \leq N$. Nesses casos, basta fazer a amplitude igual a zero quando $M \leq N$. A cada sequência finita com N amostras pode-se associar uma sequência periódica $\tilde{x}[n]$:

$$\tilde{x}[n] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x[n + rN]$$

Assim, a sequência finita $x[n]$ pode ser definida como:

$$x[n] = \begin{cases} \tilde{x}[n], & \text{se } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0, & \text{se } n \geq N - 1 \end{cases}$$

Os coeficientes da Série Discreta de Fourier (SDF) de $\tilde{x}[n]$ são amostras espaçadas na frequência por $\frac{2\pi}{N}$ da transformada de Fourier de $x[n]$. Uma vez que se supõe que $x[n]$ tem comprimento finito N , não existe superposição dos termos $x[n + rN]$ para os

diferentes valores de r . Assim, a sequência finita $x[n]$ é obtida da sequência periódica $\tilde{x}[n]$ extraíndo-se apenas um período.

Como definimos anteriormente, a sequência dos coeficientes da série de Fourier discreta $\tilde{X}[k]$ da sequência periódica $\tilde{x}[n]$ é uma sequência periódica com período N . Com o propósito de manter a dualidade entre os domínios do tempo e de frequência, pode-se escolher que os coeficientes de Fourier que são associados a uma sequência de duração finita serão uma sequência de duração finita correspondendo a um período de $\tilde{X}[k]$. Essa sequência de duração finita $X[k]$ é denominada transformada discreta de Fourier (TFD).

$$X[k] = \begin{cases} \tilde{X}[n], & \text{se } 0 \leq k \leq N - 1 \\ 0, & \text{se } k \geq N - 1 \end{cases}$$

Os termos $\tilde{X}[k]$ e $\tilde{x}[n]$ são relacionados por:

$$\begin{aligned} \tilde{X}[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] e^{-j(2\pi/N)n} \\ \tilde{x}[n] &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{j(2\pi/N)kn} \end{aligned}$$

Uma vez que essas duas equações envolvem apenas o intervalo entre zero e $N - 1$, pode-se escrever:

$$X[k] = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j(2\pi/N)kn}, & \text{se } 0 \leq k \leq N-1 \\ 0, & \text{se } k \geq N-1 \end{cases}$$

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j(2\pi/N)kn}, & \text{se } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{se } n \geq N-1 \end{cases}$$

Geralmente as equações de análise e de síntese são escritas, respectivamente, como:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j(2\pi/N)kn}$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j(2\pi/N)kn}$$

Assim como a SFD, a Transformada Discreta de Fourier (TFD) é igualmente uma amostragem da transformada de Fourier periódica, e, se a equação de síntese da TFD for analisada fora do intervalo $0 \leq n \leq N - 1$, o resultado não será zero, mas uma extensão periódica de $x[n]$. A periodicidade estará sempre presente, e ignorar por completo esse fato pode gerar muitos problemas. A definição da TFD apenas reconhece que a região de interesse nos valores de $x[n]$ se encontra no intervalo $0 \leq n \leq N - 1$, porque $x[n]$ é realmente zero fora desse intervalo e só estamos interessados nos valores de $X[k]$ no intervalo de $0 \leq k \leq N - 1$, porque é desses valores que precisamos.

Como exemplo, considere a sequência da Figura 4.31. Essa sequência é na verdade a função pulso amostrada no tempo. O primeiro passo a ser tomado é determinar a função periódica, da qual cada período contém a sequência de interesse. A Figu-

ra 4.32 mostra uma função periódica que pode ser tomada para o cálculo.

Se considerarmos a sequência periódica da Figura 4.32(a), temos:

$$\tilde{X} = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(2\pi k/N)n} = \frac{1 - e^{-j2\pi k}}{1 - e^{-j(2\pi k/N)}}$$

e, assim, $\tilde{X} = N$ quando k for $0, \pm N, \pm 2N, \pm 3N, \dots$ e $\tilde{X} = 0$ nos demais casos.

Esse resultado pode ser observado na Figura 4.33.

Apesar de sua forma parecer simples, deve-se observar que a Figura 4.33 é parecida com a da TDF contínua, definida em apenas alguns valores de frequência. Se, em vez da TDF, fosse calculada a SFD, o pico que aparece em $K = 0$ se repetiria em $K = 5, K = 10, \dots$, uma vez que o período $N = 5$.

Se for calculada a TFD da Figura 4.32(b), o resultado será o mesmo obtido no exemplo da SFD mostrado nas Figuras 4.30(a) para a amplitude e 4.30(b) para a fase. A única diferença é que a TDF apresenta um único período. Sendo assim,

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^4 e^{-j(2\pi k/10)n} = \frac{1 - e^{-j(2\pi k/10)5k}}{1 - e^{-j(2\pi k/10)}} = e^{-j(2\pi k/10)5k} - \frac{\sin(\pi k/2)}{\pi k/10}$$

A TFD da função periódica da Figura 4.32(b) pode ser vista na Figura 4.34.

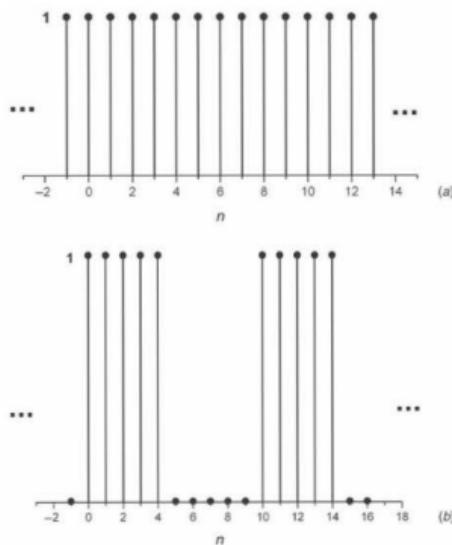
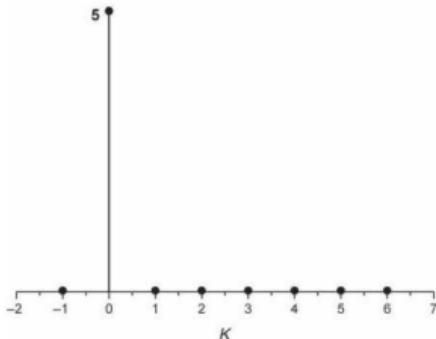


Figura 4.31 Sequência finita que representa a função pulso amostrada.

Figura 4.32 Sequências periódicas que podem representar a sequência finita proposta a cada período com (a) $N = 5$ e (b) $N = 10$.

Figura 4.33 TFD da sequência finita da Figura 4.31, utilizando $N = 5$.

Por sua vez, a transformada de Fourier de uma sequência pode ser representada por

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{jn\omega} d\omega,$$

em que

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jn\omega}$$

do mesmo modo que no tempo contínuo se pode definir módulo e fase da transformada de Fourier:

$$|X(e^{j\omega})| = |X(e^{j\omega})| e^{j\angle X(e^{j\omega})}$$

sendo $|X(e^{j\omega})|$ o módulo e $e^{j\angle X(e^{j\omega})}$ a fase.

A transformada de Fourier é periódica, com período 2π . De fato $X(e^{j\omega})$ é uma função periódica de uma variável contínua e tem a forma de uma série de Fourier. A equação que expressa a sequência de valores $x[n]$ em termos da função periódica $X(e^{j\omega})$ tem a forma de uma integral que seria utilizada para se determinarem os coeficientes da série de Fourier. A representação de funções periódicas de variável contínua e a representação da transformada de Fourier de sinais discretos no tempo é, portanto, equivalente.

A questão da determinação da classe de sinais que podem ser representados por essas funções é equivalente a considerar a convergência de uma soma infinita. De fato, uma condição suficiente para a convergência é:

$$|X(e^{j\omega})| = \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jn\omega} \right|$$

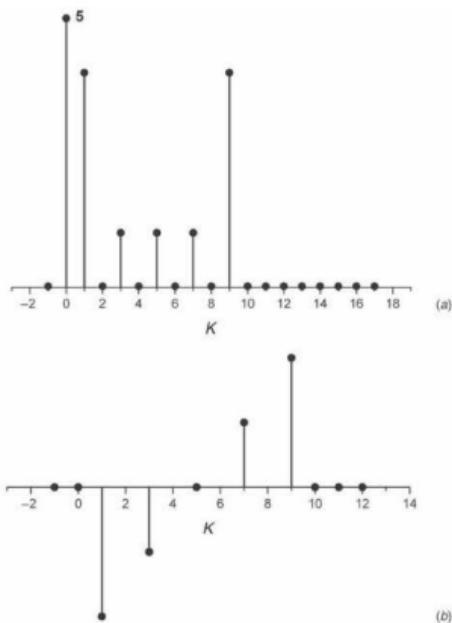
$$|X(e^{j\omega})| \leq \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| e^{-jn\omega} \Rightarrow |X(e^{j\omega})| \leq \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty$$

Desse modo, se $x[n]$ é absolutamente somável, então $X(e^{j\omega})$ existe. Nesse caso, a série convergirá para uma função contínua de ω . Uma vez que uma sequência estável é, por definição, absolutamente somável, toda sequência estável tem transformada de Fourier.

O fato de a TFD ser idêntica a amostras da transformada de Fourier em frequências igualmente espaçadas faz com que o cálculo de uma TFD de N amostras corresponda ao cálculo de N amostras da transformada de Fourier em N frequências igualmente espaçadas por $\omega_k = \frac{2\pi k}{N}$. Uma vez que a TFD pode ser explicitamente calculada, e aplicada à maioria dos sistemas reais (e consequentemente finitos), ela tem um papel importantíssimo no processamento de sinais, incluindo filtragem e análise espectral.

Em aplicações baseadas na avaliação explícita da transformada de Fourier, o que se deseja, em condições ideais, é a transformada de Fourier; entretanto, é a TFD que pode ser calculada por meio de algoritmos otimizados, definidos como FFT (*Fast Fourier Transform*). Existem diferentes algoritmos, que podem ser encontrados em vasta literatura a respeito do assunto.

As inconsistências entre as amostragens finitas requeridas pela TFD e a realidade de sinais indefinidamente longos podem

Figura 4.34 TFD da sequência finita da Figura 4.31, utilizando $N = 10$: (a) amplitude e (b) fase.

ser solucionadas aproximadamente através de conceitos de processamento digital de sinais.

4.5 Fundamentos sobre Ruído e Técnicas de Minimização

Os sinais podem ser classificados como **sinais de energia** e **sinais de potência**. Os sinais de energia são os que possuem potência média igual a zero como, por exemplo, os sinais transitórios. Os sinais de potência são os que possuem energia infinita, porém com uma potência média finita, tendo como exemplos os ruídos e os sinais periódicos.

Associados aos sinais são definidas duas importantes grandezas: uma para sinais de energia, a **densidade espectral de energia**, e outra para os sinais de potência, a **densidade espectral de potência** $S_s(\omega)$. Os ruídos são sinais de potência aleatórios, e por isso abordaremos o estudo da densidade espectral de potência.

A função densidade espectral de potência $S_s(\omega)$ ou $S_s(f)$ de um sinal $x(t)$ define a densidade de potência por unidade de banda em função da frequência (potência média por unidade de banda) desse sinal. A sua unidade é watt por radiano por segundo ($\text{W}/\text{rad/s}$) ou watt por hertz (W/Hz). A soma dos produtos (sua integral) de reduzidas bandas pelas amplitudes correspondentes fornece a potência média do sinal.

Se um sinal com densidade espectral de potência $S_s(\omega)$ é aplicado a um sistema linear, invariante no tempo (amplificador ou filtro, por exemplo), com resposta em frequência $H(\omega)$, a densidade espectral de potência na saída do sistema é dada por:

$$S_r(\omega) = S_s(\omega)|H(\omega)|^2.$$

Essa propriedade pode ser usada para dois importantes fins:

- Determinação da magnitude da resposta em frequência $H(\omega)$ de um sistema linear e invariante qualquer, desde que se conheça $S_s(\omega)$ (de um ruído branco, por exemplo) e se meça $S_r(\omega)$.
- Determinação da densidade espectral $S_s(\omega)$ de um sinal, desde que se conheça a magnitude da resposta em frequência $H(\omega)$ e se meça $S_r(\omega)$.

A função densidade espectral de potência $S_s(\omega)$ também é normalmente expressa nas unidades A^2/Hz e V^2/Hz ; sendo assim, também é definida como potência média por unidade de banda em um resistor de 1Ω . Isso se deve ao fato de que alguns sinais de ruído se apresentam na natureza sob a forma de correntes ou tensões. Como para um resistor de 1Ω os valores eficazes de tensão e de corrente são a raiz quadrada positiva da potência média, os ruídos também são apresentados na forma de valor rms de corrente ou valor rms de tensão por raiz de Hertz, nas unidades $\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$ e $\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$, respectivamente.

Considere um sinal $x(t)$ com uma densidade espectral $S_s(f)$ aplicado em um filtro passa-faixa de banda estreita Δf , com frequência central f_c . Considerando também que a resposta (dentro da banda do filtro) em magnitude do filtro é unitária tem-se:

$$S_r(f) \cong S_s(f_c)$$

Esse valor é tanto mais bem aproximado quanto menor for a banda. Fora da banda $S_r(f) = 0$.

A potência média P_r pode então ser aproximada por:

$$P_r \cong 2 \times S_s(f_c) \times \Delta f \text{ e assim } S_s(f_c) \cong \frac{P_r}{2\Delta f}$$

Como Δf é conhecida e P_r pode ser medida, essa última equação serve de base para a medida da densidade espectral de potência de um sinal. Variando-se f_c , é possível medir a densidade espectral de potência de um sinal qualquer, aplicado na entrada do filtro, em uma determinada banda de frequência de interesse.

Ruído é todo sinal indesejado que interfere em uma medida, limitando assim a exatidão do sistema de instrumentação. Esses sinais podem ter origem no próprio circuito de medição e na transmissão do sinal a pontos remotos.

Genericamente, ruídos são quaisquer sinais que têm a capacidade de reduzir a inteligibilidade de uma informação de som, imagem ou dados. Não fossem os ruídos, um sinal desejado poderia ser amplificado por uma cascata de amplificadores e/ou filtros de alto ganho, e, então, informações de reduzidíssima energia poderiam ser detectadas sem problema. Acontece que, quando amplificamos um sinal, o ruído é também amplificado.

Um dos objetivos de um projeto de instrumentação é a redução dos níveis de ruído induzido e transmitido, apesar de não ser possível eliminá-lo completamente.

No entanto, os ruídos também têm seu lado útil, pois, devido à sua riqueza espectral, alguns tipos de ruídos servem de fonte para a síntese da fala, de inúmeros sons da natureza e de sons de instrumentos musicais. Além disso, são úteis para a calibração de equipamentos eletrônicos, como sinais de teste, e nas medidas das características de filtros, amplificadores, sistemas de áudio eletroacústicos e outros sistemas. Os ruídos não possuem uma expressão matemática no tempo que os defina, não podendo ser preditos no tempo, nem mesmo depois de detectados, exceto em casos como o ruído de interferência de 60 Hz.

Em qualquer sistema de instrumentação existem dois fatores dominantes que limitam o desempenho:

- ¶ Ruído aditivo: gerado pelos dispositivos eletrônicos que são utilizados para filtrar e amplificar os sinais;
- ¶ Atenuação do sinal: é a redução da amplitude do sinal em função das perdas geradas no meio de transmissão-recepção, deixando-o mais vulnerável ao ruído aditivo. A atenuação do sinal pode ser contornada pela utilização de um amplificador que aumenta o seu nível de energia durante a transmissão. Porém, o amplificador introduzirá ruído aditivo, podendo corromper o sinal, que deve ser levado em consideração durante o projeto do sistema de instrumentação. A área da ciência que estuda a habilidade de um sistema eletrônico operar corretamente em um ambiente eletromagnético e a possibilidade de esse sistema operar como uma fonte de interferência se chama **compatibilidade eletromagnética**, ou simplesmente de EMC.

4.5.1 Caracterização do ruído

O ruído é um sinal puramente aleatório, portanto seu valor instantâneo não pode ser determinado em qualquer momento. O

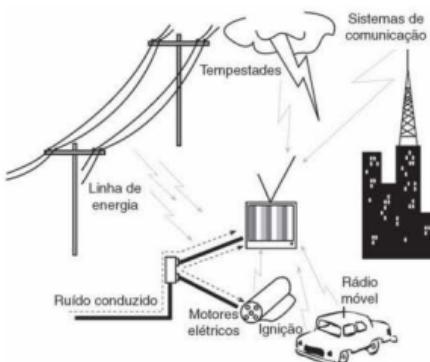


Figura 4.35 Exemplo de equipamento eletrônico sujeito a uma variedade de fontes de ruído eletromagnético.

Ruído pode ser gerado internamente em função do uso dos componentes passivos e ativos, ou ainda pode ser sobreposto ao circuito por fontes externas, como, por exemplo linhas de energia elétrica, motores elétricos, sistemas de ignição, sistemas de comunicação etc., como exemplificado no esboço da Figura 4.35. Portanto, o bom desenvolvimento de um sistema de instrumentação deve ser projetado para garantir a compatibilidade com o ambiente de utilização.

Vários são os tipos de ruídos, e várias são as formas de classificá-los. Aqui, serão classificados de duas formas: quanto à sua densidade espectral de potência e quanto à sua origem.

Primeiramente, como mostra a Tabela 4.1, os ruídos, quanto à forma da densidade espectral de potência (DEP), ou conforme a energia se distribui no espectro, podem ser classificados em cinco grandes grupos: amplitude constante, proporcional $\frac{1}{f}$, proporcional a $\frac{1}{f^2}$, proporcional a $\frac{1}{f^{2.7}}$ e forma irregular.

A Tabela 4.1 mostra a classificação dos principais tipos de ruídos quanto à forma da densidades espectral de potência, em que os nomes genéricos são dados na forma de cores. Algumas referências ainda citam os ruídos: azul (com o DEP proporcional

a f), violeta (com o DEP proporcional a f^2) além de ruídos galácticos ($1/f^{2.7}$) e atmosféricos (forma irregular).

Como as fontes de ruído possuem amplitudes que variam aleatoriamente com o tempo, somente podem ser especificadas por alguma função densidade de probabilidade, como a gaussiana, que é a mais comum, ou então por funções de autocorrelação.

A função de autocorrelação algumas vezes é usada para diferenciar uma informação desejada (som, imagem ou dados) de um ruído. Por exemplo, a amostra de um sinal de fala ou imagem é grandemente correlacionada com uma amostra anterior. Como isso não acontece com os ruídos, essa característica é geralmente usada para tentar eliminá-los. A transformada de Fourier da função de autocorrelação é a função densidade espectral de potência.

O **ruído branco** é por definição aquele que tem a sua potência distribuída uniformemente no espectro de frequência, ou seja, $S_w(f) = N_w$ é uma constante. O nome ruído branco vem da analogia com o espectro eletromagnético na faixa de luz. A luz branca contém todas as frequências do espectro visível.

O ruídos branco e rosa, os mais importantes encontrados na natureza, têm a propriedade de serem ruídos com distribuição gaussiana, com valor médio nulo (ruídos com outros tipos de distribuição são produzidos artificialmente).

Pode ser mostrado, para processos ergódicos,¹ como é o caso, que o desvio padrão é o valor eficaz da tensão de ruído, V_{rms} . Assim sendo, o valor eficaz da tensão de ruído pode ser estimado como o valor pico a pico da tensão de ruído (desprezando os picos com poucas probabilidades de ocorrência) dividido por 6. A Figura 4.36 mostra um exemplo de ruído branco no tempo. O ruído térmico (*thermal noise*) e o ruído de disparo ou quântico (*shot noise*), descritos a seguir, são geralmente aproximados por ruído branco e apresentam distribuições gaussianas.

Uma das aplicações do ruído branco consiste na síntese de sinais de fala. O aparelho fonador humano é um complexo gerador de sons que pode ser modelado por um gerador de pulsos com frequência e amplitude controláveis (para a geração de vogais, por exemplo) e por um gerador de ruído branco (para a geração de fonemas como o /i/ e o /s/, por exemplo), mais um banco de filtros.

O ruído rosa é, por definição, aquele cuja densidade espectral de potência é proporcional ao inverso da frequência, na forma

$$S_p(f) = \frac{N_p}{f}. \text{ O nome ruído rosa vem também de uma analogia}$$

com o espectro luminoso. A luz vermelha possui a mais baixa frequência do espectro visível, e o ruído rosa tem mais energia nas baixas freqüências. Esse tipo de ruído é comumente encontrado na natureza. É chamado por muitos nomes: ruído $\frac{1}{f}$, ruído de baixa freqüência, ruído de contato, ruído de excesso, ruído de semicondutor, ruído de corrente e ruído *flicker*. Ele aparece em diodos, transistores em geral, resistores de composição de carbono, microfones de carbono em contatos de chaves e relés etc. Como comentado anteriormente, os ruídos rosa têm a

Tabela 4.1 Tipos de ruído quanto a suas cores

Nome genérico	Forma da densidade espectral de potência	Exemplo de ruído
Ruído branco	1	Térmico
Ruído rosa ou ruído colorido	$\frac{1}{f}$	<i>Flicker</i>
Ruído marrom ou ruído vermelho	$\frac{1}{f^2}$	<i>Popcorn</i>

¹Um processo aleatório é dito ergódico quando suas propriedades estatísticas podem ser determinadas a partir de uma amostra do processo.

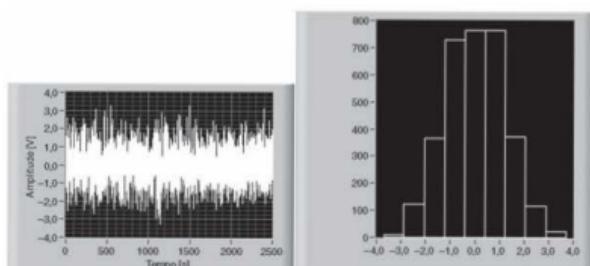


Figura 4.36 Ruído branco gaussiano e sua distribuição gaussiana de energia (2500 amostras e desvio padrão σ igual a 1,0).

propriedade de serem ruídos com distribuição gaussiana. Dentre todos os ruídos, o ruído rosa é o que mais tem relação com os sons da natureza. Se convenientemente equalizado, pode ser usado para gerar sons de chuva, cachoeira, vento, rio caudaloso e outros sons naturais.

O ruído vermelho é assim denominado por analogia com a luz vermelha visível, que está na extremidade inferior do espectro de luz visível. O ruído vermelho/marrom apresenta uma densidade espectral de potência proporcional ao inverso do quadrado da frequência, na forma $1/f^2$.

O ruído *burst* e avalanche, apresentados a seguir, se aproximam das características do ruído vermelho/marrom, porém são mais bem definidos como ruído rosa onde as características em frequência são deslocadas para as menores frequências possíveis.

Tipos de ruído: todo circuito elétrico ou eletrônico é influenciado por acoplamentos capacitivos e induktivos provenientes de cabos de alimentação ou por radiação eletromagnética ionizante e não ionizante. Como exemplos, a rede de alimentação de 60 Hz, pulsos de altas frequências, aparelhos eletrodomésticos diversos, telefones celulares, sinais de rádio ou de formas de ondas erráticas conhecidas normalmente por estática. Existem quatro formas básicas ou mecanismos pelos quais o ruído aparece:

Ruído transmitido: recebido com o sinal original (às vezes gerado dentro do próprio transdutor sensor), e não há como distinguir um do outro;

Ruído intrínseco ou inerente: originado dentro dos dispositivos que constituem o circuito. Os ruídos intrínsecos ou inertes estão presentes na maioria dos componentes eletrônicos, passivos e ativos, gerados por elementos de circuito, tais como: resistores, diodos, transistores bipolares, transistores de efeito de campo (isso será detalhado neste capítulo). Eles não podem ser completamente eliminados, mas podem ter seus efeitos reduzidos por um projeto apropriado dos componentes e dos sistemas.

Em 1928, Johnson demonstrou que o ruído elétrico era um problema significativo para os engenheiros que projetavam amplificadores muito sensíveis. O limite da sensibilidade de um circuito elétrico é definido pelo ponto no qual a relação sinal-ruído fica dentro de limites aceitáveis.

4.5.2 Tipos de ruído intrínseco ou inerente

Ruído shot

O nome ruído *shot* é a abreviação de ruído *schottky*. Às vezes é referenciado como ruído quântico. É causado pelas oscilações aleatórias do movimento dos portadores de carga em um condutor. O fluxo de corrente é constituído de partículas carregadas que se movem de acordo com a diferença de potencial aplicada. Quando os elétrons encontram uma barreira de potencial, eles vão se carregando de energia potencial até que conseguem energia suficiente para atravessar a barreira, transformando-a em energia cinética. Ao atravessar uma barreira de potencial (como em uma junção *pn*, por exemplo), cada elétron contribui com um pequeno ruído, ou oscilação de potencial. O efeito agregado dos elétrons atravessando essa barreira é o ruído *shot*. A corrente instantânea i , é composta de um grande número de pulsos independentes de corrente com valor médio. O ruído *shot* é geralmente especificado em termos da variação média quadrática do valor médio:

$$\overline{(I_{sh})^2} = \left(\overline{i} - I_{DC} \right)^2 = \int 2 \cdot q \cdot I_{DC} \cdot df$$

em que

df é o diferencial de frequência;

I_{DC} é a corrente em A;

q é a carga do elétron.

Se a banda B é constante (plana), então o ruído *shot* (também chamado de ruído *schottky*) em qualquer condutor é dado por:

$$I_{sh} = \sqrt{2 \cdot q \cdot I \cdot B} \quad [A_{mu}]$$

em que:

I_{sh} é a corrente elétrica do ruído em ampères [A];

q é a carga elétrica (1.6×10^{-19} C);

I é a corrente elétrica em ampères [A];

B é o comprimento de banda em hertz [Hz].

Algumas características do ruído *shot* são:

O ruído *shot* está sempre associado com o fluxo de corrente. Ele cessa quando a corrente é nula.

- o ruído *shot* existe independentemente da temperatura;
- o ruído *shot* possui uma densidade de potência uniforme, significando que, quando desenhada em função da frequência, a amplitude possui um valor constante;
- o ruído *shot* está presente em qualquer condutor, não somente nos semicondutores. As barreiras nos condutores podem ser simples imperfeições na estrutura cristalina dos metais ou impurezas dentro deles. O nível do ruído *shot* é muito pequeno devido ao enorme número de elétrons movendo-se no condutor e ao pequeno tamanho das barreiras de potencial. O ruído *shot* nos semicondutores é muito mais pronunciado.

O valor rms da corrente de ruído *shot* em junções semicondutores é igual a:

$$I_{sh} = \sqrt{(2qI_{dc} + 4qI_0) \times B}$$

em que:

q é a carga do elétron ($1,6 \times 10^{-19}$ C)

I_{dc} é a corrente média em A

I_0 é a corrente de saturação inversa em A

B é a largura de banda em Hz.

Se a junção *pn* for polarizada diretamente, I_0 é zero e o segundo termo desaparece. Usando a lei de Ohm e a resistência dinâmica da junção,

$$r_d = \frac{kT}{I_{dc}}$$

O valor rms da tensão *shot* é igual a:

$$E_{sh} = kT \sqrt{\frac{2B}{qI_{dc}}}$$

em que:

K é a constante de Boltzmann ($1,38 \times 10^{-23}$ J/K)

q é a carga do elétron ($1,6 \times 10^{-19}$ C)

T é a temperatura em K

I_{dc} é a corrente média em A

B é a largura de banda em Hz

Ruído térmico

O ruído térmico é referenciado às vezes como ruído Johnson, o seu descobridor. É gerado pela agitação térmica dos elétrons em um condutor. O aumento da temperatura em um condutor faz com que aumente a agitação dos elétrons, e isso soma um componente aleatório nos seus movimentos. O ruído térmico somente cessa no zero absoluto. Assim como o ruído *shot*, o ruído térmico possui uma densidade de potência uniforme (ruído branco), com a diferença de que esse ruído é independente do fluxo de corrente. O espectro de potência do ruído térmico está uniformemente distribuído nas frequências até a região do infravermelho em torno de 10^{12} Hz. Essa distribuição indica que todas as frequências estão presentes em igual pro-

porção, e que um número igual de elétrons está vibrando a cada frequência.

Para frequências abaixo de 100 MHz, o ruído térmico pode ser calculado usando a relação de Nyquist:

$$E_{th} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B} \quad [V_{rms}]$$

ou

$$I_{th} = \sqrt{\frac{4 \cdot k \cdot T \cdot B}{R}} \quad [A_{rms}]$$

em que

E_{th} é a tensão de ruído em V rms

I_{th} é a corrente de ruído em A rms

K é a constante de Boltzmann ($1,38 \times 10^{-23}$ J/K)

T é a temperatura em K

R é a resistência em Ω

B é a largura de banda em Hz ($f_{max} - f_{min}$)

O ruído de um resistor é proporcional à sua resistência e à temperatura. É importante não utilizar resistores a temperaturas elevadas especialmente na entrada de estágios amplificadores de alto ganho. Diminuindo-se os valores de resistência, reduz-se também o ruído térmico.

Deve-se ter o cuidado de não utilizar resistores com valor elevado como entrada dos circuitos amplificadores porque o ruído térmico será amplificado pelo ganho do circuito. O ruído térmico em resistores é um problema frequente em equipamentos portáteis em que os resistores foram escalonados para valores grandes com o objetivo de diminuir o consumo de energia.

Ruído *flicker*

O ruído *flicker* é também conhecido como ruído $1/f$. Sua origem é um dos problemas mais antigos sem solução na física, e ele está presente em todos os componentes ativos e passivos. Pode estar relacionado a imperfeições na estrutura cristalina dos condutores e semicondutores e pode ser reduzido com melhorias nos processos de fabricação desses materiais. O ruído *flicker* está sempre associado com a corrente DC e possui o mesmo conteúdo de potência em cada década ou cada oitava.

A tensão ou corrente de ruído pode ser modelada por:

$$E_{f1} = K_V \sqrt{\ln \frac{f_{max}}{f_{min}}},$$

ou

$$I_{f1} = K_I \sqrt{\ln \frac{f_{max}}{f_{min}}}$$

em que K_V e K_I são constantes de proporcionalidade (V ou A) representando E_{f1} e I_{f1} a 1 Hz; e f_{max} e f_{min} são as frequências máximas e mínimas em Hz.

O ruído *flicker* é encontrado nos resistores de carbono, nos quais frequentemente é referenciado como **ruído de excesso** porque parece adicionado ao ruído térmico. Outros tipos de resistores também exibem o ruído *flicker* em vários níveis, e são os resistores de fio os que apresentam o menor valor. Já que o ruído *flicker* é proporcional à corrente DC no dispositivo, se a corrente for mantida pequena o suficiente, o ruído térmico predominará e o tipo de resistor usado não influenciará no ruído do circuito.

Reducir o consumo de potência do circuito pelo escalonamento dos resistores para valores superiores pode reduzir o ruído $\frac{1}{f}$, com o custo de aumentar o ruído térmico.

Ruído burst ou rajada

O ruído *burst*, também chamado popularmente de ruído de rajada ou *popcorn noise*, está relacionado com as imperfeições nos materiais semicondutores e nas implantações de fons pesados. É caracterizado por pulsos discretos de alta frequência. A taxa dos pulsos pode variar, mas as amplitudes se mantêm constantes com valores de várias vezes o valor de amplitude do ruído térmico. O ruído *burst* apresenta um som similar ao de "pipocas estourando" (*popcorn*), em taxas abaixo de 100 Hz quando amplificado e colocado em um alto-falante. Atualmente é possível alcançar baixos níveis de ruído *burst* com a utilização de processos modernos de fabricação de dispositivos.

Ruído avalanche

O ruído avalanche aparece quando a junção *pn* é operada no modo de condução reversa. Sob a influência de um forte campo elétrico reverso dentro da região de depleção da junção, os elétrons possuem energia cinética suficiente para que quando colidem com os átomos da rede cristalina sejam formados pares adicionais de elétrons-lacunas. Essas colisões são puramente aleatórias e produzem pulsos aleatórios de corrente similar ao ruído *shot*, porém muito mais intensos.

Quando os elétrons e lacunas da região de depleção de uma junção inversamente polarizada adquirem energia suficiente paraoccasionar um efeito de avalanche, é originada uma série aleatória de grandes picos de ruído. A magnitude do ruído é difícil de prever porque depende do material.

Uma vez que a ruptura Zener de uma junção *pn* ocasiona o ruído de avalanche, a melhor forma de eliminar o ruído de avalanche é projetar novamente o circuito sem a utilização de diodos Zener.

Para exemplificar o ruído inerente, considere um simples resistor que na realidade é uma fonte de ruído térmico, em qualquer sistema eletrônico, representado na Figura 4.37 por V_a (fonte de ruído térmico) em série com o resistor ideal R .

Como foi descrito anteriormente, em qualquer temperatura acima do zero absoluto os elétrons em qualquer material apresentam um movimento aleatório constante. Porém, em função do comportamento aleatório desse movimento em qualquer direção, não existe nenhuma corrente detectável em direção alguma. Em outras palavras, os elétrons estão estatisticamente descorrelacionados. Contudo, existe uma série contínua de pulsos aleatórios de corrente gerados no material



Figura 4.37 Ruído devido a um resistor comercial que se comporta como uma fonte de ruído térmico V_a .

denominado ruído Johnson ou ruído térmico. Se o ruído Johnson é expresso por:

$$(V_a)^2 = 4 \cdot K \cdot T \cdot R \cdot B$$

em que:

V_a é a tensão elétrica do ruído dada em volts [V];

K é a constante de Boltzmann $(1,38 = 10^{-21} \frac{\text{J}}{\text{K}})$;

T é a temperatura em K;

R é a resistência em ohms [Ω];

B é o comprimento de banda em hertz [Hz].

Substituindo-se as constantes e normalizando a expressão para 1 k Ω :

$$V_a = 4 \sqrt{\frac{R}{1 \text{ k}\Omega}} \left[\frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]$$

Esse resultado mostra que quanto maior o resistor R , maior a tensão de ruído térmico (rms).

Ruído de interferência ou EMI (Electro-Magnetic Interference): proveniente do ambiente externo ao circuito. Pode ter origem em fenômenos naturais, tais como descargas atmosféricas, ou estar relacionado ao acoplamento com outros equipamentos elétricos da sua vizinhança, por exemplo, computadores, fontes chaveadas, aquecedores controlados com SCRs, transmissores de sinais de rádio, relés etc. Tipo mais comum de ruído e prejudicial aos sistemas de aquisição de dados e sistemas de medição. Além disso, é a única forma de ruído que pode ser influenciada pelas escolhas de cabamento e blindagem, como será abordado a seguir.

Ruído por imperfeições nos processos: originado pelas imperfeições de pontos de solda (efeito termopar), efeito triboelétrico (ruído gerado dentro de condutores em movimento alternado), maus contatos nos conectores, discretização de valores analógicos, regiões não lineares de operação e imperfeições dos amplificadores operacionais, tais como tensões e correntes de *offset*, amplificação de modo comum e impedâncias de entrada e saída diferentes do ideal.

Relação sinal-ruído (SNR)

Como já foi citado no Capítulo 1, a relação sinal-ruído é uma figura de mérito que define a razão entre as potências do sinal e do ruído total presente nesse sinal.

$$SNR = 10 \cdot \log \left(\frac{\text{potência do sinal}}{\text{potência do ruído}} \right) [\text{dB}]$$

Também é possível definir a SNR como a relação de dois sinal rms. Nesse caso o resultado é adimensional e produz uma avaliação relativa entre o sinal e o ruído:

$$SNR = \frac{V_{rms} \text{ do sinal}}{V_{rms} \text{ do ruído}}$$

Circuitos amplificadores (essenciais no projeto de condicionadores para sistemas de instrumentação) podem ser avaliados pela relação sinal ruído (SNR), também denominada S_n . Como visto anteriormente, o ruído resultante da agitação térmica dos elétrons pode ser medido em termos de potência (P_n) dada em watts:

$$P_n = K \cdot T \cdot B [W]$$

em que:

P_n é a potência do ruído em watts [W];

K é a constante de Boltzmann $\left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right)$;

T é a temperatura em kelvin;

B é o comprimento de banda em hertz [Hz].

Observe que na expressão $P_n = K \cdot T \cdot B$, não existe nenhum termo de frequência, somente o comprimento de banda (B). Dessa forma, o ruído térmico é gaussiano (ou aproximadamente gaussiano), tal que os conteúdos de frequência, fase e amplitudes são igualmente distribuídos ao longo do espectro de entrada. Assim sendo, em sistemas com comprimento de banda limitada, como por exemplo amplificadores ou redes, a potência total do ruído está relacionada à temperatura e ao comprimento de banda.

Fator ruído, figura e temperatura: o ruído de um sistema ou rede pode ser definido de três formas diferentes, mas relacionadas: fator ruído (F_n), figura de ruído (NF) e temperatura de ruído equivalente (T_e) definidas em decibéis ou temperatura equivalente. Para componentes tais como os resistores, o fator ruído é a razão do ruído produzido pelo resistor real para o ruído térmico simples de um resistor ideal. O **fator ruído** de um sistema é a razão da potência ruído saída (P_n) pela potência ruído entrada (P_{n0}):

$$F_n = \frac{P_n}{P_{n0}} \Bigg|_{T=290\text{K}} .$$

Para permitir comparações, o fator ruído é sempre medido em uma temperatura padronizada (T_0) de 290 K (denominada temperatura padronizada da sala). A potência de ruído entrada, P_{n0} , é definida como o produto da fonte ruído na temperatura padronizada (T_0) e o ganho do amplificador (G):

$$P_{n0} = G \cdot K \cdot B \cdot T_0 .$$

É também possível definir o fator ruído F_n em termos de saída e entrada SNR:

$$F_n = \frac{S_n}{S_{n0}}$$

que também é:

$$F_n = \frac{P_n}{K \cdot T_0 \cdot B \cdot G}$$

em que:

S_n é a relação sinal-ruído da entrada;

S_{n0} é a relação sinal-ruído da saída;

P_{n0} é a potência ruído da saída;

K é a constante de Boltzmann $\left(1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}\right)$;

T_0 é 290 K;

B é o comprimento de banda da rede em hertz [Hz];

G é o ganho do amplificador.

O fator ruído pode ser avaliado em um modelo que considera o amplificador ideal. Sendo assim, o amplificador somente apresenta o ganho G do ruído produzido pela fonte ruído entrada:

$$F_n = \frac{K \cdot T_0 \cdot B \cdot G + \Delta N}{K \cdot T_0 \cdot B \cdot G}$$

ou

$$F_n = \frac{\Delta N}{K \cdot T_0 \cdot B \cdot G}$$

em que ΔN é o ruído adicionado pela rede ou amplificador.

Figura ruído (também denominada **figura de mérito**): é uma medida frequentemente usada em amplificadores. É o fator ruído convertido para a notação em decibéis:

$$NF = 10 \times \log_{10} (F_n)$$

em que:

NF é a figura ruído em decibéis (dB);

F_n é o fator ruído.

Temperatura ruído: é o termo utilizado para especificar ruídos em termos de uma temperatura equivalente. A temperatura ruído equivalente T_e não é uma temperatura física do amplificador, mas um aspecto teórico construído em função de uma temperatura equivalente que produz potência ruído. A temperatura ruído está relacionada ao fator ruído por:

$$T_e = (F_n - 1) T_0$$

e com a figura ruído:

$$T_e = \left[\log^{-1} \left(\frac{NF}{10} \right) - 1 \right] \cdot K \cdot T_0 .$$

Em função da definição da temperatura ruído T_e , podemos definir o fator ruído e a figura ruído em termos da temperatura ruído:

$$F_n = \frac{T_e}{T_0} + 1$$

$$NF = 10 \times \log_{10} \left(\frac{T_e}{T_0} + 1 \right)$$

O ruído total em qualquer amplificador ou rede é a soma do ruído interno e externo. Em termos da temperatura ruído:

$$P_{n(total)} = G \cdot K \cdot B \cdot (T_0 + T_e)$$

em que $P_{n(total)}$ é a potência ruído total.

4.5.3 Formas de infiltração do ruído

O ruído se infiltra nos sistemas de instrumentação de dois modos:

Ruído de modo série: atua em série com a tensão de saída do transdutor sensor primário, ocasionando erros muito significativos na saída de medição.

Ruído de modo comum: é menos sério porque ocasiona variações iguais dos potenciais em ambos os condutores do circuito de sinal e dessa forma o nível da saída de medição não é alterado. Apesar disso, esse tipo de ruído deve ser considerado cuidadosamente, uma vez que pode se transformar em tensões de modo série em algumas circunstâncias.

4.5.4 Procedimentos para redução de ruído em cabeamento

Os cabos utilizados nos sistemas eletrônicos (incluindo evidentemente sistemas de instrumentação) são essenciais e devem ser cuidadosamente escolhidos. Normalmente são elementos de comprimento considerável nos sistemas; sendo assim, atuam como eficientes antenas irradiando ruído. Assumindo que o acoplamento entre circuitos pode ser representado pelas capacitâncias e indutâncias entre condutores, por consequência o circuito pode ser analisado pela Teoria de Circuitos. Existem três tipos básicos de acoplamento:

Acoplamento capacitivo ou elétrico: resulta da interação dos campos elétricos entre os circuitos;

Acoplamento indutivo ou magnético: resulta da interação entre campos magnéticos de dois circuitos;

Acoplamento eletromagnético: combinação dos campos elétricos e magnéticos.

Acoplamento capacitivo: para compreensão do acoplamento capacitivo usaremos o modelo clássico de representação simplificada do acoplamento capacitivo entre dois condutores, conforme Figura 4.38. O circuito equivalente do acoplamento foi elaborado considerando a tensão elétrica V_1 no condutor 1 como fonte de interferência e no condutor 2 como circuito afetado ou receptor dessa interferência.

Pela Teoria de Circuitos, a tensão ruído V_N produzida entre o condutor 2 e a referência pode ser expressa por (desprezando a

capacitância C_{1G} em função da fonte de tensão V_1 , pois não afeta no acoplamento):

$$V_N = \frac{j \cdot \omega \left[\frac{C_{12}}{C_{12} + C_{2G}} \right]}{j \cdot \omega + \frac{1}{R(C_{12} + C_{2G})}} \times V_1$$

em que:

$$\text{A impedância do capacitor é } Z_C = j \frac{1}{\omega \cdot C};$$

C_{12} é a capacitância parasita entre os condutores 1 e 2;

C_{1G} é a capacitância entre o condutor 1 e a referência;

C_{2G} é a capacitância total entre o condutor 2 e a referência e o efeito de qualquer circuito conectado ao condutor 2;

R é a resistência do circuito 2 com relação à referência (resulta do circuito conectado ao condutor 2);

ω é a frequência angular ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$), em que f é a frequência dada em hertz.

Considerando R uma impedância muito pequena:

$$R \ll \frac{1}{j \cdot \omega (C_{12} + C_{2G})}$$

a tensão ruído V_N pode ser simplificada para:

$$V_N = j \cdot \omega \cdot R \cdot C_{12} \cdot V_1$$

que descreve o **acoplamento capacitivo entre dois condutores**, mostrando que a tensão ruído V_N é diretamente proporcional à frequência ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$) da fonte interferente (fonte geradora da interferência), à resistência R , à capacitância entre os condutores 1 e 2 e à magnitude da tensão V_1 .

Uma questão importante é considerar que, se a tensão e a frequência da fonte de ruído não podem ser alteradas, restam, portanto, somente dois parâmetros para **redução do acoplamento capacitivo**: o circuito receptor (no exemplo o condutor 2) pode operar com baixa resistência R ou a capacitância C_{12} deve ser reduzida através do posicionamento adequado dos condutores, pela blindagem ou pela separação física dos condutores (a separação dos condutores reduz a capacitância C_{12} , reduzindo dessa forma a tensão induzida no condutor 2).

Agora vamos considerar uma R muito grande:

$$R \gg \frac{1}{j \cdot \omega (C_{12} + C_{2G})}$$

a tensão ruído V_N pode ser simplificada para:

$$V_N = \left(\frac{C_{12}}{C_{12} + C_{2G}} \right) V_1$$

Nessa condição, o ruído produzido entre o condutor 2 e a referência é devido ao divisor de tensão e, portanto, a tensão ruído é independente da frequência.

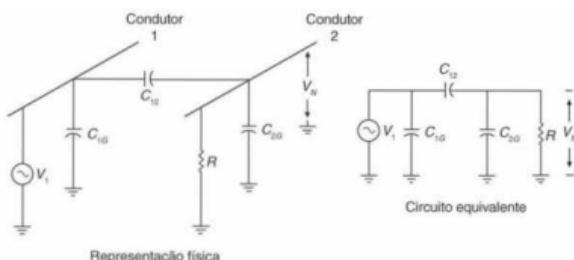


Figura 4.38 Exemplo clássico para o acoplamento capacitivo entre dois condutores.

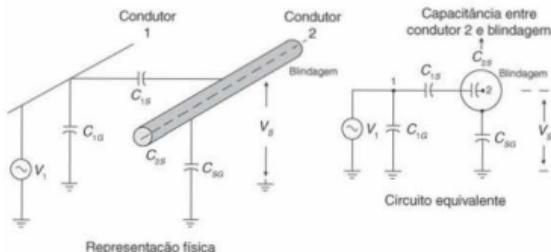


Figura 4.39 Acoplamento capacitivo com condutor 2 blindado.

Blindagem: utiliza-se o mesmo exemplo da Figura 4.38, considerando-se porém que uma blindagem foi colocada ao redor do condutor receptor (condutor 2) com R infinito, gerando a configuração da Figura 4.39.

A tensão V_s é dada por:

$$V_s = \left(\frac{C_{1S}}{C_{1S} + C_{2S}} \right) \times V_1$$

Como nenhuma corrente flui através de C_{2S} (capacitância entre o condutor 2 e a blindagem), a tensão no condutor 2 é:

$$V_N = V_s.$$

Caso a **blindagem esteja aterrada**, a tensão $V_s = 0$ e a tensão ruído V_N no condutor 2 são reduzidas para ZERO (situação condutor e blindagem ideal). De qualquer forma, para uma boa blindagem do campo elétrico, é necessário (1) minimizar o comprimento do condutor central que excede a blindagem e (2) fornecer um bom aterramento à blindagem (uma simples conexão à referência fornece um bom aterramento para cabos não maiores do que $\sqrt[2]{20}$ do comprimento de onda, porém para cabos longos podem ser necessárias múltiplas referências).

Considerando R finito e bem menor do que:

$$R \ll \frac{1}{j \cdot \omega (C_{12} + C_{2S} + C_{2S})}$$

fato que normalmente ocorre, a tensão ruído de acoplamento é:

$$V_N = j \cdot \omega \cdot R \cdot C_{12} \cdot V_1.$$

Essa é exatamente a mesma expressão determinada para o cabo sem aterramento, porém a capacidade entre os condutores 1 e 2 C_{12} foi consideravelmente reduzida em função da blindagem.

Acoplamento indutivo: a discussão é similar à anterior, porém relacionada a campos magnéticos. Relembrando os conceitos de Eletromagnetismo, quando uma corrente I tragefa em um circuito fechado, produz um fluxo magnético ϕ proporcional à corrente (α constante de proporcionalidade é denominada indutância L , que depende da geometria do circuito e das propriedades magnéticas do meio):

$$\phi = L \cdot I.$$

Considere que o fluxo de corrente em um circuito produz um fluxo magnético em um segundo circuito; sendo assim, uma indutância mútua entre os circuitos 1 e 2 é criada:

$$M_{12} = \frac{\phi_{12}}{I_1}$$

em que ϕ_{12} representa o fluxo magnético no circuito 2 devido à corrente no circuito 1 (I_1). Resumidamente, a tensão induzida V_N em um caminho fechado de área A devido ao campo magnético da densidade de fluxo B (derivada da lei de Faraday) é dada por:

$$V_N = j\omega \cdot B \cdot A \cdot \cos(\theta)$$

em que $B \cdot A \cdot \cos(\theta)$ representa o fluxo magnético total ϕ_{12} acoplado ao circuito receptor. Através de manipulação algébrica de $M_{12} = \frac{\phi_{12}}{I_1}$ e $V_N = j\omega \cdot B \cdot A \cdot \cos(\theta)$:

$$V_N = j\omega \cdot M \cdot I_1 = M \frac{di}{dt}$$

que descreve o acoplamento indutivo entre dois circuitos, conforme esboço da Figura 4.40, em que:

I_1 é a corrente no circuito interferente (fonte de ruído);

M é a indutância mútua entre os dois circuitos;

ω é a frequência angular (percebe-se que o acoplamento é diretamente proporcional à frequência).

Para reduzir a tensão ruído V_N , B , A ou $\cos(\theta)$ precisam ser reduzidos. A densidade de fluxo B pode ser reduzida pela separação física dos circuitos ou trançando os fios da fonte, fornecendo um fluxo de corrente no par trançado e não através do plano de terra. O $\cos(\theta)$ pode ser reduzido através da orientação apropriada da fonte e circuitos receptores. A área do circuito receptor pode ser reduzida pelo uso de condutores trançados entre si (par trançado).

Pode-se verificar na Figura 4.40 que a utilização de uma blindagem não magnética não terá efeito sobre o acoplamento magnético. Tampouco um aterramento nessa blindagem, uma vez que nela não serão modificadas as propriedades magnéticas do meio.

Considerando um cabo coaxial nesse caso, a indutância mútua entre a blindagem e condutor do centro do cabo é igual à indutância da blindagem. Nesse caso, o circuito equivalente entre a blindagem e o condutor central é mostrado na Figura 4.41.

E o ruído induzido pode ser calculado por:

$$V_N = \left(\frac{j\omega}{j\omega + R_{L_i}} \right)$$

Para evitar radiação magnética de cabos coaxiais, também deve-se aterrá-lo. Ao se aterrar um ponto da blindagem, o campo elétrico é limitado nessa blindagem, porém o efeito do campo magnético não é cancelado. É preciso aterrar os dois lados da

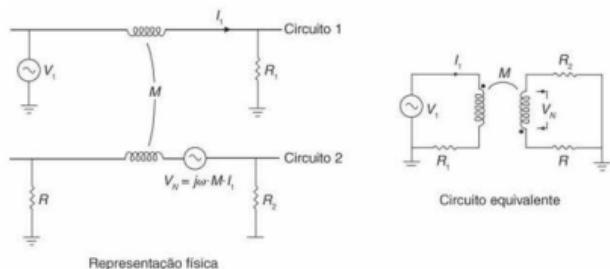


Figura 4.40 Acoplamento magnético entre dois circuitos.

blindagem, forçando a circulação de correntes de mesma intensidade, que acabam por cancelar o campo magnético. Isso é ilustrado na Figura 4.42.

No caso de um receptor, a melhor maneira de proteger-se contra campos magnéticos é reduzir a área de loop (ou área de laço) do receptor. Isso geralmente é feito observando-se o caminho de retorno da corrente até a fonte. Na Figura 4.43(a), a carga é ligada à fonte por um cabo sem blindagem e é caracterizada por uma área grande. Na Figura 4.43(b), a corrente de retorno tem um caminho de baixa impedância pela blindagem e a área de laço de corrente é reduzida, reduzindo os efeitos dos campos magnéticos. A Figura 4.43(c) mostra um condutor blindado com apenas uma das pontas conectada à terra. Nesse caso, não ocorre a redução da área de laço da corrente.

Entretanto, deve ser enfatizado que, quando aterrado em ambos os lados da blindagem, devido à intensidade das correntes nos laços de terra, apenas uma quantidade limitada de proteção é possibilitada. De fato, mesmo se apenas um lado da blindagem estiver aterrado, as correntes de ruído ainda podem estar circulando (por essa blindagem), devido a acoplamentos capacitivos. Assim, para máxima proteção em baixas freqüências a blin-

dagem não deve servir como condutor do sinal e um lado do circuito deve estar isolado do aterramento.

Comparação do cabo coaxial e par trançado: ambos são evidentemente úteis em diversas aplicações. Pares trançados blindados são muito úteis em freqüências até 100 kHz (com raras exceções), pois acima de 1 MHz as perdas na blindagem do par aumentam consideravelmente. Em contrapartida, os cabos coaxiais apresentam características de impedância mais uniformes com menores perdas. Apresentam uma faixa até as freqüências VHF (cerca de 100 MHz) e em aplicações especiais até 10 GHz. Um par trançado apresenta maior capacitação do que o cabo coaxial; sendo assim, não apresenta bom desempenho em altas freqüências ou em circuitos com alta impedância. Um cabo coaxial aterrado em um ponto apresenta um bom grau de proteção contra efeitos capacitivos. Porém se uma corrente ruído tráfega na blindagem, uma tensão ruído é produzida (sua magnitude é igual à corrente na blindagem vezes a resistência da blindagem – lei de Ohm). Como a blindagem é parte do caminho do sinal, essa tensão ruído aparece como ruído em série com o sinal de entrada. Uma dupla blindagem, ou triaxial, com isolamento entre as duas blindagens, pode eliminar o ruído produzido pela resistência da blindagem.

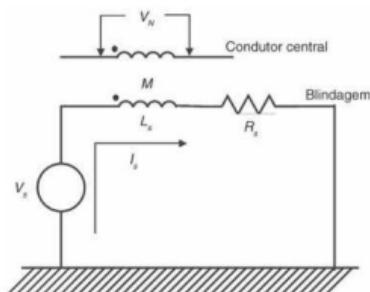


Figura 4.41 Circuito equivalente do condutor blindado.

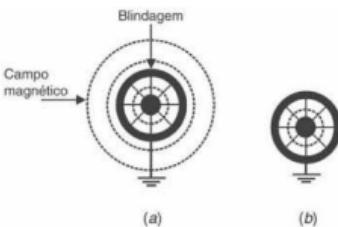


Figura 4.42 (a) Cabo coaxial blindado e conectado ao terra em uma ponta apenas; (b) cabo blindado e conectado ao terra em ambas as pontas.

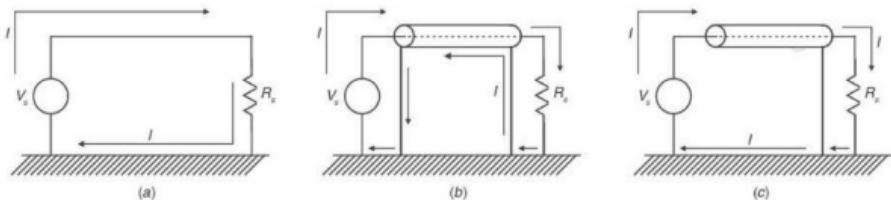


Figura 4.43 Lago (ou *loop de corrente*) de corrente entre uma fonte e uma carga: (a) sem blindagem; (b) com blindagem com ambas as pontas aterradas; (c) com blindagem aterrada em apenas uma ponta.

4.5.5 Minimização do ruído pelo aterramento

Aterramento é uma das maneiras primárias para minimizar ruídos indesejados. O aterramento e o cabeamento podem resolver um percentual considerável dos problemas de ruído.

Aterramento seguro: considerações relacionadas à segurança exigem que o chassi de um equipamento elétrico seja aterrado (esse conceito pode ser observado na Figura 4.44).

Na Figura 4.44(a), Z_1 é uma impedância parasita entre um ponto de potencial V_i e o chassi e Z_2 é uma impedância parasita entre o chassi e a referência (terra). O potencial do chassi V_{ch} é determinado pelas impedâncias Z_1 e Z_2 atuando como um simples divisor de tensão:

$$V_{ch} = V_i \times \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right).$$

É importante observar que essa tensão pode apresentar níveis perigosos e danosos à saúde humana, pois é determinado pelos valores relativos das impedâncias parasitas, sobre os quais existe pouquíssimo controle. Porém, se o chassi estiver aterrado, seu potencial é zero. A Figura 4.44(b) apresenta outra situação perigosa: um fusível interligando a linha de alimentação (AC) ao chassi. Se ocorrer uma quebra de isolamento, a linha AC ficará em

contato com o chassi, podendo liberar a capacidade total de corrente do circuito fusível. Se o chassi for aterrado e o isolamento quebrado, uma grande corrente da linha causará rompimento do fusível (queimarã), removendo a tensão do chassi.

Aterramento de sinais: um terra (ou referência) é definido como um ponto equipotencial ou plano que serve como potencial de referência para um circuito ou sistema. Nas aplicações práticas ou no mundo real, uma definição mais adequada para aterramento de sinais é um caminho de baixa impedância para a corrente retornar para a fonte.

O aterramento de sinais é determinado pelo tipo de circuito, pela frequência de operação, pelo tamanho do sistema e por outras considerações, tais como segurança. Usualmente pertencem a três categorias: aterramento em um ponto, aterramento multiponto e aterramento híbrido. A Figura 4.45 apresenta as categorias de aterramento em um ponto e multiponto.

A principal limitação do sistema de aterramento em um ponto ocorre em altas freqüências, em que as indutâncias dos condutores aterrados aumentam a impedância do aterramento. O sistema de aterramento multiponto é utilizado principalmente em altas freqüências e circuitos digitais para minimizar a impedância do aterramento. Resumidamente, em freqüências inferiores a 1 MHz um aterramento em um ponto é utilizado; acima de 10 MHz um sistema de aterramento multiponto deve ser implementado.

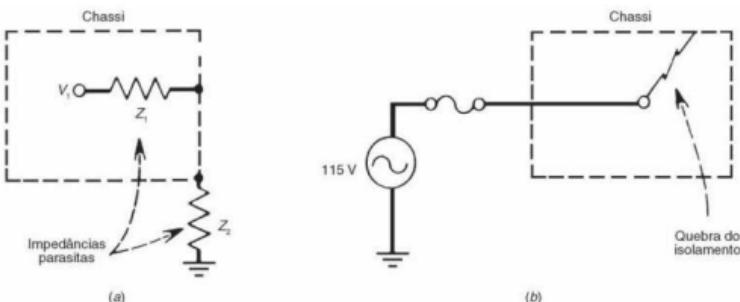


Figura 4.44 Para segurança, o chassi deve ser aterrado, caso contrário tensões danosas à saúde podem estar disponíveis sobre impedâncias parasitas ou podem quebrar o isolamento do instrumento.



Figura 4.45 Aterramento em um ponto apenas e multiponto.

Blindagem de amplificadores: amplificadores de alto ganho muitas vezes são blindados para possibilitar uma proteção aos campos elétricos. A questão é onde a blindagem deve ser aterrada. Para evitar oscilações no circuito amplificador, a blindagem deve ser conectada ao terminal comum do mesmo.

Resumidamente, o sistema de aterramento deve respeitar as seguintes considerações:

- ¶ em baixas frequências, o aterramento em um ponto pode ser usado;
- ¶ em altas frequências e circuitos digitais, um sistema de aterramento multiponto deve ser utilizado;
- ¶ em sistemas de baixa frequência, devem ser projetadas, no mínimo, três referências separadas: referência para o sinal, referência para o ruído e referência para o hardware;
- ¶ o objetivo básico de um bom sistema de aterramento é minimizar a tensão ruído;
- ¶ para o caso de um amplificador aterrado com uma fonte não aterrada, a entrada do cabo blindado deve ser conectada ao terminal comum do amplificador;
- ¶ para o caso de uma fonte aterrada com um amplificador não aterrado, a entrada do cabo blindado deve ser conectada ao terminal comum da fonte;
- ¶ uma blindagem próxima de um amplificador de alto ganho deve ser conectada ao comum do amplificador;
- ¶ quando um circuito é aterrado em ambos os lados, o loop formado é suscetível ao ruído de campos magnéticos e tensões diferenciais;
- ¶ o método para impedir os loops de referência é utilizar transformadores isolados, ou acopladores ópticos, ou amplificadores diferenciais ou amplificadores isoladores;
- ¶ em altas frequências, a blindagem dos cabos é usualmente aterrada em mais de um ponto.

4.5.6 O ruído intrínseco dos componentes eletrônicos

Os componentes eletrônicos não estão livres dos diversos tipos de ruído inerente mencionados nesta seção. Geralmente, esses componentes são tratados na forma de modelos que incluem os

efeitos observados. A seguir, serão mostrados alguns modelos aplicados a alguns dos componentes eletrônicos.

4.5.6.1 O ruído intrínseco dos resistores

O ruído de um resistor pode ser modelado como uma fonte de tensão de ruído térmico (Johnson) em série com um outro resistor sem ruído, ou como uma fonte de corrente em paralelo com o resistor sem ruído, como mostra a Figura 4.46. Esses modelos são equivalentes e podem ser intercambiados para facilitar a análise.

4.5.6.2 O ruído intrínseco nos diodos

O diodo é geralmente modelado com uma fonte de tensão representando o ruído térmico e uma outra de corrente representando os ruídos shot e flicker (veja seções anteriores) como mostrado na Figura 4.47.

4.5.6.3 O ruído intrínseco dos transistores de junção bipolares (TJB)

Com a exceção do ruído avalanche, o TJB, de forma geral, exibe todos os tipos de ruído que dependem do ponto de operação do dispositivo. Entretanto, prevalecem fonte de ruído shot na

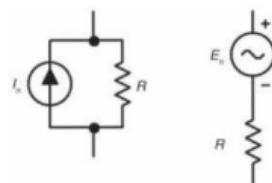


Figura 4.46 Modelo do resistor com ruído térmico.

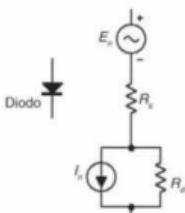


Figura 4.47 Modelo do diodo com fontes de ruído térmico, *flicker* e *shot*.

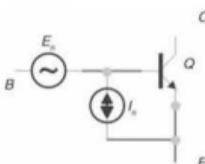


Figura 4.48 Fontes de corrente de ruído *shot* e *flicker* transferidos para a base e de tensão para o ruído térmico nos TJs.

base e no coletor, modelados com duas fontes de corrente, superposta a uma fonte de tensão de ruído térmico na base. Apesar de o ruído nesse componente poder ser tratado com as três fontes de ruído na base e no coletor, é geralmente mais simples transferir as fontes para a base. Dessa forma, uma fonte de tensão representando uma parcela do ruído *shot* do coletor e uma parcela do ruído Johnson da resistividade de base são ligadas em série com uma fonte de corrente representando ruídos *shot* e *flicker* da base e mais uma parcela do ruído *shot* do coletor, como mostra a Figura 4.48.

As densidades espectrais de potência para o TBJ podem ser descritas por:

$$e_n^2 = 4kT \left(r_b + \frac{1}{2qI_n/KT} \right)$$

$$i_n^2 = 2q \left(I_B + K_1 \frac{I_B^2}{f} + \frac{I_c}{|\beta(jf)|^2} \right)$$

em que:

- \$r_b\$ é a resistividade intrínseca da base;
- \$I_B\$ e \$I_c\$ são as correntes DC da base e do coletor;
- \$K_1\$ e \$a\$ são constantes do dispositivo;
- \$\beta(jf)\$ é ganho de corrente.

4.5.6.4 O ruído intrínseco dos MOSFET

As densidades espectrais de potência para os MOSFET são:

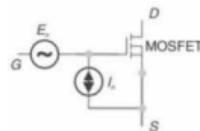


Figura 4.49 Modelo das fontes de ruído na entrada do MOSFET

$$e_n^2 = \left[4kT \frac{2}{3g_m} + \frac{K_2}{WLf} \right] e i_n^2 = 2qI_G$$

sendo:

\$g_m\$ a transcondutância;

\$K_2\$ a constante do dispositivo;

\$W\$ e \$L\$ os parâmetros de espessura e comprimento do canal.

O ruído *shot*, representado pela fonte de corrente, é desprezível para a temperatura ambiente, mas passa a ser significativo quando esta também aumenta. Na expressão de \$e_n^2\$, o primeiro termo representa o ruído térmico devido à resistividade do canal e o segundo representa o ruído *flicker*. Esse último é de maior importância para o MOSFET. O ruído *flicker* é inversamente proporcional à área \$W \times L\$, assim ele só pode ser reduzido utilizando geometrias grandes. A Figura 4.49 mostra um modelo de um MOSFET com as fontes de ruído na entrada.

4.5.6.5 O ruído intrínseco dos JFET

As densidades espectrais de potência do ruído de entrada (utilizando o mesmo modelo que para o MOSFET) para o JFET são:

$$e_n^2 = 4kT \left(\frac{2}{3g_m} + K_2 \frac{I_D^2}{g_m^2 f} \right)$$

$$i_n^2 = 2qI_G + \left(\frac{2\pi f C_g}{g_m} \right)^2 \left(4kT \frac{2}{3g_m} + K_3 \frac{I_D^2}{f} \right)$$

em que:

\$g_m\$ é a transcondutância;

\$I_D\$ é a corrente de dreno DC;

\$I_G\$ é a corrente de fuga do *gate*;

\$K_2\$, \$K_3\$ e \$a\$ são constantes do dispositivo;

\$C_g\$ é a capacidade entre o *gate* e a *source*.

Na expressão de \$e_n^2\$, o primeiro termo representa o ruído térmico no canal e o segundo termo, o ruído *flicker* da corrente de dreno. Na temperatura ambiente, em frequências moderadas, todos os termos da corrente de entrada do JFET são desprezíveis, mas aumentam à medida que a temperatura é incrementada, tornando-se significativa. Comparados com os TJBs, os JFETs possuem valores de transcondutância mais baixos, indicando que amplificadores operacionais que contêm JFET na entrada tendem a exibir mais ruído em condições similares. Além disso, \$e_n^2\$ no

JFET contém ruído *flicker*. Essas desvantagens são compensadas em parte por um desempenho melhor em relação à corrente de ruído, ao menos à temperatura ambiente.

4.5.6.6 O ruído intrínseco dos amplificadores operacionais

O amplificador operacional (opamps) é um conglomerado de resistores, transistores e capacitores integrados numa pastilha de silício. Seria bastante complicado, e não muito prático, analisar cada um dos componentes discretos do circuito com o seu modelo equivalente ruidoso. Ao invés, o ruído dos amplificadores operacionais não é especificado com um tipo de fonte de ruído, mas com um modelo geral, o qual descreve o comportamento do dispositivo. Isso é especificado com um gráfico do ruído equivalente de entrada versus frequência, evidenciando os efeitos predominantes devido ao ruído. Nos opamps geralmente o ruído rosa é o efeito dominante na baixas frequências, e o ruído branco é o efeito dominante nas altas frequências.

Para calcular o ruído total do amplificador, é necessário dividir o ruído em duas seções, a parte rosa e a parte branca, e depois calcular o ruído total do amplificador.

O ponto do espectro de frequência em que o ruído $\frac{1}{f}$ e o branco são iguais é denominado frequência de canto ou joelho do ruído, f_{nc} . A f_{nc} pode ser aproximada utilizando-se um gráfico, extrapolando-se duas retas que caracterizam os ruídos rosa e branco. Para o primeiro, basta estender a reta tangente que corta o eixo vertical (no ponto de menor frequência do gráfico), e para o segundo basta estender a reta horizontal. O ponto de intersecção é aproximadamente o ponto de f_{nc} e representa a frequência na qual os ruídos rosa e branco são iguais em amplitude. O ruído total é calculado somando-se os dois sinais. Quando existem várias fontes de ruído num circuito, o valor RMS de sinal de ruído total resultante é a raiz quadrada da soma dos valores médios quadrados das fontes individuais. Como as duas fontes de ruído têm amplitudes iguais no circuito, o ruído aumentará 3 dB ou $\sqrt{2} \times$ o valor da especificação do ruído branco, nesse caso. A Figura 4.50 mostra a curva do amplificador operacional OPA2652 (*datasheet* disponível em www.ti.com).

Também pode-se calcular (com aproximação melhor que o método gráfico) a frequência de joelho do ruído da seguinte forma:

- primeiro verifica-se no gráfico o ruído rosa na menor frequência disponível (no caso 100 Hz).

Verifica-se também o valor do ruído branco (no caso $8 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$).

E procede-se:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Valor do ruído } \frac{1}{f} \text{ em } 100 \text{ Hz} = 40 \left[\frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]^2 \\ - \left(\text{Valor do ruído branco que é } 8 \left[\frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]^2 \right) \end{array} \right] \times \text{Freq. do ruído } \frac{1}{f} [\text{Hz}]$$

- calculando temos:

$$e_{1/f}^2 \text{ em } 100 \text{ Hz} = [(40)^2 - (8)^2] \times 100 = 153 \, 600 \frac{(\text{nV})^2}{\text{Hz}}$$

INPUT VOLTAGE AND CURRENT NOISE DENSITY

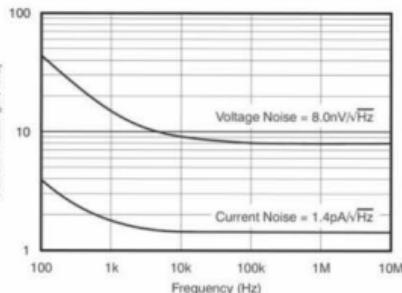


Figura 4.50 Curva de densidade do ruído para a tensão e corrente do amplificador operacional OPA2652. Cortesia Texas Instruments.

(iii) podemos então calcular f_{nc} , fazendo:

$$f_{nc} = \frac{e_{1/f}^2 \text{ em } 100 \text{ Hz}}{(\text{ruído branco})^2} = \frac{153 \, 600 (\text{nV})^2}{\left(\frac{8 \text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2} = 2400 \text{ Hz}$$

(iv) verificando-se o gráfico da Figura 4.50 e aplicando-se o método aproximado descrito anteriormente, o resultado pode ser confirmado. Uma vez que a frequência de canto é conhecida, as componentes individuais do ruído podem ser somadas. Continuando com o exemplo para a faixa de frequências de 100 Hz a 10 MHz:

$$\begin{aligned} e_n &= e_{\text{branco}} \sqrt{f_{nc} \ln \frac{f_{\text{mix}}}{f_{\text{min}}} + (f_{\text{mix}} - f_{\text{min}})} \\ e_n &= 8 \frac{\text{nV}}{\text{Hz}} \sqrt{2400 \text{ Hz} \times \ln \frac{10 \, 000 \, 000}{100} + (10000000 - 100)} = \\ &= 25,33 \mu\text{V} \equiv -92 \text{ dBV} \end{aligned}$$

Esse exemplo pressupõe que a largura de banda inclui f_{nc} . Se não for assim, toda a contribuição será ou do ruído rosa ou do ruído branco (a primeira parcela dentro da raiz da equação anterior diz respeito ao ruído rosa $\frac{1}{f}$, enquanto a segunda parcela é relativa ao ruído branco – faixa plana). Se a largura de banda for muito grande e se estender três décadas ou mais acima de f_{nc} , a contribuição do ruído $\frac{1}{f}$ (rosa) pode ser ignorada, que é o caso do exemplo apresentado. Pode-se verificar que o resultado muda pouco se dentro da raiz for deixada apenas a segunda parcela.

Os fabricantes de amplificadores operacionais medem as características de ruído de um grande conjunto de amostras dos dispositivos. Essa informação é compilada e usada para determinar o desempenho típico do dispositivo. Essas especificações se referem à entrada de ruído no amplificador operacional. Algumas partes do ruído são mais bem representadas por fontes de tensão, e outras, como fontes de corrente. A tensão de ruído de

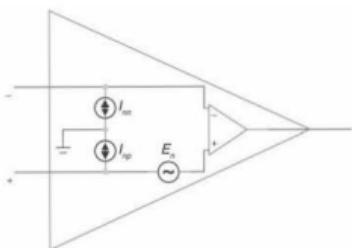


Figura 4.51 Modelo do amplificador operacional com as fontes de ruído.

Entrada pode ser representada por uma fonte de tensão em série com a entrada não inversora. A corrente de ruído de entrada é sempre representada por uma fonte de corrente em ambas as entradas com relação ao ponto de terra, conforme mostra a Figura 4.51.

Na prática, os circuitos dos amplificadores operacionais são projetados para receber sinais de circuitos ou sensores com baixa impedância de saída, tanto na entrada inversora quanto na não inversora. As entradas inversora e não inversora são normalmente *gates* de transistores JFET ou CMOS, e somente a tensão de ruído é importante, já que a corrente de ruído é praticamente insignificante devido à altíssima impedância de entrada desses transistores.

Se o circuito anterior (desconsiderando as correntes de ruído) for conectado na forma de um estágio inverter com ganho, o circuito equivalente ficará como mostra a Figura 4.52.

Usando o princípio da superposição, considerando uma fonte de ruído de cada vez o problema poderá rapidamente ser resolvido.

As fontes de tensão adicional e_1 a e_3 representam as contribuições de ruído térmico dos resistores. O ruído dos resistores somente pode ser ignorado se os seus valores são pequenos. Na maioria dos casos de configurações inversoras, essa entrada é ligada diretamente ao terreno, e nesse caso o resistor R_3 e sua fonte de ruído Johnson podem ser ignorados.

Se nesse exemplo for calculada apenas a contribuição do ruído do amplificador operacional, temos:

$$E_0 = \sqrt{\left(E_{in} \frac{R_2}{R_1}\right)^2 + \left(e_s \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right)^2}$$

De maneira semelhante, pode-se calcular (considerando o OPAMP nas mesmas condições do exemplo anterior) a tensão de saída para a configuração não inversora (apenas invertendo as posições de E_{in} e da referência):

$$E_0 = \sqrt{\left(E_{in} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right)^2 + \left(e_s \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right)^2}$$

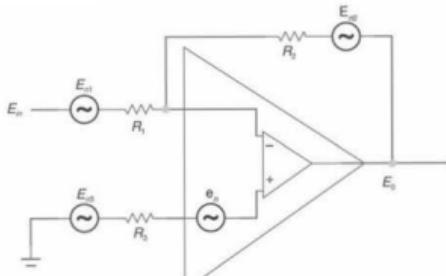


Figura 4.52 Modelo do circuito amplificador inveror com ganho.

e diferencial (adicionando um resistor à referência após R_3 de valor igual a R_2) fazendo E_{o1} o sinal na entrada inversora e E_{o2} o sinal na entrada não inversora:

$$E_0 = \sqrt{\left(\left(E_{in2} - E_{in1}\right) \frac{R_2}{R_1}\right)^2 + \left(e_s \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right)^2}$$

Em muitos casos, o fabricante apresenta no próprio *datasheet* do componente a análise com o circuito equivalente. Por exemplo, o *datasheet* do componente OPA2652 traz o circuito da Figura 4.53.

Nesse modelo, todas as fontes de tensão e corrente estão colocadas na forma de densidade espectral $\frac{nV}{\sqrt{Hz}}$ ou $\frac{pA}{\sqrt{Hz}}$. A tensão de saída para esse circuito também é fornecida:

$$E_0 = \sqrt{\left(E_{in}^2 + (I_{BS} R_S)^2 + 4KTR_S\right) NG^2 + (I_{BR} R_F)^2 + 4KTR_F NG}$$

$$\text{em que } NG = \left(1 + \frac{R_F}{R_S}\right).$$

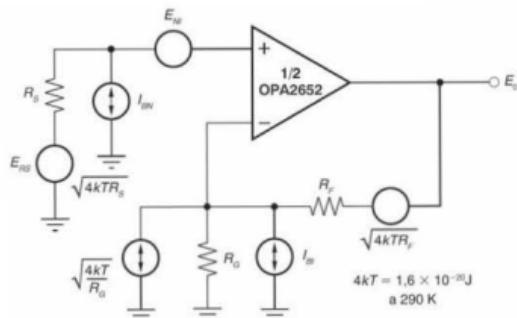


Figura 4.53 Modelo do OPAMP OPA2652 com fontes de ruído. Cortesia Texas Instruments.

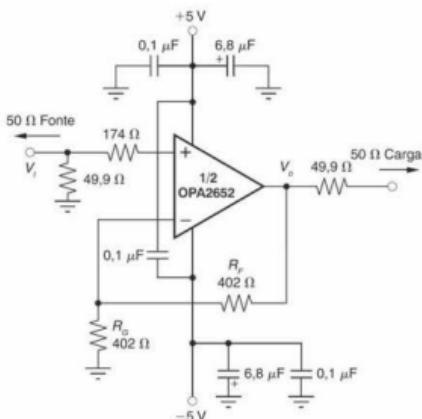


Figura 4.54 Circuito exemplo com o OPAMP OPA2652 de entrada não inversora para cálculo de ruído. Cortesia Texas Instruments.

Avaliando essa equação no circuito exemplo da Figura 4.54, chega-se aos resultados de:

$$\text{Ruído total na saída do circuito: } 17 \frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}} \text{ e}$$

$$\text{Ruído total na entrada do circuito: } 8,4 \frac{nV}{\sqrt{\text{Hz}}}.$$

Esses resultados já incluem o ruído adicionado pelo resistor de 205Ω na entrada não inversora a fim de compensar a corrente de polarização. Observa-se que o fabricante também recomenda manter os resistores das entradas do amplificador com valores menores que 300Ω (consulte o *datasheet* para mais detalhes).

De maneira geral, são oferecidos diversos tipos de amplificadores operacionais com características diferentes em relação ao ruído. Geralmente a aplicação é que vai determinar a necessidade e a escolha de um componente em específico. Atualmente os fabricantes de componentes disponibilizam muitas informações nas folhas de especificações (*datasheets*) ou na forma de notas de aplicações (*applications notes*).

Ruído em amplificadores em cascata: um sinal ruído é “considerado” pelo amplificador um sinal de entrada válido. Dessa forma, em um amplificador em cascata, o estágio final “considera” sinal de entrada o sinal original e o ruído amplificado por cada sucessivo estágio. Cada estágio em cascata altera os sinais e ruído dos estágios anteriores, contribuindo com algum ruído. O fator ruído sobreposto para um amplificador em cascata F_N pode ser calculado pela equação de Friis:

$$F_N = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 \cdot G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 \cdot G_2 \dots G_{n-1}}$$

em que:

- F_N é o fator de ruído sobreposto de N estágios em cascata;
- F_1 é o fator ruído do estágio 1;
- F_2 é o fator ruído do estágio 2;
- F_n é o fator ruído do estágio n ;
- G_1 é o ganho do estágio 1;
- G_2 é o ganho do estágio 2;
- G_{n-1} é o ganho do estágio $(n - 1)$.

Como se pode verificar pela equação, o fator ruído é dominado pela contribuição do ruído do primeiro ou do segundo estágio.

Amplificadores de alto ganho, baixo ruído (tais como os utilizados nos EEG) tipicamente utilizam um circuito amplificador de baixo ruído somente nos primeiros estágios em cascata.

Estratégias para redução do ruído em amplificadores: já foi possível perceber que o ruído é um sério problema para o desenvolvimento de sistemas, especialmente quando o sinal avaliado ou de interesse é caracterizado por ser de baixo nível (amplitude muito pequena, por exemplo). Algumas técnicas podem ser utilizadas para reduzir o ruído em amplificadores:

- A resistência da fonte e a resistência de entrada do amplificador devem ser as mais baixas possíveis. Utilizando-se resistências de valores altos aumenta-se o ruído térmico proporcionalmente.
- O ruído térmico total é também uma função da largura de banda do circuito. Portanto, a redução dessa largura de banda para o mínimo aceitável também minimiza o ruído.
- Prevenir o ruído externo que afeta o desempenho do sistema pelo uso apropriado de aterramento e filtragem.
- Utilizar amplificadores de baixo ruído no estágio de entrada do sistema.
- Para alguns circuitos semicondutores, utilizar a menor alimentação DC possível para o sistema funcionar.

Utilizando a realimentação para redução de ruído: a realimentação negativa é um método bem conhecido para reduzir erros de amplitude e fase, portanto reduz a distorção de um amplificador. O uso da realimentação pode também reduzir o ruído de saída do amplificador condicionador de sinal. Considere-se a Figura 4.55, que mostra o ganho distribuído em dois blocos G_1 e G_2 . O ganho total do circuito G é o produto $G_1 \cdot G_2$. Uma fon-

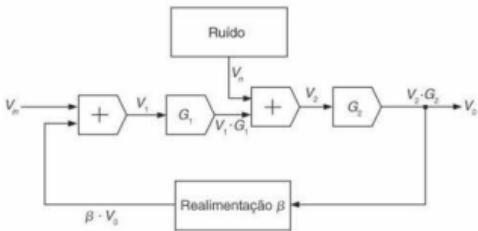


Figura 4.55 Diagrama de blocos de um amplificador em cascata: dois estágios.

te de ruído produz um sinal ruído V_o , injetado no sistema. Uma rede com função de transferência β produz um sinal $\beta \cdot V_o$ que é somado ao sinal de entrada V_{in} .

Pela inspeção da Figura 4.55:

$$\begin{aligned}V_1 &= V_{in} + \beta \cdot V_o \\V_2 &= V_1 \cdot G_1 + V_n \\V_o &= (V_{in} + \beta \cdot V_o) \cdot G_1 + V_n\end{aligned}$$

e

$$V_o = V_2 \cdot G_2$$

Substituindo:

$$V_o = [(V_{in} + \beta \cdot V_o) \cdot G_1 + V_n] \cdot G_2$$

e finalmente:

$$V_o = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 - \beta \cdot G_1 \cdot G_2} \left[V_{in} + \frac{V_n}{G_1} \right].$$

Essa expressão é condizente com a equação de Black para amplificadores realimentados $G_o = \frac{G}{1 - \beta \cdot G}$ e demonstra que o ruído é reduzido pelo fator de ganho G_1 .

Redução de ruído pela média do sinal: se o sinal é repetitivo ou periódico, é possível obter a relação sinal ruído médio do sinal (SNR) ou (S). Considerando-se essa técnica simples e assumindo que o ruído é aleatório ou um processo caótico,

$$S_n = 20 \times \log_{10} \left(\frac{V_{in}}{V_o} \right)$$

Então, para sistemas em que $V_{in} < V_o$, a redução do ruído pelo tempo médio é dada por:

$$\bar{S} = 20 \times \log_{10} \left(\frac{V_{in}}{\sqrt{\frac{V_o}{N}}} \right)$$

em que:

\bar{S} é a SNR tempo médio;

N é o número de repetições do sinal.

O efeito dessa técnica é o aumento do tempo necessário para coletar dados, tal que $f = \frac{1}{T}$.

4.5.7 Notas gerais de boas práticas para redução do ruído

Blindagem básica

A Figura 4.56(a) mostra um amplificador com entrada V_1 , saída V_2 e um ponto de referência comum denominado V_n . O condutor em volta do amplificador está inicialmente desconectado; em outras palavras, o potencial V_1 está “flutuante”. A Figura 4.56(b) mostra que todos os condutores possuem capacitâncias mútuas denominadas C_{13} , C_{23} e C_{33} . Fica evidente, nesse circuito, que existe uma realimentação da saída até a entrada. Uma prática comum em circuitos analógicos é ligar a blindagem metálica (caixa do equipamento) ao comum do circuito. Como resultado, o efeito das capacitâncias parasitas é reduzido, como mostrado na Figura 4.56(c). Essa prática é denominada aterrimento da blindagem.

A maioria dos circuitos necessita de conexões a pontos externos. A Figura 4.57(a) mostra uma conexão externa à entrada do amplificador. Observe que nesse caso a blindagem do cabo foi conectada ao comum do amplificador, e, devido a ruídos externos, uma tensão foi induzida no laço formado, e consequentemente surgiu uma corrente percorrendo o condutor. Se esse condutor é o comum do sinal, com uma resistência de 1Ω , para cada mA um sinal de interferência de 1 mV surgirá adicionado ao sinal. A fim de remover esse acoplamento, a conexão da blindagem ao comum do circuito deve ser feita em um ponto em que o comum do circuito se conecta ao terra externo. Essa conexão, mostrada na Figura 4.57(b), mantém a circulação da corrente de interferência apenas na blindagem externa do cabo. Existe somente um ponto de potencial zero externo ao invólucro metálico, e esse ponto é justamente o ponto de conexão ao referência externo.

Nenhuma parte da blindagem do cabo de entrada deve ser conectada a qualquer outro ponto de terra a fim de evitar laços, o que poderia acarretar correntes induzidas em condutores expostos. Uma conexão errada de blindagem permitirá que essa corrente flua para o interior do invólucro.

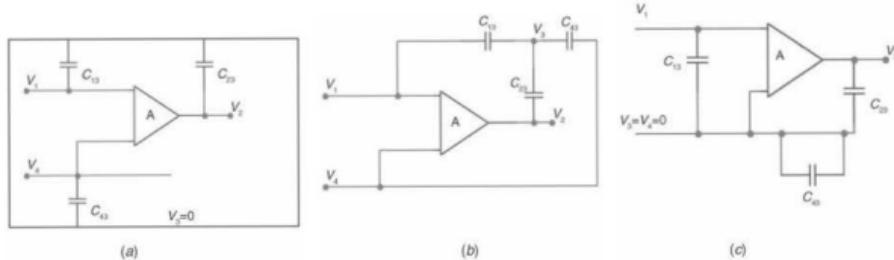


Figura 4.56 (a) Capacitâncias parasitas, (b) modelo eletrônico, (c) efeito do aterrramento na blindagem.

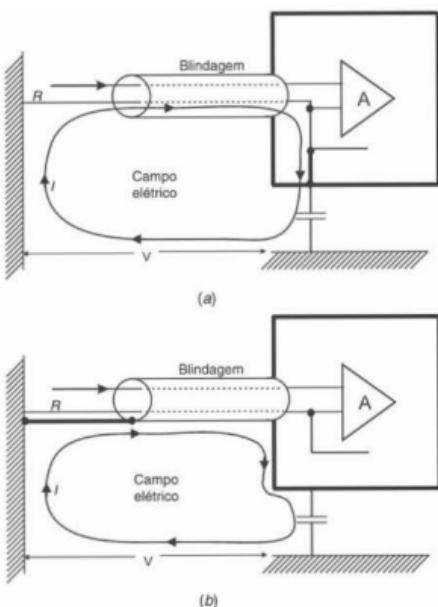


Figura 4.57 (a) O problema da conexão externa a um circuito de instrumentação – sem a ligação da blindagem; (b) ligação apropriada na referência externa para a blindagem do cabo de entrada no amplificador.

Um circuito blindado deve ter o seu comum conectado no comum da fonte de sinal. Qualquer outra conexão de blindagem introduzirá interferências.

Alimentação AC

Quando uma fonte de alimentação AC é introduzida no invólucro, surgem novos problemas. O transformador acopla potência e campos externos do lado de fora para o interior do invólucro principalmente devido às capacitações entre o enrolamento primário e o secundário, que por sua vez está conectado ao comum do circuito. Dessa forma, um laço indesejado de corrente é formado, envolvendo o terra da alimentação, o enrolamento primário do transformador e o comum do circuito, como mostra a Figura 4.58.

Os transformadores são geralmente construídos com o enrolamento primário separado por uma camada de isolante do secundário. Tipicamente, a capacitação entre enrolamentos é da ordem de centenas de picofarads (pF). Na fre-

quência de 60 Hz, a reatância é da ordem de $10 \text{ M}\Omega$, o que gera uma corrente da ordem de $12 \mu\text{A}$ ou ainda menor se for utilizando um condutor aterrado enrolado próximo ao secundário. Esse nível de corrente não é problema para a maioria das aplicações. Geralmente o problema está relacionado às correntes de ruído de alta frequência, resultante de campos eletromagnéticos, transientes na linha gerados por outro hardware conectado à linha ou queda de tensão no neutro.

Se o condutor comum de entrada é longo, a corrente que flui por ele pode causar uma queda de tensão significativa que é adicionada ao sinal. Em alguns casos, transientes vindos das linhas de alimentação que entram pelos condutores de sinal são suficientes para danificar o hardware. Porém esse tipo de interferência pode ser limitada com a utilização de filtros de linha ou circuitos de proteção.

Pequenos filtros de RF podem ser utilizados para prevenir variações decorrentes de portadoras de sinais, os quais são acoplados e retificados, causando uma variação no nível DC do sinal. Filtros passa-baixas típicos para essas aplicações utilizam um resistor de 100Ω em série com um capacitor de 500 pF , localizados em cada entrada de sinal.

Considerando o caso de haver apenas um comum de saída, com a mesma fonte AC, nesse caso haverá corrente circulando ao terra pelo condutor comum de saída, o que geralmente não é problema, pois nesse caso os níveis de sinais possuem maior intensidade. Além disso, a queda de tensão não é amplificada e a impedância de saída é geralmente baixa.

O problema de dois terras

O circuito da Figura 4.59 possui um condutor de entrada aterrado além da conexão do transformador de alimentação. Se os commons de entrada e saída do circuito são levados para fora do invólucro e aterrados, temos o problema de laço de terra. Esses laços podem surgir quando partes do comum do circuito são ligadas a equipamentos aterrados. Por exemplo, na bancada de testes, a utilização do osciloscópio faz com que um laço de terra seja formado. É interessante em alguns casos desconectar o aterramento do equipamento.

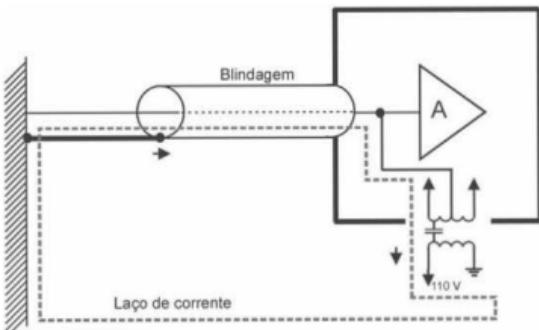


Figura 4.58 Laço indesejado de corrente formado quando é feita uma alimentação utilizando uma fonte AC com um transformador.

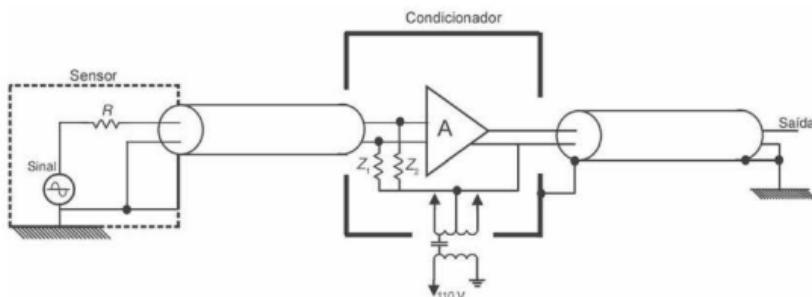


Figura 4.59 Circuitos utilizados para transportar o sinal entre referências.

mento (usualmente denominado “terceiro pino” – utilizado por normas de segurança) para fazer a medida com um nível de interferência menor do meio externo. Recomenda-se também que nesses casos seja fixado algum aviso de que o equipamento não está aterrado, para evitar choques elétricos.

Na área da instrumentação, é muito comum a necessidade de condicionar um sinal associado a uma referência de tensão e transportá-lo, sem adicionar interferência a uma segunda referência de tensão, como mostrado na Figura 4.59.

Nesse caso, os circuitos de entrada e saída foram separados de modo que o comum de entrada seja conectado diretamente na fonte de sinal e o comum de saída seja aterrado ao final do terminal de saída. Essa situação representa um difícil problema de instrumentação, pois a diferença de potencial entre os terras dos circuitos faz com que surja um fluxo de corrente entre a fonte de sinal, o resistor R e a impedância Z_1 (limitada por Z_1). Uma das medidas nesses casos é utilizar blindagem nos condutores de sinal, denominadas *guard shields*. De maneira geral:

- ¶ o melhor ponto de ligação para uma blindagem em um amplificador aterrado com fonte não aterrada é no terminal comum de entrada;
- ¶ o melhor ponto de ligação para uma blindagem em um amplificador não aterrado com fonte aterrada é no terminal comum da fonte.

Isso é ilustrado nas Figuras 4.60(a) e 4.60(b). Nessas figuras, E_1 e E_2 são as fontes de ruído, as capacitâncias representam acoplamentos elétricos, e V_{in} é a entrada do amplificador.

Como foi citado anteriormente, amplificadores com fonte de sinal aterrada oferecem caminho para correntes através de capacitâncias parasitas entre as entradas (do amplificador) e o terra – veja a Figura 4.61(a). Pode-se implementar uma blindagem no amplificador e colocá-la no mesmo potencial que a blindagem do cabo. Isso evita que a corrente de ruído circule. Observe que, nesse caso, o amplificador deve ser alimentado com baterias ou então com um transformador blindado eletrostaticamente, conforme mostrado na Figura 4.61(b).

A blindagem de *guard* deve sempre ser conectada de modo que não exista corrente fluindo entre os resistores de entrada,

isso geralmente significa conectar o *guard* no terminal de baixa impedância da fonte. Normalmente, em muitos circuitos projetados, ainda existe uma segunda blindagem, como o invólucro, por exemplo, conectado conforme mostra a Figura 4.61(c).

A blindagem de *guard* deve ser conectada ao condutor do sinal de entrada, onde este é ligado ao ponto de referência externa. Em um sistema multicanal, a melhor prática é prover um *guard* para cada sinal de entrada.

A blindagem de *guard* na entrada é necessária em áreas em que existem condutores que não estão no potencial de terra. Na Figura 4.59, o *guard* pode não ser necessário no bloco do sensor, uma vez que todos os condutores das redondezas estão no mesmo potencial de referência da entrada. No condicionador, a maioria dos condutores está referenciado ao comum de saída. Nesse caso, o *guard* deve ser utilizado com o potencial de entrada.

Estudo de caso – instrumentação para uma ponte extensômetrica

O caso da ponte com extensômetros é caracterizada por dois diferentes invólucros conectados como mostra a Figura 4.62.

O circuito é composto por uma ponte completa, formada por quatro extensômetros de resistência elétrica (para detalhes, veja o Capítulo 10 deste livro – Volume 2) além da fonte de excitação. Esse circuito deve possuir blindagem de *guard*. A capacidade da superfície de um condutor até um dos extensômetros pode ser de centenas de pF. É seguro assumir que haverá uma diferença de potencial entre a superfície testada (pelo ensaio com a célula de carga) e o aterramento da saída do circuito de instrumentação. Se o elemento sensor não estiver aterrado ao elemento sob teste, essa diferença de potencial será adicionada ao sinal de entrada. O pior caso ocorrerá se houver apenas um extensômetro ativo na célula de carga. A melhor proteção contra esse tipo de interferência é aterrar a ponte na estrutura da célula de carga e conectá-la à blindagem de *guard*. Uma ponte extensômetrica requer muitos condutores, para excitação, sinal, blindagem de *guard*, entre outros. É necessário um grupo de condutores para cada sinal, ainda que a blindagem não possua emendas ou conexões intermediárias.

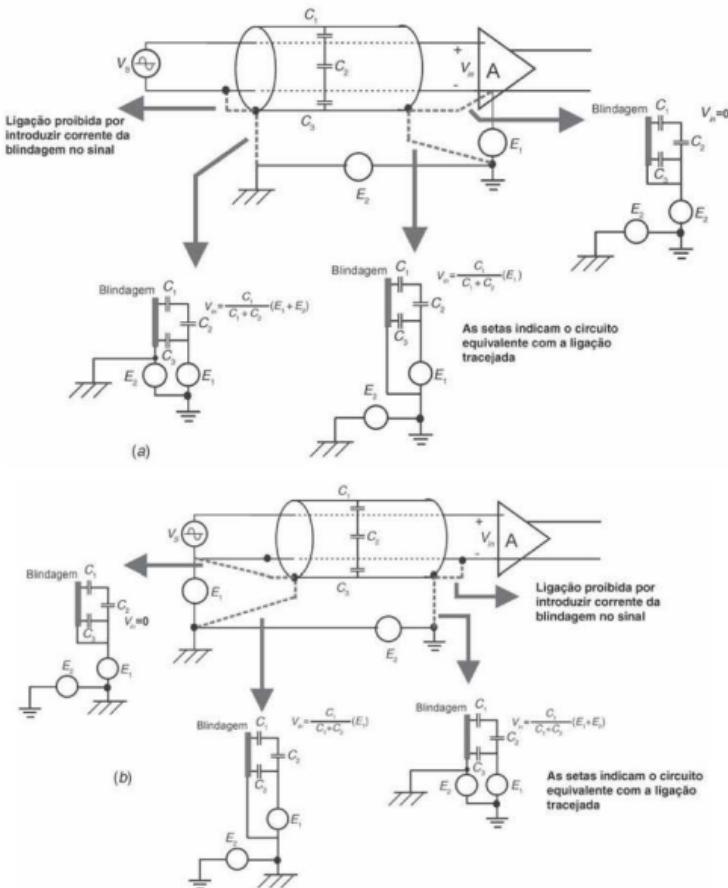


Figura 4.60 (a) Ligação para uma blindagem em um amplificador aterrado com fonte não aterrada e (b) ligação para uma blindagem em um amplificador não aterrado com fonte aterrada.

Quando um elemento sensor da ponte está sob tensão mecânica, a resistência pode variar em até 50Ω . Se a interferência limite é de $10 \mu V$, o fluxo de corrente é limitado em $0.2 \mu A$, e se a tensão de modo comum é de $10 V$, a impedância Z que permite o fluxo de corrente de modo comum deve ser de $5 M\Omega$. Essa é a reatância de $10 pF$ em $10 kHz$, que é a interferência máxima permitida pelo acoplamento. Nos casos em que não é possível conectar a blindagem de *guard* na estrutura, deve-se continuar conectando-a ao terminal da fonte.

Estudo de caso – instrumentação para um termopar

O termopar é formado pela junção de dois metais diferentes (veja o Capítulo 6 deste volume). A tensão medida entre os dois condutores, depois de descontada a influência da temperatura ambiente, fornece a temperatura na junta. A junta do termopar é geralmente fixada a uma superfície condutora para se obter uma boa medida da temperatura. Teoricamente esse ponto de fixação é também o ponto em que a blindagem de *guard* deve ser ligada. Na prática, a blindagem de *guard* é usualmente co-

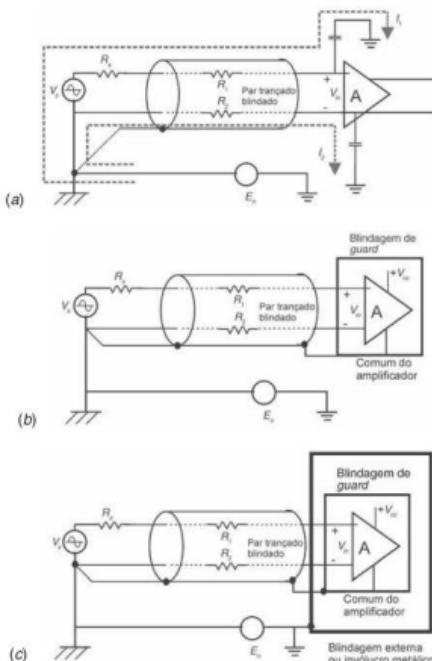


Figura 4.61 (a) Correntes parásitas devido ao acoplamento capacitivo, (b) implementação da blindagem de *guard* no amplificador e (c) utilização da segunda blindagem.

nectada onde ocorre a transição do termopar para o condutor de cobre porque a resistência é muito baixa e a largura de banda não é problema.

Se o termopar é utilizado para medir a temperatura de um fluido, então a junta não entra (necessariamente) em contato com

uma superfície condutora e a blindagem de *guard* do sinal de entrada deve ser ligada a um dos lados do sinal. Uma solução é conectar a blindagem a um dos fios do termopar na conexão com o cabo de cobre. Os cabos de entrada não devem ser deixados flutuando porque existe uma chance de sobrecarga se ocorrer um caminho de fuga. Também é uma boa prática filtrar o sinal do termopar. Se necessário, um filtro RC pode ser adicionado à entrada da instrumentação.

A blindagem de *guard* existe para proteger a entrada dos sinais em amplificadores em instrumentação em geral. Entretanto, essa mesma blindagem pode ser responsável pelo acoplamento de campos de altas frequências. Mesmo que esses sinais acoplados estejam fora da banda de interesse, eles podem causar flutuações no sinal devido à sua retificação no circuito. É uma boa prática conectar a blindagem ao gabinete em frequências acima de 100 kHz através de um circuito RC série. O circuito idealmente deveria ser conectado do lado de fora, mas geralmente é fixado próximo ao conector. Valores típicos são $R = 100 \Omega$ e $C = 10 \text{ nF}$. Esse circuito é mostrado na Figura 4.63.

Boas práticas no projeto de circuitos analógicos

Os componentes básicos que fazem parte de um circuito analógico são circuitos integrados, resistores, diodos, transistores, componentes para a fonte de alimentação, entre outros. Tipicamente, esses componentes são interconectados em uma placa de circuito do tipo dupla face. A fonte de alimentação DC é composta por um sistema retificador com reguladores de tensão, os quais são dispostos em regiões vizinhas na placa. Sinais externos, bem como, fontes de alimentação, devem ser feitos utilizando-se conectores (existe uma grande variedade de conectores – procure conectores apropriados para a necessidade do circuito) ou então com pinos soldados. Se circuitos digitais estão envolvidos, deve-se utilizar um plano de terra para evitar interferências.

De maneira geral, pode-se seguir algumas regras básicas como:

- ¶ manter um caminho ou fluxo do sinal e sua referência da entrada para a saída, tomando o cuidado de minimizar a área entre esses condutores;
- ¶ componentes associados à entrada do sinal devem estar afastados do circuito de saída;
- ¶ conexões da fonte devem entrar pelo lado da saída e deslocar-se em direção à entrada, para evitar acoplamento de impedâncias comuns;

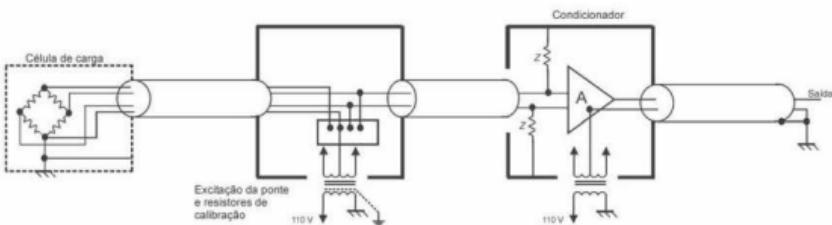
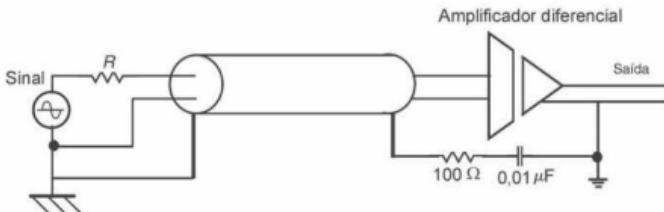


Figura 4.62 Circuito básico para uma ponte extensométrica.

Figura 4.63 Filtro RC conectado a blindagem de *guard*.

- o comprimento de condutores de componentes que conecta ao caminho de entrada deve ser mantido curto, assim como o caminho de cobre conectado ao sinal.

4.6 Sistemas de Aquisição de Dados

4.6.1 Princípios básicos

Sistema de aquisição de dados é qualquer arranjo que permita transformar os sinais analógicos em digitais para permitir a interpretação e manipulação por sistemas digitais. A Figura 4.64 apresenta em diagrama de blocos os principais elementos de um sistema de aquisição de dados genérico.

O sinal é inicialmente preparado para a digitalização pelo filtro **antialiasing** (conceito apresentado a seguir), implementado por um circuito integrado dedicado, ou por um amplificador operacional ou por um filtro RC. O objetivo desse filtro é eliminar ou reduzir as frequências desnecessárias, reduzindo portanto a largura de banda do circuito, o que ajuda na minimização do ruído.

Outro componente do sistema de aquisição é o **circuito sample and hold** (amostrador e retenção – SH, S&H ou SHA).

A função desse dispositivo é que a amostra disponibilizada é muita rápida e então existe a necessidade de manter ou segurar até que a próxima amostra seja requerida. A vantagem de utilização desse dispositivo é o aumento da confiabilidade do processo de conversão. Considere, por exemplo, a seguinte situação: se durante o tempo de conversão (t_c) a amplitude do sinal de entrada (sinal analógico – V) mudar, o resultado da conversão corresponderá a algum dos valores da entrada durante o tempo que durou a conversão. Para que essa incerteza seja inferior ao 1 LSB (1 bit menos significativo) do ADC (conversor analógico para digital) a seguinte relação deve ser respeitada:

$$\frac{dV}{dt} \leq \frac{M}{2^{n-1} \times t_c}$$

em que M representa a margem das tensões de entrada do ADC (normalmente indicada por M ou $V_{máx}$), n , a quantidade de bits do ADC, t_c , tempo de conversão do conversor ADC, e a relação dV/dt indica a velocidade máxima de alteração na entrada do ADC. Para compreender a importância dessa relação, considere os seguintes exemplos.

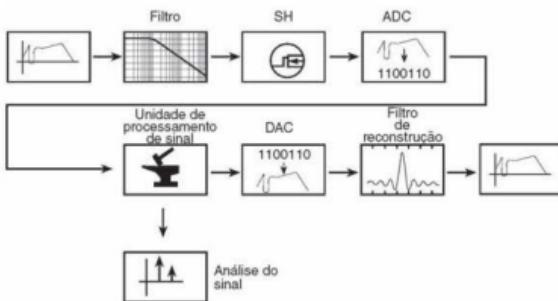


Figura 4.64 Diagrama de blocos de um sistema de aquisição de dados genérico.

● Exemplo 1

Considere uma entrada analógica senoidal de amplitude de pico A e frequência f . Aceita-se uma incerteza máxima de 1 LSB cuja frequência do sinal não deva exceder:

$$f \leq \frac{M}{2\pi \times A \times (2^n - 1) \times t_c}$$

Considera-se que o sinal tenha sido condicionado de modo que sua amplitude pico a pico ($2A$) coincida com a margem de tensões do ADC (M). Qual a frequência máxima admissível?

$$\begin{aligned} f &\leq \frac{M}{2\pi \times A \times (2^n - 1) \times t_c} \\ f &\leq \frac{2A}{2\pi \times A \times (2^n - 1) \times t_c} \\ f &\leq \frac{1}{\pi \times (2^n - 1) \times t_c}. \end{aligned}$$

● Exemplo 2

Considerando-se um conversor ADC de 12 bits com tempo máximo de conversão de $25\mu\text{s}$, aceita-se uma incerteza máxima de 1 LSB. Qual a frequência máxima para um sinal de entrada senoidal cuja amplitude de pico a pico coincide com a margem de entrada do ADC?

Para o ADC utilizado temos:

$$n = 12 \text{ bits}$$

$$t_c = 25 \mu\text{s}$$

$$\begin{aligned} f &\leq \frac{1}{\pi(2^n - 1)t_c} \\ f &\leq \frac{1}{\pi \times (2^{12} - 1) \times 25\mu\text{s}} \\ f &\leq 3,1 \text{ Hz}. \end{aligned}$$

Esse resultado demonstra uma limitação do ADC, pois ele não consegue converter o valor instantâneo de sinais de evolução rápida. Para amenizar essa limitação, utiliza-se antes do ADC (muitos ADCs possuem esse dispositivo internamente) um dispositivo que adquire o valor da entrada analógica (1 amostra) e o retém durante a conversão – o denominado amostrador e retenha (sample & hold ou simplesmente SH ou S&H). Considere agora a análise do Exemplo 3.

● Exemplo 3

Considerando-se um conversor ADC de 12 bits com tempo máximo de conversão de $12\mu\text{s}$, aceita-se uma incerteza máxima de 1 LSB. O ADC é precedido de uma unidade S&H (esboço da Figura 4.65), por exemplo, o AD582 da Analog Devices, com tempo de abertura de 15 ns . Qual a frequência máxima para um sinal de entrada senoidal, cuja amplitude de pico a pico coincide com a margem de entrada do ADC?

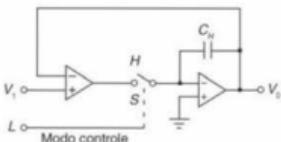
Considerando agora o ADC e o S&H, temos:

$$n = 12 \text{ bits e } t_c = 15 \text{ ns, portanto,}$$

$$\begin{aligned} f &\leq \frac{1}{\pi(2^n - 1)t_c} \\ f &\leq \frac{1}{\pi \times (2^{12} - 1) \times 15 \text{ ns}} \\ f &\leq 5,2 \text{ kHz}. \end{aligned}$$



Figura 4.65 Diagrama de blocos em que uma unidade S&H precede o ADC.

Figura 4.66 Amplificador *sample and hold*.

Considere, por exemplo, um amplificador *sample and hold* típico que apresenta uma entrada analógica, uma saída analógica e uma entrada digital para controle, conforme esboço da Figura 4.66.

A entrada controle ou modo controle (L) determina quando o dispositivo está operando no modo *sample* (amostrador) ou modo *hold* (retenção). No modo *sample*, a chave é fechada e o circuito funciona como um típico amplificador operacional. Em contrapartida, quando a chave está aberta, a saída é idealmente constante e, portanto, independente da entrada. A Figura 4.67 apresenta os atrasos típicos que ocorrem durante a transição *sample* para *hold* e a Figura 4.68 apresenta a resposta para uma forma de onda qualquer.

Em que:

- ¶ Controle atraso (*delay*) (t_{cd}): é o tempo entre a borda do comando *sample and hold* e o tempo quando a chave começa a abrir;
- ¶ Tempo de abertura (t_s): é o tempo necessário para a chave abrir e caracteriza somente o tempo de resposta da chave;
- ¶ Atraso (*delay*) analógico (t_{ad}): é o atraso entre a entrada analógica e a saída analógica no modo *sample*;
- ¶ Atraso de abertura (t_d): é o tempo entre a borda do comando *sample and hold* e o tempo quando a entrada fica igual ao valor desejado dado por:

$$t_d = t_{cd} + \frac{t_s}{2} - t_{ad}.$$

Tempo de aquisição: é o tempo entre a borda *hold* para *sample* quando apresenta a saída no amplificador. Esse tempo inclui o tempo de atraso da chave e pode ser reduzido em função do valor escolhido para o capacitor *hold* C_H (Figura 4.69).

O ganho desse amplificador é dado por:

$$\begin{aligned} V_2 &= A(V_1 - V_o) \\ V_o &= A(-V_2) = A^2(V_o - V_1) \\ G &= \frac{V_o}{V_1} = \frac{A^2}{(A^2 - 1)} \approx 1. \end{aligned}$$

Como exemplo de alguns circuitos *sample and hold* encontrados no mercado, pode-se citar os amplificadores AD582, AD683 da Analog Devices.

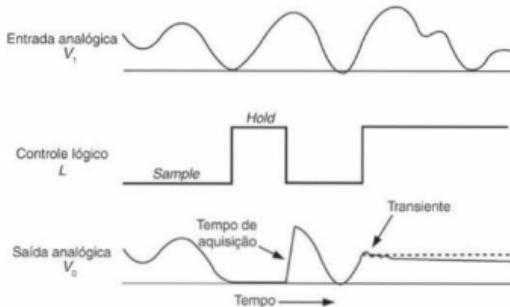
Outro elemento constituinte do sistema de aquisição é o **conversor analógico para digital** (ADC ou simplesmente A/D – as arquiteturas típicas dos ADC são apresentadas a seguir). Esse dispositivo é que determina o tipo de filtragem necessária no sistema e a necessidade ou não do uso do *sample and*

Figura 4.67 Atrasos (*delays*) durante a transição do modo *sample* para o modo *hold*.

hold. Segue-se uma discussão dos principais conceitos relacionados ao modelo matemático dos ADCs – veja a Figura 4.70.

Amostragem

Computadores digitais são incapazes de processar sinais analógicos, portanto é necessária uma representação digital desta informação. O conversor analógico para digital (ADC ou A/D) converte uma tensão da entrada (ou corrente) para uma quantidade binária representativa. O sinal amostrado não é exatamente o sinal original, e a utilização e especificação correta de um A/D são necessárias para a representação digital apresentar boa exatidão. Basicamente, o processo de amostragem (realizada pelo bloco amostrador da Figura 4.70) é a conversão de um sinal em intervalos discretos de tempo (usualmente igualmente espaçados). Assim, um sinal contínuo é amostrado em pontos discretos no tempo e armazenados na memória como um vetor de números proporcional à amplitude contínua no tempo amostrado.

Figura 4.68 Resposta do amplificador *sample and hold* para uma forma de onda qualquer quando o controle lógico é exercido.

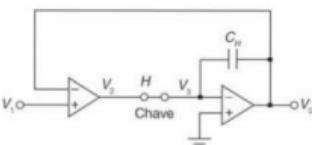


Figura 4.69 Resposta do amplificador *sample and hold* com o capacitor *hold* C_H .

Considerando a Figura 4.71(a), a forma de onda é uma tensão contínua em função do tempo: $V(t)$, nesse caso uma onda triangular. Se o sinal é amostrado por outro sinal $P(t)$, com frequência f_s e período de amostragem $T = \frac{1}{f_s}$, como mostrado na Figura 4.71(b) e então posteriormente reconstruído (Figura 4.71(c)).

Alguns sinais podem ser reconstruídos, porém podem necessitar de maior frequência de amostragem para a reconstrução apresentar boa fidelidade. A Figura 4.72 apresenta outro caso em que a onda senoidal $V(t)$ (Figura 4.72(a)) é amostrada por um pulso $P(t)$ representado pela Figura 4.72(b). O sinal amostrador $P(t)$ consiste em um trem de pulsos igualmente espaçados pelo tempo T cuja frequência de amostragem é dada por $f_s = \frac{1}{T}$.

A razão de amostragem, f_s , determinada pelo **teorema de Nyquist**, precisa ser duas vezes a frequência máxima (f_m) do espectro de Fourier do sinal analógico $V(t)$. Para reconstruir o sinal original após a amostragem, é necessário passar a forma de onda amostrada por um filtro passa-baixa que limita a banda passante em f_s . O processo de amostragem é similar à modulação por amplitude (AM), em que $V(t)$ é o sinal modulante, com espectro de DC a f_m , e $P(t)$ é a portadora. O espectro resultante está mostrado parcialmente na Figura 4.73.

O espectro real é mais complexo que o da Figura 4.73. Ao considerarmos um rádio transmissor AM sem filtragem, a mesma informação espectral aparece não somente na frequência fundamental (f_c) da portadora (mostrado como zero na Figura 4.74), mas também suas harmônicas espaçadas em intervalos de f_s .

Considerando-se que a frequência de amostragem $f_s \geq 2 \times f_m$, o sinal original é reconstruído usando-se a versão amostrada passando por um filtro passa-baixa com frequência de corte f_c (conforme

esboço da Figura 4.74). Um problema ocorre quando a frequência de amostragem f_s é menor do que $2 \times f_m$ (exemplificada na Figura 4.75). Visualizando-se a Figura 4.75, percebe-se a sobreposição que resulta no fenômeno conhecido *aliasing*. Caso esse sinal passe por um filtro passa-baixa, não irá produzir o sinal original.

Algumas **dicas para amostragem de alta fidelidade** são:

- limitar o comprimento de onda do sinal na entrada do amostrador ou do conversor A/D com um filtro passa-baixa com frequência de corte f_c selecionada para passar somente a frequência máxima f_m da forma de onda e não a frequência de amostragem;
- selecionar a frequência de amostragem f_s no mínimo duas vezes a frequência máxima do espectro de Fourier da forma de onda aplicada, ou seja, $f_s \geq 2 \times f_m$;
- a experiência tem mostrado que em algumas aplicações é importante trabalhar na prática com frequência de amostragem de três a cinco vezes maior do que f_m . Por exemplo, no estudo de sinais cardíacos, ECG ($f_m = 100$ Hz), tipicamente trabalha-se com frequência de amostragem da ordem de $5 \times f_m = 500$ Hz.

Após a digitalização do sinal pelo conversor ADC, o sinal está apto para ser analisado ou processado pela unidade de processamento de sinais, por exemplo, um computador. Se for de interesse, o sinal processado pode ser reconstruído através do uso de um conversor digital para analógico (DAC) e de um filtro para remover os componentes de alta frequência (conceitos relacionados à filtragem serão discutidos a seguir).

Um exemplo típico de digitalização são os sinais de áudio, em que a $f_s = 44$ kHz, pois os limites característicos da sensibilidade do ouvido humano são de 20 Hz a 20 kHz.

Quantizador

Bloco responsável por realizar o processo de quantização, ou seja, pela representação aproximada de um valor do sinal por um conjunto finito e valores (veja a Figura 4.76).

A resolução da amplitude é dada em termos do número de bits do conversor ADC (tipicamente 8, 12, 16 bits, ...), e o tamanho do passo da quantização (δ) é dado por:

$$\delta = \frac{V_{\text{máx}}}{2^n - 1}$$

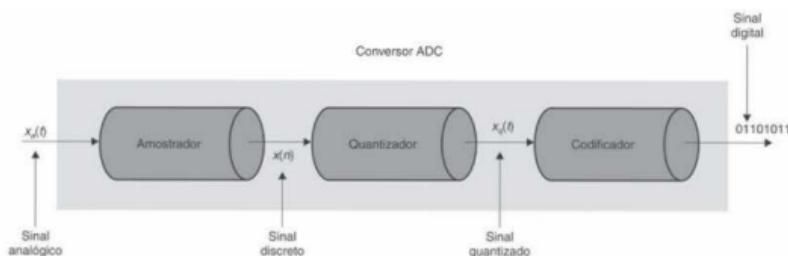


Figura 4.70 Modelo matemático do conversor ADC.

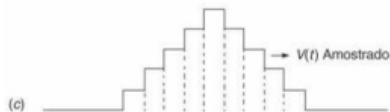
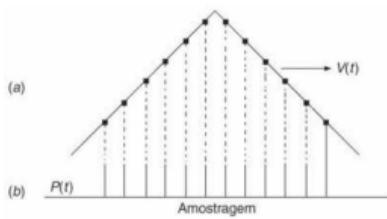


Figura 4.71 Sinal amostrado: (a) forma de onda contínua; (b) versão amostrada da forma de onda contínua e (c) forma de onda reconstruída.

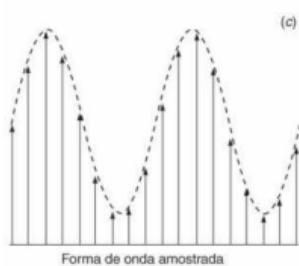
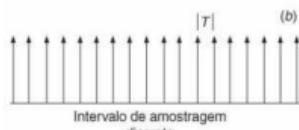
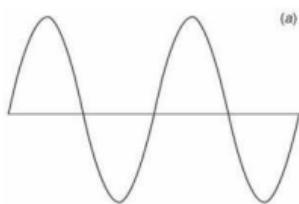


Figura 4.72 Sinal amostrado: (a) onda senoidal; (b) amostragem da onda senoidal; (c) onda senoidal amostrada.

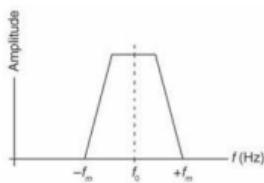


Figura 4.73 Espectro do sinal amostrado.

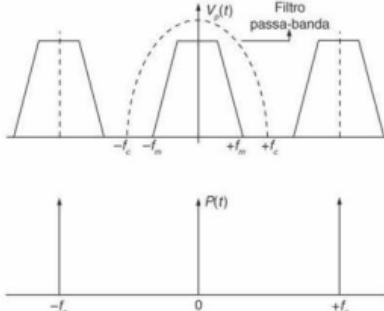


Figura 4.74 Espectro do sinal amostrado.

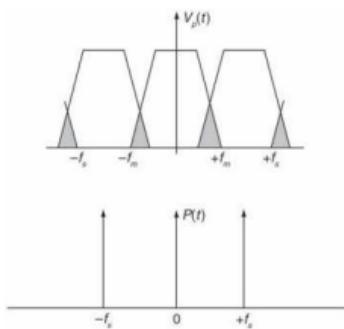


Figura 4.75 Aliasing que ocorre quando $f_s < 2 \times f_m$.

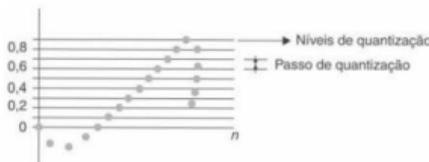


Figura 4.76 Modelo matemático do processo de quantização.

em que $V_{máx}$ (ou M) é a margem de entrada do ADC e n , a quantidade de bits do ADC. Por exemplo, para um ADC de 8 bits com alimentação de referência de 5 V:

$$\delta = \frac{V_{máx}}{2^n - 1} = \frac{5}{2^8 - 1} \approx 19,61 \text{ mV}.$$

Erro de quantização ou ruído de quantização

Considere um ADC genérico de 3 bits ($n = 3$) cuja entrada analógica V_{input} produz uma palavra binária $b_3 b_{n-1} \dots b_1 b_0$, gerando o valor D_{output} tal que:

$$D_{output} = b_3 2^{-n} + \dots + b_1 2^{-1} + b_0 2^{-1} = \frac{V_{input}}{K \times V_{ref}} = \frac{V_{input}}{V_{FE}}$$

em que K é um fator de escala, V_{ref} é o tensão de referência, b_i os valores binários (0 ou 1) da saída do ADC e V_{FE} é o fundo de escala (nesse caso a tensão fundo de escala: $V_{FE} = K \times V_{ref}$).

De forma geral, o ADC possui pinos de controle para gerenciamento do processo de digitalização, como por exemplo o pino para iniciar a conversão SOC (*Start Conversion*) e o pino para indicar o fim da conversão EOC (*End Conversion*). A Figura 4.77 apresenta o diagrama de blocos de ADC genérico de 3 bits com sua correspondente função de transferência ideal e o ruído de quantização. Por exemplo, o código de saída 100 corresponde ao de

entrada $V_{input} = \frac{4}{8}V$, representado na Figura 4.77 como $\left(\frac{4}{8} \pm \frac{1}{16}\right)V$. Isso ocorre devido ao fato de o ADC não conseguir distinguir valores dentro dessa faixa, ou seja, o código de saída pode apresentar um erro de $\pm \frac{1}{2} LSB$. Essa incerteza é chamada de erro de quantização, ou também de ruído de quantização (e_q) – limitação inerente a qualquer processo de digitalização (o ruído de quantização diminui com o aumento dos bits).

Como apresentado na Figura 4.77, e_q é variável com o valor de pico de $\sqrt{\frac{1}{2}} LSB = \frac{V_{FE}}{2^n - 1}$. Seu valor rms é dado por:

$$e_q = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} LSB}{\sqrt{3}}.$$

Codificador

Bloco destinado a associar algum código binário para cada valor quantizado. Portanto, é o processo de representar em código fi-

Tabela 4.2 Alguns dos códigos utilizados em codificadores (em que FE ou FS representa fundo de escala)

Fração decimal	Fração do FE (FS)	FE = $\pm 5 \text{ V}$	C_2	C_1
+127/128	+FE – 1LSB	+4,961	01111111	01111111
+96/128	+(3/4)FE	+3,750	01100000	01100000
+64/128	+(1/2)FE	+2,500	01000000	01000000
+32/128	+(1/4)FE	+1,250	00100000	00100000
0	0	0	00000000	00000000
...
-64/128	-(1/2)FE	-2,500	11000000	10111111
-96/128	-(3/4)FE	-3,750	10100000	10011111
-127/128	-FE + 1LSB	-4,961	10000001	10000000
-128/128	-FE	-5,000	10000000	-

nito à saída do quantizador. São empregados diversos tipos de códigos em conversores ADC:

- ¶ códigos unipolares: binário, BCD, binário complemento de 1, Gray, entre outros;
- ¶ códigos bipolares: binário com complemento de 2, binário com complemento de 1, entre outros.

A Tabela 4.2 apresenta alguns dos códigos utilizados no processo de codificação (C2 – Complemento de 2 e C1 – Complemento de 1).

Margem dinâmica de uma cadeia ou sistema de medida

Os elementos que realizam as distintas funções de um sistema de aquisição de dados representam a transferência de informação entre elementos. A Figura 4.78 apresenta como exemplo as típicas margens de sinais e margens dinâmicas de uma cadeia genérica de medida.

Com base na Figura 4.78, observe que:

- ¶ o sensor deve ser capaz de discernir alterações no sinal de entrada (variações de X), ou seja, uma variação de X (ΔX) deve produzir uma variação significativa de tensão no sensor: $\Delta X \Rightarrow \Delta V_{sensor}$;
- ¶ o ADC terá uma margem de entrada (tensões) M . Se a margem for, por exemplo, de 0 V até M V, sua resolução será: $M / \sqrt{2^n - 1}$;
- ¶ a saída do ADC oferecerá 2^n códigos distintos, por exemplo, se for um ADC de 4 bits: 0000 até 1111, e, portanto, sua resolução é a alteração de um bit menos significativo (1 LSB);
- ¶ a adaptação entre a margem de tensões de saída do sensor e a margem de entrada do ADC é realizada pelo amplificador operacional (ampop): a tensão máxima – módulo é limitada em qualquer caso a um valor inferior à tensão de alimentação

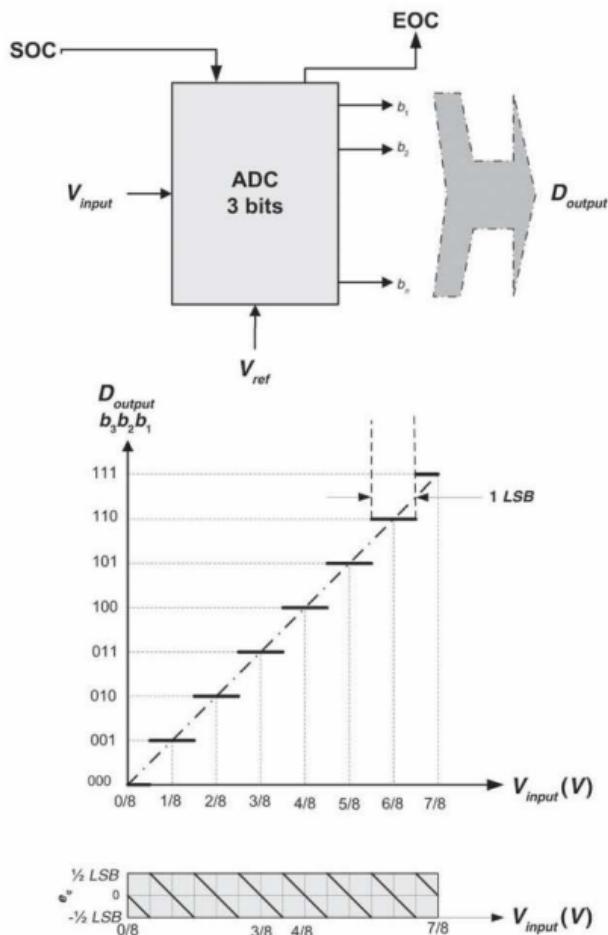


Figura 4.77 Diagrama de blocos de um ADC genérico de 3 bits com $V_{ref} = 1\text{ V}$ (com pinos de controle SOC e EOC), sua correspondente função de transferência ideal e o erro de quantização (e_v).

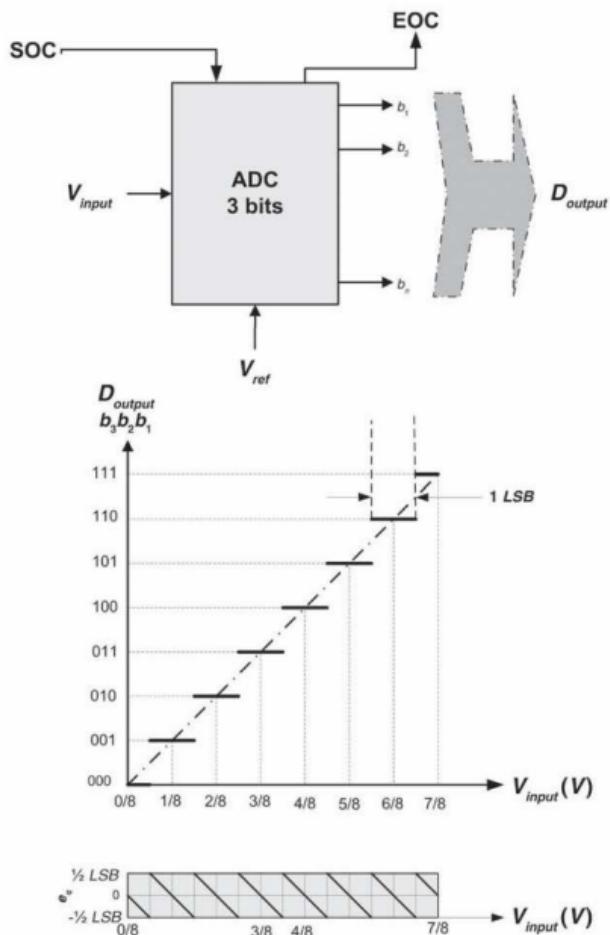


Figura 4.77 Diagrama de blocos de um ADC genérico de 3 bits com $V_{ref} = 1\text{ V}$ (com pinos de controle SOC e EOC), sua correspondente função de transferência ideal e o erro de quantização (e_v).

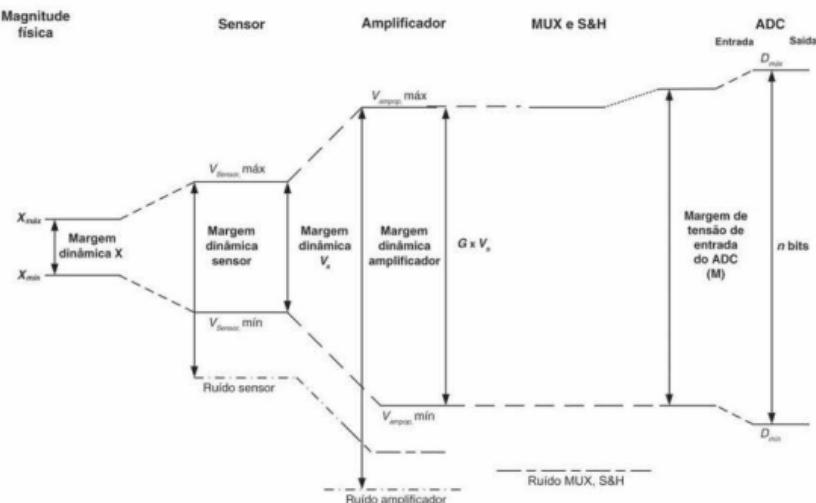


Figura 4.78 Margens de sinais e margens dinâmicas de uma cadeia genérica de medida.

do ampop (saturação) e em muitos casos por distorções não lineares para grande sinais (sobrecarga). O valor mínimo (em módulo) é limitado pelo ruído e por derivas intrínsecas, pelas distorções para pequenos sinais e por interferências externas;

• o MUX (multiplexador) e a unidade S&H (amostrador e retenha) normalmente não modificam a margem de tensões, mas é possível um aumento do nível de ruído.

A margem dinâmica (*MD*) de um sensor, elemento ou sistema é definida pelo quociente entre o nível máximo de saída (para não apresentar sobrecarga) pelo nível mínimo de saída aceitável (por ruído, distorção, interferência ou resolução). O valor máximo pode ser determinado segundo as especificações (por exemplo, distorções) válidas. Se os níveis não se referem ao mesmo parâmetro (valor de pico, pico a pico ou eficaz), eles devem ser especificados. Se o valor mínimo é determinado por um sinal aleatório, é frequentemente caracterizado mediante seu valor eficaz. A *MD* normalmente é expressa em dB – na Figura 4.78 se considera que na diferença entre níveis a unidade empregada são os decibéis (dB).

Portanto, para um ADC, a menor alteração na entrada para produzir uma alteração na saída se denomina resolução ou intervalo de quantização *q*. Logo, para um ADC de *n* bits com *M* representando a margem das tensões de entrada do ADC, a resolução é dada por:

$$q = \delta = \frac{V_{\max}}{2^n - 1} = \frac{M}{2^n - 1}.$$

Portanto, a faixa dinâmica da entrada (*DR*) do ADC é:

$$DR = \frac{V_{\max}}{q} = \frac{q \times (2^n - 1)}{q} = 2^n - 1.$$

Portanto, a saída do ADC tem $2^n - 1$ intervalos (ou 2^n estados) e a menor alteração é 1 LSB!

A faixa dinâmica (ou margem dinâmica) da saída do ADC é dada em dB por:

$$MD(\text{dB}) = 20 \log\left(\frac{M}{\delta}\right) \approx 6 \times n.$$

● Exemplo

Considera-se que se deseja medir uma determinada temperatura que varia de 0 °C a 100 °C com uma resolução de 0,1 °C; a saída digital será obtida mediante o uso de um ADC com margem de entrada de 0 V a 10 V. Determine a margem dinâmica necessária para os elementos que formam esse sistema de medida.

$$\begin{aligned}
 MD &= \left(\frac{100\text{ }^{\circ}\text{C} - 0\text{ }^{\circ}\text{C}}{0,1\text{ }^{\circ}\text{C}} \right) = 1000 \\
 MD(\text{dB}) &= 20 \log \left(\frac{100\text{ }^{\circ}\text{C} - 0\text{ }^{\circ}\text{C}}{0,1\text{ }^{\circ}\text{C}} \right) = \\
 &= 20 \log(100 - 0) - 20 \log(0,1) = 60 \text{ dB} \\
 MD(\text{dB}) &= 6 \times n \\
 60 &= 6 \times n \\
 n &= 10 \text{ bits}
 \end{aligned}$$

Com um ADC de 10 bits ($n = 10$) temos 1024 ($2^n = 2^{10} = 1024$) códigos para 1000 ($MD = 1000$) valores de temperatura. Portanto, um ADC de 10 bits é suficiente se assegurarmos que a margem (10 V a 0 V) corresponda a (100 °C a 0 °C).

4.6.2 Principais arquiteturas dos conversores digital para analógico (DAC ou D/A) e conversores analógico para digital (ADC ou A/D)

4.6.2.1 Conversão digital para analógico

São dispositivos (DAC ou D/A) que convertem um número binário de n bits para uma correspondente tensão de saída de 2^n distintos valores. A Figura 4.79 apresenta em diagrama de blocos o processo de conversão D/A ou DAC.

Como exemplo, considere um DAC genérico de 2 bits ($n = 2$) de entrada ($A_1 - A_0$) que possibilita 4 saídas analógicas diferentes, pois $2^n = 2^2 = 4$:

Entrada digital		Saída analógica
A_1	A_0	V_{sa} (V)
0	0	0,0
0	1	0,5
1	0	1,0
1	1	1,5

De forma geral, um conjunto de n bits ($b_{n-1} \dots b_2 b_1 b_0$) forma uma palavra de n bits cuja relação, chamada de valor binário fracional, é dada por:

$$D = b_{n-1} 2^{-(n-1)} + \dots + b_2 2^{-2} + b_1 2^{-1} + b_0 2^0.$$

Portanto, um DAC recebe na sua entrada uma palavra binária de n bits com valor binário fracional $D_{\text{saída}}$; sendo assim, produz na sua saída um valor analógico (V_o) proporcional a $D_{\text{saída}}$:

$$V_o = KV_{ref} D_{\text{saída}} = V_{FE} (b_{n-1} 2^{-(n-1)} + \dots + b_1 2^{-1} + b_0 2^0)$$

em que K é um fator de escala, V_{ref} é a tensão de referência, b , os valores binários (0 ou 1) da entrada do DAC e V_{FE} é o fundo de escala (nesse caso a tensão fundo de escala: $V_{FE} = K \times V_{ref}$).

Como exemplo, a Figura 4.80 apresenta o diagrama de blocos de um DAC de 2 bits ($n = 2$) com $V_{FE} = 1\text{ V}$ e sua correspondente função de transferência ideal.

Características básicas para escolha correta de um DAC

No DAC genérico de 2 bits do exemplo anterior, o passo ou resolução é de 0,5 V, conforme esboço da Figura 4.81.

Pode-se citar como principais características dos DAC:

¶ **resolução:** normalmente especificada em função do número de bits. É o passo ou a menor mudança possível na saída analógica em função da entrada. Para um conversor analógico para digital (DAC) de n bits de entrada, o número de combinações ou níveis será $N = 2^n$ e o número de passos, 2^{n-1} ;

¶ **erro de fundo de escala (FE):** diferença máxima da saída do conversor em relação ao valor ideal, normalmente indicada em percentual. Por exemplo, se um determinado DAC apresenta uma precisão de $\pm 0,02\% FE$ e apresenta um fundo de escala de 10 V, logo:

$$\pm 0,02\% \times 10 = \pm 0,2 \text{ mV};$$

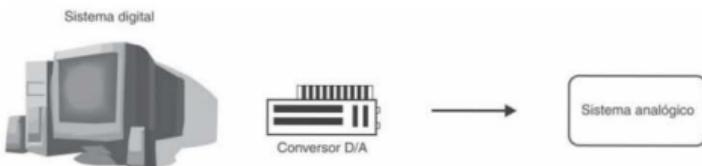


Figura 4.79 Sistemas básicos utilizados no processo de conversão digital para analógico.

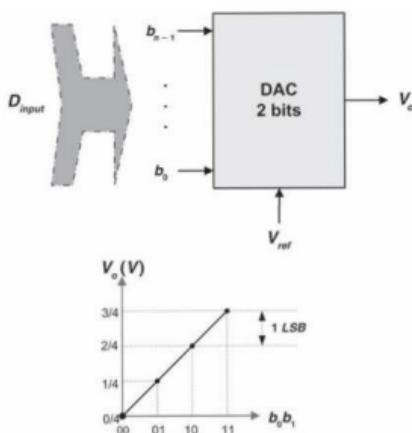


Figura 4.80 Diagrama de blocos de um DAC de 2 bits com sua função de transferência ideal.

- ¶ **erro de offset:** quando uma entrada binária é zero, idealmente a saída deve ser 0 V, porém pode ocorrer uma pequena variação na tensão de saída, denominada erro de *offset*;
- ¶ **glitch:** é um transiente na saída de um DAC que ocorre quando mais do que 1 bit altera no código de entrada e os correspondentes circuitos internos não mudam simultaneamente.

Ocorre normalmente na transição de $\frac{1}{2}$ escala, quando os bits alteram, por exemplo, de 0111...1111 para 1000...0000, conforme exemplo hipotético da Figura 4.82.

- ¶ **sensibilidade relacionada à alimentação:** é a mudança percentual na tensão de saída por 1% da mudança na alimentação. Esse fator é muito importante em sistemas alimentados por bateria;

- ¶ **estabilidade de temperatura:** é a insensibilidade das características anteriormente descritas em função da temperatura.

Normalmente é expressa em unidades de $\%/\text{ }^{\circ}\text{C}$ ou $\text{LSB}/\text{ }^{\circ}\text{C}$.

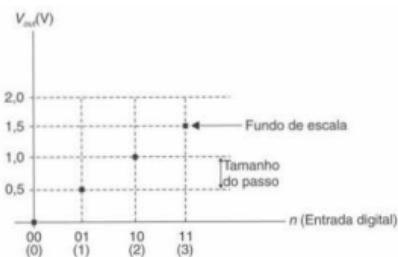


Figura 4.81 Saída ideal de um DAC genérico de 2 bits.

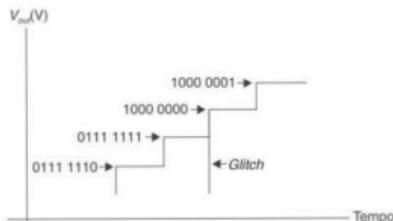


Figura 4.82 Um *glitch* ou tensão transiente pode ocorrer quando muitos bits se alteram ao mesmo tempo, como exemplo: 01111111 e 10000000.

Conversor D/A ponderado

Um dos conversores DAC mais simples. Utiliza um circuito somador (Figura 4.83), em que a corrente é individualmente chavada através de um conjunto de resistores somados à entrada de um amplificador operacional. Cada chave fechada representa uma entrada nível alto (1) e inversamente, uma chave aberta representa um nível baixo (0).

Conforme aspecto teórico abordado sobre amplificadores operacionais nas seções anteriores, pode-se verificar que V_{out} é:

$$V_{out} = - \frac{R_f \cdot V_{in}}{R_{in}} = -V_{in} \left(\frac{R_f}{R_D} + \frac{R_f}{R_C} + \frac{R_f}{R_B} + \frac{R_f}{R_A} \right)$$

$$V_{out} = - \left(V_D \frac{R_f}{R_D} + V_C \frac{R_f}{R_C} + V_B \frac{R_f}{R_B} + V_A \frac{R_f}{R_A} \right)$$

Supondo que $R_f = 1 \text{ k}\Omega$; $R_D = 1 \text{ k}\Omega$; $R_C = 2 \text{ k}\Omega$; $R_B = 4 \text{ k}\Omega$ e $R_A = 8 \text{ k}\Omega$, por exemplo, as entradas $D = 5 \text{ V} = V_D$; $C = 5 \text{ V} = V_C$; $B = A = 0 \text{ V} = V_B = V_A$:

$$V_{out} = - \left(5 \frac{1 \times 1000}{1 \times 1000} + 5 \frac{1 \times 1000}{2 \times 1000} + 0 \frac{1 \times 1000}{4 \times 1000} + 0 \frac{1 \times 1000}{8 \times 1000} \right)$$

$$V_{out} = - \left(5 + \frac{5}{2} + 0 + 0 \right) = -(5 + 2,5) = -7,5 \text{ V}$$

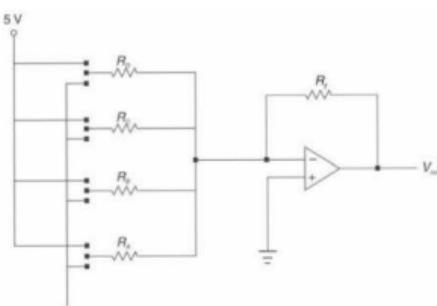


Figura 4.83 Conversor D/A ponderado genérico de 4 bits.

Como exemplo, para o DAC ponderado de 4 bits, as três tensões menos e mais significativas são:

D	C	B	A	V_{out} (V)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0,625
0	0	1	0	1,250
...				
1	1	0	1	8,125
1	1	1	0	8,750
1	1	1	1	9,375

As principais limitações desse DAC são:

- ¶ as entradas digitais variam de 0 a 5 V;
- ¶ o conjunto de resistores deve ser preciso e com grande *range*, portanto a tensão de saída V_{out} é dependente da entrada e da precisão dos resistores utilizados.

Conversor D/A R-2R

O circuito integrado DAC mais comum é baseado na rede R-2R, que estabelece uma sequência binária de correntes que podem ser selectivamente somadas para produzir a saída analógica. Um DAC do tipo rede R/2R cujos valores de resistência variam em uma faixa de somente 2 a 1 encontra-se na Figura 4.84, cuja saída analógica é dada por:

$$V_{out} = -\frac{V_{ref}}{8} \times B$$

em que B é o valor da entrada binária, que pode variar, nesse exemplo, de 0000 (0_{10}) até 1111 (15_{10}).

Se considerarmos que a tensão de referência é $V_{ref} = 5$ V, o fundo de escala desse conversor ocorre quando $B = 1111_2 = 15_{10}$, ou seja:

$$FE = V_{out} = -\frac{5}{8} \times 15 = -9,375 \text{ V.}$$

Alguns conversores DAC comerciais

O **DAC0808** (national semiconductor) fornece 256 (2^8) níveis discretos de tensão (ou corrente) na sua saída. A corrente total I_{out} fornecida na saída é função dos números binários das entradas D0-D7 do DAC e da corrente de referência (I_{ref}):

$$I_{out} = I_{ref} \left(\frac{D7}{2} + \frac{D6}{4} + \frac{D5}{8} + \frac{D4}{16} + \frac{D3}{32} + \frac{D2}{64} + \frac{D1}{128} + \frac{D0}{256} \right)$$

em que D0 é a entrada menos significativa, I_{ref} é a corrente de entrada de referência, que, nesse D/A, é aplicada no pino 14, conforme esboço da Figura 4.85.

No exemplo da Figura 4.85, se for utilizada uma corrente de referência de 2,0 mA, uma tensão de +5 V e resistores-padrão de 1 kΩ e 1,5 kΩ (é interessante também usar um diodo zener, como por exemplo o LM336, para impedir qualquer flutuação com a fonte de alimentação). Considerando-se uma corrente de referência $I_{ref} = 2 e com todas as entradas binárias em nível alto, a máxima corrente de saída I_{out} é 1,99 mA:$

$$I_{out} = I_{ref} \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{16} + \frac{5}{32} + \frac{5}{64} + \frac{5}{128} + \frac{5}{256} \right) = 1,99 \text{ mA}$$

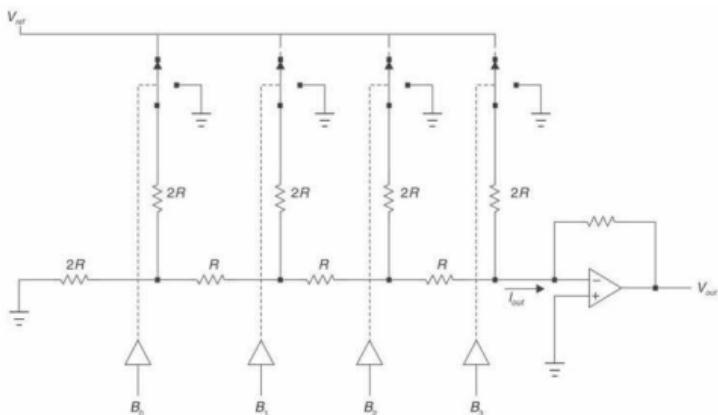


Figura 4.84 Conversor D/A de 4 bits baseado em uma rede R-2R.

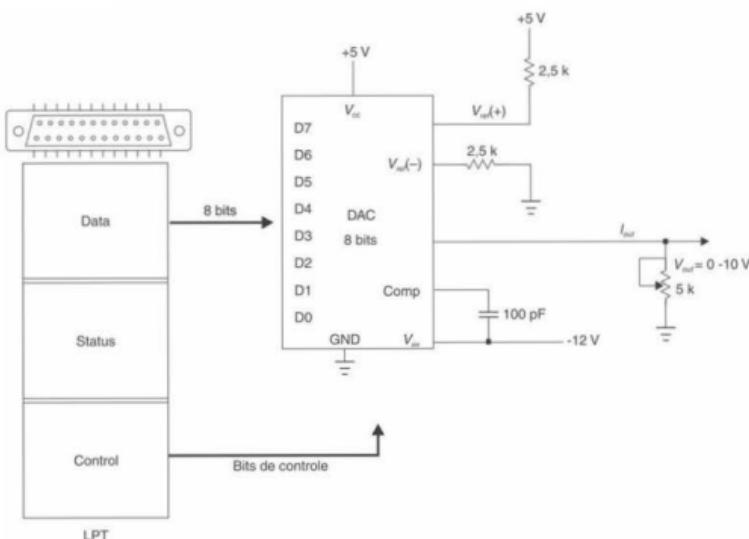


Figura 4.85 Esboço do interfaceamento do DAC de 8 bits a porta paralela IEEE1284-A.

e se $R = 5 \text{ k}\Omega$ e $I_{ref} = 2 \text{ mA}$, V_{out} para a entrada binária 1001 1001 é dado por:

$$I_{out} = 2 \text{ mA} \times \left(\frac{153}{255} \right) = 1,195 \text{ mA}$$

$$V_{out} = 1,195 \text{ mA} \times 5 \text{ k}\Omega = 5,975 \text{ V}$$

A National Semiconductor apresenta outros conversores DAC de 8 bits, entre eles DAC0801, DAC0801, DAC0802, DAC0806, DAC0807, DAC0830 entre outros, que diferem basicamente na linearidade e alimentação. Além disso, é possível adquirir sistemas de aquisição de dados, por exemplo, o LM12454 ou LM12L458. A Texas Instruments apresenta uma ampla gama de conversores DAC com diferentes configurações de velocidade, resolução e alimentação e possibilidades de interfaceamento. Destacam-se os DAC R-2R de 12 bits: DAC7800, DAC7802 entre outros, assim como os DAC R-2R de 16 bits: DAC7654, DAC7664, DAC7734, e a família TLV5620, TLC7225, de 8 bits. Outro fabricante de conversores DAC é a Analog Devices, com diversas linhas e configurações (resoluções de 8 a 18 bits). Como exemplo, a linha de 8 bits: AD558, AD7224, AD5330; a linha de 10 bits: AD5333, AD5310; a linha de 14 bits: AD5516, AD7538; a linha de 18 bits: AD760, entre diversas outras configurações. Cabe observar que diversos outros fabricantes apresentam uma linha de conversores DAC, destacando-se na atualidade a utilização de microcontroladores com conversores D/A internos (*on-chip*).

4.6.2.2 Conversão analógica para digital

São dispositivos (ADC ou A/D) que convertem um nível de tensão (entrada analógica) em um número binário (saída digital), normalmente a relação entre a tensão de entrada e o número de saída é linear.

Características básicas para a escolha correta de um ADC

- ¶ **resolução ou erro de quantização:** é a maior diferença entre qualquer tensão de entrada em relação ao número de saída. Como existe forte relação entre resolução e o número de bits do conversor, normalmente utiliza-se o termo "resolução de *n* bits";
- ¶ **tempo de conversão:** tempo necessário para produzir a saída digital após o início da conversão;
- ¶ **taxa de conversão:** é a maior taxa que o ADC pode realizar as conversões. Para ADCs simples, a máxima taxa é o inverso do tempo de conversão;
- ¶ **estabilidade à temperatura:** é a insensibilidade das características anteriores às alterações da temperatura.

ADC por aproximações sucessivas

Também chamado de ADC SA (*Successive-Approximation Converter*). Um dos conversores ADCs mais comuns no mercado,

utiliza um método de procura binária para determinar os bits da saída (a sequência de números que formam a saída). Uma excelente analogia para compreender esse método é a pesagem de um determinado objeto usando uma balança e uma sequência binária de massas conhecidas, por exemplo, 1 kg, 2 kg, 4 kg, 8 kg, 16 kg e 32 kg, conforme exemplo da Figura 4.86. O objetivo é determinar o peso X com o uso das massas conhecidas – a solução para esse problema foi proposta pelo matemático Tartaglia em 1556. A proposta desse algoritmo é a mesma utilizada no ADC aproximações sucessivas.

O processo é contínuo, testando cada massa em uma sequência decrescente: 32 kg, 16 kg, 8 kg, 4 kg, 2 kg e 1 kg. Deseja-se determinar a massa de X; para isso, posiciona-se em um dos pratos da balança a massa X e no outro prato a massa conhecida: 32 kg. Após, ocorre a verificação da condição: $Y \geq 32$ kg? Se sim, se retém a massa teste (32 kg), e o nível lógico é 1; caso contrário, se descarta ou se rejeita a massa teste, e o nível lógico passa a ser zero. Portanto, os passos para esse teste são:

- ¶ $Y \geq 32$ kg? → Sim, logo se retém a massa 32 kg (ou seja, a massa 32 kg faz parte da solução final, que é obter a massa de X) e nível lógico 1;
- ¶ $Y \geq (32 + 16)$ kg? → Não, logo se rejeita a massa 16 kg e nível lógico 0;
- ¶ $Y \geq (32 + 8)$ kg? → Sim, logo se retém a massa 8 kg e nível lógico 1;

- ¶ $Y \geq (32 + 8 + 4)$ kg? → Sim, logo se retém a massa 4 kg e nível lógico 1;
- ¶ $Y \geq (32 + 8 + 4 + 2)$ kg? → Não, logo se rejeita a massa 2 kg e nível lógico 0;
- ¶ $Y \geq (32 + 8 + 4 + 1)$ kg? → Sim, logo se retém a massa 1 kg e nível lógico 1.
- ¶ Ao final do algoritmo temos: $X = 32 + 8 + 4 + 1 = 45$ kg = 101101₂, ou seja, o valor determinado da massa desconhecida X.

A balança é análoga ao comparador, cuja saída é um nível lógico 0 ou 1, dependendo das amplitudes das duas entradas analógicas. O conjunto de pesos é análogo ao conversor interno DAC, cuja saída é proporcional à soma dos pesos dos bits da entrada binária (veja Figura 4.87, que apresenta o diagrama de blocos dessa arquitetura e típicas formas de onda de controle). Essa técnica usa o registrador de aproximações sucessivas (SAR), e o processo de conversão cumpre os seguintes passos:

- ¶ início da conversão (SOC): habilitação de um comando CONVERT START. Essa habilitação obriga o módulo amostrador e retenha (SHA ou S&H) a ficar no modo hold, e todos os bits do SAR são ressetados, exceto o MSB, que é setado;
- ¶ a entrada do DAC recebe a saída do SAR: se a saída do DAC é maior do que a entrada analógica, esse bit no SAR é 0; caso contrário é 1. O próximo bit mais significativo é então 1; se a saída

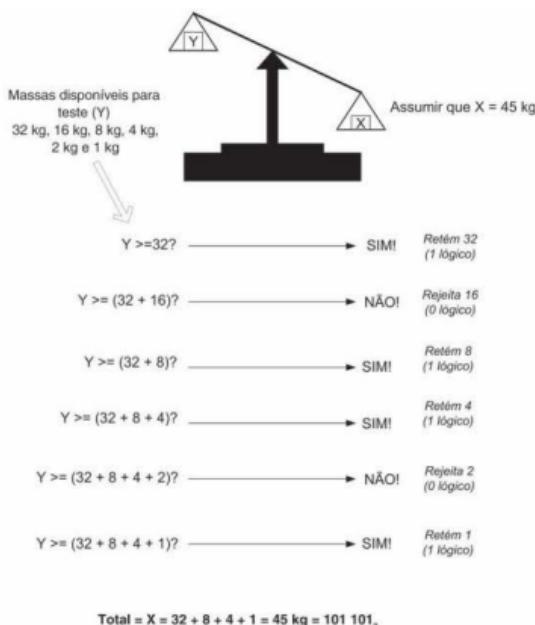


Figura 4.86 Algoritmo utilizado no método de aproximações sucessivas: considere a analogia com uma balança e determinadas massas para uma aproximação sucessiva.

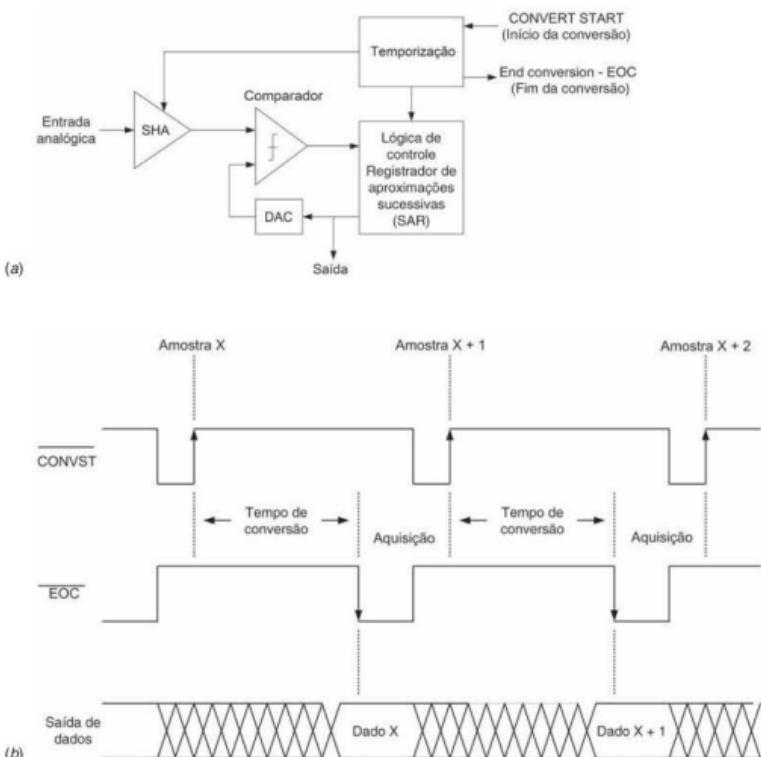


Figura 4.87 (a) Diagrama de blocos do ADC de aproximações sucessivas (o controle lógico é um hardware que implementa o fluxograma mostrado anteriormente – Figura 4.86) e (b) formas de onda demonstrando o processo de conversão até a disponibilidade do dado.

do DAC é maior do que a entrada analógica, esse bit no SAR é 0; caso contrário é 1. O processo é repetido com cada bit;

quando todos os bits foram *setados*, testados e *resetados* de forma apropriada, o conteúdo do SAR corresponde ao valor da entrada analógica e a conversão foi completada.

A Figura 4.88 mostra um exemplo desse conversor. Considere, nesse exemplo, uma entrada analógica de 10,8 V a ser convertida por um conversor de 4 bits com tensão fundo de escala de 16 V ($V_{FE} = 16$ V) – considerando um *offset* do DAC de $-\frac{1}{2} LSB$ ou $-0,5$ V, nesse exemplo:

$$V_o = V_{FE} \left(b_1 \times 2^{-1} + b_2 \times 2^{-2} + b_3 \times 2^{-3} + b_4 \times 2^{-4} \right) - \frac{1}{2} LSB$$

O comando CONVERT START (SOC) inicia o processo de conversão, o registrador SAR faz $b_1 = 1$ com todos os outros bits permanecendo em zero tal que foi gerado o código 1000

(considerando o exemplo de 4 bits apenas: b_1, b_2, b_3, b_4). Isso ocasiona que a saída do DAC é:

$$V_o = 16 (1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4}) - 0,5 = 7,5 \text{ V}$$

No final do período de *clock* T_3 , V_o é comparado com a entrada analógica. $V_i = V_{inicial} = V_f = 10,8$ V, ou seja, $7,5 \text{ V} < 10,8 \text{ V} \rightarrow b_1 = 1$. No início de T_2 , b_2 é *setado* ($b_2 = 1$), gerando um código 1100, $V_o = 16 (1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4}) - 0,5 = 11,5$ V, ou seja, na comparação temos $11,5 \text{ V} > 10,8 \text{ V} \rightarrow b_2 = 0$ no fim de T_2 .

No início de T_3 , b_3 é *setado* ($b_3 = 1$), tal que o código é 1010 e $V_o = 16 (1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4}) - 0,5 = 9,5$ V, ou seja, na comparação temos $9,5 \text{ V} < 10,8 \text{ V} \rightarrow b_3 = 1$.

Finalizando o algoritmo, no início de T_4 , b_4 é *setado* ($b_4 = 1$), tal que o código é 1011 e $V_o = 16 (1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}) - 0,5 = 10,5$ V, ou seja, na comparação temos $10,5 \text{ V} < 10,8 \text{ V} \rightarrow b_4 = 1$.

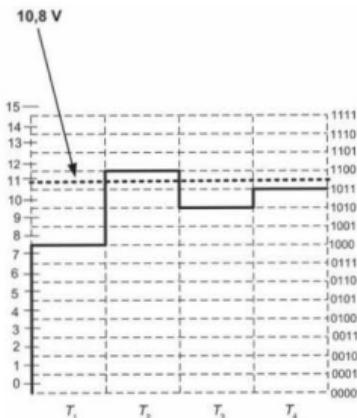


Figura 4.88 Exemplo da conversão de uma entrada analógica de 10,8 V e sua conversão por um ADC de aproximações sucessivas de 4 bits.

Portanto, no final de T_4 , o registrador SAR gerou o código 1011 que idealmente corresponde a 11 V. Observe que qualquer tensão na faixa $10,5 \text{ V} < V_{\text{inser}} < 11,5 \text{ V}$ terá esse mesmo código.

Esse ADC apresenta como principais vantagens o baixo custo, a velocidade, e o fato de ainda poder ser utilizado para grande número de bits. Apresenta porém como desvantagens a precisão e a linearidade limitadas em função da precisão do DAC. Além disso, apresenta a necessidade de um amplificador do tipo *sample and hold* (interno ou externo – muitos desses ADC possuem o SHA interno), por exemplo, o circuito integrado AD582, o AD683 da Analog Devices, para garantir uma entrada constante durante o processo de conversão.

ADC Tracking

Repetidamente compara sua entrada com a saída de um conversor D/A, conforme ilustração da Figura 4.89.

A tensão a ser convertida é comparada com a saída de um DAC que está conectado ao contador crescente/decrecente. Se a tensão é maior, o contador é incrementado (*contador up*) por 1 (incremento passo 1); caso contrário, o contador é decrementado (*contador down*). Esse ADC continuamente compara o sinal de entrada com uma representação reconstruída do sinal de entrada. O contador crescente/decrecente (*contador up/down*) é controlado pela saída do comparador. Se a entrada analógica excede a saída do DAC, o contador conta crescente até que as entradas sejam iguais. Se a saída do DAC excede a entrada analógica, o contador conta decrescente até que sejam iguais.

A principal vantagem desse tipo de conversor é o baixo custo, e as principais desvantagens estão relacionadas à lentidão, precisão e linearidade limitadas em função do conversor DAC.

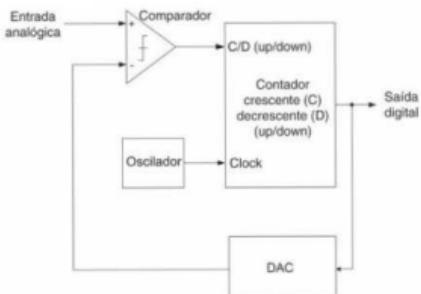


Figura 4.89 ADC tracking.

ADC integrador (charge-balancing ADC e o dual-slope ADC)

Esses conversores realizam conversão ADC indiretamente pela conversão da entrada analógica em uma função linear do tempo e então para o correspondente código digital. Os dois tipos de conversores mais comuns desse tipo de arquitetura são: *charge-balancing ADC* e o *dual-slope ADC*. O tipo *charge-balancing ADC* converte o sinal de entrada para uma frequência, que é então medida por um contador e convertida em um código de saída proporcional à entrada analógica. Essa família de conversor ADC é muito usada em aplicações de telemetria em que é necessário determinar que frequência é transmitida em ambientes ruidosos ou isolados. O tipo *dual-slope ADC* é também conhecido como ADC dupla rampa (*dual-ramp ADC*) – veja a Figura 4.90.

No início da conversão (SOC: *Start of Conversion*), a tensão de entrada desconhecida (V_{desc}) ou tensão de entrada analógica, é aplicada, juntamente com uma tensão de referência (V_{ref}), à entrada de um circuito somador, cuja saída é dada por:

$$V_a = -\frac{1}{2}(V_{\text{desc}} + V_{\text{ref}})$$

Em seguida a saída do circuito somador (V_a) é imposta ao circuito integrador, que integra essa tensão com relação ao tempo para obter (com tempo fixo de integração t):

$$V_i = \frac{1}{2}(V_{\text{desc}} + V_{\text{ref}}) \frac{t}{RC}$$

A relação entre a tensão de saída do integrador e o tempo é dada pela reta ou rampa de carga (Figura 4.91).

Ao completar a integração no tempo t , uma chave na entrada do circuito integrador é ativada para desconectar o circuito somador e conectar a tensão de referência (V_{ref}) ao integrador (veja a Figura 4.92). Nesse momento a relação entre a tensão de saída do integrador e o tempo é dada pela rampa de descarga (Figura 4.93).

A saída do integrador diminui com uma rampa de:

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta t} = -\frac{V_{\text{ref}}}{RC}$$

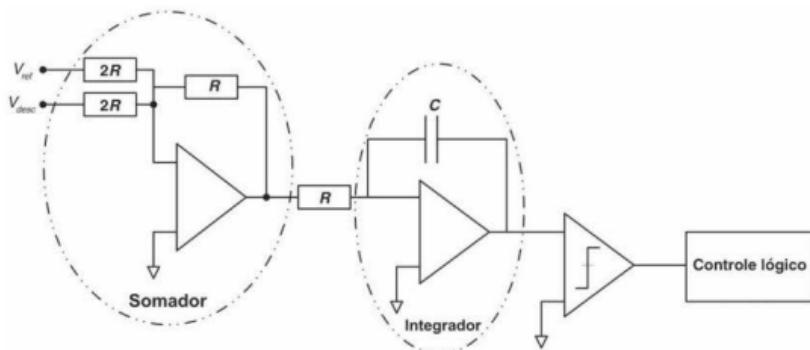


Figura 4.90 Diagrama de blocos do ADC dupla rampa.

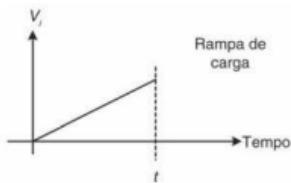
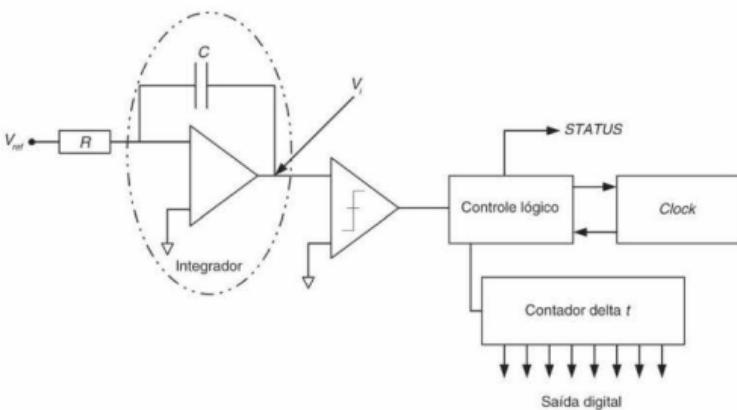


Figura 4.91 Rampa de carga.

Figura 4.92 A chave na entrada do circuito integrador é ativada para desconectar o circuito somador e conectar a tensão de referência (V_{ref}) ao integrador do ADC dupla rampa.

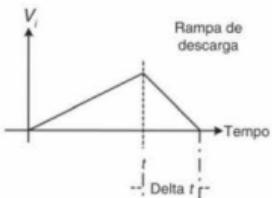


Figura 4.93 Forma de onda completa do ADC dupla rampa: (a) representando as rampas de carga e de descarga.

O comparador monitora a tensão de saída do integrador (V_i) com um sinal que interliga o controlador lógico quando V_i vai para zero. O cruzamento por zero (0) ocorre quando:

$$\frac{(V_{desc} + V_{ref})}{2RC} \times t = \frac{V_{ref} \Delta t}{RC}$$

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{desc}}{V_{ref}} + 1 \right)$$

A contagem de pulsos de $clock$ $\frac{\Delta t}{t}$ está relacionada à relação

$\frac{V_{desc}}{V_{ref}}$. Portanto, o contador terá uma representação binária da tensão desconhecida (V_{desc}).

Outro diagrama de blocos para explicar o funcionamento do ADC dupla rampa é apresentado na Figura 4.94. A entrada é mantida em um capacitor durante determinado período de tempo. Um $clock$ é usado para medir o tempo de descarga do capacitor, e o número de pulsos de $clock$ é a saída digital.

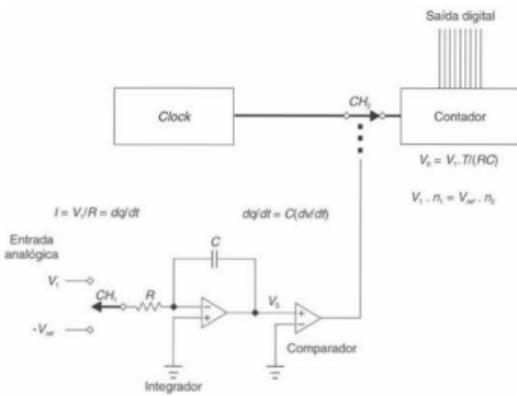


Figura 4.94 ADC integrador.

Esse ADC é relativamente lento, porém é preciso, linear e muito utilizado em analisadores lógicos. Os principais passos de funcionamento são:

- ¶ a chave CH_1 conecta a entrada analógica V_i à entrada do circuito integrador para um conjunto de ciclos de $clock$ n_1 (tempo fixo T).
- ¶ posteriormente, CH_1 conecta a tensão $-V_{ref}$ ao integrador para descarregar o capacitor em um determinado tempo fixo, enquanto a chave CH_2 conecta o contador para contar o número de $clocks$ n_2 necessários para descarregar o capacitor C .
- ¶ a relação $\frac{n_2}{n_1}$ é o valor digital da integral $\frac{V_i}{V_{ref}}$.

Diversos instrumentos digitais utilizam esse ADC, por exemplo, multímetros em que é necessária precisão porém a velocidade de resposta não é significativa no processo.

ADC Flash

Também denominado comparador paralelo, é considerado o conversor A/D comercial mais rápido. Utiliza $2^n - 1$ comparadores simultaneamente para determinar todos os n bits da saída digital (Figura 4.95).

As principais características desse conversor são:

- ¶ conversão rápida, da ordem de nanosegundos (ns);
- ¶ taxa de amostragem elevada (dezena a centena de milhões de amostras por segundo);
- ¶ grande quantidade de comparadores que exigem tensões de referência de grande exatidão;
- ¶ a exatidão da conversão depende da exatidão de comparação de cada comparador;
- ¶ não alcança resoluções elevadas em função do grande número de comparadores necessários;
- ¶ sua principal desvantagem é seu custo, pois os $2^n - 1$ comparadores aumentam significativamente com o número de bits. Além disso, o aumento do número de comparadores está relacionado ao aumento da área do integrador, dissipação de potência;
- ¶ normalmente são encontradas unidades comerciais para 4 bits (15 comparadores no total), 6 bits (63 comparadores) e 8 bits (255 comparadores).

Basicamente, esse conversor é formado por uma rede de resistores utilizada para criar $2^n - 1$ níveis de referência separados entre si por 1 LSB e um banco de $2^n - 1$ comparadores de alta velocidade para simultaneamente comparar a tensão analógica de entrada (V_i) em cada nível. Todos os comparadores são interligados ao mesmo clock, e suas saídas são 1 (nível lógico alto), quando os níveis de referência nas entradas dos comparadores são inferiores a V_i .

A saída dos comparadores é a entrada de um decodificador (denominado, nesse conversor, codificador de prioridade) responsável pela geração do código binário. Seu nome, *flash converter*, de-

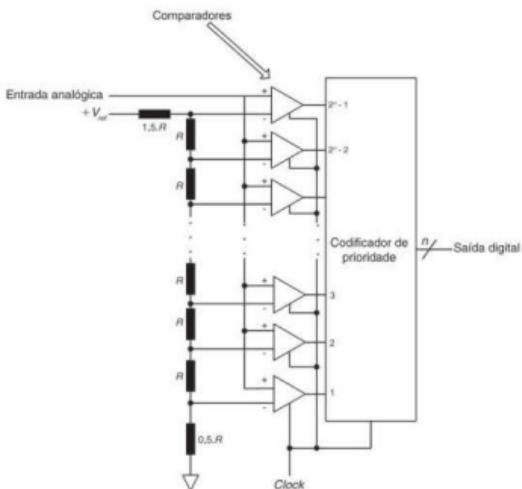


Figura 4.95 Esboço do ADC flash.

riva do fato de que todo o processo de digitalização (amostragem, *hold* e decodificação) ocorre em apenas um ciclo de *clock*. Esse conversor é utilizado em aplicações que necessitam de alta velocidade de conversão, como por exemplo no processamento de vídeo em que taxas típicas na faixa de milhões de amostras por segundo são necessárias (Msp - *Mega samples por segundo*).

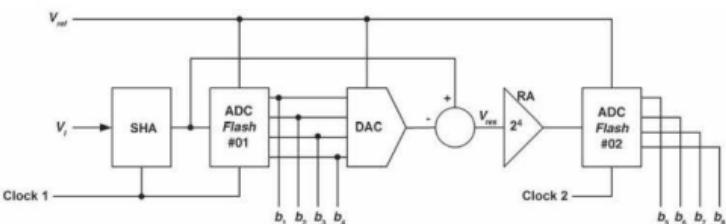
ADC Subfaixa

Também chamado de ADC dois passos, conversor $\frac{1}{2}$ flash ou *subranging converter*. A Figura 4.96 apresenta o diagrama de blocos de um típico conversor $\frac{1}{2}$ flash.

Essa arquitetura utiliza um ADC Flash #01 para fornecer (digitalizar) de forma rápida e precisa os bits mais significativos¹ (n_{mais}) da palavra binária ou código binário final. Em sequência, esses bits são disponibilizados à entrada de um DAC de n bits para fornecer uma aproximação à entrada analógica (V). A diferença entre essa entrada analógica e a saída do DAC é denominada saída residual, é amplificada por um amplificador denominado amplificador residual (RA) e finalmente entregue ao ADC flash #02 para digitalizar a determinação dos bits menos significativos (n_{menos}) da palavra binária ou código binário final, ou seja, $n = n_{\text{mais}} + n_{\text{menos}}$. Cabe observar, na Figura 4.96, a importância do registrador amostrador e retenha (SHA), pois nesse conversor é importante manter (*hold*) o valor da entrada analógica V , durante a digitalização do resíduo. Considerando o mesmo código do exemplo da Figura 4.96, ou seja, um código de 8 bits, seriam necessários, em um conversor *flash*, 255 comparadores ($2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$). Nessa configuração ocorre uma redução drástica no número de comparadores, pois cada ADC flash é responsável apenas pela metade dos bits do código binário final. Sendo assim, nesse exemplo, temos $2^4 - 1 = 15$ comparadores para cada ADC. Como são 2 ADC's do tipo *flash* nessa arquitetura, temos ao todo apenas 30 comparadores! Evidentemente o preço pago pela redução

no número de comparadores é o aumento do tempo de conversão, na primeira fase de conversão temos o tempo de conversão do ADC flash #01 acrescido do tempo dos blocos SHA, DAC, subtrator e RA. Na segunda fase, temos ainda o tempo de conversão do ADC flash #02. Portanto, essa arquitetura é mais lenta quando comparada ao ADC *flash*, mas é mais rápida do que a do ADC de aproximações sucessivas.

¹Cabe lembrar os conceitos apresentados no Capítulo 3, em que LSB representa o bit menos significativo ou de mais baixa ordem e MSB representa o bit mais significativo ou de mais alta ordem. Por exemplo, na explicação do conversor $\frac{1}{2}$ flash, podemos considerar uma palavra de 8 bits ou um código binário de 8 bits, como por exemplo 1100 0010, em que o nibble 1100 representa os 4 bits mais significativos (n_{mais}) e o nibble 0010, os 4 bits menos significativos (n_{menos}).

Figura 4.96 Diagrama de blocos de um típico conversor $\frac{1}{2}$ flash.

ADC pipelined

O conceito denominado *pipeline* deriva do desenvolvimento das arquiteturas de computadores, ou seja, resumidamente, da procura por procedimentos de melhoria do processamento por divisão de tarefas, isto é, a redução do tempo de processamento para determinada atividade. Apenas como exemplo, uma das características básicas do projeto do processador da INTEL 8086 era que ele tivesse a capacidade de processar informações de forma mais rápida. Basicamente, na época, se destacaram duas possíveis soluções:

- ¶ aumentar a frequência de trabalho do processador, o que necessitava de melhoria dos componentes usados nos circuitos impressos;
- ¶ ou modificar a arquitetura interna do processador – *surgimento do conceito de pipeling*.

Como exemplo, considere a Figura 4.97, em que é apresentado um gráfico no tempo comparando a arquitetura 8085 com a arquitetura 8086.

De forma bem simplificada, um processador é responsável por controlar três atividades básicas: buscar informação na memória (o denominado ciclo de busca ou ciclo de *fetch*), decodificar informação na memória e executar informação da memória (na Figura 4.97 essas duas funções estão juntas no ciclo execução (EXEC)). Comparando os dois processadores:

- ¶ processador 8085: executa a busca (*fetch 1*) da primeira instrução (ou informação 1) da memória no tempo 1. A seguir executa (decodifica e executa), no tempo 2, essa informação 1. Somente após o final do ciclo de tempos: tempo 1 + tempo 2, o processador está habilitado a buscar a segunda instrução da memória (ou informação 2). Sem alterar a organização dessa arquitetura, uma das maneiras de melhorar o desempenho desse tipo de sistema seria aumentar a frequência do relógio do sistema (*clock*), reduzindo, portanto, os tempos entre diferentes operações do processador.
- ¶ os projetistas do processador 8086 resolveram implementar o conceito *pipeling* na sua arquitetura, ou seja, dividiram o processador em duas unidades autônomas, isto é, dividiram a estrutura interna do microprocessador em duas seções: unidade de execução (EU), que executa as instruções previamente “buscadas” (*fetched* – ciclo de busca), e unidade barramento

to interface (BIU), responsável por acessar a memória e periféricos (veja a Figura 4.98).

Uma boa analogia para comparar os processadores 8085 e 8086 e compreender o conceito de *pipeling* seria considerar um escritório, em que apenas um funcionário realizasse todas as atividades em sequência. Sendo assim, só poderia realizar a segunda tarefa no momento em que a primeira tarefa fosse terminada. Agora considere um escritório, em que trabalham dois funcionários especializados em tarefas diferentes. Sendo assim, quando o funcionário termina a primeira tarefa, ela é direcionada para continuar a ser executada pelo funcionário. No momento em que o funcionário inicia o trabalho na tarefa, seu colega, ou seja, o funcionário, se tornou ocioso? Claro que não! Nesse momento o funcionário iniciou a execução da tarefa₂ e assim por diante, ou seja, em uma mesma base de tempo os dois funcionários estão trabalhando. Cabe observar que existem diversas técnicas de *pipeling*. Por exemplo, considera a multiplicação de dois números grandes: 200 000 × 100 000. Como os blocos multiplicadores e divisores normalmente são mais lentos do que os blocos somadores e subtraidores, seria interessante utilizar o conceito denominado *pipeling* aritmético, ou seja, multiplicar números pequenos e somar o resultado, como no exemplo: $(2 \times 1) \times 10^{15} = 2 \times 10^{15}$.

O ADC *pipeling* utiliza o mesmo conceito apresentado anteriormente, ou seja, divide a tarefa de conversão em uma sequência de subtarefas seriais (realizadas por unidades denominadas estágios). Entre os diversos estágios encontra-se um registrador SHA para permitir que as subtarefas individuais sejam executadas concorrentemente a fim de permitir a obtenção de altas taxas. Um exemplo de uma arquitetura ADC *pipelined* é dado na Figura 4.99.

No exemplo típico do ADC *pipelined* (Figura 4.99), percebe-se que cada estágio contém as seguintes unidades básicas: registrador SHA, um ADC, um DAC, um subtrator e um amplificador RA. O primeiro estágio amostra a entrada analógica (V_i), digitalizando-a em k bits, e utiliza o bloco DAC-subtrator-RA para criar um resíduo para o próximo estágio do bloco. O próximo estágio mostra esse resíduo e realiza uma sequência de operações similares enquanto o estágio anterior já está livre para processar a próxima amostra.

Conversores ADC sobreamostragem (oversampling)

O principal integrante dessa família de conversores é o ADC sigma-delta (ADC $\Sigma - \Delta$). De forma simplificada, um ADC $\Sigma - \Delta$ de primeira ordem consiste em um digitalizador de 1 bit ou modulador para converter a tensão de entrada analógica (V_i) em um fluxo de dados seriais (conjunto de dados seriais) de alta frequência (V_o), seguido por um filtro digital/decimador para converter esse fluxo de dados seriais (conjunto de dados seriais) em uma sequência de palavras de n bits do valor binário fracional D_0 em uma taxa de f_s palavras por segundo. O modulador é implementado de um *latch* comparador atuando como um ADC de 1 bit, um DAC de 1 bit e um integrador para integrar (Σ) a diferença (Δ) entre V_i e a saída do DAC – daí o nome do ADC. O comparador é *strobed* a uma taxa de kf_s amostras por segundo, em que k , usualmente uma potência de 2, é chamado de taxa de sobreamostragem.

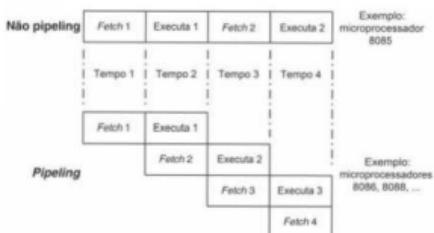


Figura 4.97 Comparação entre um processador (8085) que não utiliza *pipeling* e outro cuja arquitetura (8086) é *pipeling*.

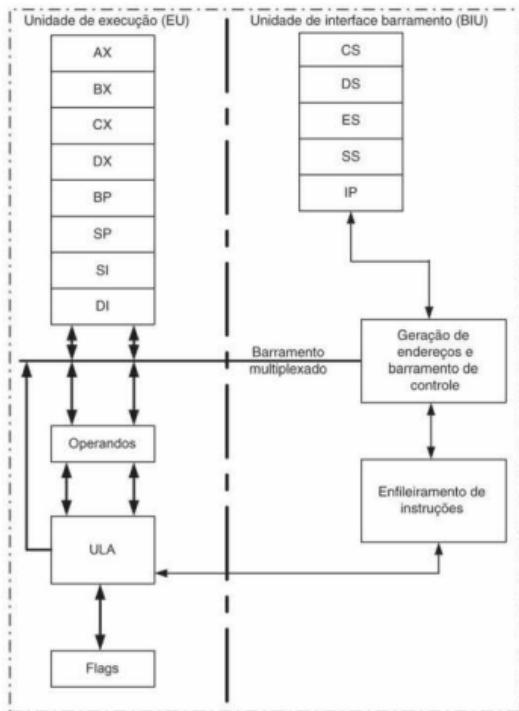


Figura 4.98 Esboço da organização interna do processador 8086 mostrando a implementação do conceito *pipeling*, ou seja, divisão em duas unidades com tarefas distintas (o ciclo de execução pode ser visualizado de forma resumida na Figura 4.97).

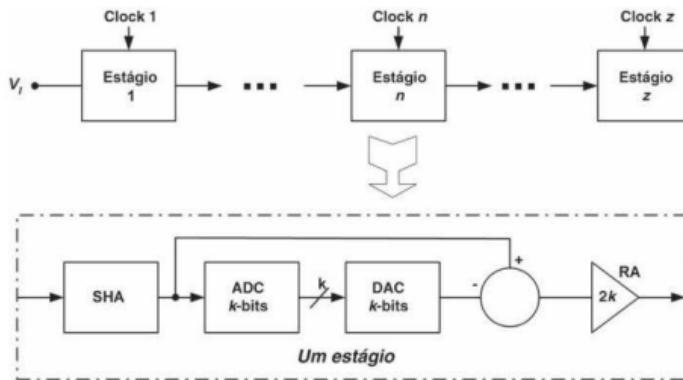


Figura 4.99 Diagrama de blocos de uma típica arquitetura ADC *pipelined*.

De forma geral, o ADC delta-sigma apresenta as seguintes características principais: baixo custo, alta resolução (24 bits) e baixa potência. É muito utilizado em aplicações que envolvem processamento de sinais de áudio.

Alguns conversores ADC comerciais

Um conversor A/D clássico e muito utilizado em anos anteriores é o ADC0804 (National Semiconductor), que funciona com tensão de 5 V e apresenta uma resolução de 8 bits (Figura 4.100).

D0-D7 são os pinos de saída digitais. São saídas *three-state*, e o dado convertido é acessado somente quando CS = 0 e RD é forçado para baixo. Para calcular a tensão de saída, utilize a seguinte expressão:

$$D_{out} = \frac{V_{in}}{\text{Resolução}} \quad [\text{em decimal}]$$

em que D_{out} é a saída do dado digital (em decimal), V_{in} é a tensão de entrada analógica e Resolução é a menor mudança, que é $\left(\frac{2 \times V_{ref}}{256 - 1} \right)$ para um conversor D/A de 8 bits. As típicas formas de onda encontram-se na Figura 4.101.

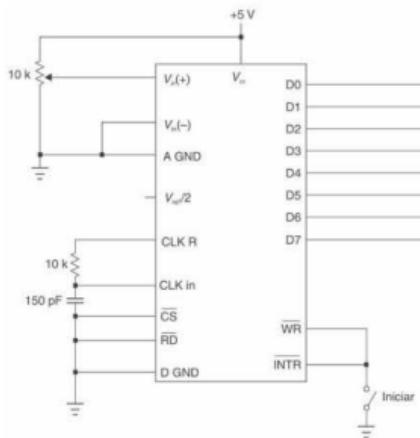
As formas de onda apresentadas na Figura 4.101 explicam o funcionamento e o controle necessários para esse conversor. Com o pino de seleção *chip select* (\overline{CS}) em nível baixo, o ADC está habilitado e, assim, pronto para ser utilizado. Com a transição do pino de controle de escrita ou *WRite* (\overline{WR}) de 0 para 1 (nível baixo para alto), o ADC inicia o processo de conversão, ou digitalização, do sinal analógico disponível na entrada V_{in} . Com o

Tabela 4.3 Saída do ADC em função da entrada em mV para o LM35

Temperatura (°C)	V_{in} (mV)	A/D 0804 V_{out} D7...D0
0	0	00000000
1	10	00000001
2	20	00000010
3	30	00000011
10	100	00001010
30	300	00011110

monitoramento do pino de interrupção (\overline{INTR}), é possível verificar o término da digitalização indicada pela transição do nível alto para baixo no pino \overline{INTR} . Com a garantia da finalização da digitalização é possível realizar a leitura dos dados forçando a transição do nível alto para baixo, no pino de controle de leitura ou *Read* (\overline{RD}), disponibilizando os dados nos pinos de saída D0-D7.

Como exemplo, considere a aquisição de temperatura através de um sensor LM35 e do conversor ADC0804. A faixa de temperatura aproximada do LM35 é de -55°C a 150°C , e sua saída é de 10 mV para cada $^{\circ}\text{C}$, resumidamente apresentada na Tabela 4.3. O interfaceamento desse sistema (LM35 – ADC0804) pode ser realizado pela porta paralela IEEE1284-A de um computador (Figura 4.102).



$V_{in}/2$	V_{in} (V)	Resolução (mV)
Não usado (aberto)		
2	0 a 5	5/256 = 19,53
	0 a 4	4/255 = 15,62
1,5	0 a 3	3/256 = 11,71
1,28	0 a 2,56	2,56/256 = 10
1	0 a 2	2/256 = 7,81
0,5	0 a 1	1/256 = 3,90

Por exemplo, para
um conjunto de leds

Figura 4.100 Pinagem, configuração modo teste e faixa de tensão de entrada relacionada à resolução do ADC0804 da National Semiconductor.

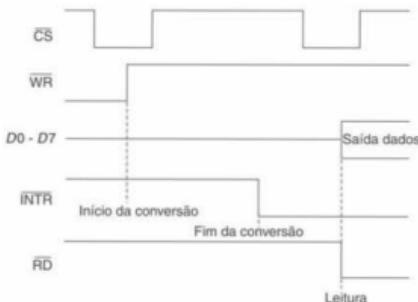


Figura 4.101 Formas típicas de onda do ADC0804.

No esboço da Figura 4.102, a porta paralela está configurada no modo padrão (SPP). Nesse modo, a porta *data* é unidirecional (porta de saída), e, portanto, a temperatura digitalizada pelo ADC é armazenada temporariamente em um *buffer three-state* de 8 bits, cujo controle (nesse esboço realizado por um pino da porta *control*) disponibiliza 4 em 4 bits para a leitura pela porta *status* (essa porta não contém 8 bits para entrada).

A Figura 4.103 apresenta o fluxograma resumido para controlar o circuito da Figura 4.102, em que se percebe a relação direta com as formas de onda da Figura 4.101 do ADC. Uma das etapas importantes desse controle é a garantia de que os 8 bits

digitalizados estejam corretamente armazenados (controle correto do *buffer three-state*).

Diversos outros fabricantes apresentam uma ampla linha de conversores ADC, entre eles Texas Instruments, Analog Devices, Philips, Maxim, entre outros. A Analog Devices apresenta uma linha com números diferentes de entradas analógicas, potência de dissipação, interfaces, taxas de digitalização e resolução (6 a 24 bits). Por exemplo, a família de 8 bits: AD9059, AD9057-80; a família de 12 bits: AD10226, AD9433-125; a família de 13 bits: AD7329, AD7321; a família de 14 bits: AD7484, AD9243 até a família de 24 bits: AD1555, AD7730 entre outros. Da mesma maneira, a Texas Instruments, apresenta uma ampla família de 8 a 24 bits de resolução com diferentes configurações. Por exemplo, a família de 16 bits: ADS1112, a família de 24 bits: ADS1224, entre outros.

4.7 Filtros Analógicos

4.7.1 Conceitos básicos

Foram desenvolvidos filtros para atenuar frequências maiores do que a frequência de Nyquist de uma determinada aplicação, que não são detectadas pelo conversor ADC. Geralmente a atenuação de um filtro deve ser menor que o nível de ruído de quantização rms definido por um determinado conversor. Considere, por exemplo, um conversor ADC de 12 bits, cuja resolução é dada por:

$$2^{12} = 4\,096 \text{ níveis de tensão.}$$

Caso a tensão de referência desse ADC seja 5 V, cada nível é igual a $\frac{5\text{ V}}{2^{12}-1} \equiv 1\text{ mV} \equiv 0,001\text{ V}$, denominado nível *q*. Ca-

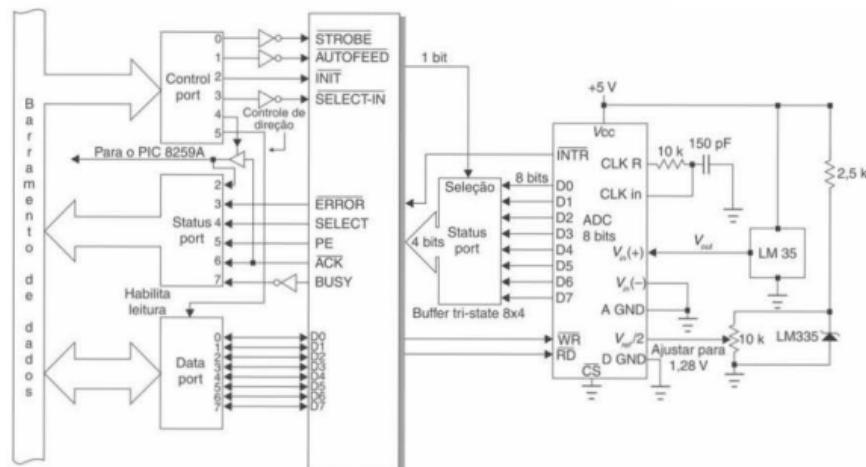


Figura 4.102 Esboço do interfaceamento do LM35 – ADC0804 com a porta paralela IEEE1284-A para aquisição da temperatura.

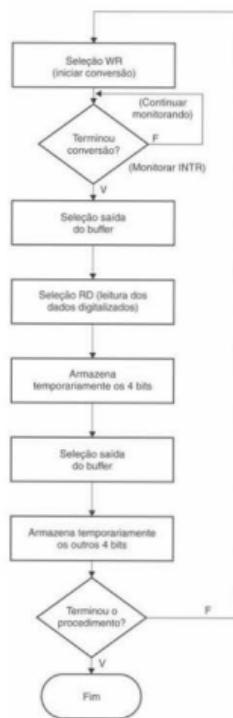


Figura 4.103 Fluxograma para o exemplo da Figura 4.102.

be observar que, para se utilizarem todos os bits disponíveis em seu conversor (neste exemplo, 12 bits) para os dados e não para conversão de ruído, as frequências no passa-faixa (ou no rejeitabanda ou ainda no filtro *notch*) devem atenuar, no mínimo, o nível de **ruído de quantização rms** dado por $\frac{q}{2\sqrt{3}} = V_q$. Para o exemplo

$$\begin{aligned} q_{rms} &= -20 \log_{10} \left(\frac{V_{fundo_escalado}}{V_q} \right) = -20 \log_{10} \left(\frac{5}{\frac{q}{2\sqrt{3}}} \right) = \\ &= -20 \log_{10} \left(\frac{5}{\frac{0,001}{2\sqrt{3}}} \right) = -84,77 \text{ dB} \end{aligned}$$

necessitamos de $-84,77 \text{ dB}$ de atenuação para o filtro passa-faixa. A ordem desse filtro N é dada, em forma simplificada, por:

$$N = \frac{|q_{rms}|}{6 \log_2 \left(\frac{f_s}{2 \times f_{pb}} \right)}$$

sendo

q_{rms} a atenuação do filtro passa-faixa desejada
 f_{pb} a frequência de corte, e supondo-se que seja igual ao comprimento de banda da entrada analógica desejada
 f_s a frequência de amostragem (o período de transição inicia em $f_s/2$).

Considerando-se, por exemplo, o conversor ADC de 12 bits, que necessita de aproximadamente -85 dB de atenuação (filtro passa-faixa), uma razão de amostragem de 10 kHz e uma frequência de corte de 4 kHz (também denominada *cut-off frequency*), a ordem do filtro (ordem ou polo de um filtro é o número de componentes reativos — capacitores ou indutores) — deve ser de

$$N = \frac{|q_{rms}|}{6 \log_2 \left(\frac{f_s}{2 \times f_{pb}} \right)} = \frac{85 \text{ dB}}{6 \log_2 \left(\frac{10 \text{ kHz}}{8 \text{ kHz}} \right)} = 44.$$

Sendo assim, a faixa dinâmica desse sistema de aquisição para evitar problemas com o ruído necessita de um filtro de ordem 44. Cabe observar que o desenvolvimento de filtros de ordem maior do que 8 é caro, sendo, portanto, necessárias técnicas para redução da complexidade do projeto de filtros que serão abordadas no decorrer deste capítulo.

Filtro passa-baixas é um passa-banda até uma dada frequência específica denominada frequência de corte, cuja resposta ideal encontra-se representada na Figura 4.104, atenuando altas frequências.

Filtro passa-banda (passa-faixa) possibilita a passagem de uma banda específica de frequência, atenuando baixas e altas frequências. A diferença entre a frequência de corte superior e inferior determina a largura de banda do filtro. A frequência central é dada por

$$f_{central} = \sqrt{f_{superior} \times f_{inferior}},$$

cuja resposta ideal encontra-se representada na Figura 4.105.

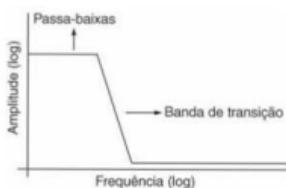


Figura 4.104 Filtro passa-baixas ideal.

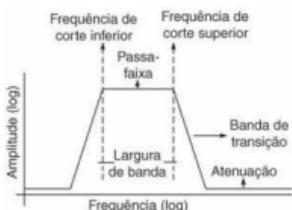


Figura 4.105 Filtro passa-faixa ideal.

O filtro **notch** é uma variante do filtro passa-faixa em que as frequências inferiores e superiores a uma determinada frequência não são atenuadas, enquanto uma determinada frequência é atenuada ao máximo (pode ser visualizado como uma combinação dos filtros passa-baixas e passa-altas), conforme esboço da Figura 4.106.

O filtro **passa-altas** rejeita frequências inferiores a uma frequência específica, ou seja, atenua baixas frequências, cuja resposta ideal está representada na Figura 4.107.

4.7.2 Principais classes de filtros

Característica Butterworth: é um filtro cuja resposta é plana, ou seja, não apresenta *ripple* (ondulação); sendo assim, apresenta variação monotônica (derivada da magnitude não muda de sinal a uma dada faixa de frequência). A função normalizada é dada por:

$$|H(j\omega)|^2 = H^2 \frac{1}{1 + \omega^{2n}}$$

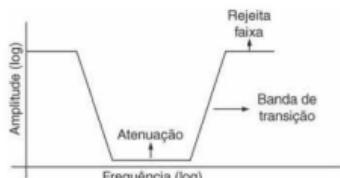


Figura 4.106 Filtro notch ideal.

sendo H^2 um fator de escala. Esta expressão matemática produz pólos para um filtro com características Butterworth, cuja resposta para um Butterworth de segunda ordem é dada pela Figura 4.108.

Característica Chebyshev: filtros que apresentam melhor resposta próxima à frequência de corte quando comparados aos filtros de Butterworth. Porém, apresentam *ripple* na banda de transição. Esses filtros são baseados no uso de polinômios especializados, que convergem rapidamente introduzindo um erro mínimo na aproximação. Esses polinômios são denominados polinômios de Chebyshev, em homenagem àquele que foi o primeiro a utilizá-los em seu estudo sobre motores a vapor, e apresentam a seguinte forma clássica:

$$T_{n+1}(x) - 2x T_n(x) + T_{n-1}(x) = 0.$$

Substituindo-se ω por x e considerando-se

$$T_0(\omega) = 1$$

$$T_1(\omega) = \omega$$

$$T_{n+1}(\omega) = 2 \cdot \omega \cdot T_n(\omega) - T_{n-1}(\omega),$$

que pode ser utilizado para se determinarem os polinômios de qualquer ordem:

$$T_2(\omega) = \omega^2$$

$$T_3(\omega) = 2\omega^3 - 1$$

$$T_{n+1}(\omega) = 2 \cdot \omega \cdot T_n(\omega) - T_{n-1}(\omega), \text{ para } n \geq 1.$$

A característica desse filtro para um passa-baixas é:

$$|H(j\omega)|^2 = H^2 \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot T_n^2(\omega)}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{10} - 1}$$

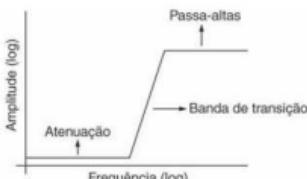


Figura 4.107 Filtro passa-altas ideal.

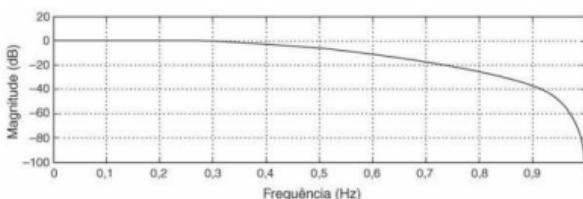


Figura 4.108 Resposta de um filtro com característica Butterworth de segunda ordem.

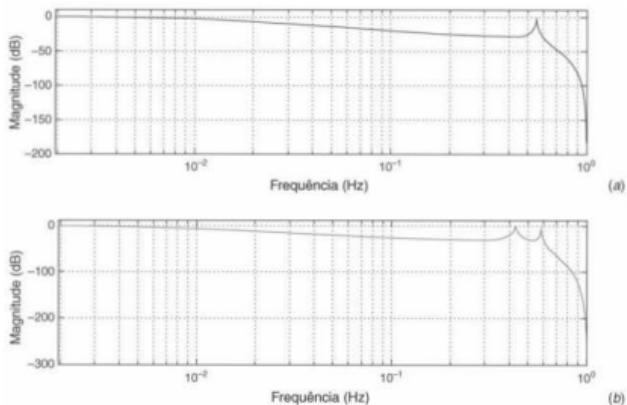


Figura 4.109 Resposta de um filtro com característica Chebyshev (a) de terceira e (b) de quinta ordens.

em que ϵ representa a magnitude do desvio da banda passante, r representa o *ripple* da banda passante e a expressão $T_n^2(\omega)$ é o polinômio de Chebyshev de ordem n . Os gráficos da Figura 4.109 apresentam a resposta de um filtro com característica de Chebyshev de terceira e quinta ordens.

Equalizadores de atraso: filtros que também se denominam passa-tudo, e cuja função de transferência é:

$$H(s) = \frac{(s - \omega_1) \cdot (s^2 - \frac{s \cdot \omega_2}{Q_1} + \omega_2^2) \dots}{(s + \omega_1) \cdot (s^2 + \frac{s \cdot \omega_2}{Q_2} + \omega_2^2) \dots}$$

A proposta desse filtro é modificar as características de atraso do sinal pelo deslocamento da fase. Como exemplo, um filtro passa-todo de primeira ordem encontra-se representado na Figura 4.110, que possibilita deslocar a fase de 0° a 180° apenas alterando R_1 e C_1 .

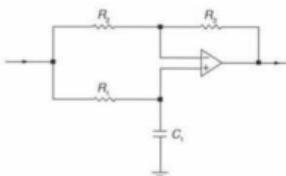


Figura 4.110 Filtro equalizador de primeira ordem (passa-todo).

4.4.7.3 Resposta em frequência

De maneira geral, são utilizados filtros para alterar ou modificar o comportamento em frequência de um sinal. Conforme salientamos anteriormente, o filtro passa-baixas atenua o conteúdo de frequência de um sinal que está acima de certa frequência de corte, f_c ; o filtro passa-altas atenua as frequências inferiores a f_c . O filtro passa-faixa ou passa-banda é formado cascanteando-se um filtro passa-altas e um passa-baixas e atenua as frequências de corte dos filtros cascadeados. Como exemplo, a Figura 4.111 apresenta os filtros passa-baixas e passa-altas de primeira ordem com componentes passivos.

A resposta em frequência de um filtro pode ser determinada pela excitação do circuito por um sinal senoidal de magnitude e frequência conhecidas, como, por exemplo, $V_m \cos(\omega t)$, e pelo cálculo ou medição da resposta de saída do circuito, como, por exemplo, $V_{out} \cos(\omega t + \theta)$, tal como mostra a Figura 4.112.

Uma das maneiras de se calcular a resposta em frequência é determinar a função de transferência $T(s)$ e manipular sua forma como se segue. As funções de transferência podem ser tratadas no formato de polos e zeros:

$$T(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots}{(s + p_1)(s + p_2) \dots},$$

que pode ser alterada para um formato mais conveniente:

$$T(s) = \frac{K z_1 z_2 \dots \left(1 + \frac{s}{z_1}\right) \left(1 + \frac{s}{z_2}\right) \dots}{p_1 p_2 \dots \left(1 + \frac{s}{p_1}\right) \left(1 + \frac{s}{p_2}\right) \dots}$$

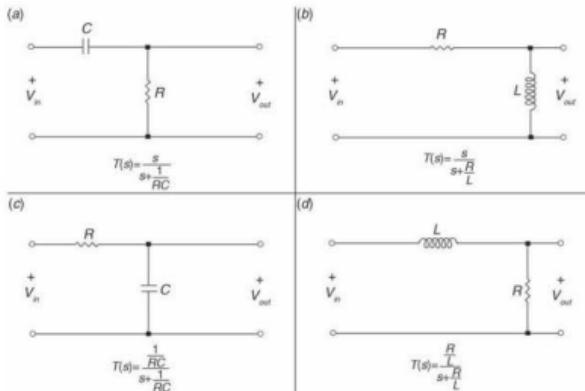


Figura 4.111 Divisores de tensão implementados como: (a) e (b) filtros passa-altas de primeira ordem; (c) e (d) filtros passa-baixas de primeira ordem.

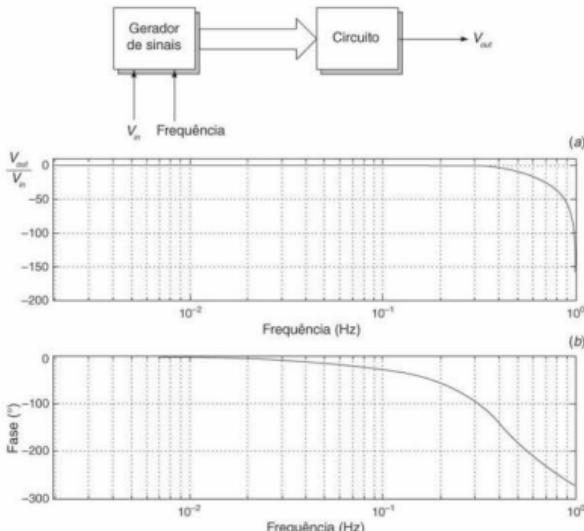


Figura 4.112 Resposta em frequência de um circuito com uma entrada senoidal de magnitude e frequência conhecidas: (a) módulo e (b) fase.

sendo K_d definido por:

$$K_d = \frac{K z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots}$$

Substituindo $s = j\omega - j2\pi f$, temos:

$$T(j\omega) = K_d \frac{\left(1 + \frac{j\omega}{z_1}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{z_2}\right) \dots}{\left(1 + \frac{j\omega}{p_1}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{p_2}\right) \dots}$$

que é uma função complexa:

$$T(j\omega) = |T(j\omega)| e^{j\theta T(j\omega)}$$

sendo $\theta_{T(j\omega)}$ o ângulo ou fase, e $|T(j\omega)|$ a magnitude ou módulo. Percebe-se que essas variáveis estão relacionadas a respostas em frequência exemplificadas na Figura 4.112:

$$\begin{aligned} |T(j\omega)| &= \frac{|V_{out}|}{|V_{in}|} \rightarrow \text{módulo} \\ \theta_{T(j\omega)} &= \theta \rightarrow \text{fase.} \end{aligned}$$

Para frequência angular $\omega = 0$, o circuito não oscila (estado DC) e $T(j0) = K_d$; sendo assim, K_d representa o ganho DC. A frequência de corte, f_c , é definida como a frequência em que

$$|T(j\omega_c)| = \frac{|T(j\omega)|_{\max}}{\sqrt{2}} = 0,707 |T(j\omega)|_{\max}$$

e

$$\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot f_c.$$

A Figura 4.113(a) apresenta um **filtro ativo passa-baixas** utilizando um amplificador operacional que apresenta a facilidade de alterar o ganho e uma impedância de entrada muito baixa. Em sequência, a Figura 4.113(b) mostra a configuração de um **filtro ativo passa-altas** e a Figura 4.113(c) mostra um **filtro ativo passa-faixa**.

A resposta em frequência para o passa-baixas é dada por:

$$\frac{R_f}{j\omega C_f}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{j\omega C_f} + R_f}$$

$$\frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = -\frac{\frac{R_f}{j\omega C_f}}{R_f} = -\frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau}$$

Por manipulação algébrica, temos:

$$\frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = -\frac{R_f}{R_i} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot \tau}$$

sendo $\tau = R_f \cdot C_f$. Para $\omega << \frac{1}{\tau}$, o circuito comporta-se como um amplificador inversor (veja o Capítulo 3), pois a impedância de C_f é maior, em comparação com R_f . Para $\omega > > \frac{1}{\tau}$, o circuito comporta-se como um integrador (veja o Capítulo 3), pois C_f é a impedância dominante na realimentação.

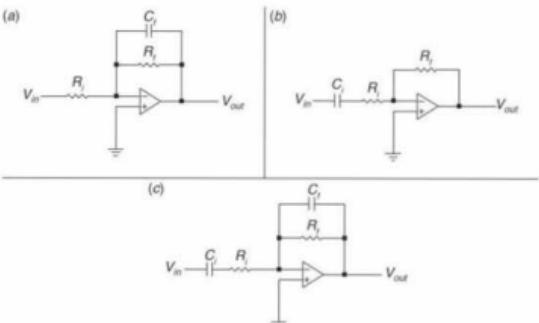


Figura 4.113 Filtros ativos: (a) passa-baixas, (b) passa-altas e (c) passa-faixa.

A resposta em frequência para o passa-altas é dada por:

$$\frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = -\frac{R_f}{\frac{1}{j\omega C_f} + R_i} = -\frac{R_f}{R_i} \frac{j\omega \cdot \tau}{1 + j\omega \cdot \tau}$$

sendo $\tau = R_i \cdot C_f$. Para $\omega << \frac{1}{\tau}$, o circuito comporta-se como um diferenciador, pois C_f é a impedância de entrada dominante, e para $\omega > > \frac{1}{\tau}$ o circuito comporta-se como um amplificador inversor, pois a impedância de R_f é maior, em comparação com C_f .

4.7.4 Projeto de filtros passivos: uma introdução

Quando uma rede LC é alimentada por uma tensão senoidal a uma dada frequência, denominada **frequência de ressonância**, ω_0 , ocorre um fenômeno interessante. Por exemplo, se um circuito LC em série (Figura 4.114(a)) é alimentado na sua frequência de ressonância, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, ou $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, a impedância sobre a rede LC vai para zero (atua como um curto-circuito); sendo assim, o fluxo de corrente entre a fonte e a referência será máxima. Na mesma situação de alimentação, porém em uma rede LC paralela (Figura 4.114(b)), a impedância da rede tenderá para o infinito (o circuito atua como um circuito aberto); sendo assim, o fluxo de corrente entre a fonte e a referência será zero.

Como exemplo, considerando-se a impedância equivalente do circuito em série

$$Z_{eq} = Z_L + Z_C = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

e aplicando-se a lei de Ohm com $Z_{eq} = 0$,

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V(t)}{Z_{eq}} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{0} \\ I(t) &\rightarrow \infty, \end{aligned}$$

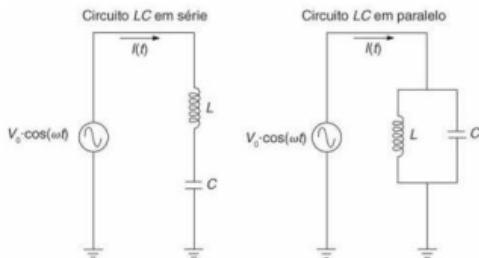


Figura 4.114 Rede LC em série e em paralelo.

E, para o circuito LC paralelo, a impedância equivalente é dada por

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{j/\omega C} = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

ou

$$Z_{eq} = j \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$$

Considerando-se $Z_{eq} \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V(t)}{Z_{eq}} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{\infty} \\ I(t) &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

Considerando-se o circuito RLC, a frequência de ressonância é também $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$; contudo, com o resistor o tratamento matemático e os resultados anteriores não ocorrem. Como exemplo, observe a Figura 4.115, que apresenta as redes RLC série e paralelo e as correspondentes magnitude e fase da corrente em função da frequência (relacionada à tensão aplicada, evidentemente) para a corrente (circuito série) e tensão (circuito paralelo). Considere neste exemplo $R = L = C = 1$.

A distância entre os pontos ω_1 e ω_2 é denominada largura de banda: $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. **Fator qualidade**, ou fator Q , é a designação utilizada para descrever o formato do pico mostrado na magnitude da corrente em função da frequência no gráfico da Figura 4.115 definido por:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

que, para o circuito RLC em série, é $Q = \frac{\omega_0 \cdot L}{R}$ e, para o paralelo, $Q = \omega_0 \cdot R \cdot C$.

Filtro passivo passa-baixas: os simples circuitos RC e RL atuam como filtros passa-baixas atenuando as altas freqüências, conforme esboça a Figura 4.116, que apresenta os correspondentes circuitos e a resposta em freqüência.

O divisor de tensão para o filtro passa-baixas RC é:

$$V_{out} = V_{in} \frac{Z_C}{Z_C + R}$$

Manipulando algebraicamente, temos:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} = \frac{1}{1 + j\omega \cdot R \cdot C}$$

Utilizando a forma exponencial e substituindo, temos:

$$1 + j\omega \cdot R \cdot C = A \cdot e^{j\alpha}$$

sendo a magnitude $A = \sqrt{1^2 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}$ e a fase $\alpha = \text{tg}^{-1}(\omega \cdot R \cdot C)$:

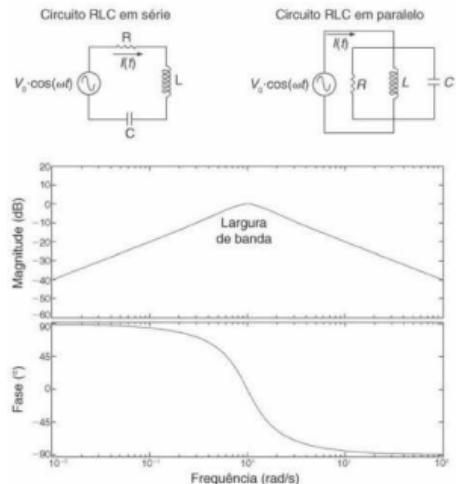
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{A \cdot e^{j\alpha}} = \frac{1}{A} e^{-j\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R \cdot C)^2}} e^{-j \cdot \text{tg}^{-1}(\omega R \cdot C)}$$

A parte real (remoção do termo exponencial imaginário) é:

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}$$

em que $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ em filtros é denominado **atenuação**, ou seja, a medida de como a tensão de entrada, para determinada freqüência, "encontra-se" na saída. A freqüência de corte é dada por:

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \text{ ou } f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

Figura 4.115 Redes RLC em série e em paralelo e a resposta $I(t) \times \omega$: magnitude e fase para o circuito série.

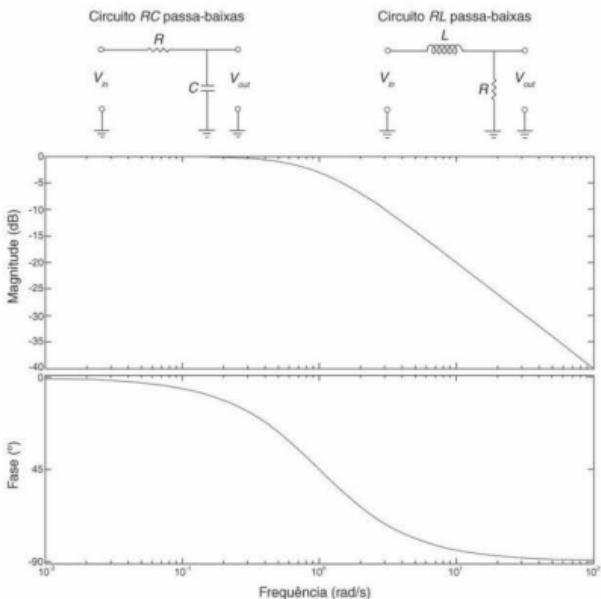


Figura 4.116 Redes RC e RL como filtro passa-baixas e a correspondente resposta em frequência para $R = L = C = 1$.

Utilizando-se o mesmo tratamento matemático (deixamos como exercício para o leitor), o filtro passa-baixas LC apresenta a parte real dada por:

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega \cdot L}{R} \right)^2}}$$

e a frequência de corte

$$\omega_c = \frac{R}{L} \text{ ou } f_c = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

e a fase para ambos os filtros

$$\phi = -\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right).$$

Na prática, a **atenuação é representada em decibéis** em função dos valores de entrada e saída:

$$A_{\text{dB}} = 20 \log \left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right|$$

Filtro passivo passa-altas: os simples circuitos RC e RL atuam como filtros passa-altas atenuando as baixas freqüências, con-

forme esboço a Figura 4.117, que apresenta os correspondentes circuitos e a resposta em frequência.

Com a mesma abordagem matemática anterior, a atenuação do filtro passa-altas RC é dada por

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}},$$

cuja frequência de corte é:

$$\omega_c = \frac{1}{R \cdot C} \text{ ou } f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}.$$

Da mesma forma, para o filtro passa-altas RL :

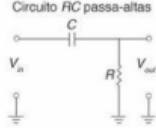
$$\omega_c = \frac{R}{L} \text{ ou } f_c = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

e a fase para ambos os filtros:

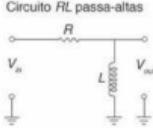
$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right).$$

Filtro passivo passa-faixa: o circuito RLC mostrado na Figura 4.118 com sua resposta em frequência, cuja freqüência ω_0 é a freqüência de ressonância.

Circuito RC passa-altas



Circuito RL passa-altas



A impedância equivalente para esse filtro é dada por

$$\frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} - \frac{\omega \cdot C}{j} = j \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right)$$

$$Z_{LC} = j \frac{1}{\frac{1}{\omega \cdot L} - \omega \cdot C}$$

O fator de qualidade desse filtro é dado por $(\omega_0 = \sqrt[1]{L \cdot C})$:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \omega_0 \cdot R \cdot C.$$

Filtro passivo notch: o circuito RLC mostrado na Figura 4.119 com sua resposta em frequência, cuja frequência ω_0 é a frequência de ressonância.

Com a mesma abordagem anterior, a impedância equivalente é dada por

$$Z_{LC} = Z_L + Z_C = j\omega \cdot L - j \frac{1}{\omega C} = j \left(\omega L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)$$

com $(\omega_0 = \sqrt[1]{L \cdot C})$:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \omega_0 \frac{L}{R}.$$

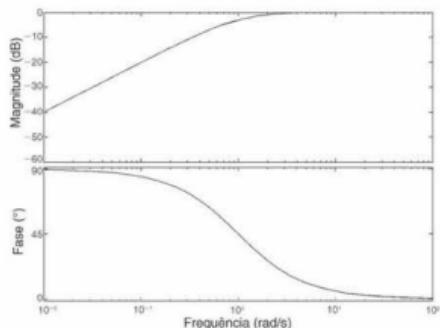


Figura 4.117 Redes RC e RL como filtro passa-altas e a correspondente resposta em frequência para $R = L = C = 1$.

Rede RLC – Filtro passa-faixa

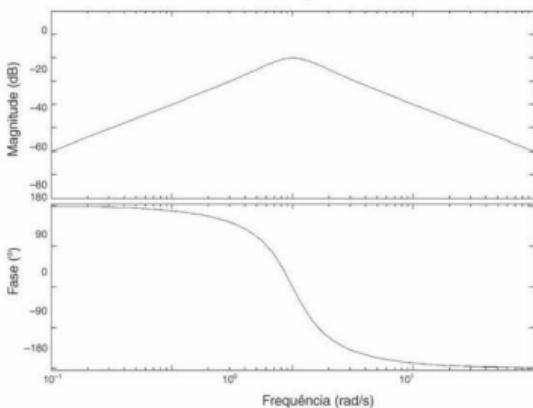
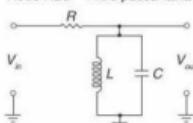
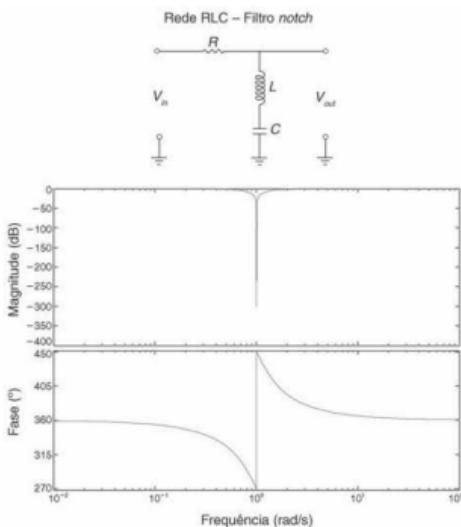


Figura 4.118 Rede RLC como filtro passa-faixa e a correspondente resposta em frequência para $R = L = C = 1$.

Figura 4.119 Rede RLC como filtro notch e a correspondente resposta em frequência para $R = L = C = 1$.

Procedimentos práticos para implementação de filtros passa-baixas: considere a necessidade de se projetar um filtro passa-baixas com resposta em frequência dada pela Figura 4.120.

Pela resposta em frequência desejada (Figura 4.120) percebe-se que, à frequência de 3 kHz, a atenuação é de $-3 (marcada como frequência $f_{3\text{dB}}$) e, à de 9 kHz, a atenuação desejada é de -25 dB . O passo seguinte é normalizar a curva de resposta em frequência; sendo assim, em -3 dB a frequência é de 1 rad/s e em -25 dB é de 3 rad/s ($\frac{9000\text{ Hz}}{3000\text{ Hz}} = 3$). Deve-se então determinar a classe desse filtro, ou seja, Butterworth, ou Chebyshev, ou Bessel, entre outros. Considerando-se que seja Butterworth, um dos mais populares, a próxima etapa é utilizar o gráfico de$

atenuação em função da frequência normalizada para o filtro passa-baixas Butterworth fornecida pela Figura 4.121.

Para o filtro desejado, de -25 dB a 3 rad/s , utilizando-se e consultando-se a curva de atenuação (Figura 4.121), encontra-se que, para $n = 3$, a curva fornece suficiente atenuação a 3 rad/s . Portanto, o filtro a ser desenvolvido é de terceira ordem (de três polos; sendo assim, será construído com três seções LC). Com a ordem determinada, o próximo passo é determinar o filtro (ordem 3) LC normalizado (pode-se utilizar a configuração π , pois são utilizados poucos indutores ou a configuração T , caso a impedância da carga seja maior que a impedância da fonte — Figura 4.122). Vamos considerar, para esse filtro, que a impedância da fonte de sinal R_s e a impedância da carga R_L sejam iguais a 50Ω ; assim sendo, optamos pela configuração π . Os valores dos indutores e dos capacitores estão disponibilizados na Tabela 4.4 e na Tabela 4.5 (para as aproximações de Chebyshev e Bessel, consulte outras referências).

A Figura 4.123 apresenta o filtro com valores indicados (em negrito) na Tabela 4.4 em função da escolha da configuração π .

Finalmente, basta determinar os valores reais usando:

$$L_n = \frac{R_L \cdot L_{\text{normalizada}}}{2 \cdot \pi \cdot f_{3\text{dB}}}$$

$$C_n = \frac{C_{\text{normalizada}}}{2 \cdot \pi \cdot f_{3\text{dB}} \cdot R_L},$$

cujos cálculos e cujo filtro passa-baixas a serem implementados são dados na Figura 4.124.

Procedimentos práticos para implementação de filtros passa-altas: considere a necessidade de projetar um filtro passa-altas com resposta em frequência dada pela Figura 4.125. A ideia

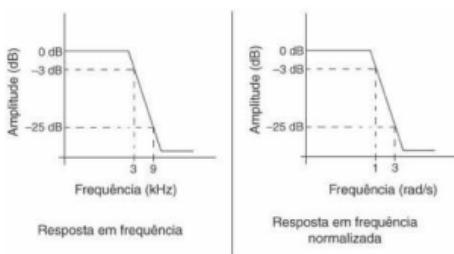


Figura 4.120 Resposta em frequência de um filtro passa-baixas.

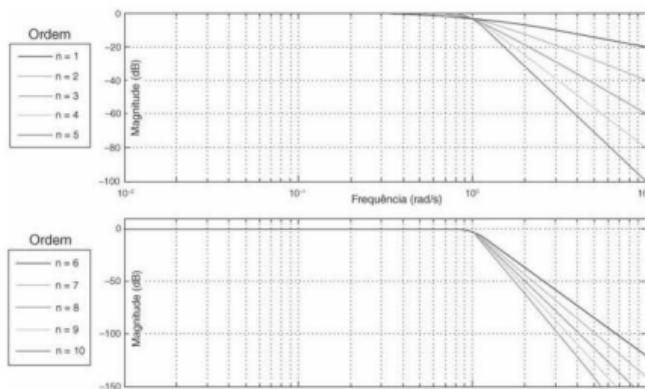


Figura 4.121 Curva de atenuação para o filtro passa-baixas Butterworth em função da frequência normalizada.

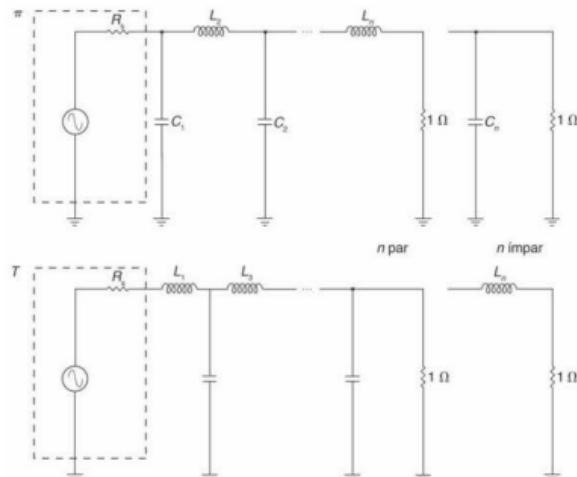


Figura 4.122 Filtros normalizados: configuração π e T .

Tabela 4.4 Valores para os indutores e capacitores para filtro passa-baixas com características de Butterworth – configuração π

Ordem (<i>n</i>)	R_s	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
2	1,000	1,4142	1,4142					
3	1,000	1,0000	2,0000	1,0000				
4	1,000	0,7654	1,8478	1,8478	0,7654			
5	1,000	0,6180	1,6180	2,0000	1,6180	0,6180		
6	1,000	0,5176	1,4142	1,9319	1,9319	1,4142	0,5176	
7	1,000	0,4450	1,2470	1,8019	2,0000	1,8019	1,2470	0,4450

Observação: valores dos indutores e capacitores são para 1 Ω de carga e -3 dB para frequência de 1 rad/s (unidades de H e F).

Tabela 4.5 Valores para os indutores e capacitores para filtro passa-baixas com características de Butterworth — configuração T

Ordem (n)	$\frac{1}{R_s}$	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
2	1,000	1,4142		1,4142				
3	1,000	1,0000	2,0000	1,0000				
4	1,000	0,7654	1,8478	1,8478	0,7654			
5	1,000	0,6180	1,6180	2,0000	1,6180	0,6180		
6	1,000	0,5176	1,4142	1,9319	1,9319	1,4142	0,5176	
7	1,000	0,4450	1,2470	1,8019	2,0000	1,8019	1,2470	0,4450

Observação: valores dos indutores e capacitores são para 1 Ω de carga e -3 dB para frequência de 1 rad/s (unidades de H e F).%F

é empregar as mesmas técnicas adotadas no exemplo do filtro passa-baixas e depois transformar para um filtro passa-altas. Para normalizar a resposta em frequência, basta dividir as frequências por 300 Hz. Cabe observar que a frequência f_{3dB} é a de 1000 Hz. Considerando-se a Figura 4.121, para uma atenuação de -45 dB a 3,3 rad/s a curva mais próxima é a de ordem 5; sendo assim, será desenvolvido um filtro de quinta ordem. Em geral o desenvolvimento é iniciado na configuração π , porém para transformar um passa-baixas em passa-altas é mais interessante utilizar a configuração T , pois será necessário substituir indutores por capacitores e capacitores por indutores. A Figura 4.126 apresenta o filtro passa-baixas de configuração T em que se utiliza o procedimento anterior.

Para converter o passa-baixas em um filtro passa-altas, trocando os indutores pelos capacitores com valor $\frac{1}{L}$ e capacitores por indutores de valor $\frac{1}{C}$, procedemos da seguinte maneira:

$$C_{1(\text{transformado})} = \frac{1}{L_{1(\text{tabelado})}} = \frac{1}{0,6180} = 1,6180 \text{ F}$$

$$C_{3(\text{transformado})} = \frac{1}{L_{3(\text{tabelado})}} = \frac{1}{2,0} = 0,5 \text{ F}$$

$$C_{5(\text{transformado})} = \frac{1}{L_{5(\text{tabelado})}} = \frac{1}{0,6180} = 1,6180 \text{ F}$$

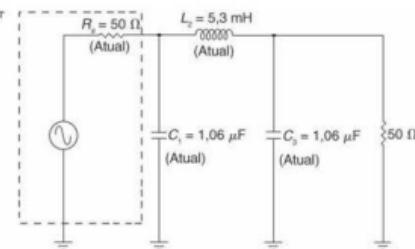


Figura 4.124 Filtro real passa-baixas — configuração π .

$$L_{2(\text{transformado})} = \frac{1}{C_{2(\text{tabelado})}} = \frac{1}{1,6180} = 0,6180 \text{ H}$$

$$L_{4(\text{transformado})} = \frac{1}{C_{4(\text{tabelado})}} = \frac{1}{1,6180} = 0,6180 \text{ H.}$$

A transformação em filtro passa-altas é mostrada na Figura 4.127.

A transformação com valores não normalizados encontra-se ilustrada na Figura 4.128.

$$C_1 = \frac{C_{1(\text{transformado})}}{2 \cdot \pi \cdot f_{3dB} \cdot R_L} = \frac{1,618}{2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 50} = 5,1 \mu\text{F}$$

$$C_3 = \frac{C_{3(\text{transformado})}}{2 \cdot \pi \cdot f_{3dB} \cdot R_L} = \frac{0,5}{2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 50} = 1,6 \mu\text{F}$$

$$C_5 = \frac{C_{5(\text{transformado})}}{2 \cdot \pi \cdot f_{3dB} \cdot R_L} = \frac{1,618}{2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 50} = 5,1 \mu\text{F}$$

$$L_2 = \frac{L_{2(\text{transformado})} \cdot R_L}{2 \cdot \pi \cdot f_{3dB}} = \frac{0,6180 \cdot 50}{2 \cdot \pi \cdot 1000} = 4,9 \text{ mH}$$

$$L_4 = \frac{L_{4(\text{transformado})} \cdot R_L}{2 \cdot \pi \cdot f_{3dB}} = \frac{0,6180 \cdot 50}{2 \cdot \pi \cdot 1000} = 4,9 \text{ mH}$$

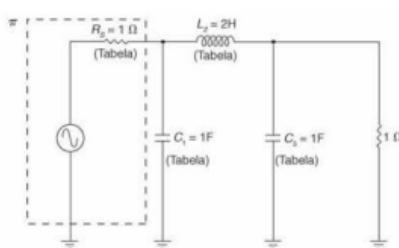
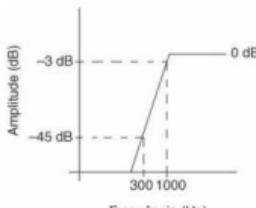


Figura 4.123 Filtro normalizado para o exemplo — configuração π .



Resposta em frequência

Figura 4.125 Resposta em frequência de um filtro passa-altas.

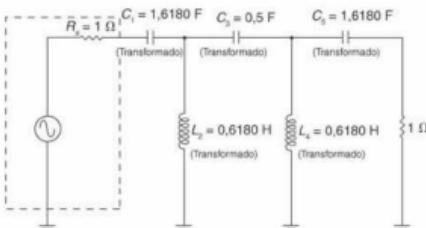


Figura 4.127 Transformação em filtro passa-altas.

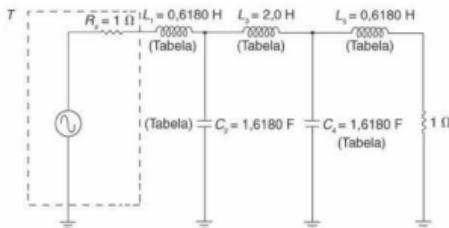


Figura 4.126 Filtro passa-baixas — configuração T.

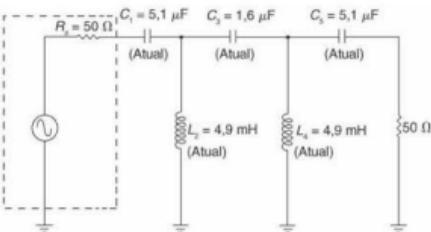


Figura 4.128 Filtro passa-altas com valores finais.

4.7.5 Projeto de filtros ativos: uma introdução

Em breves palavras, os filtros ativos são mais utilizados do que os filtros passivos porque neles não se utilizam indutores, esses filtros são mais simples de projetar e são baseados em amplificadores operacionais.

Procedimentos práticos para implementação de filtro ativo passa-baixas: considere a necessidade de se projetar um filtro ativo passa-baixas com resposta em frequência dada pela Figura 4.129.

Pela resposta em frequência desejada, a 100 Hz o filtro deve atenuar -3 dB e, a 400 Hz, -60 dB . O procedimento de normalização é exatamente o mesmo empregado no desenvolvimento de filtros passivos; portanto, a frequência f_{cB} é 100 Hz e à frequência de 400 Hz a sua correspondente normalizada é:

$$\frac{400 \text{ Hz}}{100 \text{ Hz}} = 4.$$

Considerando-se esse filtro com características de Butterworth (veja a Figura 4.121), a ordem é cinco ($-60 \text{ dB} \approx 4 \text{ rad/s}$). O desenvolvimento de filtros ativos, nesta abordagem, exige a utilização

de um conjunto de filtros normalizados e diferentes tabelas que fornecam os componentes da rede. (Ressaltamos que o escopo deste livro não são filtros e lembramos que existem diversas referências clássicas na área.) A Figura 4.130 apresenta dois tipos de redes: uma de dois polos e outra de três polos (de segunda e de terceira ordens).

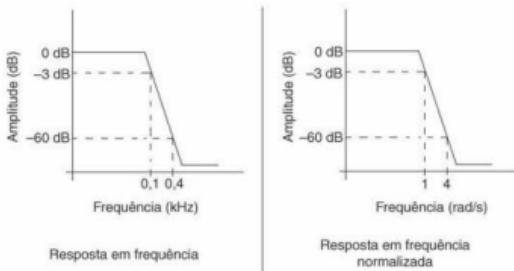


Figura 4.129 Resposta em frequência do filtro ativo passa-baixas e curva normalizada.

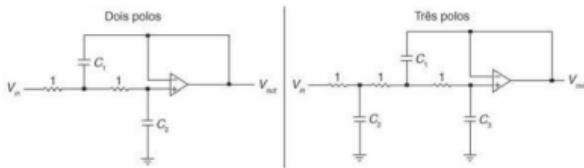


Figura 4.130 Filtro ativo passa-baixas: dois e três polos.

Para desenvolver um filtro passa-baixas de Butterworth de quinta ordem, deve-se utilizar a Tabela 4.6. Como o filtro é de quinta ordem, são necessárias, de acordo com a Tabela 4.6, duas seções: uma seção de três polos; outra seção de dois polos. Essas duas seções devem ser interligadas com os valores listados na Tabela 4.6, o que resulta no circuito normalizado da Figura 4.131.

Para projetar o filtro real, utilize um fator Z que permita que os valores do filtro normalizado sejam valores mais práticos, como, por exemplo, $Z = 10\,000\ \Omega$:

$$C = \frac{C_{(\text{sabrebaixa})}}{Z \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{cdB}}} \\ R = Z \cdot R_{(\text{sabrebaixa})}$$

que possibilita criar o filtro ativo passa-baixas de quinta ordem dado na Figura 4.132.

Procedimentos práticos para implementação de filtro ativo passa-altas: o procedimento é semelhante ao utilizado para desenvolver o filtro passivo passa-altas, ou seja, desenvolver um filtro passa-baixas normalizado, transformar para passa-altas e determinar os valores reais. Considere, como exemplo, o projeto de um filtro ativo passa-altas com resposta em frequência dada pela Figura 4.133.

A Figura 4.134 apresenta o filtro ativo passa-baixas normalizado, a Figura 4.135 mostra o filtro ativo passa-altas normalizado (transformado a partir do filtro passa-baixas) e a Figura 4.136 traz o filtro ativo real passa-altas. (Os passos intermediários ficam como sugestão de exercício.)

Filtros integrados: existem no mercado diversos circuitos integrados como filtros que podem ser programados para implementar as funções de segunda ordem descritas anteriormente. Esses componentes são flexíveis, precisos, e simplificam o processo de desenvolvimento. Um exemplo é o filtro integrado da National Semiconductors AF100, que possibilita filtragens passa-baixas, passa-altas, passa-faixa e *notch*. Outros exemplos de dispositivos integrados para filtragem são: família AD7725 da Analog Devices, o MAX280 ou o MAX291 da Maxim (Dallas Semiconductors) e o MF4 da National Semiconductors, entre outros.

4.8 Filtros Digitais

Os filtros digitais apresentam a mesma função dos filtros analógicos, mas a implementação é diferente, pois os filtros analógicos são desenvolvidos pela utilização de circuitos eletrônicos passivos

Tabela 4.6 Valores dos componentes para o filtro ativo passa-baixas de Butterworth

Ordem (n)	Número de seções	Seções	C_1	C_2	C_3
2	1	2 polos	1,414	0,7071	
3	1	3 polos	3,546	1,392	0,2024
4	2	2 polos 2 polos	1,082 2,613	0,9241 0,3825	
5	2	3 polos 2 polos 2 polos	1,753 3,235 1,035	1,354 0,3090 0,9660	0,4214
6	3	2 polos 2 polos 3 polos	1,414 3,863 1,531	0,7071 0,2588 1,336	0,4885
7	3	2 polos 2 polos 2 polos	1,604 4,493 1,020	0,6235 0,2225 0,9809	
8	4	2 polos 2 polos 2 polos	1,202 2,000 5,758	0,8313 0,5557 0,1950	

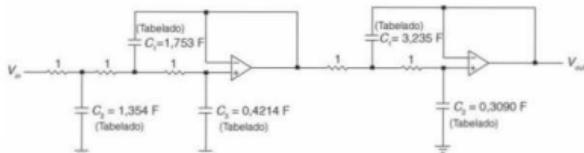


Figura 4.131 Filtro ativo passa-baixas normalizado de quinta ordem.

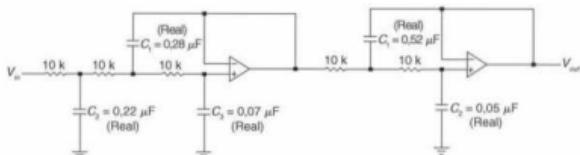


Figura 4.132 Filtro ativo passa-baixas real de quinta ordem.

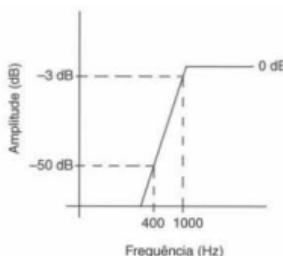
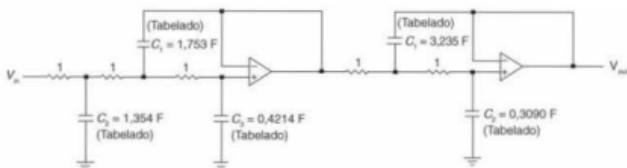


Figura 4.133 Resposta em frequência do filtro ativo passa-altas.

Figura 4.134 Filtro ativo passa-baixas normalizado ($n = 5$).

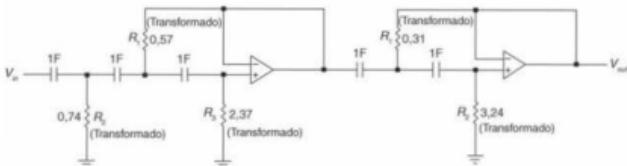


Figura 4.135 Filtro ativo passa-altas normalizado (transformado a partir do filtro da Figura 4.134).

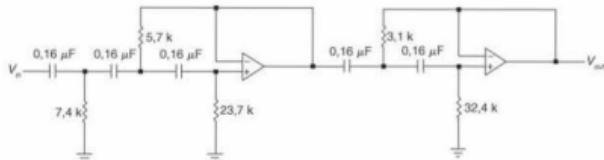


Figura 4.136 Filtro ativo passa-altas real.

ou ativos e filtram sinais contínuos. Em contrapartida, os filtros digitais são desenvolvidos por meio de circuitos digitais ou através de rotinas de programação. Nos dias de hoje, os filtros digitais são cada vez mais utilizados, devido à flexibilidade e à facilidade de utilização em diversas arquiteturas computacionais.

Os filtros digitais apresentam diversas vantagens quando comparados aos filtros analógicos. Entre elas destaca-se a alta imunidade ao ruído. A precisão desses filtros depende principalmente do número de bits utilizado na representação de suas variáveis. Uma das vantagens geralmente citada é a facilidade de alteração das características do filtro, como, por exemplo, a frequência de corte apenas pela alteração de parte do seu algoritmo. Por outro lado, em um filtro analógico essa alteração passaria por mudanças de componentes, o que tornaria dispendioso o processo. Além disso, os componentes que constituem os filtros analógicos dependem da variação de temperatura, da alimentação do circuito etc. — fatores indesejados em aplicações sensíveis, como, por exemplo, no desenvolvimento de filtros para sistemas biomédicos que geralmente se caracterizam por sinais de baixa amplitude e baixa frequência que não podem ser distorcidos pelas variações dos circuitos analógicos.

4.8.1 Transformada Z

Conforme discutimos na introdução deste capítulo, o processo de amostragem está relacionado com a alteração de um sinal contínuo em uma sequência de números, tal como exemplifica a Figura 4.137, cuja sequência pode ser representada por:

$$a(t) = [a(0), a(T), a(2T), \dots, a(nT + T) + \dots + a(xT)]$$

sendo t o tempo $t = 0T, 2T, \dots, xT$ para a sequência amostrada no período T (denominado período de amostragem).

Por definição, a transformada Z de qualquer sequência $f(t)$ para $t = 0T, 2T, \dots, xT$ é:

$$[f(0), f(T), f(2T), f(3T), \dots, f(xT)]$$

$$F(z) = f(0) + f(T) \cdot z^{-1} + f(2T) \cdot z^{-2} + \dots + f(xT) \cdot z^{-x}$$

e pode ser resumida por:

$$F(z) = \sum_{n=0}^x f(nT) \cdot z^{-n}.$$

Cabe observar que a transformada Z é uma descrição matemática essencial, pois descreve o processo de amostragem, similar à

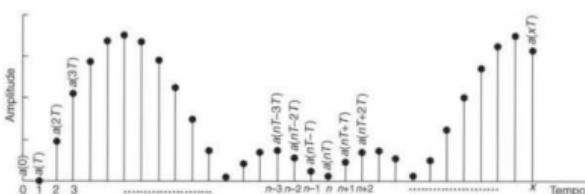


Figura 4.137 Amostragem de um sinal contínuo no tempo produzindo uma sequência.

importância das transformadas de Laplace no desenvolvimento de filtros analógicos.

Como exemplo, a Figura 4.138 apresenta dois sinais clássicos discretos no tempo: o impulso unitário e a sequência degrau unitário.

O sinal impulso unitário é descrito por (o impulso unitário é frequentemente utilizado como função padrão de entrada para estudo do desempenho dos filtros):

$$\begin{cases} f(nT) = 1; \text{ se } n = 0 \\ f(nT) = 0; \text{ se } n > 0, \end{cases}$$

correspondente à sequência: [1, 0, 0, 0, ..., 0]; portanto, a transformada Z da função impulso unitário é:

$$\begin{aligned} F(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) \cdot z^{-n} \\ F(z) &= f(0) + f(1) \cdot z^{-1} + \dots + f(10) \cdot z^{-10} \\ F(z) &= 1 + 0 \cdot z^{-1} + \dots + 0 \cdot z^{-10} \\ F(z) &= 1. \end{aligned}$$

Adotando-se o mesmo procedimento, a sequência degrau unitário é descrita por:

$$f(nT) = 1; \text{ se } n \geq 0,$$

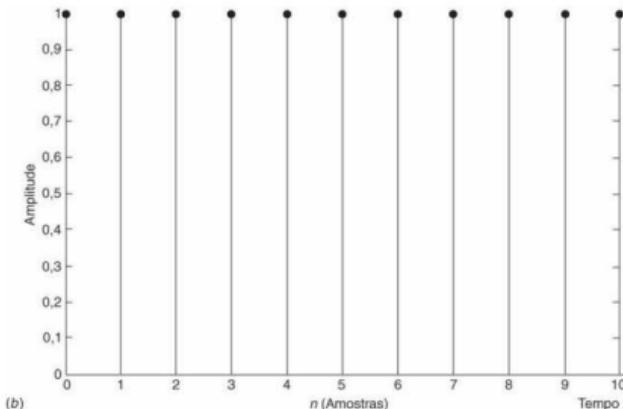
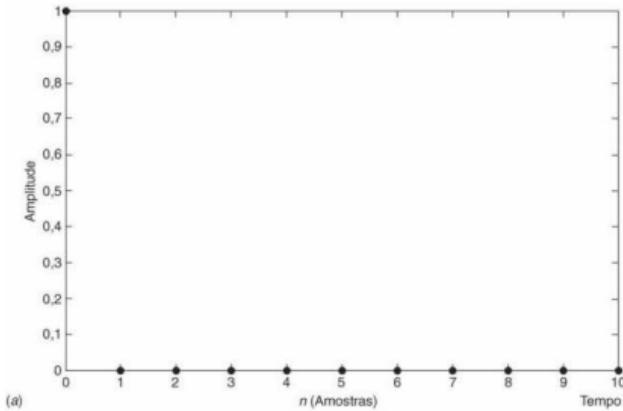


Figura 4.138 Sinais discretos no tempo: (a) impulso unitário e (b) degrau unitário.

Tabela 4.7 Alguns sinais comuns nos quais $f(t)$ é o sinal contínuo no tempo, $f(nT)$ é o sinal discreto no tempo e $F(z)$ é a transformada Z correspondente

$f(t), t \geq 0$	$f(nT), nT \geq 0$	$F(z)$
1 (degrau unitário)	1	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$
t	$n \cdot T$	$\frac{T \cdot z^{-1} - 1}{(1 - z^{-1})^2}$
$e^{-\alpha \cdot t}$	$e^{-\alpha \cdot n \cdot T}$	$\frac{1}{1 - e^{-\alpha \cdot T} \cdot z^{-1}}$
$t \cdot e^{-\alpha \cdot t}$	$n \cdot T \cdot e^{-\alpha \cdot n \cdot T}$	$\frac{T \cdot e^{-\alpha \cdot T} \cdot z^{-1}}{(1 - e^{-\alpha \cdot T} \cdot z^{-1})^2}$
$\text{sen}(\omega_c \cdot t)$	$\text{sen}(n \cdot \omega_c \cdot T)$	$\frac{(\text{sen}(\omega_c \cdot T)) \cdot z^{-1}}{1 - 2(\cos(\omega_c \cdot T) \cdot z^{-1}) + z^{-2}}$
$\cos(\omega_c \cdot t)$	$\cos(n \cdot \omega_c \cdot T)$	$\frac{1 - (\cos(\omega_c \cdot T)) \cdot z^{-1}}{1 - 2(\cos(\omega_c \cdot T) \cdot z^{-1}) + z^{-2}}$

correspondente à sequência: [1, 1, 1, ..., 1]; portanto, a transformada Z da função de degrau unitário é:

$$\begin{aligned} F(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) \cdot z^{-n} \\ F(z) &= f(0) + f(1) \cdot z^{-1} + \dots + f(10) \cdot z^{-10} \\ F(z) &= 1 + 1 \cdot z^{-1} + \dots + 1 \cdot z^{-10}. \end{aligned}$$

Essa transformada caracteriza-se por ser uma soma infinita de termos não zero, podendo ser convertida em um formato mais conveniente de polinômios (utilizando-se o teorema binomial):

$$1 + x + x^2 + \dots + \frac{1}{1-x}.$$

Portanto, se $x = z^{-1}$, a transformada Z para o degrau unitário torna-se:

$$F(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}.$$

Para facilitar, a Tabela 4.7 apresenta alguns sinais contínuos no tempo com seu correspondente sinal discreto no tempo e suas transformadas Z. (Deixamos a sugestão de que o leitor deduza as transformadas Z.)

(Deixamos a sugestão de que o leitor deduza as transformadas Z.)

4.8.2 Operadores básicos

Para se implementar um filtro digital são necessárias três operações básicas: (a) armazenamento em relação a um intervalo de tempo (elemento memória ou atraso); (b) multiplicação por uma constante; e (c) adição. Os símbolos da Figura 4.139 representam essas operações.

Considerando-se, por exemplo, uma sequência:

$$[f(0), f(T), f(2T), f(3T), \dots, f(nT)]$$

sua transformada Z é dada por:

$$F(z) = f(0) + f(T) \cdot z^{-1} + f(2T) \cdot z^{-2} + \dots + f(nT) \cdot z^{-n}.$$

Se aplicarmos a sequência $F(z)$ na entrada do elemento (a) da Figura 4.139 (elemento memória), a sequência de saída será

$$[0, f(0), f(T), f(2T), \dots, f(nT - T)],$$

que apresenta a transformada Z:

$$G(z) = 0 + f(0) \cdot z^{-1} + f(T) \cdot z^{-2} + \dots + f(nT - T) \cdot z^{-n}.$$

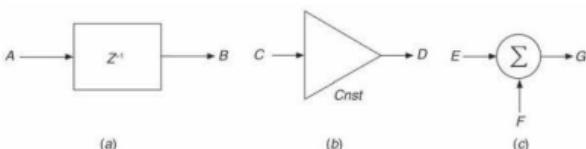


Figura 4.139 Símbolos dos operadores para implementação de filtros digitais: (a) armazenagem de um número por um período de clock ($B = A$ exatamente T segundos após o sinal A estar disponível na entrada); (b) multiplicação por uma constante ($D = Cnst \times C$ instantaneamente); e (c) adição de dois números ($G = E + F$ instantaneamente).

Portanto, a sequência de saída $G(z)$ é idêntica à sequência de entrada, porém atrasada T segundos. Pode-se obter a função de transferência desse bloco de atraso pela divisão da sequência de saída pela sequência de entrada:

$$G(z) = F(z) \cdot z^{-1}$$

$$H(z) = \frac{G(z)}{F(z)} = z^{-1}.$$

O segundo elemento da Figura 4.139 é o multiplicador (entrada multiplicada por uma constante) que, em condições ideais, não armazena nem atrasa a entrada. Por exemplo, se a sequência de entrada $[0, 5, 8, 5, 3]$ é multiplicada pela constante 2, a correspondente sequência de saída é $[0, 10, 16, 10, 6]$. O terceiro elemento da Figura 4.139 representa o somador, como, por exemplo, somar as sequências $A_1(z)$ e $A_2(z)$, cujo resultado é $G(z) = A_1(z) + A_2(z)$.

4.8.3 Filtros não recursivos e filtros recursivos

Existem dois tipos básicos de filtros digitais: não recursivos e recursivos. Por definição, a função de transferência de filtros não recursivos contém um número finito de elementos e sua forma polinomial é:

$$H(z) = \sum_{i=0}^n h_i \cdot z^{-i} = h_0 + h_1 \cdot z^{-1} + \dots + h_n \cdot z^{-n}.$$

Para filtros recursivos, a função de transferência é indicada pela razão de dois polinômios:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i \cdot z^{-i}}{1 - \sum_{j=1}^m b_j \cdot z^{-j}} = \frac{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + \dots + a_n \cdot z^{-n}}{1 - b_1 \cdot z^{-1} - b_2 \cdot z^{-2} - \dots - b_m \cdot z^{-m}}.$$

Cabe observar que os valores de z para os quais $H(z) = 0$ são chamados de *zeros* da função de transferência; os valores de z para os quais $H(z) \rightarrow \infty$ são chamados de *polos*. Para encontrar os zeros de um filtro, basta igualar o numerador a 0 e avaliar z ; para encontrar os polos de um filtro, basta igualar o denominador a 0 e avaliar o z .

4.8.4 Plano Z

A transformada Z pode ser analisada de um ponto de vista prático por meio da definição

$$z = e^{i\omega T},$$

na qual a frequência complexa é dada por:

$$s = \sigma + j\omega,$$

Portanto, $z = e^{i\omega T} \rightarrow z = e^{\sigma T} e^{j\omega T}$ e, por definição, a magnitude é dada por

$$|z| = e^{\sigma T}$$

e a fase é

$$\angle z = \omega \cdot T$$

e, se $\sigma = 0$, a magnitude de z é 1 e temos:

$$z = e^{j\omega T} = \cos(\omega T) + j\sin(\omega T),$$

que representa a equação de um círculo de raio unitário denominado *círculo unitário do plano Z*. A Figura 4.140 mostra algumas características importantes do plano z . Qualquer ângulo ωT especifica um ponto do círculo unitário. Como $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ e $T = 1/f_s$, esse ângulo é:

$$\omega T = 2\pi \frac{f}{f_s},$$

sendo f_s a frequência de amostragem.

Como exemplo, considere a seguinte função de transferência:

$$H(z) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}z^{-1} + \frac{1}{3}z^{-2}$$

Manipulando algebraicamente a função de transferência e multiplicando por z^2/z^2 , temos:

$$H(z) = \frac{1}{3}(1 + z^{-1} + z^{-2}) \times \frac{z^2}{z^2} = \frac{1}{3} \frac{(z^2 + z + 1)}{z^2}$$

e, resolvendo para os zeros (numerador = 0),

$$z^2 + z + 1 = 0,$$

encontramos o conjugado complexo (localizando, portanto, os zeros):

$$z = -0,5 \pm j0,866.$$

Os dois zeros estão localizados no círculo unitário em $\omega T = \pm 2\pi/3 (\pm 120^\circ)$. Determinando os polos (denominador igual a 0), temos $z^2 = 0$, com os dois polos localizados na origem do plano z ($z = 0$).

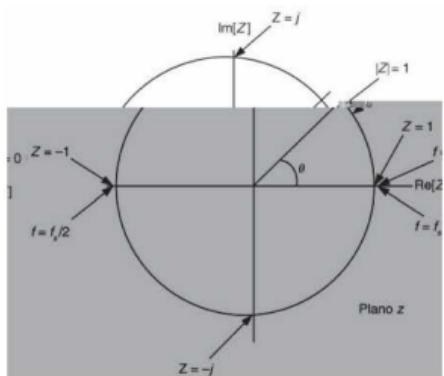
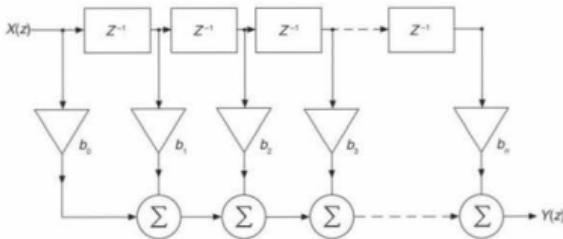


Figura 4.140 Círculo unitário do plano z : $\theta = \omega T = 2\pi \frac{f}{f_s}$ indicando diferentes maneiras de se identificar um ângulo no plano z .

Figura 4.141 Diagrama com operadores básicos representando a saída de um filtro FIR de ordem N .

4.8.5 Características dos filtros de resposta impulsiva finita — FIR

A saída de um filtro FIR de ordem N é a soma dos valores armazenados, e pode ser observada na Figura 4.141.

O filtro FIR é basicamente um conjunto de elementos de memória ou de atrasos somados. A resposta impulsiva unitária desse filtro é:

$$y(nT) = \sum_{k=0}^N b_k \cdot x(nT - kT)$$

e sua função de transferência é

$$H(z) = b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_{N-1} \cdot z^{-N}.$$

4.8.6 Filtro Hanning

Uma das tarefas mais comuns nos procedimentos de filtragem é a redução de ruído de alta frequência. Um dos filtros simples para essa proposta é o filtro Hanning, cujo diagrama de operadores é dado na Figura 4.142.

A resposta desse filtro por meio da notação de equações de diferenças é

$$y(nT) = \frac{1}{4}[x(nT) + 2x(nT - T) + x(nT - 2T)]$$

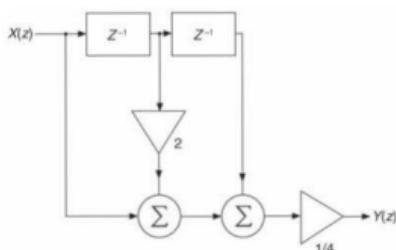


Figura 4.142 Diagrama com operadores básicos representando o filtro Hanning.

e sua função no domínio Z é

$$Y(z) = \frac{1}{4}[X(z) + 2X(z)z^{-1} + X(z)z^{-2}].$$

Pelo fluxo de sinais do filtro Hanning percebe-se que a expressão anterior está correta e sua função de transferência é dada por:

$$H(z) = \frac{1}{4}(1 + 2z^{-1} + z^{-2}).$$

Para se obter a resposta do filtro no domínio de frequência, basta substituir z por $e^{j\omega T}$:

$$H(\omega T) = \frac{1}{4}(1 + 2e^{-j\omega T} + e^{-j2\omega T})$$

Por manipulação algébrica temos

$$H(\omega T) = \frac{1}{4}[e^{-j\omega T}(e^{j\omega T} + 2 + e^{-j\omega T})]$$

e, pela substituição da simples relação trigonométrica,

$$e^{j\omega T} = \cos(\omega T) + j\sin(\omega T).$$

$$H(\omega T) = \frac{1}{4}[(2 + 2\cos(\omega T))e^{-j\omega T}].$$

Esta é a forma complexa da função de transferência cujo módulo e cuja fase são respectivamente,

$$\begin{aligned}|H(\omega T)| &= \left| \frac{1}{2}(1 + \cos(\omega T)) \right| \\ \angle H(\omega T) &= -\omega T.\end{aligned}$$

A implementação de filtros digitais está relacionada à implementação de um programa para ser executado em um determinado sistema microprocessado. A Figura 4.143 apresenta um fluxograma para o filtro Hanning (considerando-se que o dado foi previamente amostrado por um conversor analógico para digital (ADC) e armazenado em um vetor amostra []).

4.8.7 Filtro polinomial

Uma das grandes famílias de filtros FIR são os filtros polinomiais, cuja equação geral é dada por

$$y(nT + kT) = a(nT) + b(nT)k + c(nT)k^2,$$

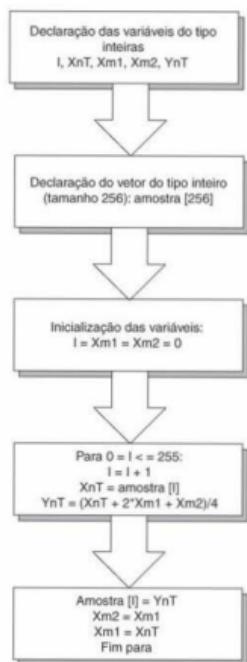


Figura 4.143 Fluxograma para o filtro Hannig.

sendo k limitado por $-L$ a L . O diagrama de fluxo de sinal para um filtro polinomial geral encontra-se na Figura 4.144, cuja equação de diferenças para um filtro parabólico de cinco pontos é

$$y(nT) = \frac{1}{35} [(-3 \times (nT)) + 12 \times (nT - T) + 17 \times (nT - 2T) + 12 \times (nT - 3T) - 3 \times (nT - 4T)]$$

e cuja função de transferência é

$$H(z) = \frac{1}{35} [(-3 + 12z^{-1} + 17z^{-2} + 12z^{-3} - 3z^{-4})]$$

4.8.8 Filtro notch (rejeita-banda ou passa-faixa)

Muitos sistemas necessitam da remoção de ruído em uma determinada frequência ou em uma faixa de frequência. Filtros que realizam esse tipo de tarefa são denominados *notch*, ou rejeita-banda.

Um simples método para remover completamente o ruído a uma frequência específica de um dado sinal é a colocação de um zero no círculo unitário (do plano Z) na localização que corresponde à frequência que se deseja remover.

Considere, como exemplo, um sinal amostrado com 180 amostras por segundo e que, em uma dada aplicação, seja necessário remover 60 Hz. Utilizando-se o método descrito anteriormente, basta colocar um zero no plano Z (círculo unitário) a $2\pi/3$. A equação de diferenças correspondente torna-se

$$y(nT) = \frac{1}{3} [x(nT) + x(nT - T) + x(nT - 2T)]$$

O filtro apresenta zeros em $z = -0,5 \pm j0,866$ e as correspondentes amplitude e fase são dadas por

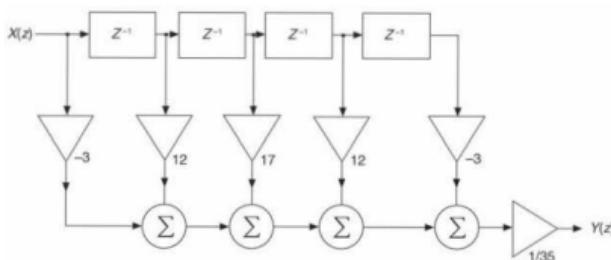
$$\begin{aligned}|H(\omega T)| &= \left| \frac{1}{3} (1 + 2 \cos(\omega T)) \right| \\ \angle H(\omega T) &= -\omega T.\end{aligned}$$

A Figura 4.145 mostra as características do filtro *notch* de 60 Hz.

4.8.9 Características dos filtros de resposta impulsiva infinita — IIR

Em termos genéricos, a função de transferência dos filtros IIR é descrita pela razão de dois polinômios:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^n b_i z^{-i}} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}{1 - b_1 z^{-1} - \dots - b_n z^{-n}} = \frac{Y(z)}{X(z)}.$$

Figura 4.144 Filtro polinomial com $L = 2$.

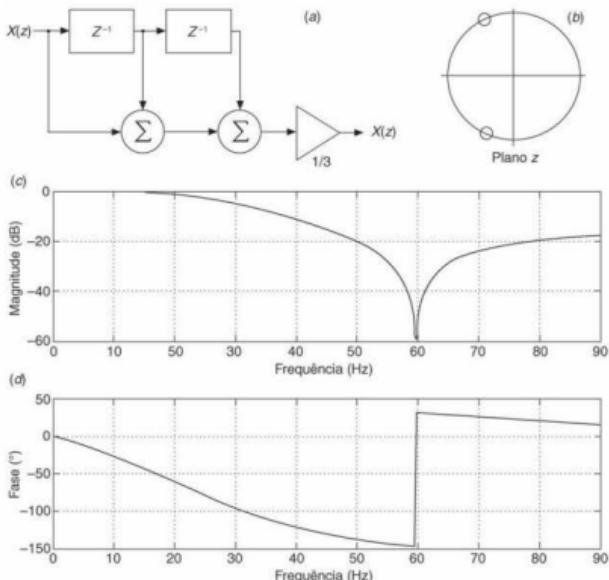


Figura 4.145 Filtro notch de 60 Hz: (a) fluxo de sinais; (b) círculo unitário (plano Z); (c) amplitude e (d) fase.

A Figura 4.146 apresenta o fluxo de sinais para um filtro IIR genérico.

4.8.10 Métodos de desenvolvimento para filtros de dois polos

A equação genérica para desenvolvimento de quatro tipos de filtros padrões — passa-baixas, passa-banda, passa-altas e rejeita-banda é:

$$H(z) = \frac{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 - b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

na qual as localizações dos zeros e dos polos são, respectivamente,

$$z = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}$$

$$p = \frac{b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_2}}{2}$$

sendo $b_1 = 2 \cdot r \cdot \cos\theta$, $b_2 = r^2$ e $\theta = 2\pi \left(\frac{f_c}{f_i} \right)$, f_i a frequência de amostragem e f_c a frequência crítica ou de corte.

O diagrama de fluxo de sinais de um filtro genérico de dois polos é mostrado na Figura 4.147. Os valores dos coeficientes do numerador determinam a localização dos dois zeros do filtro

e, portanto, determinam o tipo do filtro. Os valores dos coeficientes do denominador determinam a localização dos polos do filtro desejada. Pode-se observar que estes coeficientes determi-

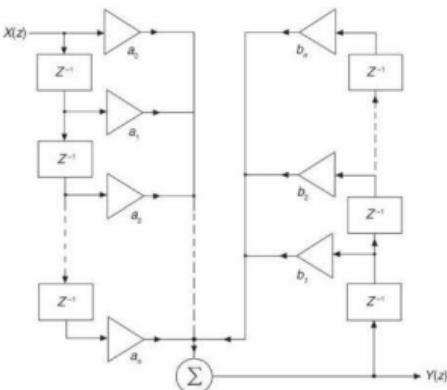


Figura 4.146 O fluxo de sinais para um filtro IIR típico.

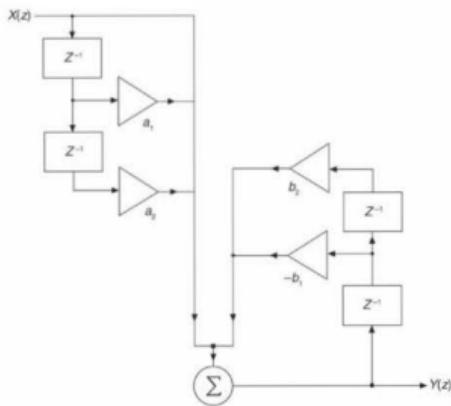


Figura 4.147 Fluxo de sinais de um filtro genérico de dois polos

nam o tipo de filtro como sugere a Tabela 4.8. Observa-se ainda que não foram calculadas as frequências de corte destes filtros. Deixamos esta tarefa como sugestão de exercício ao leitor.

Reescrevendo, temos

$$H(z) = \frac{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 - b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$Y(z) = b_1 Y(z)z^{-1} - b_2 Y(z)z^{-2} + X(z) + a_1 X(z) \cdot z^{-1} + a_2 X(z)z^{-2}$$

e, usando equações de diferenças,

$$y(nT) = b_1 y(nT - T) - b_2 y(nT - 2T) + x(nT) + a_1 x(nT - T) + a_2 x(nT - 2T).$$

Tabela 4.8 Coeficientes para implementação do filtro de dois polos

Filtro	a_1	a_2
Passa-baixas	2	1
Passa-banda	0	-1
Passa-altas	-2	1
Rejeita-banda	$2\cos\theta$	1

4.8.11 Uma introdução aos filtros adaptativos

Os filtros adaptativos apresentam a grande vantagem de não exigirem conhecimento de todas as características do sinal ou ruído, tal como ocorre com os filtros não adaptativos ou, como geralmente são chamados, os filtros fixos. Em Engenharia Biomédica, filtros adaptativos são utilizados na filtragem do ruído de linha, 60 Hz, em sinais derivados de eletroencefalogramas, eletrocardiogramas e eletromiogramas, remoção de outros artefatos dos sinais eletrofisiológicos em geral. A Figura 4.148 apresenta um modelo genérico de um filtro adaptativo para cancelamento do ruído que em geral interfere nos sinais ou os corrompe.

No caso de um sinal discreto no tempo, a entrada primária pode ser representada por $s(nT) + n_0(nT)$, onde o ruído $n_0(nT)$ é adicionado à entrada e considerado não correlacionado com a fonte do sinal. Uma segunda entrada para o filtro, denominada entrada de referência, considera um ruído $n_1(nT)$ para gerar uma saída $\xi(nT)$ que é uma estimativa de $n_0(nT)$. O ruído $n_1(nT)$ está correlacionado de modo desconhecido com $n_0(nT)$.

A saída $\xi(nT)$ é subtraída da entrada primária para se produzir a saída do sistema $y(nT)$. Essa saída é também o erro $e(nT)$ que é usado para se ajustarem os coeficientes do filtro adaptativo $\{w[1, \dots, p]\}$:

$$y(nT) = s(nT) + n_0(nT) - \xi(nT).$$

Elevando ao quadrado, e por manipulação algébrica, temos:

$$y^2 = s^2 + (n_0 - \xi)^2 + 2s(n_0 - \xi)$$

calculando a média de ambos os lados:

$$E[y^2] = E[s^2] + E[(n_0 - \xi)^2] + 2E[s(n_0 - \xi)]$$

$$E[y^2] = E[s^2] + E[(n_0 - \xi)^2]$$

como a potência do sinal $E[s^2]$ não é afetada pelos ajustes do filtro, temos que

$$\min E[y^2] = E[s^2] + \min E[(n_0 - \xi)^2]$$

Portanto, quando a potência de saída do sistema for minimizada segundo a expressão anterior, o erro médio quadrático de $(n_0 - \xi)$ é mínimo e o filtro foi adaptado para sintetizar o ruído ($\xi \approx n_0$).

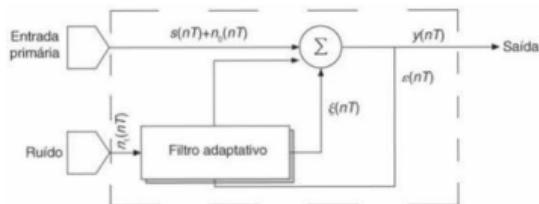


Figura 4.148 Diagrama de blocos de um filtro adaptativo para cancelamento do ruído.

Exercícios

- Apresente as principais diferenças entre sinais estáticos, periódicos, determinísticos e aleatórios.
- Quais são as principais técnicas de processamento no domínio tempo e domínio frequência?
- O que é convolução?
- Como os diferentes tipos de ruído são classificados?
- Quais as principais diferenças entre ruído rosa e ruído branco?
- Qual o significado em afirmar que um tipo de ruído é “descorrelacionado” do sinal?
- O que é ruído intrínseco? Quais os principais tipos de ruído intrínseco?
- Como é tratado o ruído em amplificadores operacionais?
- Explique os mecanismos do ruído térmico, do ruído *shot* e do ruído *flicker*.
- Como são modeladas as interferências por campos magnéticos e por campos elétricos?
- Explique o mecanismo que utiliza cabos blindados para redução dos efeitos de interferências externas.
- Explique o mecanismo que utiliza cabos trançados para redução dos efeitos de interferências externas.
- Quais os principais cuidados em relação ao aterramento de referências em sistemas de instrumentação?
- O que é a blindagem de *guard* no amplificador? Qual a sua utilidade?
- Verifique as curvas de resposta do componente (Texas Instruments) INA101 e avalie a ruído na faixa de 10 a 1000 Hz para um ganho de 800.
- Repete o exercício anterior para o componente AD620.
- Avalie o circuito da Figura 4.52 para configuração não inversora e calcule a tensão de saída E_o .
- Avalie a configuração não inversora e calcule a tensão de saída E_o .
- Avalie a configuração diferencial e calcule a tensão de saída E_o .
- Avalie e calcule a tensão de saída E_o para o circuito da Figura 4.53.
- Avalie as Figuras 4.61(a) e 4.61(b) e deduza as tensões de entrada V_i do amplificador para os diferentes casos apresentados.
- Qual a necessidade da utilização do circuito *sample and hold*? O que é *aliasing*?
- Determine os coeficientes da série de Fourier para os sinais das Figuras 4.149, 4.150, 4.151, 4.152, 4.153 e 4.154.
- Calcule a transformada de Fourier da função $f(t) = \sin(2\pi t)[0,1]$, plotada na Figura 4.155.
- Calcule a transformada de Fourier da função triangular multiplicada pelo pulso [0,1], plotada na Figura 4.156.
- Calcule a transformada de Fourier da função dente de serra multiplicada pelo pulso [0,1], plotada na Figura 4.157.
- Calcule a transformada de Fourier discreta e desenhe o gráfico da amplitude e da fase para as sequências das Figuras 4.158, 4.159, 4.160, 4.161 e 4.162.
- Apresente os principais tipos e classes de filtros analógicos.
- Considerando a utilização de um conversor ADC de 10 bits em um determinado projeto, as características desse sistema são: um filtro passa faixa com atenuação de -75 dB, frequência de amostragem de 20 kHz e frequência de corte de 2 kHz. Determine qual a ordem desse filtro.

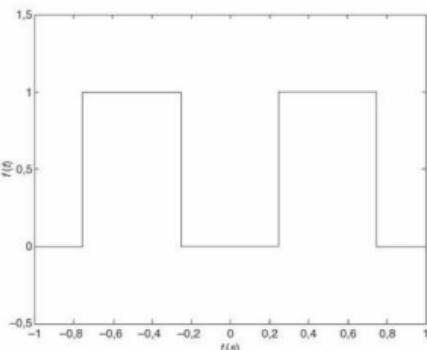


Figura 4.149 Sinal referente ao Exercício 23.

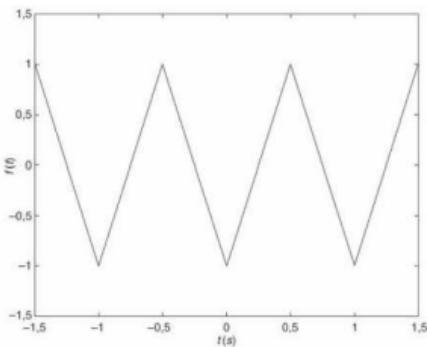


Figura 4.150 Sinal referente ao Exercício 23.

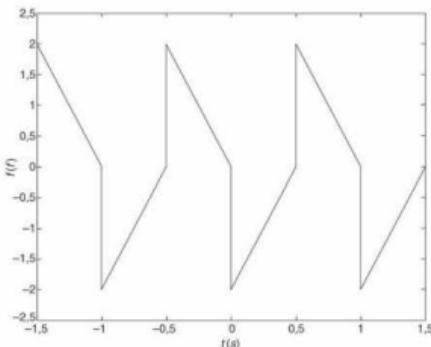


Figura 4.151 Sinal referente ao Exercício 23.

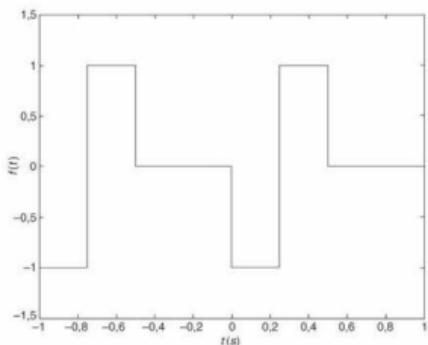


Figura 4.152 Sinal referente ao Exercício 23.

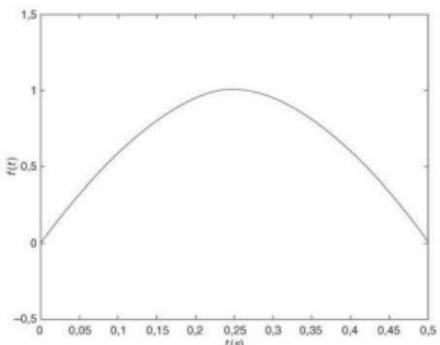


Figura 4.155 Função referente ao Exercício 24.

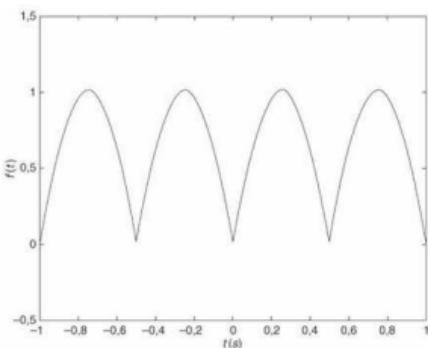


Figura 4.153 Sinal referente ao Exercício 23.

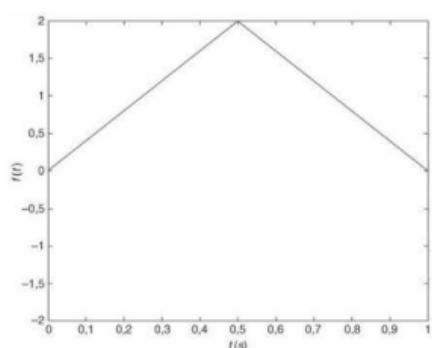


Figura 4.156 Função referente ao Exercício 25.

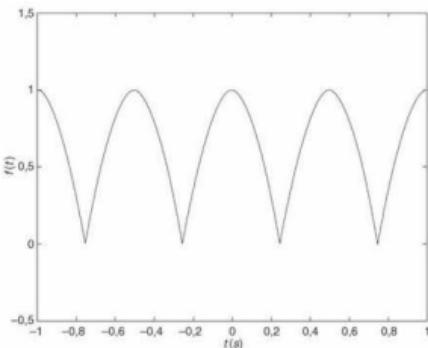


Figura 4.154 Sinal referente ao Exercício 23.

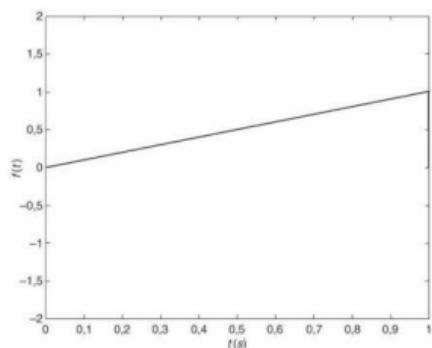


Figura 4.157 Função referente ao Exercício 26.

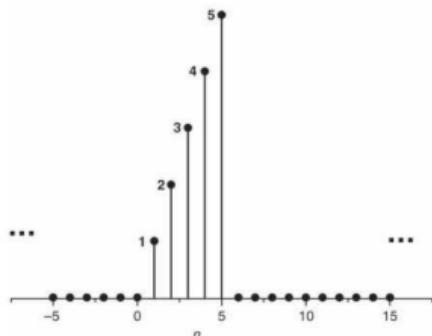


Figura 4.158 Sequência referente ao Exercício 27.

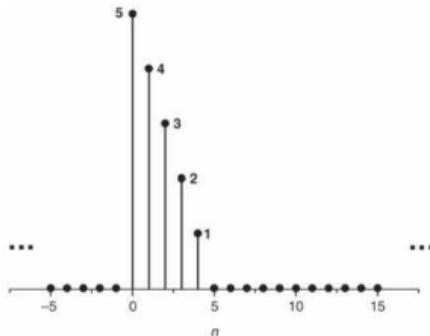


Figura 4.161 Sequência referente ao Exercício 27.

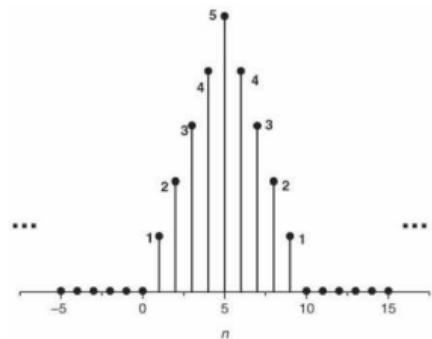


Figura 4.159 Sequência referente ao Exercício 27.

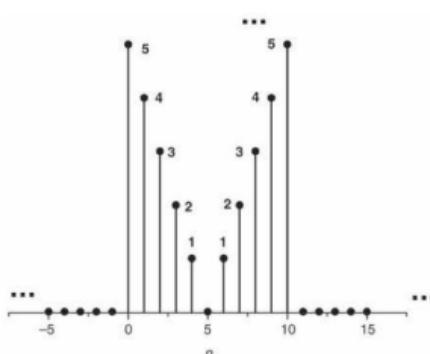


Figura 4.162 Sequência referente ao Exercício 27.

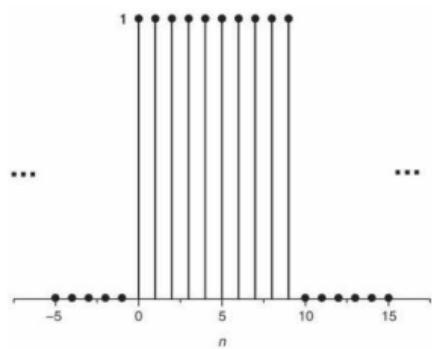


Figura 4.160 Sequência referente ao Exercício 27.

30. Projete um filtro passa-baixas passivo (classe Butterworth) cuja curva de resposta é dada pela Figura 4.163. É possível implementar esse filtro?

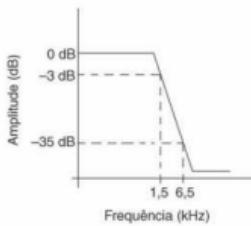


Figura 4.163 Figura relacionada ao Exercício 30.

31. Considerando as características do exercício anterior, projete o filtro ativo. É possível implementar esse filtro?
32. Uma parcela significativa dos sinais resultantes das atividades fisiológicas apresenta pequena amplitude, e, portanto, são necessários amplificadores para permitir o seu correto processamento. Considerando essa afirmação, explique os principais parâmetros que caracterizam um amplificador: ganho, resposta em frequência, rejeição modo comum, CMRR, ruído e impedância de entrada.
33. Pesquise quais as faixas de frequência e amplitudes características dos sinais eletromiográficos (EMG), encefalográficos (EEG) e eletrocardiográficos (ECG).
34. Considerando o amplificador INA102 da Texas Instruments, implemente um circuito que permita alterar seu ganho (esse componente apresenta ganho programável). Calcule o modo rejeição comum.
35. Implemente um filtro passa-baixas passivo (segunda ordem) para um amplificador biopotencial qualquer. Esse circuito deve permitir a seleção manual (por chaves) das frequências de corte (-3 dB) conforme tabela a seguir:

Posição chave	Frequência de corte (Hz)
1	1,59
2	2,84
3	7,23
4	15,92

36. Considerando o filtro notch 50/60 Hz da Figura 4.164, prove que se $C_1 = C_3$, $C_2 = 2 \times C_1$, $R_1 = R_3$ e $R_2 = \frac{R_1}{2}$ a frequência notch ocorre quando a reactância capacitiva é igual à resistência ($X_C = R$) e é dada por: $f_{notch} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$.

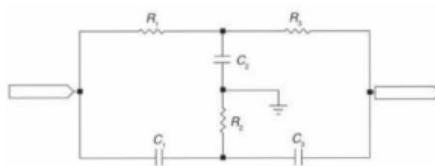


Figura 4.164 Referente ao Exercício 36.

37. Considerando o filtro notch 50/60 Hz, adicione à sua saída um amplificador (configuração ganho unitário). Qual a vantagem ou desvantagem desse sistema? Obtenha as curvas de resposta para os exercícios anteriores.
38. Com uma ferramenta de simulação, determine as curvas de resposta de um filtro passa-baixas de 3.ª ordem, classe Butterworth com frequência de corte de 300 Hz e frequência de amostragem de 1500 Hz.
39. A transformada Z de um filtro é: $H(z) = 2 - 2z^{-3}$. Qual é sua resposta (a) em amplitude e (b) fase.

40. Quais são as principais diferenças entre filtros FIR e IIR?

Considerando o Plano Z fornecido pela Figura 4.165, determine:
(a) $H(z)$ e (b) a resposta ao impulso.

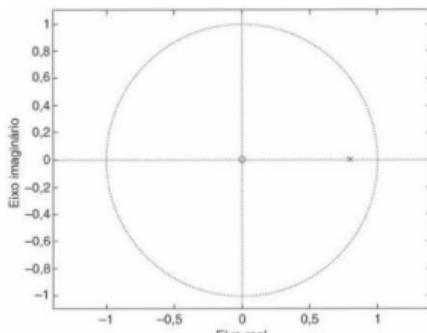


Figura 4.165 Referente ao Exercício 40.

BIBLIOGRAFIA

- BAESE, U. M. Digital signal processing with field programmable gate arrays. New York: Springer-Verlag, 2001.
- FRANCO, S. Design with operational amplifiers and analog integrated circuits 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2002.
- HAYKIN, S. Sistemas de comunicação analógicos e digitais. Porto Alegre Bookman, 2004.
- MANCINI, R. Op amps for everyone: design reference. Texas Instruments, 2002.
- MITRA, S. K. Digital signal processing. New York: McGraw-Hill, 2001.
- MORRISON, R. Grounding and shielding – circuits and interference, 5. ed. New York: John Wiley, 2007.
- _____. Noise and other interfering signals. John Wiley, 1992.
- National Instruments corporation. LabVIEW function and VI reference manual. National Instruments, 1997.
- NOCETI FILHO, S. Fundamentos sobre ruídos: definição, caracterização e tipos de ruídos. Backstage, v. 8, n. 89, p. 144-148, 2002.
- _____. Fundamentos sobre ruídos: densidade espectral de potência. Backstage, v. 8, n. 88, p. 140-144, 2002.
- _____. Fundamentos sobre ruídos: geração de ruído rosa a partir de ruído branco. Backstage, v. 9, n. 91, p. 156-158, 2002.
- _____. Fundamentos sobre ruídos: ruído branco e ruído rosa. Backstage, v. 8, n. 90, p. 172-173, 2002.
- OPPENHEIM, A. V; SCHAFER, R. W. Discrete-time signal processing. Prentice-Hall, 1989.
- OTT, H. W. Noise reduction techniques in electronic systems. New York: John Wiley, 1988.
- RICH, A. Understanding interference: type noise. Analog Dialogue 16-3. Analog Devices, 1982.
- TEXAS Instruments application report. noise analysis in operational Amplifier Circuits – SLVA043A, 1999.
- ZIEL, A. Noise. New Jersey: Prentice Hall, 1954.

Medidores de Grandezas Elétricas

Os medidores de tensão, corrente e resistência elétrica são instrumentos que podem ser simples, baratos e apresentar outras funções, medindo também capacidades, ganhos de transistores, testes de diodos e temperatura. Esses equipamentos geralmente são denominados **multímetros**. A integração de componentes eletrônicos, bem como a variedade de funções implementadas em processadores, proporcionou a melhoria de qualidade e a garantia de constante inovação de equipamentos dessa natureza.

Instrumentos para medição de grandezas elétricas como o multímetro e o osciloscópio são ferramentas necessárias em qualquer laboratório de desenvolvimento ou manutenção de produtos. Neste capítulo, apresentamos os princípios de funcionamento desses equipamentos. São apresentadas também técnicas de medição de outras grandezas elétricas, tais como as pontes de balançoamento, que são constantemente aplicadas em instrumentação.

5.1 Galvanômetros e Instrumentos Fundamentais

5.1.1 Instrumentos analógicos

Os primeiros instrumentos tinham seus princípios de funcionamento baseados em engenhosos efeitos eletromagnéticos com a função de movimentar um ponteiro sobre uma escala graduada e calibrada. O fato de os valores lidos serem mostrados através de ponteiros caracteriza os medidores analógicos. Apesar de terem surgido muito tempo atrás, muitos medidores analógicos são utilizados ainda hoje, principalmente em quadros de contro-

le, nos quais é necessária monitoração rápida, a longas distâncias e com poucos recursos financeiros. Apesar de serem ainda muito utilizados, esses instrumentos perderam popularidade para os instrumentos digitais, principalmente devido à quantidade de recursos que podem ser inseridos no processo pelos mesmos. A Figura 5.1 mostra exemplos de instrumentos analógicos.

O erro mais comum nos instrumentos analógicos é o erro de paralaxe, quando a vista do observador, a ponta do ponteiro e o valor indicado na escala não se situam no mesmo plano (veja a Figura 5.2). Esse é o motivo de se utilizarem espelhos no fundo de escala. Nesse caso, o operador da Figura 5.2(b) deve posicionar-se de modo a que o ponteiro coincida exatamente com o seu reflexo, garantindo o ângulo de 90° entre observador e instrumento.

Princípios de funcionamento

Instrumentos de medidas elétricas analógicos são construídos a partir de um instrumento fundamental, denominado galvanômetro, que é sensível ao fluxo de baixas correntes. A partir desses instrumentos fundamentais são acrescidos componentes, tais como resistores, entre outros, a fim de tornar o mesmo um medidor de corrente, um medidor de tensão ou um medidor de resistência.

Os galvanômetros podem ser construídos de diferentes maneiras, e os mais comuns são os de ferro móvel e os de bobina móvel.

Ferro móvel: esse galvanômetro tem como uma das principais características a simplicidade de construção. Consiste basicamente em duas barras metálicas paralelas adjacentes, imersas em um campo eletromagnético gerado por uma bobina na qual

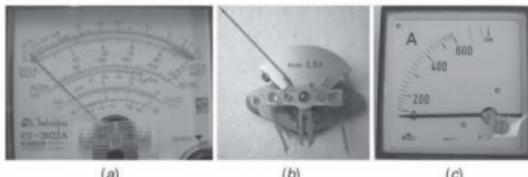


Figura 5.1 Instrumentos analógicos: (a) de bancada (cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda.); (b) detalhe do galvanômetro; e (c) de painel.

passa uma corrente. As barras metálicas estão sob a ação de um campo, e as mesmas terão uma magnetização cuja polaridade é determinada pelo sentido da corrente na bobina. Como as polaridades nas barras surgem em lados coincidentes, surge uma força de repulsão. Na prática, uma das barras é fixa e a outra é móvel. A barra móvel também é anexada a uma mola que exerce



Figura 5.2 Erro de paralaxe.

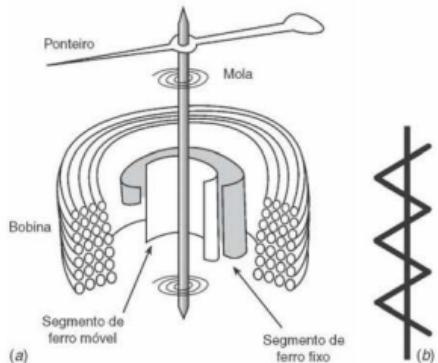


Figura 5.3 (a) Princípio de funcionamento do galvanômetro de ferro móvel e (b) seu símbolo.

uma força no sentido contrário à força gerada pelo campo magnético. Essa mola é calibrada juntamente com uma escala, sobre a qual desloca-se um ponteiro fixado ao ferro ou placa móvel. As Figuras 5.3(a) e 5.3(b) mostram o esboço de um galvanômetro de ferro móvel e o seu símbolo, respectivamente. Uma característica interessante desse tipo de galvanômetro é que, independentemente da polaridade na magnetização das placas, as mesmas sempre estarão se repelindo. Pode-se fazer uma análise mais detalhada e determinar que esse galvanômetro tem saída proporcional ao quadrado da corrente que passa pela bobina. Por esse motivo, o mesmo é utilizado para medir correntes e tensões contínuas e alternadas, indicando valores eficazes ou RMS.

Bobina móvel: esse galvanômetro utiliza um ímã permanente. Os polos desse ímã são montados em conjunto com uma bobina presa apenas em dois extremos, de modo que a mesma possa movimentar-se livremente sobre um eixo. Quando uma corrente é injetada na bobina, um novo campo eletromagnético é gerado, de modo que surge uma interação entre as forças causadas pelo ímã permanente e pela corrente impressa. A bobina — denominada bobina móvel — está fixada a um ponteiro e a uma mola. A força resultante faz com que a bobina se movimente quanto a força da mola é vencida. Nesse tipo de instrumento, o movimento do ponteiro é proporcional à intensidade da corrente: $F \propto i$.

Mudando o sentido da corrente, inverte-se também o sentido da força e, em consequência, o sentido de deslocamento do ponteiro. Quando uma corrente alternada é impressa nesse instrumento, a sua saída será proporcional à média desse sinal de entrada. Consequentemente, se o componente DC for zero, o ponteiro ficará imóvel. A frequências baixas, o movimento do ponteiro é de uma excursão em torno de um valor médio. As Figuras 5.4(a) e (b) mostram detalhes da construção de um galvanômetro de bobina móvel e seu símbolo, respectivamente.

A maioria dos instrumentos analógicos de bancada é construída a partir de um galvanômetro de bobina móvel. Isso acontece porque esses instrumentos podem fornecer respostas mais precisas que os instrumentos de ferro móvel.

Apesar de o galvanômetro do tipo bobina móvel ler apenas sinais de baixa frequência ou sinais DC, é possível a utilização do mesmo nas medidas de sinais AC. Isso geralmente é feito com a utilização de semicondutores retificadores (diodos). Com

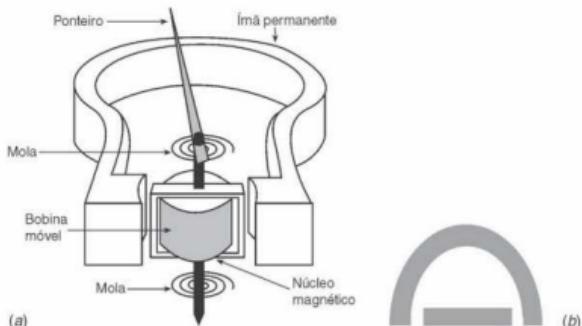


Figura 5.4 (a) Princípio de funcionamento do galvanômetro de bobina móvel e (b) seu símbolo.

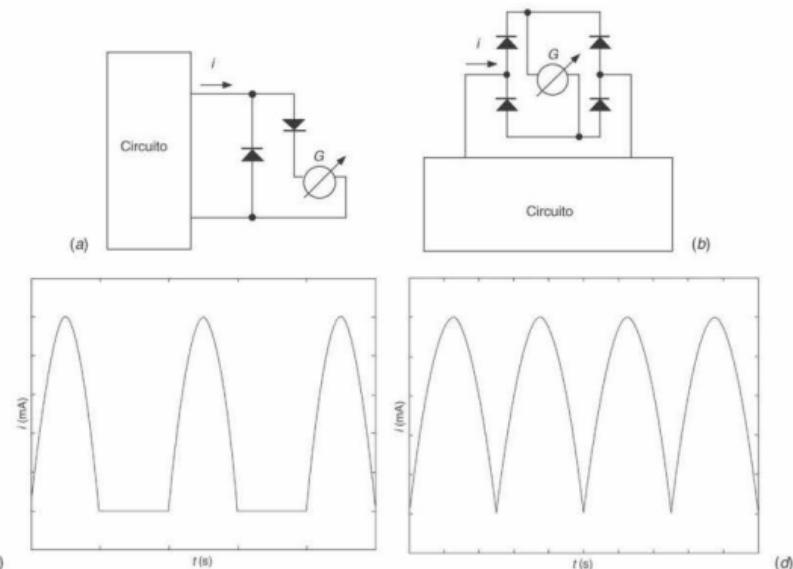


Figura 5.5 Galvanômetro G ligado a um retificador de: (a) meia onda, (b) onda completa, (c) efeito do retificador de meia onda e (d) efeito do retificador de onda completa.

configurações adequadas, é possível transformar um sinal AC que apresenta excursão de $-V$ a $+V$ em sinais AC que têm excursão de 0 a V , resultando em um componente médio diferente de zero, conforme mostra a Figura 5.5. Esses dispositivos são chamados de retificadores de meia onda e de onda completa, respectivamente.

5.1.2 Instrumentos digitais

Os medidores digitais fornecem a leitura em forma de dígitos, como mostra a Figura 5.6, em vez de mostrar a grandeza em função da posição de um ponteiro em uma escala.

Um voltímetro digital pode ser considerado basicamente um conversor analógico digital conectado a um pequeno circuito de seleção e tratamento além de uma unidade de visualização (*display*). Uma determinada tensão a ser medida é amostrada durante certo período de tempo e é convertida mediante o conversor A/D em um sinal digital.

A resolução dos instrumentos digitais é fornecida em função do número de dígitos, uma vez que o dígito mais à direita representa a menor variação lida por esse instrumento. Se um determinado instrumento mostrar uma grandeza como 999, diz-se que a mesma é representada por 3 dígitos e apresenta uma resolução de 1 unidade. Displays LCDs regulares de baixo custo representam as grandezas com um fundo de escala do tipo 1999 (2 000 contagens). Nesse caso, diz-se que esse instrumento é 3½

dígitos. Caso o fundo de escala seja 19999 (20 000 contagens), diz-se que o instrumento é 4½ dígitos. Observe que a definição ½ dígito diz respeito ao primeiro algarismo, que pode assumir o valor 1 apenas, ou então essa casa permanece desativada. Por exemplo, ao ler 1,2 V em um voltímetro de 3½ dígitos na escala de 2 V, o visor mostrará 1,200. Ao medir 2,2 V na escala de 20 V, o visor mostrará 2,20 V. A Figura 5.7 mostra um *display* LCD de 3½ e 4½ dígitos.



Figura 5.6 Instrumentos digitais. Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda.

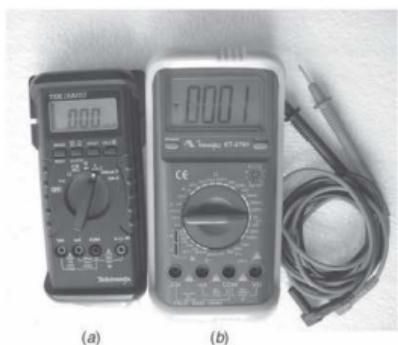


Figura 5.7 Display de 3½ e 4½ dígitos. (a) Copyright da Tektronix, Inc. (b) Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda. Reproduzido com permissão. Todos os direitos reservados.



Figura 5.8 Instrumento digital com 3¾ dígitos. Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda.

Fundos de escala típicos em instrumentos digitais apresentam valores como 20 mA, 200 mA, 2 V, 20 V, 200 V etc., e quando, por exemplo, for medida uma tensão de 2 V no instrumento de 3½ dígitos, o visor indicará 1,999 e mostrará 1,9999 se for 4½ dígitos.

Existem ainda instrumentos cujo fundo de escala do primeiro dígito é diferente de 1. Nesses casos, a especificação é diferente: diz-se que o instrumento tem outras relações de resolução de display. Por exemplo, se o multímetro apresenta 3½ dígitos, o mesmo pode fazer 4 000 contagens, de 0 a 3 999. Se forem 4½ dígitos, então podem ser feitas 40 000 contagens, de 0 a 39 999. Um exemplo de instrumento de 3¾ dígitos pode ser observado na Figura 5.8. Nesse caso, pode-se observar que o dígito zero apareceu por inteiro. Se fosse um instrumento de 3½ dígitos na mesma situação, apareceriam apenas os três últimos dígitos.

A Tabela 5.1 mostra uma relação de especificação de display e número de contagens.

Tabela 5.1 Relação entre resolução de display e contagens

Dígitos	Contagens	Total
3½	0 a 1 999	2 000
3¾	0 a 3999	4 000
4½	0 a 19 999	20 000
4¾	0 a 39 999	40 000
4½	0 a 49 999	50 000

Fator de crista

A maioria dos multímetros fornece valores médios, ou então valores RMS, desde que nesse caso o sinal seja senoidal puro. Esses multímetros não podem ser utilizados para medir sinais não senoidais.

Os sinais periódicos variáveis no tempo não senoidais devem ser medidas com multímetros TRUE RMS, porém com um limite especificado pelo chamado **fator de crista (FC)**. O fator de crista é a proporção entre um pico do sinal (V_{peak}) e seu valor RMS (V_{RMS}). Outra limitação de multímetros está relacionada com a frequência (faixas de frequências típicas em multímetros digitais vão de 50 Hz a 500 Hz). O fator de crista é determinado por:

$$FC = \frac{|V_{peak}|}{V_{RMS}}$$

O fator de crista é um parâmetro importante que deve ser levado em conta no emprego de um instrumento, pois fornece uma ideia do impacto de um pico no sinal. Considere o exemplo hipotético com um multímetro digital que apresenta uma precisão de 0,02% para medidas em sinais senoidais, porém, se observarmos sua especificação, ele pode adicionar uma incerteza de 0,2% para fatores de crista entre 1,414 e 5. Assim, a incerteza total na medida de uma onda triangular (fator de crista igual a 1,73) será uma composição (geralmente fornecida nos manuais do fabricante) entre as duas incertezas.

No âmbito de acústica, o fator de crista é geralmente especificado em dB. Por exemplo, o sinal senoidal 20 log(1,414) = 3 dB. A maioria do ruído ambiente possui um fator de crista de 10 dB, enquanto disparos de armas de fogo vão a aproximadamente 30 dB.

A seguir são fornecidos alguns fatores de crista de alguns sínais:

- a. sinais senoidais e senoidais retificados em onda completa possuem $FC = \sqrt{2} \approx 1,414$;
- b. sinais retificados em meia onda possuem $FC = 2$;
- c. sinais com forma de onda triangular possuem $FC = \sqrt{3} \approx 1,732$;
- d. sinais com forma de onda quadrada possuem $FC = 1$.

5.2 Medidores de Tensão

Voltímetro: o voltímetro consiste em um instrumento cuja função é medir tensão elétrica. Esse instrumento tem como principal característica alta impedância de entrada. De fato, um voltímetro

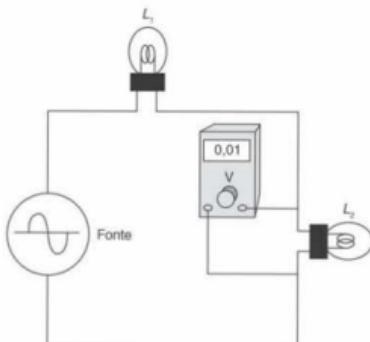


Figura 5.9 Voltímetro ligado em paralelo com a carga.

ideal tem uma impedância de entrada infinita. Esse conceito é importante, uma vez que todo instrumento de medida deve medir sem interferir no processo. Se a impedância de entrada for infinita, a corrente desviada do circuito é nula e, em consequência, o processo não “perceberá” a presença do instrumento durante a medida. Em um caso real, pode-se esperar uma impedância elevada porém finita, e, quanto maior a impedância de entrada do voltímetro, melhor será o instrumento. O voltímetro deve ser conectado em paralelo aos pontos em que a medida será feita (Figura 5.9).

Ligando um voltímetro em paralelo com um circuito, a corrente que circula pelo mesmo será nula (aproximadamente zero em um caso real) e, em consequência, toda a tensão da fonte será medida.

5.2.1 Voltímetro analógico

A construção do voltímetro analógico consiste em ligar uma resistência em série com o galvanômetro. O valor dessa resistência, juntamente com as características elétricas do galvanômetro, tais como resistência interna e corrente máxima ou corrente de fundo de escala da deflexão do ponteiro, é que determinará a tensão máxima suportada pelo instrumento (Figura 5.10).

Assim, conhecendo-se o galvanômetro e sabendo-se a tensão de fundo de escala a medir, basta calcular a resistência R :

$$iFE = \frac{Em}{R_{cicle} + Ri} \Rightarrow R_{cicle} = \frac{Em}{iFE} - Ri$$

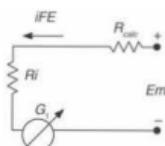


Figura 5.10 Esquema de um voltímetro construído com um galvanômetro.

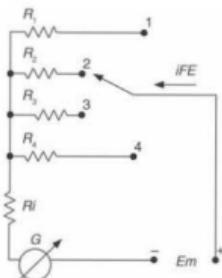


Figura 5.11 Esquema de um voltímetro analógico com escalas.

Os multímetros comerciais apresentam diferentes escalas de medida. No caso do voltímetro, essas escalas podem ser implementadas simplesmente adicionando-se resistências que podem ser conectadas através de uma chave rotativa, conforme as Figuras 5.11 e 5.12.

Observe que, no caso da Figura 5.12(a), as resistências que determinam as escalas são associadas em série, de modo que o cálculo das mesmas deve levar em conta a resistência equivalente para uma determinada escala.

Por exemplo, determine as resistências do voltímetro analógico da Figura 5.12(a), sabendo que a corrente de fundo de escala de deflexão do galvanômetro é de $iFE = 1\text{ mA}$ e sua resistência interna é $Ri = 10\Omega$. As escalas das tensões desejadas são: 200 mV, 2 V, 20 V e 200 V.

$$R_1 = \frac{0,2}{0,001} - 10 = 190\Omega$$

$$R_2 = \frac{2}{0,001} - 10 - 190 = 1800\Omega$$

$$R_3 = \frac{20}{0,001} - 10 - 190 - 1800 = 18000\Omega$$

$$R_4 = \frac{200}{0,001} - 10 - 190 - 1800 - 18000 = 180000\Omega$$

Observe que as resistências calculadas são bastante altas se comparadas à resistência interna do galvanômetro. A soma da resistência R_{cicle} com a resistência interna Ri do galvanômetro resulta na resistência de entrada do voltímetro, e a mesma deve ser alta. A corrente necessária para deslocar o ponteiro é desviada do processo em que a medida está sendo tomada.

Em um voltímetro analógico, a sensibilidade é assim definida:

$$S = \frac{1}{iFE}$$

sendo iFE a corrente que causa deflexão máxima no galvanômetro. A sensibilidade é fornecida, portanto, em $\frac{\Omega}{V}$. Esse parâmetro costuma ser impresso no painel do instrumento, e valores comuns são: $10000\frac{\Omega}{V}$, $20000\frac{\Omega}{V}$, $30000\frac{\Omega}{V}$. Quanto maior é a sensibilidade, melhor é a qualidade do instrumento.

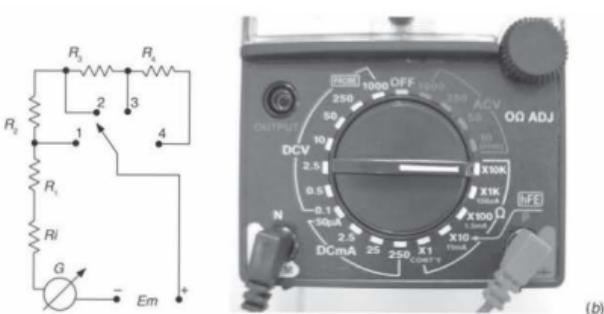


Figura 5.12 (a) Esquema de um voltímetro analógico com escalas; (b) escalas de um multímetro analógico. Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda. (a)

Entre outros aspectos, pode-se utilizar a sensibilidade para determinar a resistência interna do multímetro, quando utilizada na escala de tensão. Assim, um instrumento de $S = 10\,000 \frac{\Omega}{V}$, quando na escala de 10 V, terá uma resistência interna de $10\,000\,\Omega$; na escala de 2,5 V, terá uma resistência interna de $25\,000\,\Omega$, e assim por diante.

Para ilustrar os efeitos da sensibilidade do voltímetro, pode-se resolver o seguinte exemplo: considere 3 voltímetros de diferentes sensibilidades: $100 \frac{\Omega}{V}$, $1\,000 \frac{\Omega}{V}$ e $20\,000 \frac{\Omega}{V}$. Determine o efeito da resistência interna na tensão lida em cada um dos casos quando ligados como na Figura 5.13.

As correntes de fundo de escala podem ser calculadas em cada caso:

$$\text{Caso 1: } iFE = \frac{1}{100} = 10 \text{ mA}$$

$$\text{Caso 2: } iFE = \frac{1}{1\,000} = 1 \text{ mA}$$

$$\text{Caso 3: } iFE = \frac{1}{20\,000} = 0,05 \text{ mA}$$

No caso 1, a queda de tensão na resistência $R = 10\,\text{k}\Omega$ será de 100 V, e na entrada do voltímetro restarão apenas 400 V. Nesse caso, apenas 75% da tensão da fonte é medida.

No caso 2, a queda de tensão na resistência $R = 10\,\text{k}\Omega$ será de 10 V, e na entrada do voltímetro restarão apenas 490 V. Nesse caso, 98% da tensão da fonte é medida.

No caso 3, a queda de tensão na resistência $R = 10\,\text{k}\Omega$ será de 0,5 V, e na entrada do voltímetro restarão 499,5 V. Nesse caso, 99,9% da tensão da fonte é medida.

A incerteza na medição geralmente é fornecida em termos do fundo de escala, e sempre deve-se consultar o manual do fabricante, porque o erro nas medidas varia em função do parâmetro a ser medido. Por exemplo, um instrumento que tenha uma incerteza de 3% do FE, quando usado na escala de 10 V e estiver fazendo a leitura de uma tensão de 9 V, o valor da tensão com a respectiva incerteza será:

$$Em = 9 \pm 3\%FE \Rightarrow Em = (9 \pm 0,3)V,$$

ou ainda:

$$Em = 9 \text{ V} \pm 6\%.$$

Isto quer dizer que a menor probabilidade de erro ocorre quando está sendo feita uma medida que coincide com o valor do fundo de escala (10 V, no caso do exemplo). Em termos percentuais, qualquer outra medida (2 V, 3 V, 5 V, ...) sempre implicará uma probabilidade de erro percentual maior que 3%, a não ser na situação-limite citada.

Você dispõe, por exemplo, de um instrumento com incerteza de 5% de fundo de escala (FE), com as seguintes escalas: 1 V, 4 V, 10 V, e precisa medir uma tensão de aproximadamente 2,0 V. Qual das escalas escolherá? Apesar de poder usar qualquer escala, com exceção da escala de 1 V, essas escalas teriam incertezas diferentes para uma leitura da mesma tensão. Assim, analisando a medida e a incerteza em cada escala, teríamos:

Escala de 4 V

$$Em = 2,0 \text{ V} \Rightarrow Em = (2 \pm 0,2)\text{V}, \text{ ou } Em = 2,0 \text{ V} \pm 10\%$$

Escala de 10 V

$$Em = 2,0 \text{ V} \Rightarrow Em = (2 \pm 0,5)\text{V}, \text{ ou } Em = 2,0 \text{ V} \pm 20\%$$

Portanto, a escala de 4 V é a mais aconselhável, porque o erro percentual de leitura é menor (escala em que a deflexão do ponteiro é maior e, em consequência, está mais perto do fundo de escala).

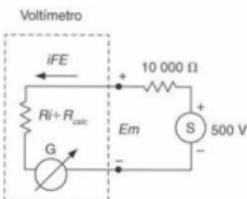


Figura 5.13 Voltímetro ligado a uma carga.

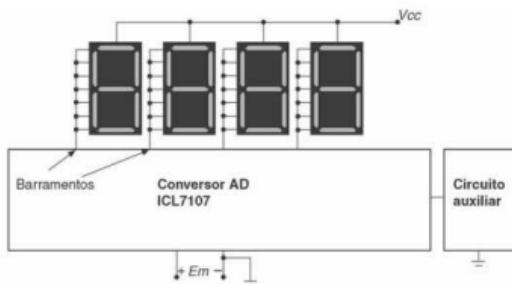


Figura 5.14 Diagrama de blocos de um multímetro digital.



Figura 5.15 Detalhes de um DPM (Digital Panel Meter) em que se utiliza um conversor analógico digital com decodificadores e drivers para display de leds (7107). Copyright de Maxim Integrated Product. Usado com permissão.

5.2.2 Voltímetro digital

A construção de um voltímetro digital depende apenas de um conversor analógico digital e de um *display* de visualização, que pode ser de cristal líquido (LCD) ou de leds. A Figura 5.14 mostra o esquema em blocos de um voltímetro digital em que se utiliza o conversor AD 7107, o qual possui saída codificada para o *display* de sete segmentos. A Figura 5.15 mostra o detalhe de um DPM — medidor de painel digital (*Digital Panel Meter*) básico em que se utiliza esse conversor analógico digital.

Os detalhes de construção bem como as características do instrumento dependem basicamente das características do conversor AD. Em geral um voltímetro não necessita de velocidades altas de leitura e atualização do *display*, mas necessita de precisão. Sendo assim, o conversor AD do tipo **dúpla rampa** ou **integrador** é muito utilizado. Esse conversor utiliza os tempos de carga e descarga de um capacitor. Como apenas a relação desse tempo é utilizada, a medida independe do capacitor e sua não idealidade. Esse conversor AD foi apresentado no Capítulo 4.

5.2.3 Voltímetro vetorial

Esse tipo de voltímetro faz a medida da amplitude e da fase da tensão. Um diagrama de blocos de um voltímetro vetorial pode ser visto na Figura 5.16.

O sistema consiste em um multiplicador ou um detector de fase síncrono (DA) da tensão medida E_m em relação a uma tensão de referência V_{ref} , um integrador (I), um voltímetro digital (V) e um processador (P). O princípio de funcionamento do vol-

tímetro vetorial baseia-se na determinação da amplitude V_m e do ângulo de fase ϕ entre a tensão medida v e a tensão de referência V_1 , a qual é proporcional à corrente. Admitindo que a tensão a ser medida é:

$$v = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi) = \\ = V_m (\operatorname{sen}\omega t \cos\phi + \cos\omega t \operatorname{sen}\phi)$$

e considerando

$$v_{de} = V_{ref} \operatorname{sen}\left(\omega t + \eta \frac{\pi}{2}\right) \text{ para } \eta = 0, 1, 2, 3$$

o ângulo de fase $\eta \frac{\pi}{2}$ da tensão v_{de} pode assumir valores $0, \frac{\pi}{2}, \pi, 3\frac{\pi}{2}$, possibilitando a detecção do ângulo ϕ nos quatro quadrantes do sistema de coordenadas cartesianas. Um detector síncrono de fase multiplica as tensões v e v_{de} e o integrador faz a média dessa multiplicação durante o período T_i .

$$V_m = \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} v v_{de} dt$$

O tempo médio é múltiplo do período T da tensão medida $T_i = kT, k = 1, 2, 3, \dots$. Por exemplo, para $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$ e $\eta = 0, \eta = 1$, é obtido um par de números

$$V_{m0} = 0,5 V_m V_{ref} \cos \phi \text{ e } V_{i1} = 0,5 V_m V_{ref} \operatorname{sen}\phi$$

que representam os valores de coordenadas cartesianas da tensão medida v . O módulo e a fase da tensão são calculados de:

$$V_m = \frac{2}{V_{ref}} \sqrt{V_{m0}^2 + V_{i1}^2} \text{ e } \phi = \arctan \frac{V_{i1}}{V_{m0}}$$

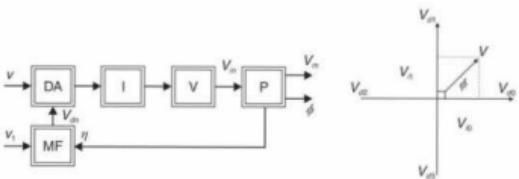


Figura 5.16 Diagrama de blocos de um voltímetro vetorial: MF multiplexador de fase; DA, detector de fase; I, integrador; V, voltímetro; P, processador.

Ambas as coordenadas da tensão medida v podem ser calculadas de maneira similar nos demais quadrantes do sistema de coordenadas cartesianas. Um voltímetro vetorial determina a tensão medida como um fator (um vetor girante) medindo módulo e fase.

5.2.4 Medidores de tensão eletrônicos

Na verdade, esse subtítulo pode ser visto como uma redundância, uma vez que todos os voltímetros podem ser interpretados como eletrônicos. Entretanto, nesta seção vamos explorar uma abordagem mais alternativa e amplamente adotada como parte de condicionadores de sinais.

A medição de sinais de tensão pode ser implementada com circuitos eletrônicos que podem ser analógicos ou digitais. O circuito da Figura 5.17 mostra um medidor analógico para tensão DC. Supondo-se o amplificador operacional ideal e que $R_1 = R_2$ e ainda que essas resistências sejam muito maiores que R_0 , a corrente que passa pelo galvanômetro é:

$$i_m = -\frac{V_i}{R_0}$$

Na verdade, o circuito mostra uma configuração simples de um amplificador operacional. No caso, a equação mostra que a deflexão do ponteiro é proporcional à entrada e depende apenas da constante R_0 .

O circuito da Figura 5.18 implementa um medidor de tensão AC. Na sua entrada, é colocado um diodo cuja função é retificar o sinal de tensão. Dessa maneira, se o sinal de entrada para AC, variando de um mínimo a um máximo, apenas o semicírculo positivo permite a condução do diodo. Como a configuração utili-

zada é de um seguidor de tensão, o sinal sobre R_0 será o próprio valor na entrada não inversora e, assim,

$$i_0(t) = \frac{V_i(t)}{R_0}.$$

Entretanto, o valor medido pelo galvanômetro será o valor médio do sinal retificado:

$$\bar{i}_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi R_0} V_i$$

Essa estrutura ainda pode ser significativamente melhorada utilizando-se um retificador de onda completa com um integrador na saída (filtro passa-baixas) como o da Figura 5.19. Nesse caso, o sinal na saída será o valor médio da entrada:

$$\bar{V}_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V_i$$

sendo \bar{V}_0 um valor constante ou tensão DC.

Também se podem utilizar circuitos analógicos implementados com amplificadores operacionais para medir sinais RMS, como, por exemplo, em instrumentos denominados voltímetros **true RMS**. Observa-se que o valor RMS de um sinal $v_i(t)$ é definido como:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_i^2(t) dt}$$

O circuito mostrado na Figura 5.20 utiliza um retificador de onda completa implementado na primeira etapa. Na segunda etapa, a configuração com o amplificador e os transistores caracteriza um multiplicador logarítmico. O transistor na saída da segunda etapa tem a função de implementar a função antilogarítmica, e o resultado é uma operação matemática de multiplicação. Por fim, a terceira etapa implementa um integrador por meio de um filtro passa-baixas, e a equação de saída torna-se:

$$V_0 = \frac{k}{T} \int_0^T V_i^2(t) dt = kV_{RMS}^2$$

Ou seja, a saída desse circuito é proporcional ao quadrado do valor RMS de entrada.

Os exemplos de circuitos eletrônicos analógicos apresentados na medição de tensão elétrica são apenas alguns da vasta quantidade de possibilidades amplamente encontradas na literatura especializada, como fabricantes de componentes, entre outros.

Apesar de utilizados ao menos para a etapa de entrada, os circuitos analógicos são cada vez mais preferidos pelos circuitos digitais, uma vez que esses possibilitam agregar recursos, pre-

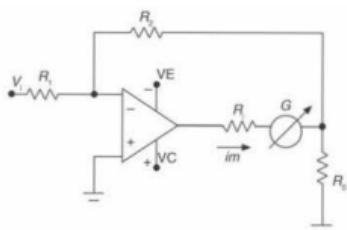


Figura 5.17 Esquema de um medidor de tensão eletrônico implementado com um OPAMP e um galvanômetro.

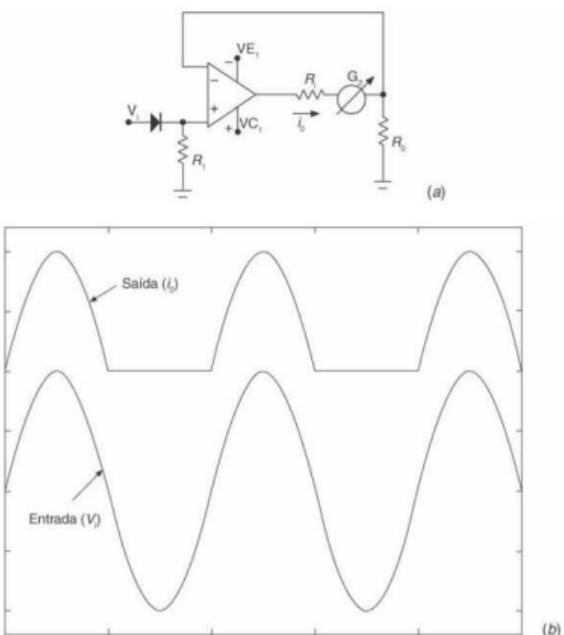


Figura 5.18 (a) Esquema de um medidor de tensão AC eletrônico implementado com um OPAMP e um galvanômetro e (b) efeito do retificador na forma de onda.

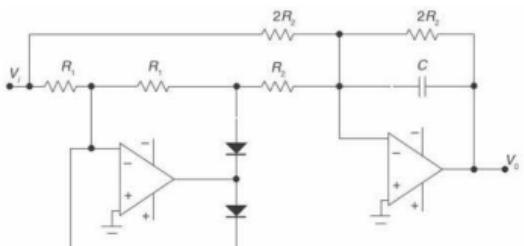


Figura 5.19 Esquema de um medidor de tensão AC eletrônico de onda completa com um passa-baixas na saída.

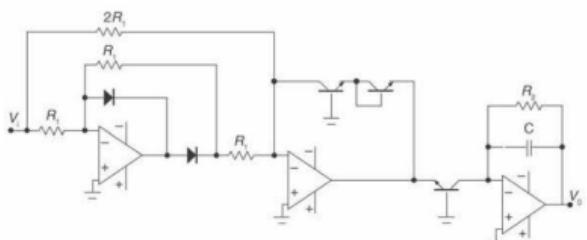


Figura 5.20 Esquema de um medidor de tensão true RMS.

ção, velocidade e, consequentemente, um diferencial de qualidade aos novos produtos.

A implementação de medidores de tensão digital é simplesmente uma aplicação de um conversor AD. Como vimos no Capítulo 4, existem vários tipos de conversores analógicos digitais. Entre eles podemos citar: AD por aproximações sucessivas, AD integrador ou dupla rampa, *flash*, conversão tensão frequência. Quando é implementada uma aplicação simples como a digitalização de um sinal de saída de um sensor, na verdade a função do circuito é fazer a medição do sinal de tensão.

A implementação de medidores de tensão com conversores analógicos digitais pode ser executada por meio de blocos separados dos sistemas de controle, como, por exemplo, na implementação de um medidor de tensão utilizando a porta paralela de um computador, em que o computador representa o bloco de controle e o conversor AD, o medidor de tensão. Outra maneira de abordar o sistema é utilizar um sistema integrado de controle e conversor AD para medir tensão. Atualmente, isso pode ser facilmente implementado com a utilização de sistemas microcontrolados ou ainda com DSPs, os quais necessitam, para funcionar, apenas de um programa

mínimo de controle do hardware. Existem muitos microcontroladores diferentes fornecidos por fabricantes como Microchip, Motorola, Texas Instruments, National, Holtek, entre outros. Cada um desses dispositivos possui diferentes mneômicos e hardware interno. A escolha de um microcontrolador deve estar diretamente ligada à aplicação e às ferramentas disponíveis para a programação. A Figura 5.21 mostra um microcontrolador Microchip PIC16F877® implementando uma medição de tensão através de suas portas analógicas (10 bits). O software de controle feito em linguagem C encontra-se na Tabela 5.2.

5.3 Medidores de Corrente

Amperímetro: o amperímetro é um instrumento cuja função consiste em medir corrente elétrica. Esse instrumento tem como principal característica uma baixa impedância de entrada. De fato, um amperímetro ideal tem uma impedância de entrada nula. Esse conceito é importante, uma vez que todo instrumento de medida deve medir sem interferir no processo. Se a impedância de entrada for zero, a queda de tensão do circuito (no instrumento) é nula e, consequentemente, o processo não “perceberá” a presença do instrumento durante a medida. Em um caso real, pode-se esperar uma impedância baixa, porém não nula, e, quanto menor a impedância de entrada do amperímetro, melhor será o instrumento. O amperímetro deve ser conectado em série com o circuito ao medir a corrente (Figura 5.22). Se ligarmos um amperímetro em paralelo com um circuito, a corrente será toda desviada pelo instrumento e, em consequência, surgirá um curto-circuito. Se o amperímetro for ligado em paralelo com uma carga L_1 e em série com a carga L_2 , a corrente que passará pelo instrumento será limitada apenas pela resistência da carga L_2 , conforme mostra a Figura 5.23. Entretanto, se o amperímetro for ligado em paralelo com a fonte, o mesmo drenará uma corrente muito alta, queimando o fusível de proteção ou danificando o instrumento.

5.3.1 Amperímetro analógico

A construção do amperímetro analógico consiste em ligar uma resistência em paralelo com o galvanômetro. O valor dessa resistência, juntamente com as características elétricas do galvanômetro, tais como resistância interna e a corrente de fundo de escala da deflexão do ponteiro, é que determinará a corrente máxima suportada pelo instrumento (Figura 5.24).

Sendo assim, conforme a Figura 5.24, conhecendo-se o galvanômetro e sua corrente de fundo de escala iFE e a corrente de fundo de escala a medir Im , basta calcular a resistência R_{calc} :

$$iFE = \frac{Im \cdot R_{calc}}{R_{calc} + R_i} \Rightarrow R_{calc} = \frac{R_i \cdot iFE}{Im - iFE}$$

Os multímetros comerciais geralmente vêm com diferentes escalas de medidas. No amperímetro, essas escalas podem ser implementadas simplesmente adicionando-se resistências em paralelo que podem ser conectadas por meio de uma chave rotativa, conforme as Figuras 5.25 e 5.26. No caso da Figura 5.25, o cálculo das resistências é individual, e a equação geral acima

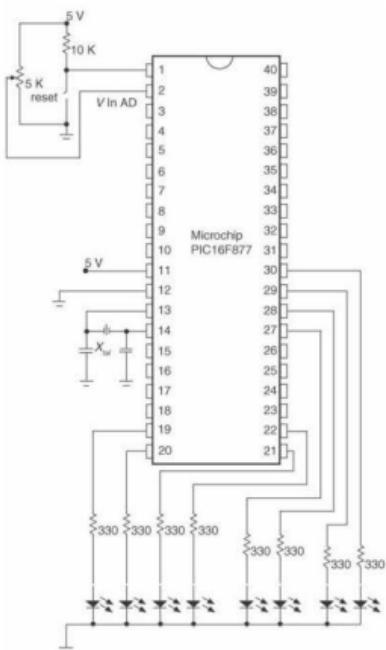


Figura 5.21 Esquema de um conversor AD implementado com um Microchip PIC16F877® para medição de tensão elétrica.

Tabela 5.2 Código do software para um conversor AD implementado em linguagem C para o PIC16F877

```
#include <16F877.h>

#use delay (clock=20000000)

int value ;
void main ( ) {

    set_tris_a (0xff) ;           // Port A é definido como
    entrada
    set_tris_d (0x00) ;           // Port D é definido como
    saída
    setup_port_a (ALL_ANALOG) ;
    setup_adc (adc_clock_internal) ;
    set_adc_channel ( 0 ) ;        // Configurações para
    canal 0 do conversor AD
    while (TRUE)                  // Faz este laço
    eternamente
    {
        value=read_adc () ;       // Lê o conversor AD
        Delay_ms (500) ;          // Pausa de 500 ms
        (opcional)
        output_d (value) ;        // Manda para a porta D os
        bits menos significativos do AD
        Delay_ms (500) ;          // Pausa de 500 ms
        (opcional)
    }
}
```

Nota: Este programa roda apenas em um compilador que contém nas suas bibliotecas as funções utilizadas (no caso foi utilizado o PCWH Compiler).

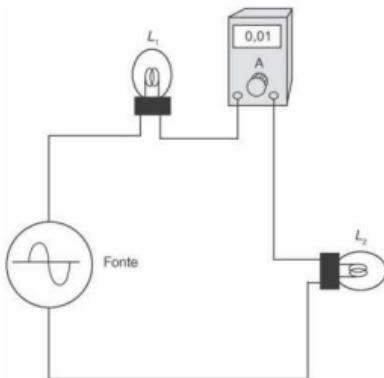


Figura 5.22 Amperímetro ligado em série.

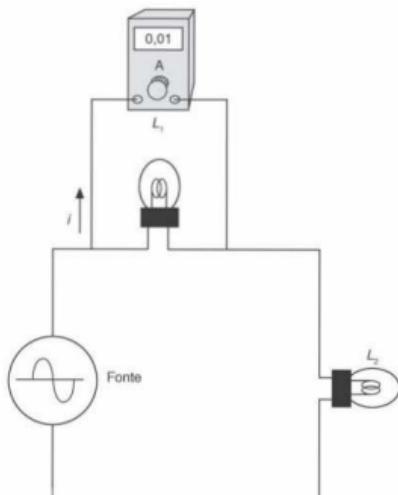


Figura 5.23 Ligação errada de um amperímetro (em paralelo com a carga).

pode ser aplicada. Observe no entanto que, no caso da Figura 5.26, as resistências que determinam as escalas são associadas em série em um ramo paralelo, de modo que o cálculo das resistências deve ser determinado por meio da resolução de um sistema linear de equações.

Por exemplo, determine as resistências do amperímetro analógico da Figura 5.26, sabendo que a corrente de fundo de escala de deflexão do galvanômetro é $iFE = 1 \text{ mA}$ e sua resistência interna é $R_i = 10 \Omega$. As escalas das correntes desejadas são: 2 A, 20 A.

Monta-se o sistema com as duas equações (uma para cada situação). A equação da malha do caso 1 (2 A):

$$1,999 R_1 + 1,999 R_2 = 10 \times 0,001$$

A equação da malha do caso 2 (20 A):

$$19,999 R_1 - 0,001 R_2 = 10 \times 0,001$$

Resolvendo o sistema, temos:

$$R_1 \approx 0,0005 \Omega$$

$$R_2 \approx 0,0045 \Omega$$

O circuito final pode ser visto na Figura 5.27.

Observe que as resistências calculadas são bastante baixas se comparadas à resistência interna do galvanômetro. A resistência equivalente do paralelo de R_{shunt} com a resistência interna R_i do galvanômetro resulta na resistência de entrada do amperímetro, que deve ser baixa. A corrente necessária para deslocar o ponteiro é desviada do processo em que a medida está sendo tomada.

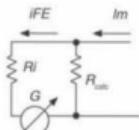


Figura 5.24 Esquema de um amperímetro construído com um galvanômetro.

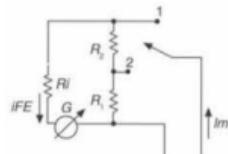


Figura 5.26 Outra configuração de amperímetro com várias escalas de corrente.

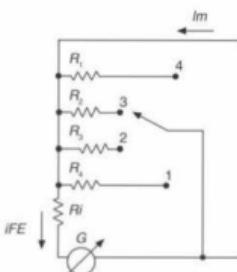


Figura 5.25 Amperímetro com várias escalas de corrente.

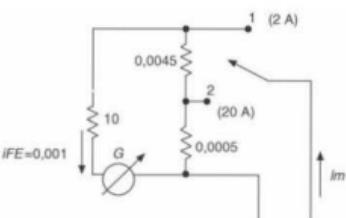


Figura 5.27 Circuito do amperímetro para escalas de corrente de 2 A e 20 A.

5.3.2 Amperímetro digital

A construção de um amperímetro digital, a exemplo do voltmetro, depende apenas de um conversor analógico digital e de um display de visualização, que pode ser de cristal líquido (LCD) ou de leds. A principal diferença é que o sinal de corrente deve ser transformado em tensão por um circuito intermediário. Esse circuito pode ser simples como um resistor (fazendo a função denominada *shunt* — nesse caso, mede-se a queda de tensão sobre esse resistor), mas também pode ser implementado de outras maneiras, como, por exemplo, um circuito com elementos passivos como um amplificador operacional. Existem várias formas de implementar um sensor para medir corrente elétrica. Os melhores resultados serão alcançados se forem utilizados sensores de alta precisão, boa resposta em frequência e mínimo deslocamento de fase. Podem-se destacar alguns tipos de sensores (consultar Vol. II desta obra) utilizados para detectar corrente elétrica:

Sensores resitivos: apresentam como vantagem a simplicidade de utilização e como desvantagem o fato de gerarem perdas (calor) e, ainda, de precisarem ser introduzidos no circuito (método intrusivo) e não apresentarem isolamento elétrico. Além disso, esse tipo de sensor possui capacitações e indutâncias parasitas que limitam a sua utilização a altas frequências.

Sensores implementados com transformadores de corrente: podem ser uma ótima opção, por não apresentarem perdas (desprezíveis) e não necessitarem de fonte externa. Entretanto, têm uma grave desvantagem, que é o fato de funcionarem apenas para correntes alternadas.

Sensores magnetorresistivos: esses sensores são sensíveis às variações de campo magnético e, portanto, servem para medir corrente. Contudo, apresentam uma relação de linearidade muito baixa e, além disso, são bastante dependentes da temperatura.

Sensores de efeito Hall: também são sensores sensíveis à variação de campo magnético, e podem ser utilizados na medição de correntes desde DC até dezenas de kHz. Têm como principais vantagens a versatilidade, o baixo custo, a confiabilidade e a facilidade de utilização. A principal desvantagem desse tipo de sensor é a sua dependência da temperatura.

Sensores CMOS de campo magnético: são considerados sensores de alta sensibilidade, baixa potência de consumo e baixa sensibilidade à temperatura. Suas principais desvantagens estão relacionadas às dificuldades de uso e de calibração.

A Figura 5.28 traz um exemplo de medida sem contato em que se utiliza um transformador de corrente.

A medida sem contato pode ser um benefício particular quando altas tensões estão presentes ou quando é necessário medir tensões (ou correntes) com referências diferentes com um osciloscópio.

5.3.3 Amperímetros do tipo alicate

Esse tipo de instrumento caracteriza-se por proporcionar uma medida sem contato. Isso pode ser especialmente interessante em circuitos em que é necessário realizar uma medida com isolamento elétrico ou mesmo por questão de facilidade, uma vez que não é necessário interromper o circuito para executar a medição.

Geralmente esse instrumento é constituído pelo secundário de um transformador de corrente (elemento sensor), encontrado no "gancho" do medidor. Esse gancho caracteriza-se por ser móvel, de modo que é possível envolver um condutor no qual se deseja executar a medida de corrente (seja o circuito trifásico ou monofásico). O condutor envolvido funciona como o enrolamento primário de um transformador de corrente que



Figura 5.29 Amperímetro do tipo alicate. Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda.



Figura 5.28 Transformador de corrente TC. Copyright de Tektronix, Inc. Reproduzido com permissão. Todos os direitos reservados.

induz uma corrente no secundário (gancho), a qual é então processada (retificador), mostrada em um visor do tipo LCD (em um instrumento digital) ou enviada ao galvanômetro e mostrada em uma escala graduada (instrumento analógico). Uma prática comum nesse tipo de instrumento é utilizar mais de uma espira em volta do gancho do amperímetro. Isso é comum principalmente em instrumentos mais抗igos, nos quais o início da escala não apresentava boa precisão. Utilizando-se n espiras enroladas no gancho, deve-se dividir o valor lido por n . Atualmente existem amperímetros alicate com diversas funções integradas, tais como leitura de valor RMS, leituras de baixos valores de corrente, integração com outros tipos de medidores, entre outros.

Existem medidores de corrente do tipo alicate para correntes AC (mais comuns) e também para correntes DC. A diferença é o tipo de sensor utilizado. Os primeiros são implementados com transformadores TCs e os últimos, com outros sensores, tais como o de efeito Hall, conforme já vimos. A Figura 5.29 mostra um amperímetro do tipo alicate.

5.3.4 Medidores de corrente eletrônicos

Assim como existem diversos circuitos eletrônicos para a medição de tensão, existem muitas maneiras de medir corrente utilizando circuitos eletrônicos. O circuito da Figura 5.30 mostra um medidor de corrente implementado com um OPAMP e um resistor na realimentação negativa.

A característica de curto-círcuito virtual de uma realimentação negativa no OPAMP garante que a corrente que chega à entrada inversora é a mesma que flui pelo resistor de realimentação. Sendo assim,

$$V_0 = -Ri(t)$$

Uma das maneiras mais simples de medir corrente é utilizando um resistor tipo *shunt*. Nesse caso, o resistor de valor fixo tem a função de transformar a corrente em tensão pela relação direta da lei de Ohm $v = Ri$, e o circuito para processar o sinal de tensão pode ser semelhante aos apresentados na seção de medidores de tensão, de modo que a saída de uma tensão será proporcional a uma entrada de corrente.

A Figura 5.31 mostra um circuito de um amperímetro de baixa impedância implementado com um amplificador operacional. O circuito é formado por uma ponte de diodos disposta no laço de realimentação desse amplificador. A saída será um sinal de tensão DC.

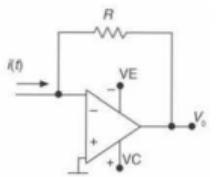


Figura 5.30 Conversor corrente-tensão.

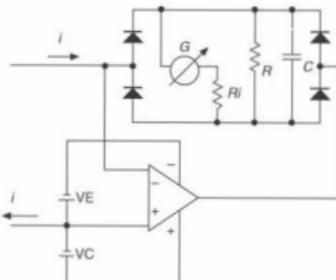


Figura 5.31 Amperímetro implementado com um OPAMP.

Nessa configuração, a corrente medida no indicador será:

$$i_{Galv} = |\bar{i}| \frac{R}{R + R_f}$$

A Figura 5.32 mostra um circuito também implementado com um amplificador operacional apto a medir correntes da ordem de nanoampéres. Observe que o circuito é implementado com uma configuração não inversora (portanto, a saída é em tensão) e a queda de tensão em cima dos resistores deve ser no máximo de 0,01 V para que a influência no resto do circuito seja desprezível.

Existe no mercado uma série de componentes dedicados à medição de corrente. A escolha desses componentes é feita de acordo com as necessidades, e fabricantes como National Instruments, Texas Instruments, Maxim, entre outros, oferecem muitas possibilidades. A Figura 5.33 mostra um circuito implementado por um MAX4172 (Maxim), apto a medir corrente unidirecional. Observe que o condutor de cobre funciona como um resistor de *shunt*.

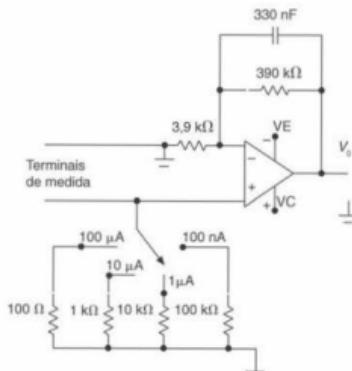


Figura 5.32 Configuração com OPAMP capaz de medir várias escalas de corrente.

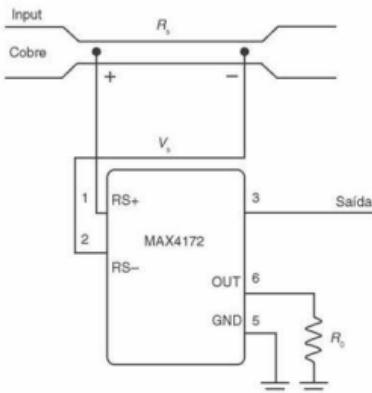


Figura 5.33 Circuito implementado com um Maxim MAX4172.

Outros circuitos muito úteis para medir corrente são os componentes utilizados em conversores corrente-tensão. Esse tipo de circuito é especialmente útil em sistemas de transmissão, nos quais, por razões principalmente de imunidade a ruidos eletromagnéticos externos, é preferível enviar um sinal de tensão medido na saída de um transdutor em forma de corrente por um condutor que percorre a distância da aplicação até o sistema que faz a leitura propriamente dita (por exemplo, um controlador). Nesse caso, uma vez que é comum a necessidade de obter novamente o sinal em tensão, utilizam-se sistemas receptores corrente-tensão. A Figura 5.34 traz um exemplo de sistema em que se utiliza um *loop de corrente*.

Existem valores normalizados, como, por exemplo, sinal em corrente de 4 a 20 mA e sinal em tensão de 0 a 5 V. O esquema da Figura 5.35(a) é um circuito para medidas genérico, implementado com os circuitos integrados Burr-Brown XTR110, XTR115 e RCV420 — transmissor e receptor, respectivamente. O XTR115 transforma o sinal de tensão em corrente e o RCV420 transforma novamente esse sinal de corrente em tensão, conforme Figuras 5.35(b) e (c).

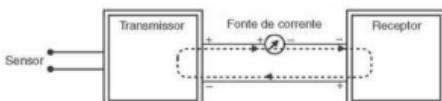
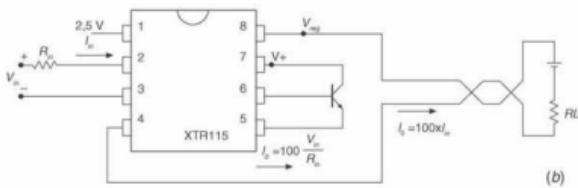
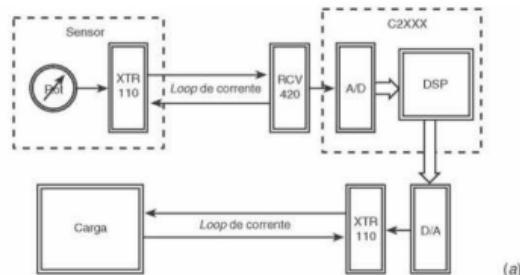
Figura 5.34 Sistema em que se utiliza um *loop de corrente*.

Figura 5.35 (a) Esquema implementado por componentes Burr-Brown XTR110 e RCV420; (b) circuito implementado com o XTR115 para transformar entrada de tensão em saída de corrente.

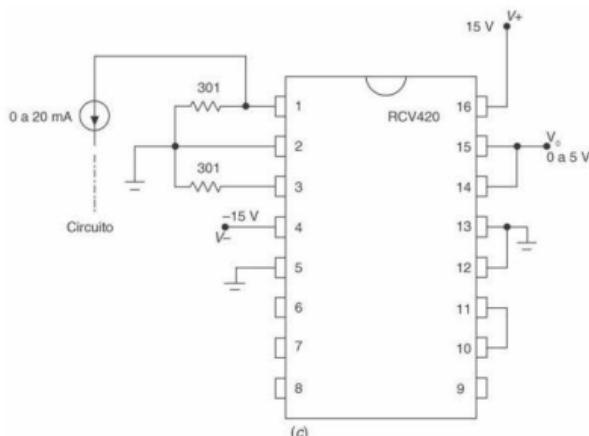


Figura 5.35 (Continuação) (c) circuito implementado com o RCV420 para transformar uma entrada de corrente de 0 a 20 mA em uma saída de 0 a 5 V.

5.4 Medição de Resistência Elétrica, Capacitância e Indutância

5.4.1 Medição de resistência elétrica

5.4.1.1 Ohmímetro

Trata-se de um instrumento analógico ou digital cuja função é medir a resistência de um determinado elemento. Esse instrumento deve ter no seu interior uma fonte de energia (em geral uma bateria) responsável por manter uma corrente circulando quando os terminais do ohmímetro são fechados através de um curto-circuito (resistência = 0) ou através de um componente eletrônico como um resistor, por exemplo. As Figuras 5.36 e 5.37 mostram os esquemas simplificados de ohmímetros. O início e o fundo da escala de um ohmímetro serão atingidos, portanto, em duas situações:

a. Quando os terminais do instrumento estão abertos — nesse caso, o indicador mostra resistência infinita. Obviamente, o valor dessa resistência não é infinito, mas indica que superou a capacidade do instrumento de indicar a resistência.

b. Quando os terminais do instrumento forem curto-circuitados — nesse caso, estará passando a corrente de fundo de escala pelo galvanômetro. Uma vez que se sabe que essa resistência é aproximadamente nula, essa posição é utilizada como ponto de calibração de $R = 0 \Omega$. É importante salientar que, mesmo quando dois condutores estão em curto-circuito, a resistência entre eles é diferente de zero, porém para medir valores de resistência tão baixos é necessário utilizar outras técnicas.

No ohmímetro analógico o ponteiro se deslocará em sentido inverso ao do voltímetro e do amperímetro, uma vez que a corrente (que faz o galvanômetro deslocar-se) diminui à medida que a resistência aumenta. De fato, o deslocamento do ponteiro

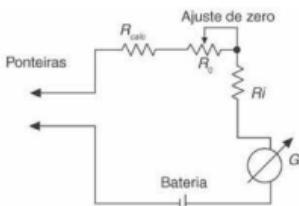


Figura 5.36 Esquema simplificado de um ohmímetro analógico.

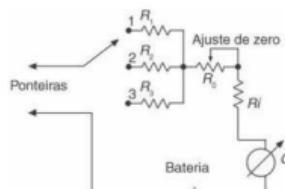


Figura 5.37 Esquema simplificado de um ohmímetro analógico com diferentes escalas.

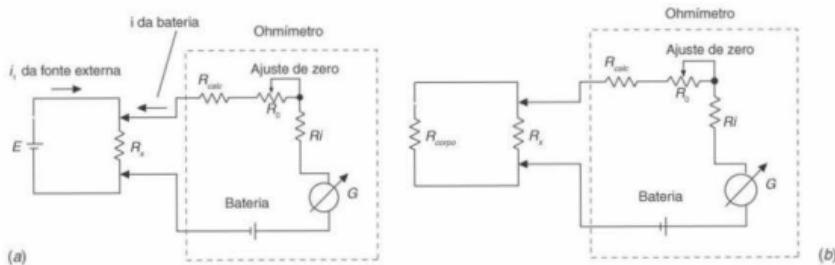


Figura 5.38 (a) Ligação errada de um ohmímetro a um circuito energizado; (b) medida de resistência com os dois terminais da resistência em paralelo com a resistência do corpo.

em um ohmímetro analógico é não linear. Isso se deve ao fato de a corrente ser proporcional ao inverso da resistência:

$$i \propto \frac{1}{R}$$

Observa-se também a necessidade de um resistor variável para o ajuste de zero (veja as Figuras 5.36 e 5.37). Isso se faz necessário porque a resistência interna da bateria varia com o tempo. O ohmímetro deve ser ligado de modo que as ponteiras sejam conectadas diretamente aos terminais do componente a medir. Um detalhe importante é que esse instrumento não deve ser utilizado em componentes energizados. A bateria interna deve ser a única fonte do sistema de medição, e, se um circuito externo estiver de alguma maneira alimentado por meio de outra fonte, necessariamente ocorrerá uma interferência na medida, levando a erros de medida ou até à inutilização do instrumento. Outro detalhe desse instrumento é que, quando uma medida de resistência é executada, deve-se ter o cuidado de isolar o componente. Ao medir uma resistência, deve-se evitar que os dedos entrem em contato com os dois terminais. Se isso acontecer, a medida registrada será a do resistor em paralelo com a resistência do corpo. A Figura 5.38 ilustra essas situações.

Esse método de medição de resistência consiste, sucintamente, em detectar a tensão ou a corrente em um circuito fechado pelo resistor a medir. Os multímetros são instrumentos que integram no mínimo as funções de amperímetro, voltímetro e ohmímetro e consistem em equipamentos essenciais nos laboratórios ou em bancadas de trabalho. Os multímetros digitais modernos geralmente integram outras funções, tais como medição de capacitors, medição de temperatura, ganho de transistores, entre outras.

Assim como no caso do amperímetro e do voltímetro, o ohmímetro pode ser implementado com circuitos eletrônicos. O circuito da Figura 5.39 mostra um medidor de resistência baseado em uma fonte de corrente. O princípio de funcionamento é aplicar uma corrente conhecida em uma resistência desconhecida e medir a tensão resultante. A relação $\frac{V}{i}$ vai fornecer o valor da resistência. Pode-se implementar uma seleção de escala mudando-se o ganho da configuração.

Neste exemplo a saída do circuito será:

$$V_0 = \left(\frac{R_s}{R} + 1 \right) \times R_s I_{fonte}$$

sendo R_s uma das resistências da escala selecionada (neste exemplo, R_1 , R_2 ou R_3).

Para se implementar um multímetro digital, basta que a tensão gerada seja colocada em um conversor AD e então disponibilizada em um *display* de visualização.

Os ohmímetros mais usuais são alimentados com baterias de 9 V ou menos. Isso é perfeitamente adequado quando é necessário medir resistências abaixo de algumas dezenas de megaohms. Entretanto, para resistências muito elevadas, essas fontes não são suficientes para gerar correntes com ordens de grandeza mensuráveis. Também é importante salientar que a resistência nem sempre é uma grandeza estável e aproximadamente linear como nos resistores. Por exemplo, pode-se citar o comportamento da corrente em um *gap* de ar no qual é aplicada uma tensão. Alguns materiais exibem

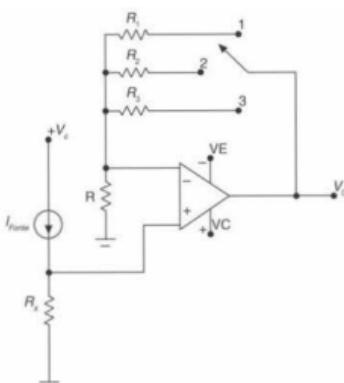


Figura 5.39 Medidor de resistência baseado em uma fonte de corrente.

propriedades importantes de isolamento e/ou condução sob altas tensões. Nesses casos, é necessário utilizar um megômetro.

5.4.1.2 Megômetro

O megômetro apresenta uma construção diferente do ohmímetro, para que seja possível medir os casos em que ocorre uma variação abrupta de resistência e, consequentemente, de corrente (se a tensão foi mantida fixa). Pode-se observar esse caso, por exemplo, em um *gap* de ar em que, sob alta tensão elétrica, a resistência varia abruptamente.

A Figura 5.40(a) mostra os detalhes da construção de um megômetro com um caso em que uma resistência muito alta (círcuito aberto) está sendo medida, e a Figura 5.40(b) mostra o esquema elétrico de um megômetro analógico. A Figura 5.40(c) mostra o caso em que a resistência que está sendo medida cai a valores muito baixos.

Os blocos retangulares ilustrados na Figura 5.40(a) representam as seções transversais de bobinas. Existem três bobinas que se movimentam com o mecanismo da agulha representadas pelos números de identificação. Não existe nenhuma mola para trazer a agulha a uma posição inicial; portanto, quando não existe polarização, essa agulha fica aleatoriamente solta.

Em um circuito aberto (resistência infinita entre os terminais — Figura 5.40(a)), não existirá corrente fluindo pelos terminais da bobina 1. Existirá corrente fluindo apenas pelas bobinas 2 e 3. Quando energizadas, essas bobinas tentam centralizar-se junto ao *gap* entre os polos do ímã permanente, forçando a agulha para a

direita, apontando para infinito. Qualquer corrente que flua pela bobina 1 (corrente de medida passando pelos terminais de medida) vai tender a levar a agulha de volta à esquerda junto ao zero (Figura 5.40(c)). Os resistores internos desse instrumento devem estar calibrados de forma que, quando os terminais externos estiverem curto-circuitados, a agulha aponte para o zero. Uma vez que qualquer variação de tensão na bateria afetará todas as bobinas (as bobinas 2 e 3 tendem a levar a agulha para a direita e a bobina 1 tende a levar a agulha para a esquerda), essas variações não afetarão a calibração do movimento. Em outras palavras: a precisão desse megômetro não é afetada pela variação de tensão da bateria (como ocorre no caso de um ohmímetro convencional).

Uma resistência a ser medida produzirá uma deflexão do ponteiro, não importando se a tensão da fonte é alta ou baixa. O único efeito que uma variação na tensão terá é o grau em que uma resistência varia com a tensão aplicada. Dessa maneira, se for utilizado para medir a resistência de uma lâmpada de descarga (de algum gás), o megômetro vai ler altos valores de resistência para baixas tensões e baixos valores de resistência para altas tensões, e, em consequência, o ponteiro fará uma grande excursão.

Por questão de segurança, alguns dos megômetros são equipados com geradores manuais para produzir valores elevados de tensão DC (mais de 1000 V). Se o usuário levar um choque elétrico, o mesmo tenderá a parar o movimento da alavanca do gerador manual, fazendo a tensão cair.

Alguns megômetros são providos de bateria. Por questão de segurança, esses megômetros são acionados por um botão do tipo *pushbutton*. Sendo assim, essa chave não pode permanecer

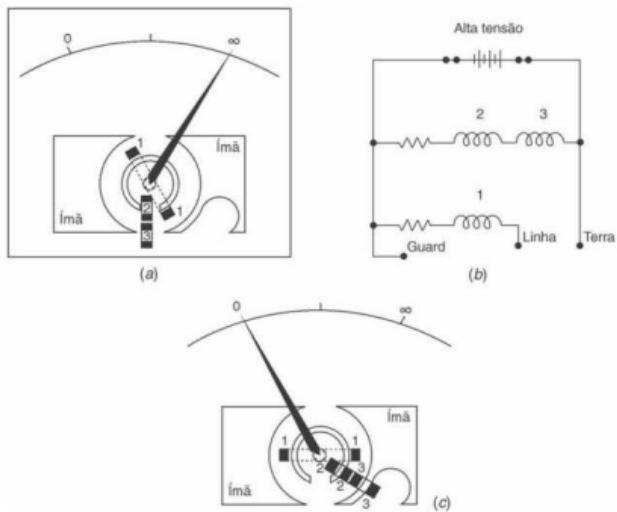


Figura 5.40 (a) Megômetro medindo uma resistência muito alta; (b) esquema elétrico do megômetro; e (c) megômetro medindo uma resistência muito baixa.



Figura 5.41 (a) e (b) Dois exemplos de megômetros digitais. Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda.

sempre ligada. Esse é o caso dos megômetros digitais mostrados na Figura 5.41.

Os megômetros são geralmente equipados com três terminais de conexão: linha, referência e *guard*.

Se a resistência for medida entre a linha e os terminais de referência, a corrente percorrerá a bobina 1. O terminal *guard* é próprio para situações especiais em que uma resistência deve estar isolada da outra, como, por exemplo, o caso em que a resistência de isolamento deve ser medida em um cabo de dois fios. Para medir a resistância de isolamento de um condutor em relação ao exterior do cabo, é necessário conectar o terminal “linha” do megômetro a um dos condutores e conectar a conexão “referência” do megômetro a um fio condutor enrolado à blindagem do cabo (Figura 5.42).

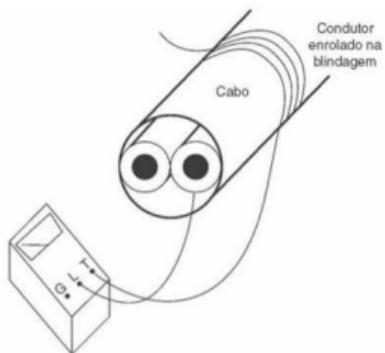


Figura 5.42 Ligação do megômetro para medição do isolamento entre um condutor e a blindagem de um cabo.

Nessa configuração, o megômetro deve ler a resistência entre um condutor e a proteção do cabo. A Figura 5.43 mostra o diagrama esquemático dessa ligação. Em vez de medir apenas a resistência entre o condutor e o lado externo do cabo (blindagem), o que será medido é essa resistência em paralelo com a combinação série da resistência condutor–condutor e o condutor que não está conectado ao megômetro com a blindagem.

Para medir apenas a resistência entre o condutor e a blindagem, é necessário utilizar o terminal *guard*. O circuito esquemático resultante fica como o da Figura 5.44. Conectando-se o terminal *guard* ao primeiro condutor, os dois condutores ficam quase ao mesmo potencial. Com pequena ou total ausência de tensão entre esses condutores, a resistência de isolamento entre os mesmos é aproximadamente infinita, e assim não existe corrente entre esses dois condutores.

De modo consistente, a resistência indicada pelo megômetro será exclusivamente baseada na corrente que flui pelo isolamento do condutor que está sob teste, através da blindagem e pelo fio enrolado.

Megômetros são instrumentos de campo, ou seja, são projetados para serem portáteis e operados pelo técnico no local da tarefa, e oferecem facilidade semelhante ao ohmímetro. São instrumentos muito úteis na verificação de falhas de isolamento entre cabos condutores devidas à umidade ou degradação do isolamento.

Existem ainda outros instrumentos para medir isolamento, como, por exemplo, um outro tipo de ohmímetro denominado *Hi-pot*.

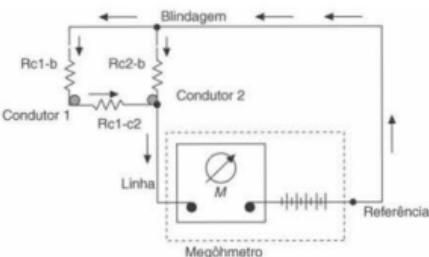


Figura 5.43 Diagrama elétrico da ligação da Figura 5.42.

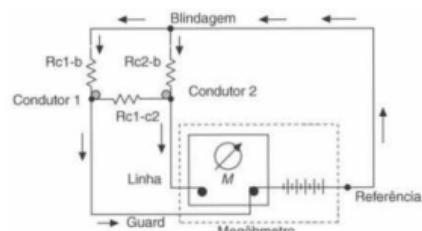


Figura 5.44 Ligação do megômetro por meio do terminal *guard*.

ses instrumentos produzem tensões maiores que 1 KV e podem ser utilizados para medir a resistência de isolamento de óleos, cerâmicas, entre outros. Uma vez que produzem altas tensões, devem ser operados com cuidados especiais e por pessoal qualificado. Tanto os *Hi-pots* como os megóhmímetros podem causar a degradação do isolamento se aplicados de maneira incorreta; por isso, devem ser utilizados por pessoas treinadas para cada operação específica.

5.4.1.3 Método de Kelvin para medição de resistência

Dada a necessidade de medir uma resistência a certa distância do ohmímetro, seria necessário ligar cabos do ponto a ser medido até o instrumento. Sendo assim, uma nova resistência pequena, porém desconhecida, seria inserida no circuito, conforme mostra a Figura 5.45.

Uma maneira de evitar esse problema é utilizar um amperímetro e um voltímetro para medir a corrente e a tensão sobre o elemento cuja resistência deve ser medida. Nesse caso, a resistência pode ser calculada pela lei de Ohm:

$$R = \frac{V_{volt}}{I_{amp}}$$

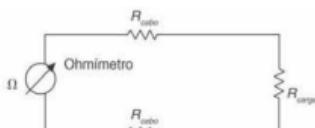


Figura 5.45 Influência dos cabos do ohmímetro na medição de resistência.

em que R é a resistência em ohms (Ω), V_{volt} , a tensão medida pelo voltímetro em volts (V), e I_{amp} , a corrente medida pelo amperímetro em ampéres (A). Essa abordagem pode ser observada na Figura 5.46 (a).

Uma vez que a medida é realizada a certa distância do local em que a resistência se encontra, são necessários quatro fios para conectar os dois instrumentos. Por esse motivo, esse método também é conhecido como "método dos quatro fios". Observe que o amperímetro mede a corrente que circula pela resistência, que é necessário medir, e também pela resistência dos cabos, mas o voltímetro mede a queda de tensão apenas na resistência de interesse. A Figura 5.46(b) evidencia o método dos quatro fios para casos em que o voltímetro também está distante da resistência medida. Como a corrente que passa por esse instrumento é muito pequena, ela pode ser desprezada.

Conectores especiais denominados conectores de Kelvin são feitos para facilitar a conexão entre os instrumentos e o ponto a ser medido. Eses conectores têm dois fios cada: um para ser ligado ao amperímetro e outro para ser conectado ao voltímetro.

O método de quatro pontas é também utilizado em conjunto com *shunts* (resistências, geralmente pequenas e precisas) para medir correntes de alta intensidade. Esse resistor tem a função de converter a corrente em um valor de tensão proporcional. Essa técnica constitui uma maneira bastante precisa de medição de corrente. Em geral, nesse tipo de aplicação os valores de resistência são bastante baixos (na ordem de miliohmhos ou micro-ohms). Uma vez que essas resistências são tão baixas e uma conexão com problemas de contato causaria resistências também dessa ordem, geralmente esses *shunts* vêm com terminais para que se possa aplicar o método de quatro pontas.

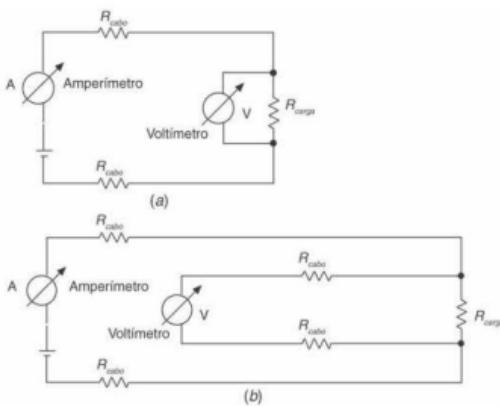


Figura 5.46 Utilização do método dos quatro fios para medição de resistência (a) com o voltímetro próximo ao ponto de medida e (b) com o voltímetro distante do ponto de medida.

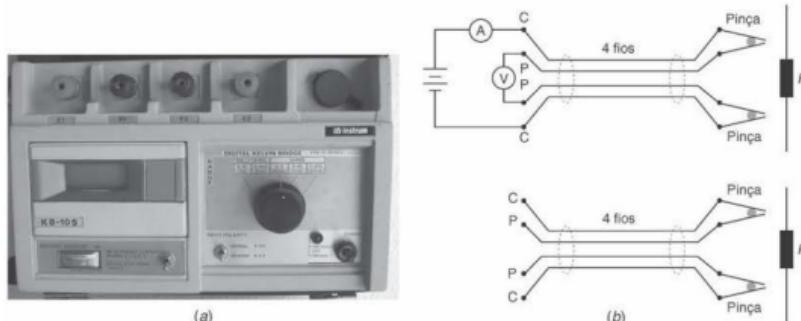


Figura 5.47 (a) Fotografia de uma ponte de Kelvin comercial e (b) esquema de ligação.

A Figura 5.47(a) traz a fotografia de uma ponte de Kelvin digital, e a Figura 5.47(b) mostra o seu esquema de ligação.

A Figura 5.48 traz a foto de diferentes resistências de shunts.

O método da medição de resistência a quatro fios constitui um método simples e eficaz de medição de resistências e resistividades, e é amplamente utilizado em aplicações diversas em que se faz necessário medir baixos valores de resistência.

5.4.2 Circuitos em ponte

Os circuitos em ponte utilizam a técnica de detecção de balanceamento de tensões para a medição de grandezas elétricas como resistências, indutâncias ou capacitâncias.



Figura 5.48 (a) Fotografia de resistências tipo shunt e (b) esquema de ligação de uma resistência tipo shunt.

5.4.2.1 Ponte de Wheatstone e ponte dupla de Kelvin

Uma das configurações de ponte de balanceamento de tensão mais utilizadas é conhecida como ponte de Wheatstone. A Figura 5.49 traz um exemplo desse tipo de ponte. O princípio de funcionamento desse circuito é que, quando a relação de resistências $\frac{R_a}{R_b} = \frac{R_1}{R_2}$ for obtida, a tensão nos pontos *a* e *b* será a mesma (em relação a um dos polos da fonte de alimentação). Em consequência, $V_a - V_b = 0$, e o circuito está **balanceado**.

Uma vez que essa condição depende exclusivamente da relação dos resistores, o circuito torna-se extremamente poderoso, já que não depende da tensão da fonte de alimentação. Na ver-

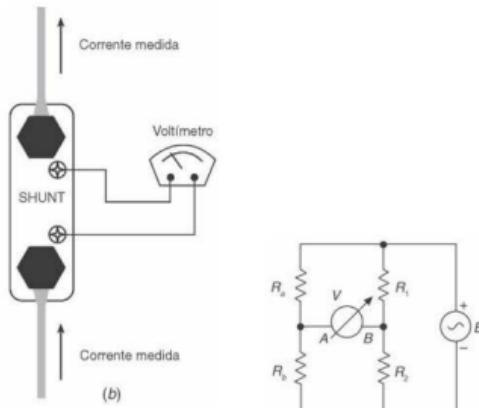


Figura 5.49 Ponte de Wheatstone.

dade, se a fonte estiver injetando algum ruído indesejável no circuito, o mesmo tende a anular-se, uma vez que a tensão final $V_0 = V_A - V_B$ é diferencial.

Para se executar a medida de uma resistência desconhecida, a mesma deve ser conectada no lugar de R_a ou R_b , enquanto os demais resistores são de valores conhecidos. Qualquer um dos outros três resistores pode ser ajustado até que a ponte alcance o balanço, e, uma vez nessa condição, o valor da resistência desconhecida pode ser calculado pela relação das resistências $\frac{R_a}{R_b}$ e $\frac{R_x}{R_s}$.

Para que um sistema de medição se torne confiável, é necessário apenas que possua um conjunto de resistores variáveis precisos cujas resistâncias sejam conhecidas para que sirvam de referência. Por exemplo, se um resistor R_f for conectado na ponte para ser medido, é necessário conhecer exatamente os valores dos outros três resistores. Supondo-se que R_s seja conectado na posição de R_b , o mesmo pode ser calculado quando a ponte estiver balanceada:

$$R_f = \frac{R_a R_s}{R_b}.$$

Cada um dos pares de resistores em série constitui um braço da ponte de Wheatstone. O resistor em série com o resistor R_f é geralmente um resistor variável (potencímetro multivoltas de precisão), e os outros dois resistores do outro braço são chamados de resistores de relação da ponte. A Figura 5.50 traz a fotografia de uma ponte de Wheatstone, e a Figura 5.51 mostra a fotografia de um padrão de resistências.

As pontes de Wheatstone são consideradas um meio de medição de resistância mais preciso que o ohmímetro regular. Pela sua simplicidade e pela precisão que oferece, esse é um poderoso método de medição de parâmetros elétricos. Trata-se do método preferido para calibração em laboratórios, uma vez que depende apenas dos resistores padrões e não terá nenhuma influência externa (na verdade, se houver alguma, será naturalmente anulada pelo fato de que a tensão de saída é diferencial).



Figura 5.50 Fotografia de uma ponte de Wheatstone.



Figura 5.51 Fotografia de um padrão de resistências. Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda.

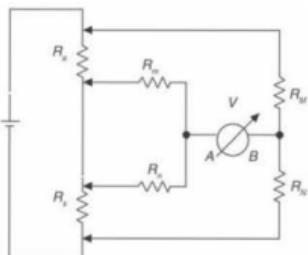


Figura 5.52 Ponte dupla de Kelvin.

Existem muitas variações da ponte de Wheatstone. A maioria das pontes DC (excitadas por uma fonte de alimentação DC) é utilizada para medir resistâncias, enquanto as pontes AC (excitadas por uma fonte de alimentação AC) são utilizadas para medir capacitações ou indutâncias ou frequência.

Uma variação interessante da ponte de Wheatstone é a ponte dupla de Kelvin, utilizada para medir resistâncias menores que 1/10 de ohm. A Figura 5.52 mostra uma ponte dupla de Kelvin.

Evoluindo de uma ponte de Wheatstone simples (Figura 5.53(a)), tem-se a seguinte situação: quando o indicador de tensão indicar zero volt (0 V), isso significa que a relação dos ramos está igual e, em consequência, pode-se determinar R_s . Entretanto, se a resistência R_f for muito baixa, os cabos da própria ponte oferecerão uma resistência que causará uma queda de tensão e estariam interferindo na medida, tal como sugere a Figura 5.53(b).

Como a ponte de Wheatstone necessita apenas das tensões nos resistores, utiliza-se um artifício que lembra o método dos quatro fios, conectando-se na ponte de平衡amento apenas a queda de tensão sobre R_a e R_s , como mostra a Figura 5.54.

Entretanto, observa-se ainda que, nessa configuração, os fios que estão abaixo de R_a e acima de R_s causam um curto-circuito na ponte de Wheatstone, de modo que é necessário colocar, nesse ponto, resistências extras para que a maior parte da corrente seja desviada para o braço que não está conectado ao detector. A melhor escolha é colocar as resistências do outro braço com a mesma relação $\frac{R_m}{R_n}$, tal como mostra a Figura 5.52.

Com a razão $\frac{R_m}{R_n}$ igual a $\frac{R_M}{R_N}$, o resistor variável R_s é ajustado até o detector indicar 0 V, e então pode-se dizer que $\frac{R_a}{R_s} = \frac{R_M}{R_N}$ ou, simplesmente,

$$R_s = R_a \frac{R_N}{R_M}.$$

Isso é possível porque a equação geral de平衡amento da ponte dupla de Kelvin é a seguinte:

$$\frac{R_a}{R_s} = \frac{R_N}{R_M} + \frac{R_{fio}}{R_a} \left(\frac{R_m}{R_m + R_n + R_{fio}} \right) \left(\frac{R_N}{R_M} - \frac{R_n}{R_m} \right)$$

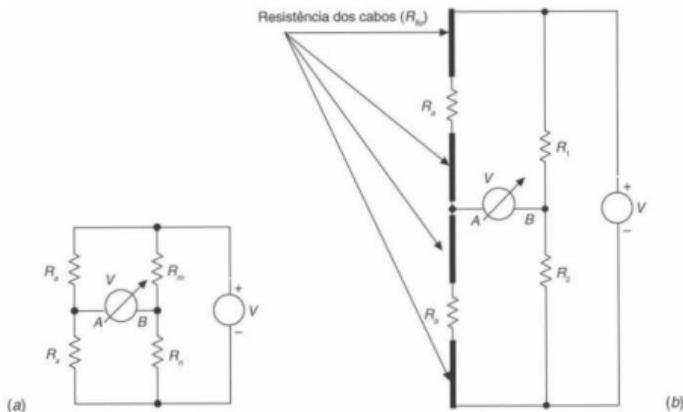


Figura 5.53 (a) Ponte de Wheatstone; (b) representação de quedas de tensão devidas a resistências dos cabos.

Assim que a relação R_m/R_n for igual a R_M/R_N , a equação de balanceamento é tão simples quanto a equação da ponte de Wheatstone com $\frac{R_s}{R_x} = \frac{R_M}{R_N}$, porque o último termo será zero, cancelando o efeito de todas as resistências exceto R_s , R_m , R_M e R_N .

Em muitas pontes duplas de Kelvin, $R_M = R_m$ e $R_N = R_n$. Entretanto, quanto menores as resistências R_m e R_N , mais sensível será o detector de zero, porque existe uma resistência menor em série com ele. Incrementar a sensibilidade do detector de zero é interessante porque possibilita que sejam detectadas menores tensões de desbalanceamento e, em consequência, um grau mais refinado de平衡amento. Portanto, algumas pontes de Kelvin de alta precisão utilizam valores de R_m e R_N na ordem de 1.100 de sua relação no outro braço (R_M e R_N , respectivamente). Infelizmente, entretanto, os baixos valores de R_m e R_N fazem fluir uma corrente maior, o que faz aumentar o efeito de resistência de

junções e contato presentes em que R_m e R_N têm seus terminais conectados a R_s e R_n . Em geral, para se produzirem instrumentos de alta precisão é preciso ter conhecimento de todas as fontes de erros e estabelecer compromisso de minimizá-los, procurando a otimização dos parâmetros passíveis de controle.

5.4.2.2 Pontes capacitivas e medidores de capacidade

As pontes de balanceamento de tensão também são utilizadas para medidas precisas de capacidades. A Figura 5.55 mostra uma ponte RC série, em que C_s representa a capacidade desconhecida e R_s a resistência associada a ela (considerando-se uma capacidade real com um modelo série RC ideal). Assim como nos circuitos em ponte apresentados na seção anterior, o princípio de funcionamento é baseado no balanceamento da ponte.

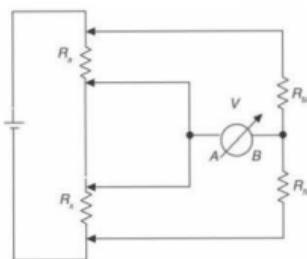


Figura 5.54 Rearranjo da ponte de Wheatstone para a ponte dupla de Kelvin.

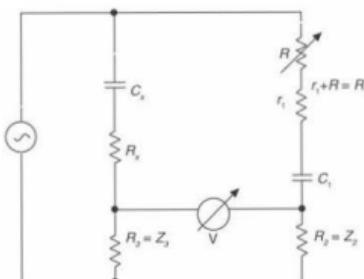


Figura 5.55 Ponte de balanço de tensão RC em série.

Sendo assim, essa ponte é complementada simetricamente por uma resistência e uma capacidade conhecidas. Geralmente o equilíbrio da ponte é mais fácil de ser alcançado quando os capacitores têm um componente resistivo significativo. Esse tipo de ponte tem um desempenho melhor para capacitores com alta resistência dielétrica e baixa corrente de fuga entre suas placas.

A capacidade desconhecida é comparada com a capacidade conhecida. A queda de tensão em R_1 equilibra a tensão resistiva. O resistor variável de R_1 ou mesmo os de R_2 e R_3 são ajustados alternativamente para alcançar o equilíbrio. Nessa condição de balanço, tem-se a seguinte situação:

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$$

Substituindo os valores de impedância temos:

$$\left(R_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) R_3 = \left(R_1 - \frac{j}{\omega C_s} \right) R_2$$

e, finalmente, isolando-se os termos reais e complexos, temos:

$$R_s = \frac{R_1 R_3}{R_2} \text{ e } C_s = \frac{C_1 R_2}{R_3}$$

Outra versão de ponte capacitiva é a ponte RC paralela, tal como a que se vê na Figura 5.56.

Nesse caso a capacidade desconhecida é representada por um circuito equivalente R_s , C_s paralelo. As impedâncias Z_2 e Z_3 são resistores puros, que podem ser ajustáveis. A impedância Z_1 é composta por um capacitor padrão C_1 em paralelo com um resistor R_1 . O balanço da ponte é alcançado pelo ajuste de R_1 , R_2 ou R_3 . Essa configuração é melhor se for aplicada em capacitores de baixa resistência dielétrica com correntes de fuga significativas (por exemplo, em capacitores eletrolíticos).

No equilíbrio tem-se:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega C_1} \right)} R_3 = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega C_s} \right)} R_2$$

Igualando-se os termos reais e complexos, tem-se:

$$R_s = \frac{R_1 R_3}{R_2} \text{ e } C_s = \frac{C_1 R_2}{R_3}$$

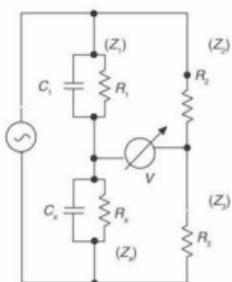


Figura 5.56 Ponte de balanço de tensão RC em paralelo.

Outra configuração utilizada na medição de capacidades é a ponte de Wien, mostrada na Figura 5.57.

Essa estrutura possibilita que duas capacidades sejam comparadas uma vez que todas as resistências da ponte sejam conhecidas. No balanço, as relações para as resistências e capacidades são:

$$R_s = \frac{R_1 (1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2)}{\omega^2 R_1 R_2 C_1^2} \text{ e } C_s = \frac{C_1 R_2}{[R_3 (1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2)]},$$

$$\text{em que } \omega = \sqrt{\frac{1}{R_1 C_1 R_3 C_s}}.$$

A ponte de Wien tem uma importante aplicação na determinação de frequência em osciladores RC.

Outra configuração utilizada para a medição de capacidade é a ponte de Schering (Figura 5.58). Nesse caso, a capacidade desconhecida C_s é diretamente proporcional à capacidade conhecida C_1 .

$$R_s = \frac{C_1 R_1}{C_s} \text{ e } C_s = \frac{C_1 R_2}{R_1}$$

Geralmente R_1 e R_2 são fixos e C_1 e C_s são feitos variáveis. Essas pontes são geralmente aplicadas para medição em sistemas

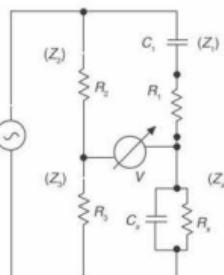


Figura 5.57 Ponte de Wien para a medição de capacidades.

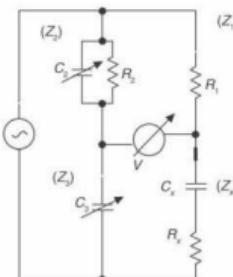


Figura 5.58 Ponte de Schering para a medição de capacidades.

de altas tensões nos quais C_3 é um capacitor de alta tensão. Também são utilizadas em altas frequências.

5.4.2.3 Pontes indutivas e medidores de indutância

Também para a medição de indutâncias são utilizadas pontes de balanceamento de tensão em que novamente a medida é executada na condição de balanço de tensões dos braços da ponte utilizando a relação $Z_1Z_3 = Z_2Z_4$. Para a determinação de um valor de impedância desconhecido ou mesmo do valor dos componentes, procede-se separando e igualando as partes real e complexa.

A Figura 5.59 mostra a ponte Maxwell-Wien. Essa ponte é utilizada para amplas faixas de frequências (20 Hz a 1 MHz).

A ponte de Maxwell-Wien é balanceada variando-se R_1 e R_3 ou R_2 e C_3 . Algumas dificuldades são esperadas na aplicação de indutores com grandes constantes de tempo. As relações dessa ponte são:

$$R_1 = R_2 \frac{R_4}{R_3} \text{ e } L_1 = R_2 R_4 C_3$$

$$\text{e a constante de tempo } \tau = \frac{L_1}{R_1} = R_3 C_3,$$

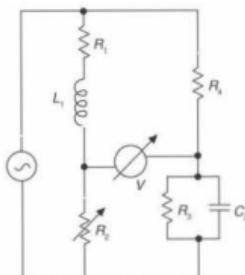


Figura 5.59 Ponte de Maxwell-Wien.

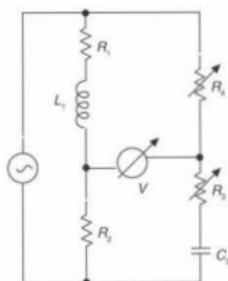


Figura 5.60 Ponte de Hay.

A Figura 5.60 mostra a ponte de Hay, utilizada para a medição de indutores com constantes de tempo elevadas. As condições de平衡amento dessa ponte dependem dos valores de frequência.

Sendo assim, a frequência deve ser mantida constante através de uma fonte AC estabilizada e livre de distorções harmônicas. O balanço desta ponte é alcançado variando-se R_3 e R_4 ou ainda substituindo-se C_3 .

$$R_1 = R_2 R_4 \frac{\omega^2 C_3^2 R_3}{1 + \omega^2 C_3^2 R_3^2} \text{ e } L_1 = R_2 R_4 \frac{C_3}{1 + \omega^2 C_3^2 R_3^2}$$

$$\text{e a constante de tempo } \tau = \frac{L_1}{R_1} = \frac{1}{\omega^2 R_3 C_3}.$$

A Figura 5.61 mostra a ponte de Carey-Foster, utilizada na medição de indutâncias mútuas.

Essa ponte pode ser utilizada em uma ampla faixa de frequências e pode ser balanceada variando-se R_1 e R_4 e ainda substituindo-se outros componentes, em que k é o coeficiente de acoplamento magnético entre as duas bobinas e M é a indutância mútua. As relações podem ser descritas como:

$$M = R_1 R_3 C_4$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_{p3} L_{s3}}}$$

e, finalmente,

$$L_{p3} = R_1 R_3 C_4 \left(1 + \frac{R_4}{R_1} \right),$$

em que L_{p3} e L_{s3} representam as indutâncias das bobinas do enrolamento primário e secundário.

Quando existem problemas de desvios de impedâncias em relação a um ponto comum, pode-se adicionar um circuito denominado braço de Wagner (Figura 5.62).

Variando as impedâncias Z_1 e Z_6 , a tensão V_c pode ser reduzida a zero (potencial da referência). Variando as demais impedâncias, a tensão V_0 pode ser zerada, e, dessa forma, a ponte torna-se simétrica em relação à referência e os problemas de desvios de impedância em relação a esse ponto podem ser minimizados.

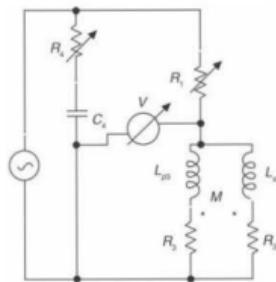


Figura 5.61 Ponte de Carey-Foster.

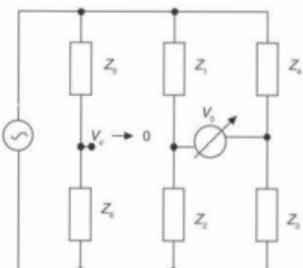


Figura 5.62 Ponte com braço de Wagner.

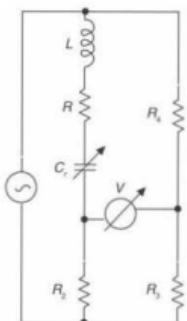


Figura 5.63 Circuito ressonante em série.

É possível ainda executar a medição de indutâncias por ressonância. Esse método baseia-se na aplicação de circuitos LC em série ou em paralelo como elementos de uma ponte ou rede qualquer. Pode-se ver um exemplo na Figura 5.63.

No circuito em ponte da Figura 5.63, pode-se observar um circuito ressonante. Esse estado de ressonância é alcançado variando-se o capacitor C , e a ponte é balanceada por meio dos resistores. Podem-se obter as seguintes expressões do estado de ressonância e平衡amento dessa ponte:

$$L = \frac{2}{\omega^2 C_r} \text{ e } R = R_2 \frac{R_4}{R_3}$$

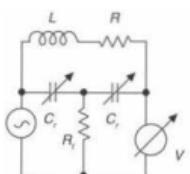


Figura 5.64 Circuito ressonante em série.

No circuito da Figura 5.64, o balanço é atingido quando a tensão de saída V é minimizada. Isso é alcançado variando-se a impedância do circuito RLC até atingir ressonância paralela. As relações desse circuito são:

$$L = \frac{2}{\omega^2 C_r} \text{ e } R = \frac{1}{\omega^2 C_r^2 R_1}$$

5.5 Osciloscópios

Os osciloscópios são instrumentos que, além de medirem grandezas elétricas, ainda mostram a forma do sinal da grandeza. O osciloscópio foi inventado em 1897 por Ferdinand Braun, e sua utilização foi essencial na evolução tecnológica e científica. Esse instrumento é fundamental nas engenharias e em qualquer tipo de pesquisa que de alguma maneira produza um sinal elétrico.

Os osciloscópios podem ser analógicos ou digitais. Os osciloscópios analógicos são assim chamados por apresentarem um tubo de raios catódicos (TRC). Além disso, esses osciloscópios possuem apenas funções analógicas — ou seja, não podem armazenar dados, ou fazer ajustes que necessitem de algum recurso mais avançado. Existe uma grande variedade de osciloscópios disponíveis no mercado; existem, por exemplo, osciloscópios que utilizam eletrônica analógica e digital. Por esse motivo, muitos equipamentos, apesar de possuírem um TRC, também possuem recursos como armazenagem, transmissão e até processamento de sinais. Neste livro serão abordados detalhes puramente analógicos separados de detalhes puramente digitais.

5.5.1 Osciloscópios analógicos

Os osciloscópios analógicos funcionam a partir de um TRC. A Figura 5.65 mostra o princípio de funcionamento de um osciloscópio analógico e o TRC. O canhão de elétrons (raios catódicos), que emite elétrons em forma de feixe, consiste em um filamento aquecido, um catodo, uma grade de controle, um anodo de foco e um anodo para acelerar os elétrons. O conjunto do TRC é também conhecido como válvula elétrica. O filamento aquecido é, na maioria das casas, energizado com corrente alternada.

O **filamento** é uma resistência elétrica, geralmente alimentada com uma tensão AC baixa, responsável pelo aquecimento do catodo que o encobre.

O **catodo** é responsável pela emissão de elétrons. É formado por um cilindro metálico recoberto com óxidos que, quando aquecido pelo filamento e excitado por uma diferença de potencial (negativo), torna-se a fonte de elétrons que formarão o feixe.

A **grade de controle** tem por função regular a passagem de elétrons do catodo para o anodo. Consiste em um cilindro circular com um orifício circular. Apresenta o mesmo potencial que o anodo, e, quando é controlado, ocorre uma variação no brilho do feixe visto na tela.

O **anodo de foco** e o **anodo de aceleração** são elementos em forma cilíndrica com pequenos orifícios que têm alto potencial positivo em relação ao catodo. Sendo assim, o feixe de elétrons é acelerado e mantido coeso. Essa etapa é também conhecida como lente eletrônica, por aplicar ao feixe de elétrons um processamento semelhante ao fenômeno que ocorre em uma lente óptica.

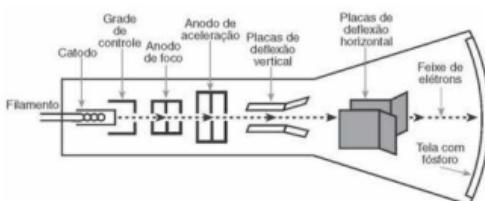


Figura 5.65 Tubo de raios catódicos.

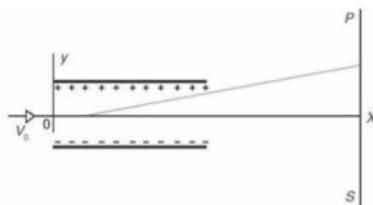


Figura 5.66 Deflexão do feixe de elétrons pela aplicação de um campo eletrostático.

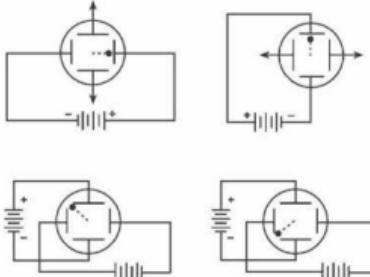


Figura 5.67 Tela do osciloscópio controlada por placas de deflexão vertical e horizontal.

As placas de deflexão horizontal e vertical são os dispositivos responsáveis pela movimentação do feixe de elétrons. Essas placas tornam possível a excursão de um (ou mais, dependendo do tipo de osciloscópio) sinal por qualquer ponto da tela.

O princípio de funcionamento dessas placas baseia-se na aplicação de um campo eletrostático. Como os elétrons têm carga negativa, quando é aplicada uma diferença de potencial em uma das placas de deflexão surge uma força de atração do polo positivo da placa de deflexão e uma repulsão do polo negativo em relação ao feixe de elétrons (Figura 5.66). O resultado é um desvio do feixe e a consequente mudança do ponto de impacto de feixe com a tela fosforescente.

A Figura 5.67 mostra o resultado da aplicação de um potencial em placas de deflexão horizontal e vertical, independentemente e depois simultaneamente. Pode-se esperar, portanto, que as intensidades dos campos aplicados terão grande influência na trajetória do feixe. Na verdade, os controles dessas placas são os mais importantes do osciloscópio, e em parte são disponibilizados ao usuário através do controle da base de tempo e do controle de amplitude dos canais de entrada (como será mostrado a seguir).

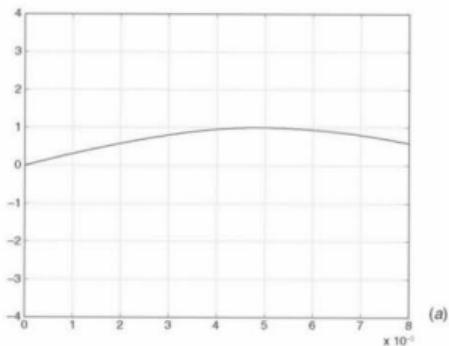
A **tela fosforescente** é o dispositivo em que o feixe de elétrons choca-se e tem como resultado a liberação de energia em forma de luz. No painel frontal do osciloscópio encontra-se um controle de brilho (intensidade do feixe), controle de foco, controle de deslocamento e rotação dos feixes, entre outros. O objetivo geralmente é ajustar da maneira mais clara possível o sinal de interesse na tela do osciloscópio, para fazer uma medida de tensão, frequência ou tempo, ou mesmo para verificar alguma característica na forma desse sinal. O bombardeio constante e intenso da tela por um feixe pode danificá-la permanentemente;

por isso, deve-se sempre ajustar a intensidade do feixe antes de iniciar a utilização do osciloscópio.

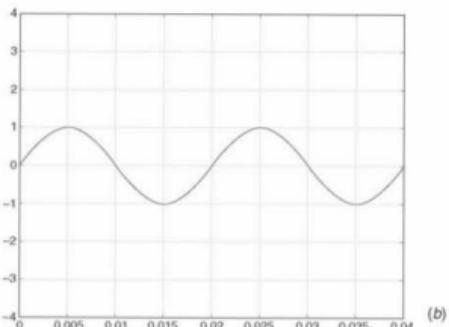
A utilização do osciloscópio consiste no controle do TRC; para isso existem alguns controles que estão ao alcance do usuário através de knobs ou botões.

O **controle da base de tempo** consiste em um circuito apto a executar a excursão do feixe de elétrons da borda esquerda da tela até a borda direita em um tempo precisamente constante. Isso possibilita que o usuário meça qualquer parâmetro dependente do tempo. Para facilitar essa medida, a tela está subdividida em n divisões (geralmente 8), de modo que o controle da base de tempo permite ao usuário escolher uma base de tempo adequada. Por exemplo, a Figura 5.68 mostra um osciloscópio medindo um sinal de 50 Hz em duas diferentes escalas de tempo: (a) 10 $\mu\text{s}/\text{div}$ (b) 5 ms/div. As escalas foram colocadas apenas para facilitar a interpretação.

O circuito eletrônico que garante a excursão do feixe no eixo do tempo (eixo x) produz uma onda do tipo dente de serra (Figura 5.69) com diferentes inclinações. Esse sinal aplicado nas placas de deflexão horizontal faz com que a tensão inicial, $-V$, corresponda ao ponto bem à esquerda da tela, e a tensão final, $+V$, corresponda ao ponto bem à direita da tela. A inclinação do dente de serra determina a velocidade pela qual o feixe se propaga da esquerda para a direita e determina o tempo de varredura. O controle da base de tempo geralmente está na parte frontal do osciloscópio.



(a)



(b)

Figura 5.68 Osciloscópio em duas escalas de tempo: (a) 10 μ s/div; (b) 5 ms/div, com escala de amplitude 1 V/div.

O **controle de amplitude** do osciloscópio é formado por um circuito eletrônico que tem a função de adequar as intensidades dos sinais de entrada.

Pela sua ampla gama de aplicação, o osciloscópio é um instrumento versátil. No item anterior pode-se verificar que o controle da base de tempo possibilita a utilização do mesmo para a análise de sinais de diferentes freqüências. O controle de amplitude permite que sejam analisados sinais da ordem de centenas de volts (em condições normais do instrumento), bem como sinais da ordem de milivoltos. Isso é possível através do circuito amplificador vertical, que garante que um determinado sinal intenso seja atenuado ou que um sinal de baixa intensidade seja amplificado. Para facilitar as medidas, a tela também vem subdividida na escala horizontal (de amplitude), de modo que o ajuste de escala é feito através de controle de amplitude com diferentes escalas graduadas em V/div. As Figuras 5.70(a) e (b) mostram um sinal em uma escala de amplitude de 1 V/div e 0,5 V/div, respectivamente.

Apesar de normalmente o osciloscópio ser utilizado para medir ou analisar sinais como amplitude \times tempo, há situações em

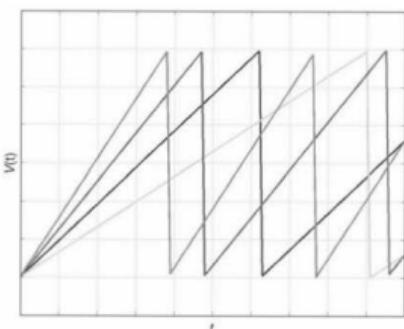
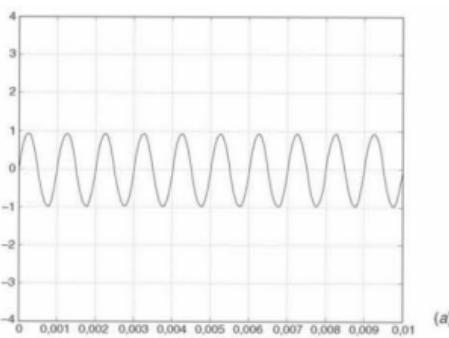
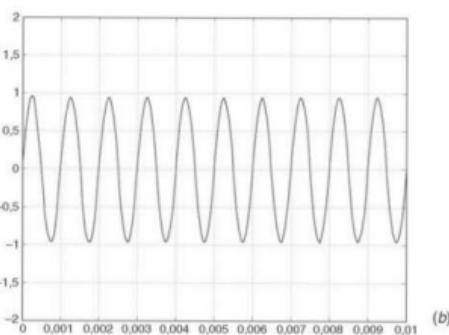


Figura 5.69 Forma de onda do tipo dente de serra com diferentes inclinações para controle da base de tempo.



(a)



(b)

Figura 5.70 Escala de amplitude em (a) 1 V/div e (b) 0,5 V/div.

que é necessário analisar um sinal em contraposição a outro. Para esse tipo de análise existe também um controle que desativa a base de tempo e acopla um dos sinais de entrada na escala x da tela. Esse controle denomina-se **controle xy**.

5.5.2 Osciloscópios digitais

O princípio de funcionamento do osciloscópio digital é bastante diferente do osciloscópio analógico, uma vez que os sinais são amostrados e adquiridos por um sistema de aquisição de dados que trabalha a altas velocidades. Eles podem utilizar ou não o TRC: se utilizarem o TRC, as principais diferenças ficam por conta do poder de armazenamento de sinais e da possibilidade de tratamento dos mesmos. As funções oferecidas por osciloscópios digitais dependem do modelo e do fabricante. Entre algumas dessas funções podemos citar:

- ¶ Visualização contínua de sinais de baixa frequência
- ¶ Possibilidade de congelamento de telas
- ¶ Possibilidade de programação de modo de disparo de telas (*trigger*)
- ¶ Programação do modo de visualização de parâmetros (VRMS, VMÉDIA, frequência, tempo etc.)
- ¶ Autoajuste de canais
- ¶ Possibilidade de ligar o instrumento em rede (GPIB)
- ¶ Dispositivos com interface para armazenamento de sinais
- ¶ Recursos para medição precisa nas ordenadas e nas abscissas — como barras móveis que permitem o posicionamento exato do início e fim de trecho de interesse do sinal
- ¶ Zoom de parte da tela
- ¶ Recurso de FFT (Transformada Rápida de Fourier do sinal)
- ¶ Comunicação USB

A Figura 5.71 traz a fotografia de um osciloscópio analógico, e a Figura 5.72 mostra a fotografia de dois osciloscópios digitais.

Se o osciloscópio digital não utilizar o TRC, seu volume e seu peso se reduzem drasticamente.

Uma informação bastante importante acerca de osciloscópios de modo geral é o seu limite de frequência. Essa característica determina o limite do instrumento e também a máxima frequência do sinal que pode ser analisado. Para o caso de osciloscópios digitais, é importante ainda distinguir os parâmetros frequência máxima e frequência de amostragem (*sampling*). A frequência de *sampling* mínima (segundo o teorema de Nyquist) deve ser o dobro da frequência máxima do sinal amostrado, porém quanto maior a $f_{sampling}$ mais fiel e melhor a qualidade do sinal amostrado. Portanto, um osciloscópio que tenha a $f_{sampling} = 10 \times f_{máxima}$ será melhor que um osciloscópio com $f_{sampling} = 5 \times f_{máxima}$.

De modo geral, os osciloscópios (analogicos ou digitais) têm um painel frontal que pode ser semelhante ao da Figura 5.73 e apresentam controles básicos que serão descritos a seguir. Observa-se que estas são características gerais e que podem variar em diferentes equipamentos. A tendência dos osciloscópios digitais é tornar os equipamentos autoajustáveis.

Interruptor: liga ou desliga o osciloscópio. Geralmente é acompanhado de uma lâmpada-piloto que indica se o instrumento está ligado ou desligado.



Figura 5.71 Osciloscópio analógico. Cortesia de Minipa Ind. e Com. Ltda.



Figura 5.72 Osciloscópio digital. Copyright by Tektronix, Inc. Reproduzido com permissão. Todos os direitos reservados.

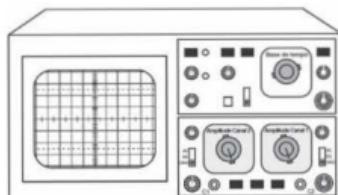


Figura 5.73 Esquema do painel frontal de um osciloscópio genérico.

Brilho: ajusta a luminosidade do ponto ou do traço. O controle do brilho é feito por meio de uma regulagem no potencial da grade do TRC. Deve-se evitar o uso de brilho excessivo, sob pena de danificar a tela.

Foco: é o controle que ajusta a nitidez do ponto ou traço luminoso. O ajuste do foco é feito através da regulagem do foco eletrônico do TRC.

Os ajustes de brilho e de foco são ajustes básicos que devem ser feitos sempre que o osciloscópio for utilizado.

Iluminação da retícula: possibilita o controle da luminosidade do quadriculado ou divisões na tela.

Entrada de sinal vertical: nessa entrada é conectada a ponta de prova do osciloscópio. Se o canal estiver ativo, as variações de tensão aplicadas nessa entrada aparecem na tela.

Chave de seleção de modo de entrada CA-CC-GND: essa chave é selecionada de acordo com o tipo de forma de onda a ser observada ou ainda para referenciar o traço na tela.

Chave seletora de ganho: essa chave permite a amplificação ou atenuação da amplitude de projeção na tela do osciloscópio (altura da imagem). Essa chave é graduada em $\text{tensão}/\text{div}$, sendo que div representa as divisões horizontais da tela.

Posição vertical: possibilita movimentar a referência de cada canal para cima ou para baixo na tela. A movimentação não interfere na forma da figura projetada na tela.

Chave seletora de base de tempo: é o controle que permite variar o tempo de varredura horizontal do ponto na tela. Por meio desse controle é possível reduzir ou ampliar horizontalmente na tela a forma de onda projetada. Essa chave é graduada em $\text{tensão}/\text{div}$, sendo que div representa as divisões verticais da tela.

Ajuste horizontal: é o ajuste que permite controlar horizontalmente a forma de onda na tela. Ao girarmos o controle de posição horizontal, toda a figura projetada na tela move-se para a direita ou para a esquerda.

Chave seletora de fonte de sincronismo: seleciona o sinal de sincronismo para fixar a imagem na tela do osciloscópio. Geralmente essa chave apresenta pelo menos quatro posições: CH1, CH2, REDE, EXTERNO.

Posição CH1 ou CH2: o sincronismo é controlado pelo sinal aplicado ao canal 1 ou ao canal 2.

Posição REDE: realiza o sincronismo com base na frequência da rede de alimentação do osciloscópio (60 Hz no Brasil). Nessa posição pode-se facilmente sincronizar na tela sinais aplicados na entrada vertical que sejam obtidos a partir da rede elétrica.

Posição EXTERNO: nesta posição o sincronismo é obtido a partir de outro equipamento externo conectado ao osciloscópio. O sinal que controla o sincronismo na posição externo é aplicado à entrada de sincronismo.

Chave de modo de sincronismo: normalmente esta chave tem duas ou três posições: auto, normal+, normal-.

No modo auto o osciloscópio realiza o sincronismo automaticamente, com base no sinal selecionado pela chave seletora de fonte de sincronismo.

No modo normal+ o sincronismo é positivo, ajustado manualmente pelo controle de nível de sincronismo (*trigger*), de modo que o primeiro pico que aparece na tela seja o positivo.

No modo normal- o sincronismo é negativo, também ajustado manualmente; mas o primeiro pico a aparecer é negativo.

Controle de nível de sincronismo (*trigger*): é um controle manual que possibilita o ajuste do sincronismo quando não se consegue um sincronismo automático. Tem atuação nas posições NORMAL+ e NORMAL-.

Geralmente os osciloscópios apresentam no mínimo duas entradas (ou dois canais). Para que se observem dois sinais simultaneamente, é necessário que se aplique uma tensão em cada uma das entradas verticais.

Um osciloscópio para duplo traço dispõe de dois grupos de controles verticais: um grupo para o canal A ou canal 1 (CH1); um grupo para o canal B ou canal 2 (CH2).

Cada grupo controla um dos sinais na tela (amplitude, posição vertical etc.). Cada canal dispõe de uma entrada vertical, uma chave seletora CA-O-CC, chave seletora de ganho vertical, posição vertical, seleção de inversão da forma projetada.

Uma chave seletora possibilita que se selecione cada canal individualmente ou os dois simultaneamente. Essa chave apresenta pelo menos três posições: CH1; CH2; DUAL.

- ¶ Na posição CH1 aparecerá na tela apenas a imagem que estiver sendo aplicada na entrada vertical do canal 1.
- ¶ Na posição CH2 aparecerá na tela apenas a imagem que estiver sendo aplicada na entrada vertical do canal 2.
- ¶ Na posição DUAL aparecerão as duas imagens. Em osciloscópios mais sofisticados, essa chave pode apresentar mais posições, de modo a permitir mais alternativas de uso.

Pontas de prova: as pontas de prova são utilizadas para interligar o osciloscópio aos pontos de medida. A Figura 5.74 mostra diferentes pontas de prova para osciloscópios.

Uma das extremidades da ponta de prova é conectada a uma das entradas do osciloscópio por meio de um conector, e a extremidade livre serve para conexão aos pontos de medida. A extremidade livre possui uma garra-jacaré, denominada garra de referência, que deve ser conectada à referência (terra) do circuito, e uma ponta de entrada de sinal, que deve ser conectada ao ponto a ser medido. Existem diferentes tipos de ponta de prova (também denominadas ponteiras). Os tipos mais usuais em geral vêm com uma chave de ajuste 1:1 e 10:1.

Com a ponta de prova 1:1 a entrada do osciloscópio é conectada diretamente à ponta de medição. Com a ponta de prova 10:1 a entrada do osciloscópio recebe apenas a décima parte da tensão aplicada. Essas pontas de prova 10:1 permitem que o osciloscópio consiga observar tensões dez vezes maiores que a sua capacidade. Por exemplo, um osciloscópio que permite a leitura de tensões de 50 V com ponta de prova 1:1 poderá medir, com ponta de prova 10:1, tensões de até 500 V (10 × 50 V).

Observação: quando não se tem total certeza da grandeza da tensão envolvida, é aconselhável iniciar a medição com a posição 10:1.



Figura 5.74 Diferentes pontas de prova para osciloscópios. Copyright de Tektronix, Inc. Reproduzido com permissão. Todos os direitos reservados.

5.6 Medidores de Potência Elétrica e Fator de Potência

Potência é, por definição, o trabalho realizado em uma unidade de tempo. A unidade de potência é: $\frac{J}{s} = \frac{J \cdot C}{C \cdot s} = \text{VA} = \text{W}$, em que:

- J, joule
- s, segundos
- C, coulombs
- V, volts
- A, ampères
- W, watts

Existem grandes diferenças na medição de potência em circuitos DC e AC. Nos primeiros, o produto simples do valor da tensão pelo valor da corrente fornece a potência elétrica consumida por uma carga ou fornecida por uma ou mais fontes. Entretanto, em se tratando de circuitos AC, é preciso levar em conta a fase de I e V, de modo que existem alguns cuidados a serem tomados, como veremos nesta seção.

Em circuitos de corrente alternada, a direção do fluxo de potência é muito importante, uma vez que, em meio ciclo, uma fonte pode estar fornecendo energia a um circuito, enquanto na outra metade pode estar recebendo energia desse mesmo circuito. O fluxo de energia em uma resistência é sempre em um sentido, variando de um valor mínimo de zero a um valor máximo duas vezes em cada ciclo.

Os capacitores e indutores também são conhecidos como elementos de armazenagem de energia. O capacitor armazena energia em forma de campo elétrico, enquanto o indutor armazena energia em forma de campo magnético. A principal diferença entre esses dois elementos em relação ao resistor é que este dissipava energia, enquanto o L e o C apenas armazenam. Sendo assim, em um circuito excitado por uma fonte em que varia a polaridade, esses elementos carregam e descarregam de modo que a energia oscile entre fonte e elementos LC ou entre elementos LC apenas.

Como uma concessionária deve garantir o fornecimento de energia elétrica, ela deve prover os meios (os cabos, bem como o sistema de distribuição). Os cabos que transportam a energia são construídos de metais, os quais possuem resistividade e, portanto, dissipam energia. Como explicamos anteriormente, os capacitores e os indutores armazem energia e, se ela for proveniente de uma fonte AC, esses elementos ficam carregando e descarregando de acordo com a excitação. Essa energia é denominada energia reativa, e não produz trabalho como gerar torque em motores, aquecer resistências, entre outros.

Se essa energia fica oscilando entre a concessionária e um usuário final, os cabos conduzem corrente elétrica que, além de não gerar trabalho, ainda aquece os condutores, surgindo dois problemas: a energia gerada não está sendo utilizada (pelo menos não totalmente) para gerar trabalho e, ainda, o limite de corrente útil dos cabos diminui.

Desse modo, é comum que as concessionárias apliquem multas a consumidores que ultrapassem certo nível de energia que oscila entre fonte e carga, denominada potência reativa. Também é definido um parâmetro denominado fator de potência, que re-

alaciona a potência que gera trabalho, denominada potência ativa ou potência útil, e a potência reativa.

Considerando-se uma fonte com excitação do tipo $e(t) = |E| \cos(\omega t)$ e corrente $i(t) = |I| \cos(\omega t - \theta)$ que passa por uma carga, conforme a definição de potência instantânea, tem-se:

$$p(t) = e(t)i(t) = |E| \cdot |I| \cos(\omega t) \cos(\omega t - \theta)$$

Utilizando-se as relações trigonométricas,

$$\cos(\omega t - \theta) = \cos(\omega t)\cos(\theta) + \sin(\theta)\sin(\omega t)$$

$$\cos^2(\omega t) = \frac{(1 + \cos(2\omega t))}{2}$$

$$\sin(2\omega t) = 2\sin(\omega t)\cos(\omega t)$$

e ainda, sabendo-se que $E_{\text{rms}}I_{\text{rms}} = \frac{|E||I|}{2}$ e substituindo-se,

$$p(t) = E_{\text{rms}}I_{\text{rms}}\cos(\theta) + E_{\text{rms}}I_{\text{rms}}\cos(\theta)\cos(2\omega t) + E_{\text{rms}}I_{\text{rms}}\sin(\theta)\sin(2\omega t).$$

As duas primeiras parcelas dessa equação representam a potência ativa. Pode-se observar na Figura 5.75 que ela varia de 0 a

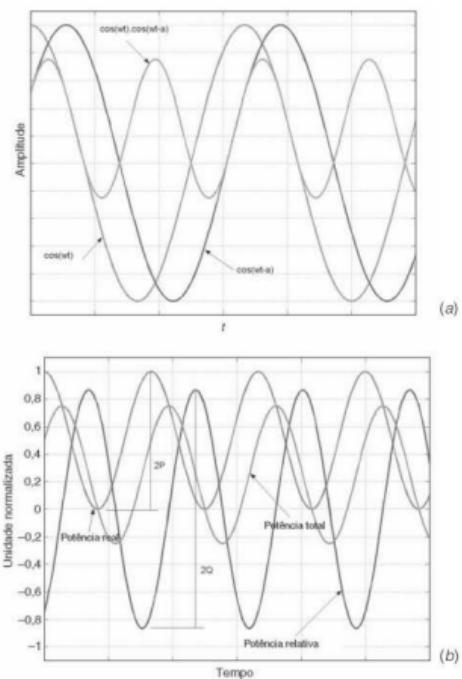


Figura 5.75 Potência ativa e reativa: (a) multiplicação das senoides desfasadas de corrente e tensão; (b) potência real, reativa e total.

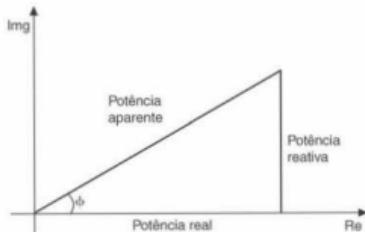


Figura 5.76 Triângulo das potências.

$2E_{RMS}I_{RMS}\cos(\theta)$, sendo que sua média representa um valor positivo. A terceira parcela, no entanto, varia de um mínimo e máximo simétricos, de modo que a sua média no tempo é zero. Essa parcela representa a energia reativa.

A partir da equação acima, pode-se definir P e Q . P representa a potência ativa ou útil, Q , a potência reativa e P_{AP} , a potência aparente. Esta é definida como a soma vetorial das duas primeiras:

$$P_{AP} = P + jQ$$

em que Q recebe o número complexo para indicar que se encontra 90° defasada de P . Graficamente, essa relação pode ser vista em forma de um triângulo, denominado triângulo das potências, conforme mostra a Figura 5.76. Nessa figura também é possível observar que $P = P_{AP}\cos\varphi$ e $Q = P_{AP}\operatorname{sen}\varphi$, em que $\cos\varphi$ representa o fator de potência.

5.6.1 Medição de potência em circuitos DC

Para medir a potência em um circuito DC, são necessários apenas um voltímetro e um amperímetro ligados adequadamente, conforme a Figura 5.77. Nessas configurações são registradas tanto a tensão como a corrente da carga, as quais são multiplicadas para se obter a potência.

Entretanto, esse método apresenta alguns inconvenientes, tais como o fato de utilizar dois instrumentos para medir uma grandeza. Além disso, em qualquer das configurações são introduzidos erros devido ao próprio instrumento (pelo voltímetro flui uma corrente e existe queda de tensão no amperímetro). Além disso, a incerteza associada pelas duas medidas se propaga com a relação de multiplicação das grandezas medidas.

Com a utilização do voltímetro e do amperímetro, a potência calculada será $P = V \cdot I$.



Figura 5.77 Medição de potência por meio de um voltímetro e um amperímetro.

5.6.2 Wattímetro analógico

Um instrumento comum em medidas de potência elétrica é o dinamômetro, ou instrumento eletrodinâmico, ou apenas wattímetro analógico. Trata-se de um instrumento construído com duas bobinas fixas ligadas em série e posicionadas coaxialmente. Entre essas duas bobinas existe ainda uma terceira bobina, que é móvel e equipada com um ponteiro, responsável por fazer a indicação do valor medido sobre uma escala graduada. A Figura 5.78 mostra um esquema simplificado desse instrumento.

Nesse sistema, o torque produzido na agulha móvel é proporcional ao produto da corrente que flui pelas bobinas fixas e pela corrente da bobina móvel. As bobinas fixas são geralmente denominadas bobinas de corrente, e a bobina móvel é chamada bobina de tensão. Em outras palavras, as bobinas fixas têm baixa impedância, enquanto a bobina de tensão têm alta impedância.

Deve-se observar que, com esse dispositivo, tem-se um circuito simulando um voltímetro e um amperímetro. Sendo assim, pode-se esperar um erro devido ao posicionamento das bobinas. A Figura 5.79 mostra detalhes de um wattímetro analógico. Apesar de existirem instrumentos analógicos (ou digitais) para medição de potência reativa (denominados frequentemente variômetros, devido à unidade VAr), o wattímetro analógico mede potência útil (watts), ou seja, $P = V \cdot I \cos\varphi$.

5.6.3 Método dos três voltímetros

Pode-se medir a potência de uma carga utilizando-se um pequeno resistor e três voltímetros ligados, conforme se vê na Figura 5.80.

Considerando-se a corrente que flui pelo voltímetro desprezível, pode-se afirmar que:

$$v_{AC} = v_L + R_i i_L \Rightarrow v_{AC}^2 = v_L^2 + (R_i i_L)^2 + 2(v_L R_i i_L).$$

Se v_L e i_L são valores instantâneos, podem-se calcular os valores RMS, de modo que o resultado será:

$$V_{AC}^2 = V_L^2 + (R_i i_L)^2 + 2(v_L R_i i_L)$$

e, como $P_L = V_L i_L$, conclui-se que a potência da carga será:

$$P_L = \frac{V_{AC}^2 - (R_i i_L)^2 - V_L^2}{2R}$$

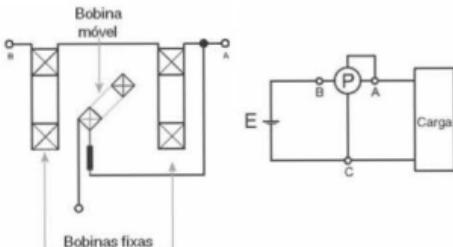


Figura 5.78 Esquema simplificado do instrumento eletrodinâmico (wattímetro analógico).

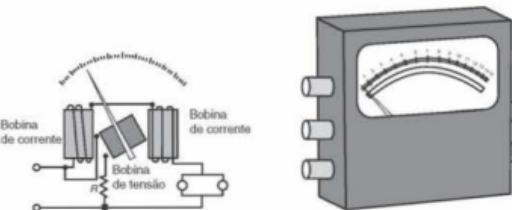


Figura 5.79 Detalhe de um wattímetro analógico.

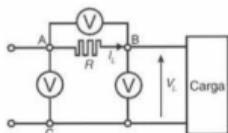


Figura 5.80 Método dos três voltímetros para a medição da potência de uma carga.

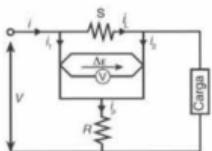


Figura 5.81 Esquema de um wattímetro térmico.

5.6.4 Wattímetros térmicos

O princípio de funcionamento desse tipo de wattímetro baseia-se em dois termopares idênticos. A saída dos mesmos é proporcional ao quadrado do valor RMS das correntes que fluem pelos aquecedores mostrados na Figura 5.81.

Considerando-se a resistência S , muito menor que os aquecedores r , pode-se afirmar que, quando não existe carga, a corrente que flui por esses aquecedores é igual — e, portanto, a diferença de tensão dos termopares é nula.

Quando uma carga L é aplicada, surge uma corrente i_L , fazendo com que aumente a queda de tensão sobre S . Isso faz com que ocorra um desbalanço das correntes que fluem pelos aquecedores, gerando uma diferença de temperatura lida pelos termopares e registrada no voltímetro.

5.6.5 Wattímetros eletrônicos

5.6.5.1 Wattímetros baseados em multiplicadores analógicos

Os multiplicadores analógicos são circuitos eletrônicos que operam em quatro quadrantes. De maneira bastante genérica, pode-se dizer que esses circuitos têm a função de processar os sinais

de tensão e corrente e fornecer a potência instantânea. Na saída do multiplicador existe um integrador cuja função é fazer uma média da potência no tempo.

Uma técnica de multiplicação utilizada é denominada TDM (*Time Division Multiplier*), ou multiplicação por divisão de tempo. Segundo essa técnica, é gerada uma onda quadrada com período constante T e com *duty cycle* (ciclo de trabalho) e amplitude determinados pela corrente e tensão $i(t)$ e $v(t)$.

O *duty cycle* do sinal que sai do comparador é determinado pela duração do pulso que vem de um circuito em que o nível de corrente i_s , após ser convertido em tensão, é comparado com um sinal triangular $Vg(t)$ com um valor de pico V_{g0} . Esse processo gera uma onda quadrada cuja duração depende de i_s . A Figura 5.82 mostra o diagrama em blocos e as formas de onda de um TDM.

O sinal de tensão entra em um circuito modulador de amplitude. Esse circuito é determinado por um amplificador de ganho -1 e por um condutor direto, de modo que na saída tem-se $+V_s$ ou $-V_s$. O processo de multiplicação propriamente dito ocorre no cheavamento do sinal de tensão pela onda quadrada vinda do circuito comparador (a corrente modulada em largura de pulso). Considerando-se t_1 o tempo em que o sinal de corrente é maior que a onda triangular, a chave é ligada e garante que a tensão que chega ao integrador é $+V_s$. Caso contrário, a chave está desligada e na entrada do integrador haverá $-V_s$.

O resultado é que a tensão de saída do integrador é proporcional à multiplicação do sinal de corrente pelo sinal de tensão.

Como $V_s(t) = \frac{4V_{g0}}{T_g}t$ quando $0 \leq t \leq \frac{T_g}{4}$, $t_2 = 2\left(\frac{T_g}{4} - \frac{V_s T_g}{4V_{g0}}\right)$ e, assim, $t_1 - t_2 = \frac{T_g}{V_{g0}}V_s$. A tensão na saída do circuito fica então:

$$V_{saída} = \frac{1}{RC} \int_0^t V_m(t) dt = C_1 \left(\int_0^{t_1} V_s(t) dt - \int_{t_2}^{t_1} V_s(t) dt \right) = C_2 V_s V_t,$$

em que C_1 e C_2 são constantes.

5.6.5.2 Wattímetros baseados em efeito Hall

A tensão de saída de um transdutor de efeito Hall é dependente da corrente que passa pelo transdutor e do campo magnético ortogonal.

$$V_H(t) = R_H i(t) B(t)$$

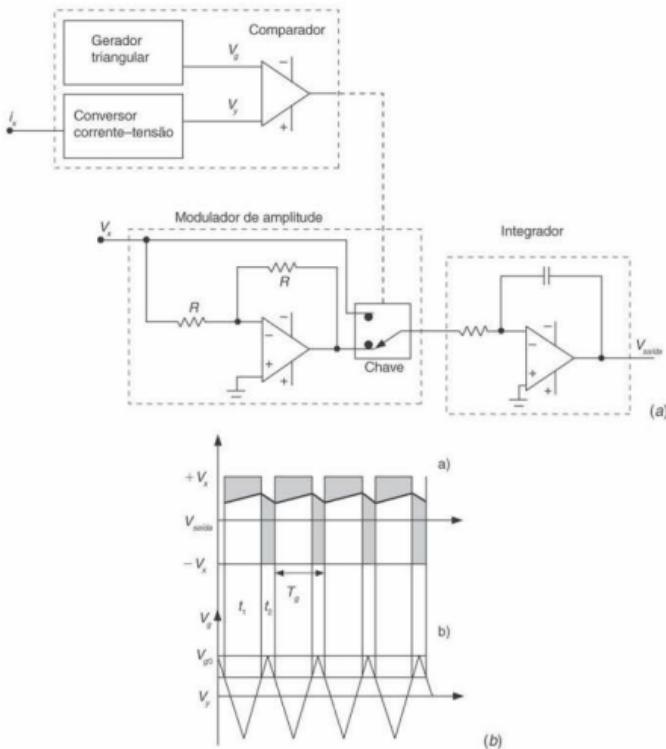


Figura 5.82 (a) Diagrama de blocos e (b) forma de onda de um multiplicador TDM.

em que R_H é a constante Hall, $i(t)$, a corrente que passa pelo transdutor, e $B(t)$, a indução magnética.

Como se pode observar na Figura 5.83, é possível determinar a potência medindo-se $V_H(t)$.

Considerando $V_s(t) = K_1 i(t)$ e $i_s(t) = K_2 B(t)$, sendo K_1 e K_2 constantes, T o período em que a medida foi realizada e V_{HF} a média de $V_H(t)$, temos:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T V_s(t) i_s(t) dt = K_1 K_2 \frac{1}{T} \int_0^T B(t) dt = K_1 K_2 R_H V_{HF}$$

Esse tipo de wattímetro pode medir potência de sinais com amplas faixas de frequências (MHz).

5.6.5.3 Wattímetros baseados em multiplicadores digitais

Os wattímetros digitais são dispositivos eletrônicos que utilizam multiplicadores digitais. Hoje em dia, esses dispositivos podem

ser facilmente implementados com microprocessadores integrados a uma série de dispositivos periféricos.

A utilização de tais dispositivos faz com que seja possível, em um único sistema, adquirir um sinal de tensão e corrente e fazer a multiplicação. Ainda com a utilização desse sistema é possível processar tanto os sinais de entrada quanto os de saída, o que otimiza a precisão do resultado. Além disso, a disponibilidade de sistemas digitais torna o projeto de instrumentos um tanto flexível. É comum encontrar instrumentos que têm portas de comunicação (serial, paralela, GPIB, USB, TCP/IP, entre outros). Além disso, é possível fazer o controle de dispositivos de entrada e saída implementando-se uma interface homem-máquina (IHM). A Figura 5.84 mostra o diagrama de blocos de um sistema digital básico de um wattímetro digital.

Como se pode observar, o problema pode ser resumido em implementar um conversor AD de dois canais e processar esses sinais. Dispositivos digitais como os DSPs (*Digital Signal Pro-*

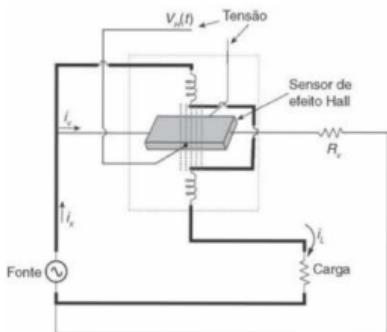


Figura 5.83 Medidor de potência baseado no efeito Hall.

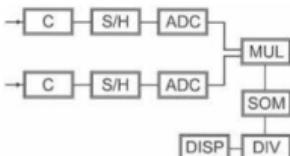


Figura 5.84 Diagrama de blocos de um sistema digital para medição de potência.

(*processing*) são rápidos o suficiente para fazer amostragens a altas frequências e garantir grandes precisões de medida.

5.6.5.4 Medição de potência em sinais de alta frequência

Medidores de potência de sinais nas faixas de micro-ondas e rádio em geral são implementados com sensores como termistores, termopares, diodos ou sensores de radiação. Geralmente o método resume-se a medir a potência em uma carga determinada:

$$P_{\text{carga}} = P_{\text{incidente}} - P_{\text{refletida}}$$

Para separar as energias incidentes e refletidas, são utilizados acopladores direcionais, compostos basicamente de guias de ondas. Dessa maneira, é medida a potência dissipada em uma carga, em forma de temperatura. No Capítulo 6, são apresentados sensores de temperatura.

A Figura 5.85 mostra uma ponte resistiva implementada com um termistor. Esse sensor tem a função de detectar a potência de um sinal de radiofrequência. Quando a ponte é desbalanceada (pelo sinal RF), um circuito amplificador compensa esse desbalanceamento variando o nível da tensão DC. Nesse caso, a variação de tensão necessária para anular o efeito da variação de resistência do termistor é relacionada com a potência do sinal RF.

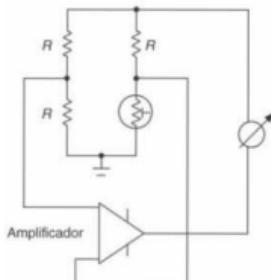


Figura 5.85 Ponte de balanceamento de tensão com um termistor para implementação de um wattímetro.

Um medidor de potência implementado com um termopar pode ser visto na Figura 5.86. Esse tipo de instrumento pode detectar sinais de mais de 40 GHz. Nesse caso, geralmente se utilizam resistores de filmes finos. Os valores potência que podem ser detectados são da ordem de até 1 μW .

Como os sinais de tensão são extremamente baixos, é necessário muito cuidado na eletrônica de condicionamento para implementar esses instrumentos.

5.6.5.5 Ligação de wattímetros em linhas de alimentação

A medição de potência em sistemas de entrada de energia elétrica é bastante comum. Existem várias situações que podem requisitar diferentes ligações. A seguir são mostradas algumas dessas situações.

Em sistemas de alimentação em que a corrente e/ou a tensão excedem a capacidade do instrumento, é necessária a utilização de TCs e TP (transformadores de corrente e de tensão). A função desses dispositivos é baixar os níveis de tensão e corrente a níveis que podem ser medidos pelo instrumento. A Figura 5.87 traz um exemplo dessa ligação.

Em sistemas monofásicos, a ligação de um wattímetro é simples. Os instrumentos apresentam os terminais das bobinas de tensão e de corrente. A bobina de corrente deve ser ligada em série com o circuito, enquanto a bobina de tensão deve ser ligada em paralelo, como mostramos nas seções anteriores.

A ligação de wattímetros em sistemas trifásicos (ou eventualmente com um número maior de fases) é feita utilizando-se n wattímetros ($n =$ número de fases) ligados, tal como mostra a Figura 5.88.

Nesse caso, a potência total será a corrente de cada fase pela tensão em relação a um ponto comum que pode ser o neutro (se existir).

$$P = \sum_i^{\circ} (V_{i0} \times I_i)$$

Existe, entretanto, um método no qual se podem utilizar dois wattímetros para determinar a potência total do circuito trifásico.

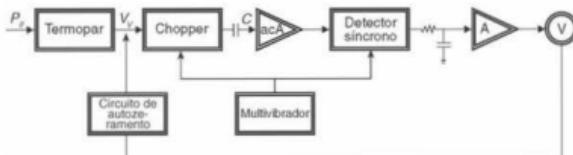


Figura 5.86 Medidor de potência implementado com um termopar.

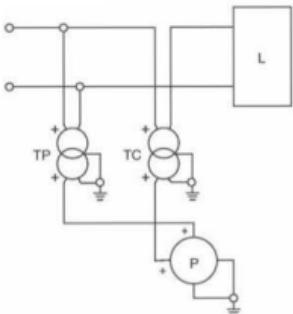


Figura 5.87 Utilização de TCs e TPs na medição de potência.

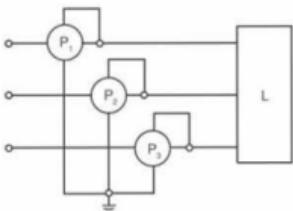


Figura 5.88 Medição de potência de um sistema trifásico.

co (Figura 5.89). Denominado método dos dois wattímetros, esse método possui a restrição de não poder ser utilizado quando as cargas estiverem ligadas em Y com o neutro ligado.

Nesse caso, a potência da carga é a soma dos valores indicados pelos dois wattímetros:

$$P = Watt_1 + Watt_2$$

Para a hipótese de tensões simétricas e cargas balanceadas, as leituras dos wattímetros podem indicar também, conforme a sequência de fase, o fator de potência das cargas. Para os wattímetros mostrados na Figura 5.89, ligados nas fases A, B, C e A, respectivamente, tem-se para a determinação do fator de potência (ângulo φ):

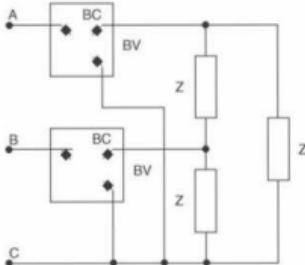


Figura 5.89 Método dos dois wattímetros para medição de potência em circuitos trifásicos.

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \pm \sqrt{3} \frac{Watt_A - Watt_B}{Watt_A + Watt_B}$$

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \pm \sqrt{3} \frac{Watt_B - Watt_C}{Watt_B + Watt_C}$$

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \pm \sqrt{3} \frac{Watt_C - Watt_A}{Watt_C + Watt_A}$$

O sinal será especificado pela sequência de fase: se a sequência for direta $\Rightarrow +$, e se a sequência for inversa $\Rightarrow -$.

5.6.6 Medição do fator de potência —

Não existem instrumentos que possam medir fator de potência diretamente. De fato, como se pode verificar nas seções anteriores, as únicas grandezas que podem ser medidas diretamente em sinais alternados no tempo são tensão, corrente e suas relações. Todas as outras grandezas são derivadas matematicamente.

Os medidores de potência real ou ativa, como vimos nas seções anteriores, implementam a seguinte equação:

$$P_{\text{ativa}} = EI \cos \varphi$$

em que φ representa a defasagem entre a tensão e a corrente medidas, e a saída, por exemplo é implementada por meio de um registrador eletrônico. Para a implementação de registro ou visualização da potência reativa, é utilizada a relação trigonométrica:

$$\cos(\theta - 90^\circ) = \cos \theta \cos 90^\circ + \sin \theta \sin 90^\circ = \sin \theta$$



Figura 5.90 Fotografia de um analisador de energia elétrica. Corteia de RMS Indústria de Equipamentos Ltda. Usado com permissão.

Desse modo, a potência reativa $P_{\text{reativa}} = EI \cos(\varphi - 90)$ pode ser implementada da mesma forma, apenas defasando a tensão e o resultado mostrado da mesma maneira que a potência reativa. A relação entre potência ativa e potência reativa possibilita então determinar o fator de potência.

Antigamente, o atraso da tensão era implementado por meio de transformadores, especialmente enrolados para esse propósito. Hoje, a eletrônica possibilita que essa defasagem seja implementada de maneira bem mais precisa, analogicamente ou então utilizando-se eletrônica digital. Com a eletrônica digital pode-se calcular uma série de outros parâmetros importantes na definição de qualidade de energia elétrica, tais como frequências harmônicas ou mesmo o fator de potência, bem como parâmetros para qualquer forma de onda. A maneira mais usual de se medir fase é por meio de um osciloscópio. Outra maneira é utilizar a transformada de Fourier. A Figura 5.90 mostra a fotografia de um analisador de energia que indica, juntamente com o valor de potência consumida, uma série de parâmetros elétricos importantes para se verificar a qualidade de energia elétrica sobre uma carga.

5.6.6.1 Medida de fase por meio de um osciloscópio

Uma das maneiras mais fáceis de executar uma medida de fase é utilizar o osciloscópio com dois canais para medir os dois sinais desfasados (necessariamente de igual frequência). Um deles é colocado como referência na escala de tempo, como, por exemplo, no ponto de tempo em que o sinal passa por um valor zero na escala de amplitude, tal como o sinal A na Figura 5.91.

A partir do ponto de referência no tempo, mede-se o tempo até o mesmo ponto do sinal do segundo canal. Esse é o tempo de atraso entre os dois sinais. Basta então medir o período do sinal (inverso da frequência) e fazer a seguinte relação:

$$\text{Defasagem} = \frac{360^\circ t_{\text{atraso}}}{T}$$

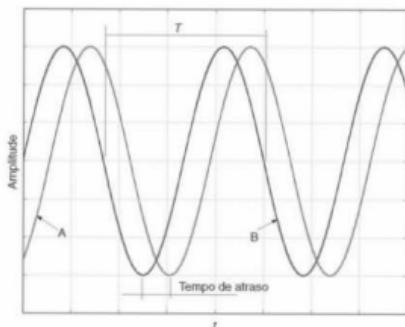


Figura 5.91 Exemplo de utilização de um osciloscópio para a medição de defasagem entre dois sinais.

na qual T representa o período do sinal e t_{atraso} o tempo entre os dois sinais.

Outra maneira de medir fase com o osciloscópio é utilizar as figuras de Lissajous (para frequências iguais dos dois sinais). Essas figuras são criadas conectando-se os sinais em dois canais do osciloscópio, colocado no modo XY. Nesse modo, um dos canais toma a direção horizontal e o outro, a direção vertical. Assim, se as frequências dos dois sinais forem iguais, a forma de onda na tela do osciloscópio será uma elipse. Dependendo do atraso, os parâmetros e sua consequente forma variam. Considerando Y a distância do ponto em que a figura corta o eixo vertical até o ponto central e H a distância desse ponto central até o ponto máximo da figura, também no eixo vertical, pode-se utilizar a seguinte relação para calcular a fase:

$$\operatorname{sen} \varnothing = \pm \frac{Y}{H},$$

em que o sinal depende da direção de inclinação. A Figura 5.92 mostra alguns exemplos de figuras de Lissajous.

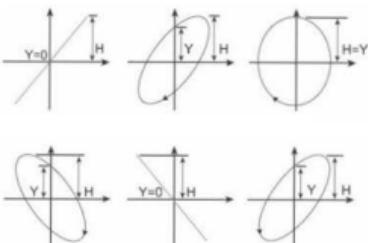


Figura 5.92 Exemplos de figuras de Lissajous traçadas com o osciloscópio.

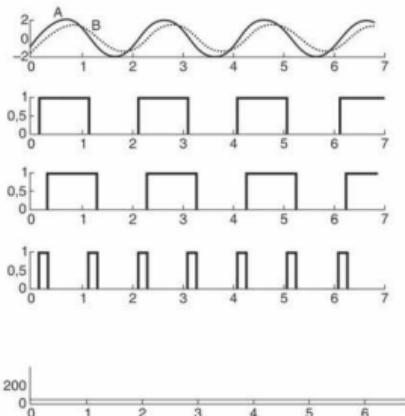


Figura 5.93 Utilização de detecção por zero para determinação do ângulo de fase entre dois sinal.

5.6.6.2 Medida de fase eletrônica por meio da detecção de passagem por zero

Esse é o método mais popular na implementação de um sistema para medir a fase. Esse método é semelhante ao procedimento descrito na seção anterior para medição de fase com o osciloscópio.

No caso de dois sinais de onda sinusoidal, a primeira etapa deve ser responsável por transformar o sinal em uma onda quadrada, e as bordas de subida e descida são determinadas pela passagem do sinal pelo zero em amplitude. Um dos meios de fazer essa transformação é utilizando uma porta lógica.

No exemplo da Figura 5.93 os dois sinais quadrados originários das entradas sinusoidais são processados (por exemplo, utilizando uma porta digital XOR) e a saída representa apenas um pulso com a largura temporal de atraso dos sinais originais.

As ondas quadradas representam as passagens por zero dos sinais A e B. Na mesma figura podem-se observar pulsos de largura menor originados pela diferença dos tempos de passagem por zero, representando a diferença de fase. Pode-se finalmente integrar esses pulsos, gerando um sinal DC proporcional à diferença de fase dos dois sinais de entrada.

5.6.6.3 Método das bobinas cruzadas

O medidor de fase de bobinas cruzadas constitui a parte central da maioria dos medidores de fator de potência analógicos. A Figura 5.94 mostra os detalhes do funcionamento do método das bobinas cruzadas.

Nesse sistema existem duas bobinas cruzadas móveis, dispostas em um ângulo fixo β , além de uma terceira bobina fixa, que é dividida em duas metades. Essas duas metades englobam as bobinas móveis. A função da bobina fixa é manter um campo magnético praticamente constante entre as duas metades (sobre as bobinas móveis). Geralmente a corrente é ligada à bobina fixa C, enquanto a tensão alimenta a bobina A através de um resistor (a fim de limitar a corrente). A bobina B, por sua vez, é também alimentada pela tensão, mas passa por um circuito indutivo, de modo que a fase é deslocada 90° . Na prática, o ângulo entre as correntes das bobinas A e B não é exatamente de 90° , devido a problemas com elementos puramente resistivos ou puramente indutivos. Pode-se supor que esse ângulo seja β , e, supondo-se que o ângulo entre as bobinas A e C seja φ , o ângulo entre as correntes das bobinas A e C é $\beta + \varphi$. O torque médio induzido na bobina A é proporcional ao produto da média das correntes nas bobinas A e C e o cosseno do ângulo entre a bobina A e a perpendicular à bobina C. Escrevendo em forma de equação, temos:

$$\bar{T}_A \propto I_A I_C \cos(\varphi + \beta) \cos \gamma = K_A \cos(\varphi + \beta) \cos \gamma$$

em que I_A e I_C são as correntes das bobinas; $\varphi + \beta$, a fase relativa entre as bobinas A e C; γ , o ângulo entre a bobina A e perpendicular à bobina C.

Supondo-se que a diferença de fase entre a bobina B e a bobina A é de β , o torque médio na bobina B é descrito por:

$$\bar{T}_B \propto I_B I_C \cos(\varphi + \beta) \cos \gamma = K_B \cos(\varphi) \cos(\gamma + \beta)$$

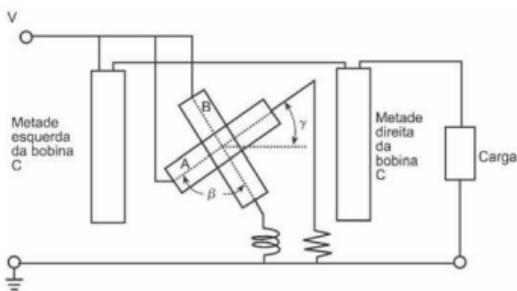


Figura 5.94 Método das bobinas cruzadas para a medição de fase.

Sendo assim, a bobina A estará alinhada na direção da diferença de fase entre a tensão e a corrente da carga. Dessa maneira, um indicador é fixado no plano da bobina A. Na prática, esses instrumentos são calibrados para indicar o cosseno do ângulo entre a corrente e a tensão da carga, caracterizando o fator de potência.

Esses medidores de bobinas cruzadas eram a base de conexão de sistemas de geradores de energia. Quando dois sistemas geradores estiverem operando e gerando tensão AC, eles devem ser conectados em paralelo apenas no momento em que ambas as tensões estiverem sincronizadas em frequência e em fase.

5.6.6.4 Voltímetros vetoriais para a medição de fase

Um método moderno de medir fase e amplitude de sinais é utilizar voltímetros vetoriais (princípio já abordado neste capítulo). Esses instrumentos têm o funcionamento baseado na transformada de Fourier dos sinais em uma grande faixa de frequências. Uma vez que precisa ser rápido, esse equipamento deve possuir processadores velozes, tais como os conhecidos DSPs (*Digital Signal Processing*), os quais podem executar tarefas como aquisição e processamento (filtragem, FFT etc.) em tempos curtos o suficiente para a medição de grandes faixas de frequência.

Quando a frequência do sinal muda muito rapidamente em um determinado período, os métodos em que se utilizam FFT para medir fase podem introduzir erros consideráveis. Nesse caso, um dispositivo indicado para estimar a fase do sinal é o PLL (*Phase Locked Loop*). Com esses dispositivos, o sinal é considerado juntamente com uma frequência fixa e modulado em fase (por um sinal de fase dependente do tempo). Os PLLs são dispositivos eletrônicos, e podem ser analógicos ou digitais. Esses dispositivos são amplamente conhecidos e comercializados no mercado.

O PLL é basicamente um sistema de controle de frequência de laço fechado. Seu funcionamento baseia-se na detecção sensível da diferença de fase entre a entrada e a saída de um oscilador controlado por tensão. A Figura 5.95 mostra o diagrama de blocos de um PLL.

O detector de fase é um dispositivo que compara dois sinais de entrada, gerando uma saída que representa a sua diferença de fase. Se a frequência de entrada não é igual à frequência do oscilador, o sinal de erro de fase, depois de filtrado e amplificado, faz com que a frequência do oscilador controlado por tensão (VCO) desvie em direção à frequência de entrada. Se as condições estiverem corretas, o VCO vai tentar manter sua frequência fixa em relação ao sinal de entrada.

Existem vários modelos de PLLs, de diferentes fabricantes: NE 560 a 567 (Signetics), MC4046 (Motorola), LM 565 (National), NTE989 (NTE Electronics), entre outros.

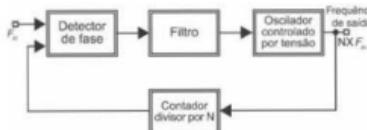


Figura 5.95 Diagrama de blocos de um PLL.

5.6.7 Medidores de energia elétrica

A energia pode ser definida como a quantidade de trabalho que um sistema é capaz de realizar. Em termos matemáticos, a energia pode ser definida como a integral definida em um intervalo de tempo de potência.

$$E = \int_t^{t+2\Delta t} p(t) dt$$

Dessa forma, a medida de energia é dinâmica. Em outras palavras, a medida de energia varia com o tempo. A unidade de energia é o joule, mas para medição de energia elétrica o Watt·hora (Wh) é a unidade mais utilizada.

5.6.7.1 Medida de energia DC

Ao longo do tempo, a medida de energia DC tem sido feita de diversas maneiras, implementadas com instrumentos eletrodinâmicos. Esses instrumentos são construídos segundo o princípio de motores DC sem ferro, de modo que o campo magnético é gerado pela própria corrente de linha que passa por uma bobina fixa e bipartida. O rotor é conectado em série com um resistor à tensão da linha. A Figura 5.96 mostra detalhes da construção de um medidor de energia eletrodinâmico.

Nessa configuração, o fluxo magnético no rotor é proporcional à corrente I . A corrente do rotor é:

$$I_V = \frac{V - E}{R}$$

em que $E = k_1 \Gamma \phi$, a força eletromotriz induzida pela velocidade angular Γ , e R é a resistência total do circuito alimentado pela tensão de linha V . Pode-se desprezar a força eletromotriz devido ao fato de a velocidade angular ser muito baixa, a amplitude do fluxo ϕ ser limitada e o valor da resistência R ser significativo. Sendo assim,

$$I_V = \frac{V}{R},$$

e o torque gerado no motor pode então ser descrito:

$$C_m = k_2 \phi I_V = \frac{k_1 IV}{R} = k_4 P$$

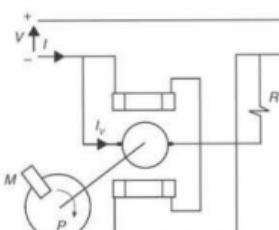


Figura 5.96 Detalhes da construção de um medidor de energia eletrodinâmico.

Esse torque é então proporcional à potência que está sendo consumida na linha.

A fim de evitar que o torque cause uma velocidade angular Γ significativa, é acoplado ao rotor um disco que gira entre um ímã permanente, de modo que correntes nele induzidas gerem um torque (proporcional a Γ). O objetivo desse mecanismo é introduzir um amortecimento ao sistema, de modo que o disco gire suavemente e, no equilíbrio, exista uma dependência linear de Γ com a potência P .

$$E = \int_{\Delta t} P dt = k_s \int_{\Delta t} \Gamma dt$$

Por fim, é acoplado um contador de voltas do disco que indica a energia total consumida após um intervalo de tempo.

5.6.7.2 Medidores de energia AC por indução

Os medidores de energia AC por indução são os medidores de energia mais conhecidos e tradicionais. O sistema é composto

de três circuitos elétricos, acoplados magneticamente: dois fixos e um disco móvel que gira em torno do eixo do sistema. Os dois circuitos fixos são compostos pelas bobinas de corrente e tensão. O terceiro circuito, um disco geralmente construído de alumínio, é montado em um eixo rígido. Esse disco ainda é ligado a um contador que tem a função de registrar o número de voltas para então relacionar esse número à energia consumida em um período de tempo. A Figura 5.97(a) mostra um esquema simplificado de um medidor de energia por indução, a Figura 5.97(b) mostra um esquema mais detalhado, e a Figura 5.97(c) mostra uma fotografia de um medidor de energia AC eletrodinâmico.

Os circuitos fixos da Figura 5.97(a) (bobinas de tensão e corrente) mantêm o fluxo magnético interagindo com o disco móvel. Outra estrutura similar que utiliza um ímã permanente é também colocada sobre o disco. O fluxo magnético gerado pela corrente e pela tensão são sinusoidais e têm a mesma frequência. Eles induzem uma corrente no disco móvel, que, por sua vez, produz um torque resultante:

$$C_m = KV I \sin \alpha,$$

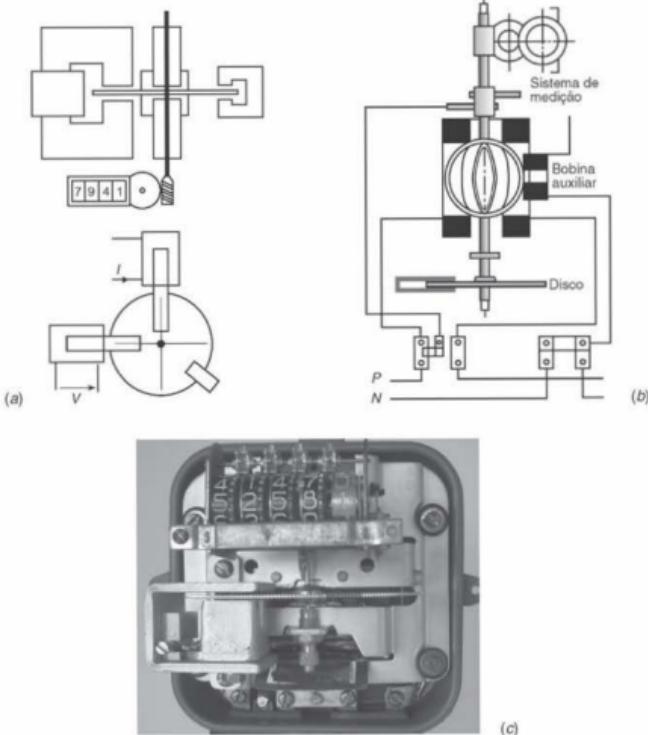


Figura 5.97 (a) Diagrama simplificado de um medidor de energia por indução; (b) detalhamento de um medidor de energia AC; (c) fotografia de um medidor AC.

em que

C_n é o torque mecânico

K , a constante do sistema

V , o valor RMS da tensão da linha

I , o valor RMS da corrente da linha

α , o valor do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

A rotação do disco alcança um equilíbrio dinâmico平衡ando o torque originário dos fluxos consequentes das bobinas de tensão e corrente com o torque originário do fím permanente.

Considerando-se que a velocidade angular do disco Γ é muito menor que a frequência ω da tensão e da corrente e, ainda, que a diferença de fase entre os fluxos da tensão e da corrente é $\alpha = \pi - \varphi$, sendo φ a diferença de fase entre os sinais de tensão e de corrente, a velocidade angular Γ é proporcional ao fluxo de potência.

$$\Gamma = \frac{1}{K} \omega \frac{R_1}{(Z_2)^2} M_1 I \cdot \frac{M_2 V}{Z_2} \cos \phi = KP,$$

em que

Γ , é a velocidade angular de rotação do disco em rad/s

K , a constante do instrumento em rad/sW

P , a potência média no circuito em W

$\frac{1}{K}$, a constante em $\frac{\Omega}{V^2 s^2}$

ω , a frequência da tensão e da corrente em rad/s

R_1 e Z_2 , a resistência e a impedância equivalente do disco, relativas às correntes induzidas em Ω

$\frac{M_2 V}{Z_2}$, os valores RMS do fluxo comum relacionados aos circuitos 1 e 3 em Wb

$M_1 I$, valores RMS do fluxo comum relacionados aos circuitos 2 e 3 em Wb

Z_2 , a impedância do circuito de tensão

V , o valor RMS da tensão aplicada em V

I , o valor RMS da corrente aplicada em A

ϕ , a diferença de fase entre os sinais de tensão e de corrente.

5.6.7.3 Medidores de energia estáticos (eletrônicos)

A exemplo do que já descrevemos nas seções anteriores sobre a medição de potência, os medidores de energia também sofreram grandes modificações. A evolução da eletrônica possibilitou que fossem construídos medidores sem partes móveis, baseados em multiplicadores de tensão e de corrente. Esses multiplicadores (como vimos na seção sobre potência) podem ser analógicos ou digitais. Os primeiros medidores eram implementados com multiplicadores analógicos; os mais modernos, porém, são implementados com sistemas digitais dedicados, tais como os DSPs, aptos a realizar medidas precisas, rápidas e com uma série de parâmetros relacionados à energia, tais como tensão, corrente, potência ativa, potência reativa, fator de potência, além de periféricos e memórias que possibilitam a flexibilização da leitura e do processamento dos dados coletados.

Medidores de energia analógicos com saída digital

Esse tipo de instrumento faz o produto dos dois sinais de entrada através de um multiplicador analógico, resultando em uma grandeza proporcional à potência dos sinais. Para o processamento da energia, ainda é necessária a integração desse produto em um intervalo de tempo que pode ser implementado das seguintes maneiras:

a. **Utilizando um conversor tensão-freqüência:** nesse caso, o produto dos sinais de entrada, representado em forma de tensão, passa por um conversor tensão-freqüência (bloco eletrônico que transforma um valor em tensão dentro de uma faixa conhecida de freqüência — exemplo de componente LM331 da National). Esse sinal, em forma de freqüência, pode então ser ligado a um contador conectado a um *display* ou a alguma outra forma de visualização. Também pode ser acoplado a um motor de passo, de modo que a sua posição pode ser incrementada. O rotor do motor pode ser ligado a um contador de maneira semelhante aos medidores por indução. Em geral, essa maneira é mais utilizada, por prover uma medida permanente de energia e ainda não ser influenciada pela falta de energia.

b. **Utilizando um conversor AD na saída do multiplicador analógico:** o cálculo, bem como o controle da visualização do valor de energia, é feito por meio de um processador dedicado (como, por exemplo, um microcontrolador). O valor de energia pode ser armazenado em memória, e a grande vantagem de um sistema dessa natureza é que ainda existe a possibilidade de implementar algum controle de atuação que dependa do valor da energia medida.

Medidores de energia digitais

Esses medidores constituem a solução mais moderna atualmente. Nesse tipo de instrumento, os sinais de entrada de tensão e corrente são digitalizados e todo o processamento é feito por meio de um processador dedicado.

O tipo de processador pode variar de simples microcontroladores dedicados providos de pequenos recursos de hardware até potentes DSPs, rápidos o suficiente para prover processamento em tempo real, bem como transmissão via rede ou algum outro meio de comunicação. Nesses processadores, também podem ser implementados filtros e outros blocos inteligentes, que fazem com que o instrumento desenvolva se torne rápido, flexível e com dimensões reduzidas. Modernos medidores de energia também podem fazer o monitoramento e a análise de harmônicas, gerando informações importantes no que diz respeito à qualidade de energia. Uma fotografia de um equipamento que faz a medição de vários parâmetros relacionados à energia foi mostrada na Figura 5.90.

Exemplos de componentes dedicados para a medição de energia são o ADE7753 e o ADE7758, da Analog Devices. Esses componentes podem medir energia ativa, energia reativa e aparente de sistemas monofásicos (ADE7753) e trifásicos (ADE7758). A Figura 5.99 mostra uma aplicação típica desse componente.

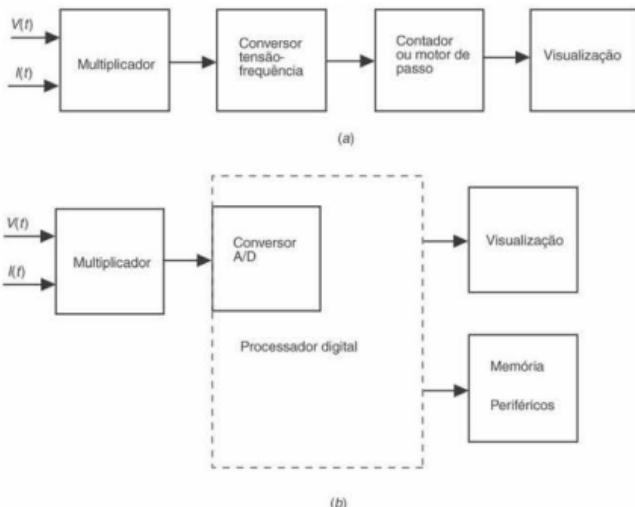


Figura 5.98 Diagrama de blocos de (a) medidor de potência utilizando conversor tensão-freqüência e (b) utilizando conversor AD.

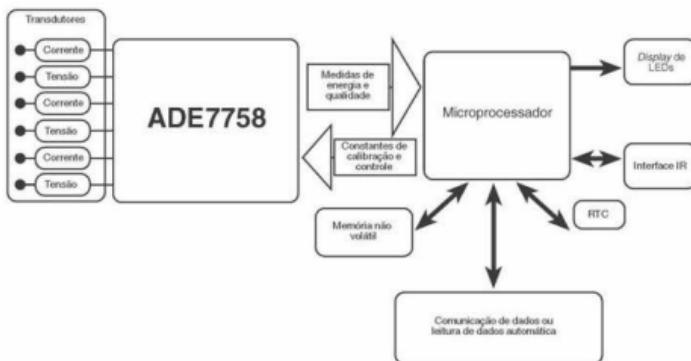


Figura 5.99 Aplicação típica de um componente dedicado (ADE7758) em um sistema de medição e monitoramento de energia. (Cortesia da Analog Devices.)

Exercícios

- Explique as principais diferenças entre um instrumento fundamental de ferro móvel e um instrumento fundamental de bobina móvel (galvanômetro).
- No instrumento mostrado na Figura 5.100, desenhe a forma de onda da corrente no galvanômetro quando o circuito é excitado com um sinal do tipo $v(t) = 220\sqrt{2}\sin(2\pi 60t)$.

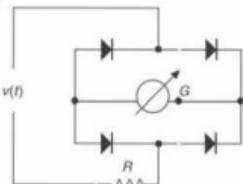


Figura 5.100 Figura relativa ao Exercício 2.

- Qual a resolução de um voltímetro que apresenta as seguintes características?
 - 3½ dígitos na escala de 200 mV.
 - 4½ dígitos na escala de 2 V.
 - 3½ dígitos na escala de 400 mV.
 - 4½ dígitos na escala de 4 V.
- Calcule os resistores relativos aos projetos dos voltímetros analógicos das Figuras 5.101(a) e 5.101(b), sabendo que o galvanômetro tem uma corrente de fundo de escala de 1 mA e resistência interna de 10 Ω.

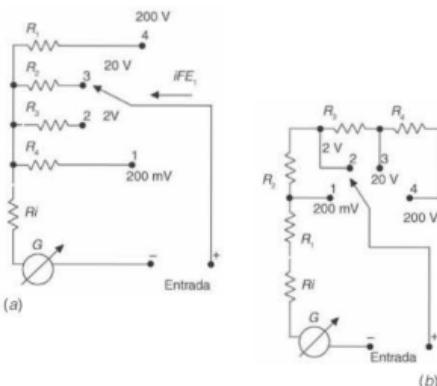


Figura 5.101 (a) e (b) Voltímetros analógicos referentes ao Exercício 4.

- Considere dois voltímetros com sensibilidades $e^{1000 \Omega/V}$ e $e^{10000 \Omega/V}$. Calcule o erro relativo de medida no fundo de escala para o circuito da Figura 5.102.

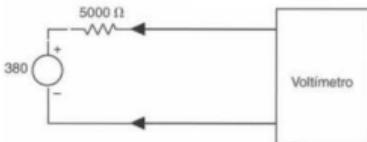


Figura 5.102 Circuito relativo ao Exercício 5.

- O que é um voltímetro vetorial?
- O que é um voltímetro true RMS?
- Qual o valor medido em um voltímetro true RMS de um sinal do tipo:
 - senoidal de amplitude 1, período 2π ?
 - quadrado de amplitude 1, período 2π ?
 - triangular de amplitude 1, período 2π ?
- Se, na questão anterior, o voltímetro não for true RMS, calcule o valor lido para os três casos.
- Uma tensão varia de -30 a 130 V. Projete um circuito para que o sinal de saída tenha uma variação de 0 a 5 V.
- Explique as etapas e desenhe as formas de onda do circuito da Figura 5.20 quando é aplicado na entrada do circuito um sinal senoidal.
- O conversor analógico de dupla rampa utilizado em muitos multímetros AD 7107 ou ADC 7106 com driver de saída para display pode ter sua faixa de entrada variada de acordo com alguns ajustes. Estude esses componentes acessando documentação através da internet (<http://www.maxim-ic.com/products.cfm>) e sugira uma ligação para que ocorra uma contagem até 1999 em escalas de: (a) 2,0 V e (b) 200 mV. Qual a diferença entre os conversores AD 7106 e 7107?
- No esquema em que se utiliza o Microchip PIC® da Figura 5.21, faça uma sugestão de hardware para que seja conectado um display de 3½ dígitos.
- No exercício anterior, reescreva o software (utilize o compilador C de sua preferência).
- Ainda em relação à Figura 5.21, adicione mais um canal AD de leitura e reescreva o software.
- Na Figura 5.103, faça ligação de três voltímetros para medir a tensão da fonte, a tensão sobre a lâmpada 1 e a tensão sobre a lâmpada 2 mais a lâmpada 3.

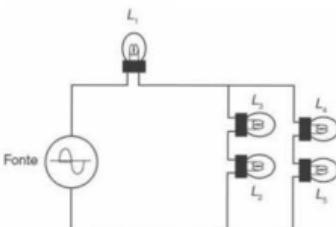


Figura 5.103 Circuito referente ao Exercício 16.

17. Faça o cálculo dos resistores no projeto de amperímetro analógico da Figura 5.104(a) e (b), sabendo que o fundo de escala do galvanômetro é de 1 mA e a resistividade interna é de $10\ \Omega$.

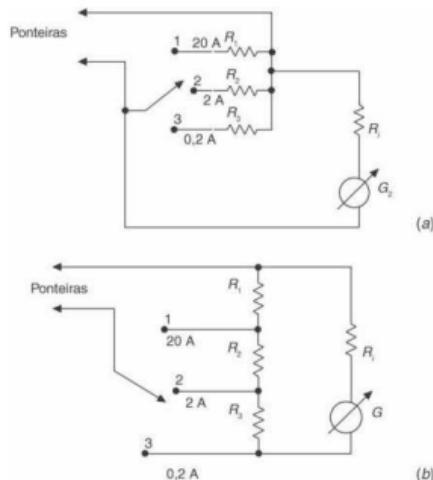


Figura 5.104 (a) e (b) Amperímetros analógicos referentes ao Exercício 17.

18. Qual o princípio de funcionamento de amperímetros do tipo alicate?
19. Projete um medidor de corrente eletrônico para que, em uma faixa de corrente de entrada de 0 a 1 μA , na saída seja produzido um sinal de tensão de 0 a 200 mV.
20. Projete um dispositivo eletrônico para converter a faixa de 4 a 20 mA para uma saída de 0 a 5 V.
21. Repita o exercício anterior utilizando o componente XTR115 (<http://www.ti.com>).
22. Cite a principal vantagem de se transmitir um sinal em corrente em vez de tensão.
23. No circuito da Figura 5.103, ligue três amperímetros de modo a medir a corrente da lâmpada 1, da lâmpada 4 e a corrente total.
24. Explique a diferença entre os ohmímetros analógicos da Figura 5.105.

25. Projetar um ohmímetro analógico apto a medir três escalas de resistências de $10\ \Omega$ a $30\ M\Omega$.
26. Descreva uma aplicação prática para o megómetro.
27. Por que é importante conhecer os limites de rigidez dielétrica e a resistividade entre cabos isolados de alta tensão?
28. Qual a diferença entre o método de quatro pontas e o método de duas pontas para medição de resistividade?
29. Por que o ohmímetro convencional não é adequado para a medição de resistividades muito baixas?
30. O que é uma resistividade tipo *shunt*?
31. Na ponte de Wheatstone mostrada na Figura 5.106, calcule a tensão V_{ab} .

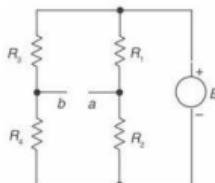


Figura 5.106 Ponte de Wheatstone referente ao Exercício 31.

32. Demonstre que a ponte de Wheatstone não é linear. Faça um gráfico da resposta de saída em tensão em função da variação de uma das resistividades.
33. Deduza a equação de saída para a ponte de Kelvin dupla mostrada na Figura 5.52.
34. Faça o projeto de uma ponte para medição de capacitâncias de valores: 1 pF e 1 nF . Utilize uma fonte de tensão $v(t) = 2\text{ sen}(2\pi f 1000 t)$. Aplice para as seguintes estruturas:
- Ponte RC série.
 - Ponte RC paralela.
 - Ponte de Wien.
35. Faça o projeto de uma ponte para medição de indutâncias de valores: $1\text{ }\mu\text{H}$ e $150\text{ }\mu\text{H}$. Utilize uma fonte de tensão $v(t) = 2\text{ sen}(2\pi f 1000 t)$. Aplice para as seguintes estruturas:
- Ponte de Maxwell-Wien.
 - Ponte de Hay.
 - Por um método de ressonância.
36. Considere a tela do osciloscópio na Figura 5.107. Desenhe nessa tela um sinal de 100 kHz e $0.5\text{ }V_{pp}$ de amplitude e indique quais escalas de tempo em Tempo/Div e amplitude em Tensão/Div você utilizou. Justifique sua escolha de escala. Desenhe agora um sinal de frequência e amplitude iguais defasado de 45° .

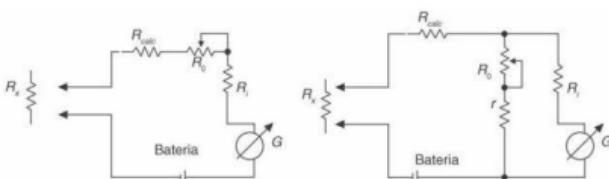


Figura 5.105 Ohmímetros referentes ao Exercício 24.

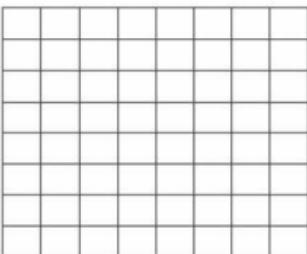


Figura 5.107 Tela do osciloscópio referente ao Exercício 35.

37. Desenhe na tela da Figura 5.107 um sinal de 10 kHz e 4 V_{pp} de amplitude e indique quais escalas de tempo em Tempo/Div e amplitude em Tensão/Div você utilizou. Desenhe agora um sinal de 20 kHz e 1 V_{pp} na mesma tela.
38. Por que o controle da base de tempo do osciloscópio é feito com uma onda do tipo dente de serra?
39. Em um osciloscópio digital, explique a diferença entre frequência de amostragem (*sampling*) e frequência de medida.
40. Qual a função do controle de sincronismo (*trigger*) no osciloscópio?
41. É possível medir tensões altas (entre 350 e 1 000 V) com um osciloscópio convencional?
42. Considere dois consumidores usuários de uma rede com tensão de 220 V_{nm} . A resistência das linhas da rede é de $R_t = 0,2 \Omega$. Sabendo que o consumidor 1 utiliza uma carga com 11 kW com fator de potência 1 e o consumidor 2 utiliza 11 kW com fator de potência 0,5, calcule as perdas nas linhas para os dois casos. Calcule ainda o percentual do total de energia gerado que é recebido por esses usuários.
43. Sabendo que uma carga consome potência útil ou real de 100 kW e a potência reativa de 10 kVAr, calcule o fator de potência dessa carga.
44. Explique o funcionamento do wattímetro analógico.
45. Os wattímetros utilizam multiplicadores para efetuar o produto de tensão e corrente. Explique o funcionamento da técnica de multiplicação TDM (multiplicadores por divisão de tempo). Utilize para sua explanação a Figura 5.82.
46. Explique o funcionamento de wattímetros baseados no efeito Hall.
47. Frequentemente TCs e TPAs são utilizados como dispositivos auxiliares nas medições de potência. Explique a função desses dispositivos.
48. É possível medir potência de uma linha trifásica com dois wattímetros? Caso a resposta seja afirmativa, explique e deduza as relações.
49. Como funciona o método de medição de fase por passagem por zero?
50. Qual a diferença entre medidores de energia estáticos e dinâmicos?
51. Explique o princípio de funcionamento de medidores de energia eletrodinâmicos.
52. Explique por meio de blocos o princípio de funcionamento de medidores de energia estáticos eletrônicos.

BIBLIOGRAFIA

- BOLTON, W. *Instrumentação e controle*. São Paulo: Hemus, 1997.
- CONSIDINE, D. A. *Process instruments and controls handbook*. New York: McGraw-Hill, 1974.
- DOEBELIN, O. E. *Measurement systems: application and design*. New York: McGraw-Hill, 1990.
- ECKMAN, D. P. *Industrial Instrumentation*. New Delhi: Wiley Eastern, 1986.
- FIRBRANCE, A. E. *Industrial instrumentation fundamentals*. New Delhi: TMH, 1981.
- HASLAN, J. A. *Engineering instrumentation and control*. London: Edward Arnold Publishers, 1981.

- HERCEG, E. E. *Handbook of measurement and control*. New Jersey: Schaeftz Engineering, 1972.
- HOLMAN, J. P. *Experimental methods for engineers*. New York: McGraw-Hill, 2000.
- NOLTINGK, B.E. *Instrument technology*. London: Butterworths, 1985.
- SOISSON, H. E. *Instrumentação industrial*. São Paulo: Hemus, 2002.
- WEBSTER, J. G. *Measurement, instrumentation and sensors handbook*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1999.

CAPÍTULO 6

Medição de Temperatura

6.1 Introdução

Desde o início do século XVII, quando Galileu inventou o primeiro termômetro, vêm sendo desenvolvidos instrumentos para aprimorar a medição de temperatura, seja para aplicações em laboratório, seja para aplicações industriais em linhas de produção.

Os primeiros termômetros foram utilizados para fins médicos e meteorológicos. Eram tubos de vidro, abertos em um dos lados, parcialmente preenchidos com ar e completados com água. Somente cerca de 50 anos depois é que surgiram os primeiros termômetros de vidro com líquido fechados, desenvolvidos por Leopoldo, *Cardinal dei Medici*. Conhecidos como termômetros fiorentinos, esses instrumentos eram graduados entre 50, 100 e 300 graus e calibrados com o calor do sol e o frio do gelo. Esses termômetros eram preenchidos com vinho tinto destilado.

Termômetros de mercúrio e água também foram experimentados pelos fiorentinos, mas sua expansão era muito pequena. Esse problema foi resolvido mais tarde, com a construção de termômetros mais estreitos, o que aumentou a sensibilidade dos mesmos.

Em meados do século XVIII, o termômetro de mercúrio já era o mais popular, pela sua expansão uniforme.

Atualmente o termômetro de vidro está disponível em uma variedade de calibrações, estilos de imersão, versões, comprimentos, escalas, mercúrio ou líquidos mais seguros. Sem dúvida o termômetro foi uma importante ferramenta nos processos de evolução do conhecimento das ciências.

O termômetro de Galileu é mostrado na Figura 6.1. Pode-se observar um recipiente de vidro preenchido com água e algumas bolhas que flutuam. Nas bolhas são presos diferentes pesos, que mudam a densidade do sistema bolha + peso. Quando a temperatura ambiente muda, muda também a temperatura da água no interior do vidro, variando seu volume e, em consequência, sua densidade. As bolhas que tiverem densidade menor que a da água flutuam, e as que tiverem densidade maior que a da água afundam. A temperatura medida será relativa (calibrada) à bolha que fica flutuando na parte central do tubo de vidro. Na Figura 6.1 pode-se ver que as bolhas de número 1 estão flutuando (80°C e 75°C , respectivamente).

enquanto as bolhas de número 2 estão afundando (60°C e 65°C). A bolha de número 3, que representa 70°C , está na posição central e indica a temperatura. Pelo fato de não possuir uma escala, esse termômetro rudimentar foi denominado termoscópio.

A medição de temperatura não está presente apenas nos meios industrial e científico, mas também nas praças, em que se vê a temperatura ambiente mostrada em painéis. Está também nos fornos de cozinha, nos refrigeradores, e até mesmo o processador do computador em que estas páginas foram primeiramente escritas tem um controle e, em consequência, uma medida de termostópico.

Assim como na maioria dos sensores, os avanços tecnológicos proporcionados pela sofisticação eletrônica dos dias de hoje possibilitaram o surgimento de uma ampla gama de sensores. Neste capítulo, vamos abordar alguns métodos aplicados na medição de temperatura, sem, contudo, pretender esgotar o assunto relativo à instrumentação, mas apresentar os princípios básicos dos instrumentos mais empregados no campo da engenharia.

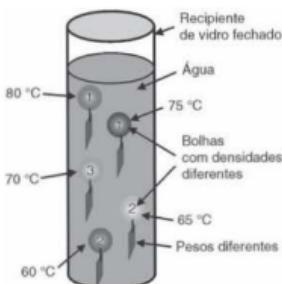


Figura 6.1 Termoscópio (termômetro de Galileu): tubo de vidro preenchido por água e bolhas de vidro com alguma substância colorida e com densidades diferentes.

6.2 Efeitos Mecânicos

6.2.1 Termômetros de expansão de líquidos em bulbos de vidro

Alguns instrumentos para medição de temperatura podem ser classificados como instrumentos de efeitos mecânicos. Exemplos muito conhecidos de termômetro de efeito mecânico são o termômetro de mercúrio e o termômetro de álcool. Esse último leva vantagem sobre o primeiro por ter um coeficiente de expansão maior que o mercúrio, mas tem um limite de temperatura mais baixo (o álcool ferve a altas temperaturas). Por sua vez, o mercúrio solidifica abaixo de -37.8°C .

O mecanismo desse tipo de termômetro baseia-se no coeficiente de dilatação térmica. Com o aumento da temperatura, o líquido que está dentro de um bulbo começa a se expandir e é obrigado a passar por um capilar no interior de um tubo de vidro graduado. É interessante observar que a expansão observada na escala é a diferença entre a dilatação do líquido e a dilatação do bulbo de vidro. Esses termômetros geralmente são construídos de duas maneiras:

- Termômetros de imersão parcial:** são calibrados para ler a temperatura corretamente quando expostos a temperaturas desconhecidas e ainda imersos até uma profundidade indicada.
- Termômetros de imersão total:** são calibrados para ler a temperatura corretamente quando expostos a temperaturas desconhecidas e ainda imersos totalmente, ficando visível apenas a porção necessária para se fazer a leitura.

A diferença fundamental entre esses dois instrumentos é que o termômetro de imersão parcial estará sujeito a erros maiores,



Figura 6.3 Detalhe de termômetro de vidro com líquido.

devido à diferença de temperatura entre uma parte do corpo do instrumento e o ponto de medição.

A tendência é que cada vez mais esse tipo de termômetro desapareça do mercado — principalmente os termômetros de mercúrio, por questões de segurança, por ser o mercúrio um elemento contaminante e tóxico. Na verdade, o vapor de mercúrio é tóxico a ponto de ser letal; por isso, é altamente recomendável que o monitoramento da temperatura de fornos e equipamentos que apresentem risco de ruptura ao vidro não seja feito com esse tipo de instrumento. A Figura 6.2 mostra o esquema de um termômetro de imersão parcial, e a Figura 6.3 traz a foto de um termômetro de uso geral de baixo custo.

Apesar de esses termômetros aparentemente serem de fácil utilização, a simplicidade desaparece quando são necessárias precisões da ordem de 1°C ou mais. Nesses casos, devem-se aplicar procedimentos cuidadosos, bem como correções, que estão fora do escopo deste livro. Segundo referências do NBS (National Bureau of Standards) dos EUA, a utilização adequada desse tipo de termômetro pode alcançar medidas de até $\pm 0.05^{\circ}\text{C}$.

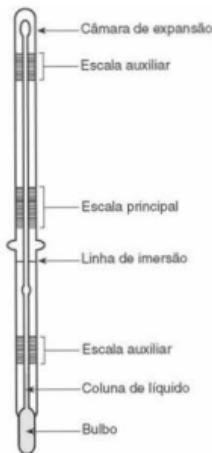


Figura 6.2 Termômetro de imersão parcial.

6.2.2 Termômetros bimétálicos

Esses sensores constituem-se de duas tiras de metal com coeficientes de dilatação térmica diferentes, fortemente fixadas. Quando uma temperatura é aplicada, as duas tiras de metal começam a se expandir. Entretanto, uma delas vai se expandir mais que a outra, o que resulta na deformação do conjunto, com a consequente formação de um raio que geralmente é utilizado para "chavear um circuito" (abrir ou fechar determinada chave ligada a um circuito), mas que também pode ser utilizado para indicar uma temperatura sobre uma determinada escala calibrada. Nesse último caso existem várias geometrias que já foram implementadas para fazer com que o movimento de um ponteiro ou indicador seja repetitivo e sensível. A Figura 6.4 traz a foto de um medidor de temperatura baseado em um bimetal, e a Figura 6.5 mostra o princípio de funcionamento e as barras com dimensões alteradas depois que a temperatura varia.

Algumas geometrias podem ser variadas tal como mostra a Figura 6.6.

Esse tipo de sensor geralmente é utilizado em sistemas de controle ON/OFF, mais conhecidos como liga-desliga. Uma aplicação bastante conhecida desse tipo de sensor pode ser encontrada em termostatos, que são bastante aplicados em sistemas de



Figura 6.4 Fotografia de um medidor de temperatura em que se utilizam bimetálicos. Cortesia Rueger S.A.

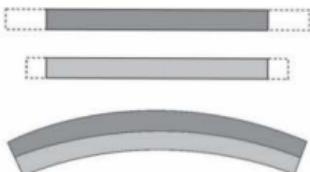


Figura 6.5 Princípio de funcionamento de um bimetal.



Figura 6.6 Bimetal com geometria espiral e helicoidal.



Figura 6.7 Disjuntor elétrico e seu bimetálico.

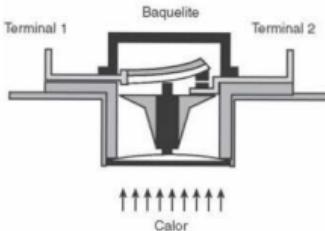


Figura 6.8 Termostato implementado com um bimetálico.



Figura 6.9 Sensor de temperatura que utiliza o princípio de expansão dos gases.



Figura 6.10 Fotografia de um termômetro manométrico industrial. Cortesia Rueger S.A.

segurança. A grande vantagem desse tipo de sensor é o baixo custo.

A aplicação prática desses sensores como detectores de temperaturas específicas é normalmente encontrada embutida em equipamentos ou dispositivos. Por exemplo, um disjuntor é uma chave elétrica que possui um sistema de proteção de corrente. Em alguns disjuntores, o sistema de proteção é implementado utilizando-se um bimetalíco. Quando uma corrente máxima flui por esse bimetalíco, ele aumenta sua temperatura e deforma-se a ponto de movimentar uma chave mecânica que desarma a chave elétrica, interrompendo o caminho da corrente. A Figura 6.7 mostra um disjuntor e seu bimetalíco, e a Figura 6.8 mostra um termostato implementado com um bimetalíco.

6.2.3 Termômetros manométricos

São termômetros que utilizam a variação de pressão obtida pela expansão de algum gás ou vapor como meio físico para relacionar com temperatura. No caso, mede-se a variação de pressão.

A Figura 6.9 mostra o esquema de um sensor de temperatura utilizando esse método, e a Figura 6.10 mostra um termômetro manométrico industrial.

Os termômetros manométricos de mercurio cobrem uma faixa que vai de -38 a 590 °C, enquanto os termômetros manométricos preenchidos com gás cobrem a faixa de -240 a 645 °C. Muitos termostatos são implementados com o princípio da ex-

pansão de um gás em uma câmara que faz movimentar um dispositivo mecânico para fechar ou abrir uma chave.

6.3 Termômetros de Resistência Elétrica

6.3.1 Termômetros metálicos — RTDs

Um tipo de medidor de temperatura bastante conhecido e preciso são os termômetros baseados na variação de resistância elétrica. Esses sensores geralmente são denominados RTDs (*Resistance Temperature Detectors*). Os termômetros de resistência funcionam com base no fato de que, de modo geral, a resistência dos metais aumenta com a temperatura. Boas precisões podem ser alcançadas com esse tipo de sensores: RTDs comuns podem fazer medidas com erros da ordem de $\pm 0,1^\circ\text{C}$, enquanto os termômetros de resistência de platina podem chegar a erros da ordem de $0,0001^\circ\text{C}$.¹ A Figura 6.11 traz a fotografia de um RTD com bainha de proteção e cabeçote.

O metal mais comum para essa aplicação é a platina, e às vezes é denominado PRT (*Platinum Resistance Thermometer*), cujo símbolo está apresentado na Figura 6.12.

As principais características dos RTDs são:

- Condutor metálico (a platina é o metal mais utilizado)
- São dispositivos praticamente lineares
- Dependendo do metal são muito estáveis
- Apresentam baixíssima tolerância de fabricação ($0,06\%$ a $0,15\%$).

Os termômetros de resistência são, portanto, considerados sensores de alta precisão e ótima repetitividade de leitura. Em



Figura 6.11 Fotografia de um RTD do tipo PT100. Cortesia Ruer S.A.



Figura 6.12 Símbolo padrão para um resistor que apresenta uma dependência linear com a temperatura; sensor resistivo com três e com quatro terminais.

geral, esses sensores são confeccionados com um fio (ou um enrolamento) de metal de alto grau de pureza, usualmente cobre, platina ou níquel. Esses sensores também são construídos depositando-se um filme metálico em um substrato cerâmico. Geralmente a platina é a melhor escolha, por ser um metal quimicamente inerte e, assim, conservar suas características a altas temperaturas (não se deixa contaminar com facilidade), além de poder trabalhar a altas temperaturas devido ao seu elevado ponto de fusão. A platina tem uma relação resistência/temperatura estável sobre a maior faixa de temperatura ($-184,44$ a $648,88^\circ\text{C}$). Elementos de níquel têm uma faixa limitada, tornando-se bastante não lineares acima de 300°C . O cobre tem uma relação resistência/temperatura bastante linear, porém oxida a temperaturas muito baixas e não pode ser utilizado acima de 150°C .

A platina é o melhor metal para construção de RTD, basicamente por três motivos: dentro de uma faixa, a relação resistência/temperatura é bastante linear; essa faixa é muito repetitiva; sua faixa de linearidade é a maior dentre os metais. A precisão de um RTD é significativamente maior que um termopar quando utilizado dentro da faixa de $-184,4$ a $648,88^\circ\text{C}$.

O padrão DIN-IEC-751 define as classes de tolerâncias A e B para a platina, cujas respectivas tolerâncias a 0°C introduzem uma incerteza de $\pm 0,15^\circ\text{C}$ e $\pm 0,30^\circ\text{C}$.

Atualmente, as termorresistências de platina mais usuais são: PT-25,5 Ω , PT-100 Ω , PT-120 Ω , PT-130 Ω , PT-500 Ω , e o mais conhecido e mais utilizado industrialmente é o PT-100 Ω . Essas siglas significam o metal (PT, platina) e a resistência à temperatura de 0°C . A nomenclatura de outros RTDs segue esse padrão. Por exemplo: NI-50 Ω é um RTD construído com níquel que apresenta 50Ω a 0°C .

A faixa de atuação de RTDs pode variar de acordo com a especificação do fabricante. Um sensor de filme de platina para aplicação industrial pode atuar na faixa de -50 a 260°C , enquanto os sensores de enrolamentos de fio de platina atuam entre -200 e 648°C . A faixa de temperatura mais comum de sensores industriais vai de -200 a 500°C . Entretanto, um resistor de platina padrão (SPRT) pode ser utilizado de -200 a 1000°C (o sensor padrão é bastante frágil e caro, sendo utilizado apenas para aferir padrões secundários). Os sensores de platina também são bastante conhecidos por serem estáveis e manterem suas características por longo período. Apesar de não ser o sensor mais sensível, esse é o motivo pelo qual a platina é mais utilizada que o níquel. A Figura 6.13 mostra a variação de alguns metais com a temperatura.

Além da temperatura, impurezas e ainda tensões mecânicas internas influem nas características resistência-temperatura dos elementos. De certo modo, são fatores como contaminações químicas e ainda tensão mecânica que reduzem a vida útil dos RTDs. Como se pode observar na Figura 6.13, cada metal apresenta uma sensibilidade diferente. O valor dessa sensibilidade está relacionado com o coeficiente de temperatura da resistividade.

Definindo a variação de resistência do metal em função da variação de temperatura temos:

$$R = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

¹John G. Webster, *Measurement, Instrumentation, and Sensors Handbook*, CRC Press LLC, 1999.

Tabela 6.1 Especificações para diferentes RTDs

Parâmetro	Platina	Cobre	Níquel	Molibdénio
Span °C	-200 a +850	-200 a +260	-80 a +320	-200 a +200
α a 0 °C $\left[\frac{\Omega}{\Omega/K} \right]$	0,00385	0,00427	0,00672	0,003786
R a 0 °C, [Ω]	25, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000	10 (20 °C)	50, 100, 120	100, 200, 500, 1000, 2000
Resistividade a 20 °C [μΩm]	10,6	1,673	6,844	5,7

*O coeficiente de temperatura depende da pureza do metal. Para a platina a 99,999% $\rightarrow \alpha = 0,00395/\text{°C}$.

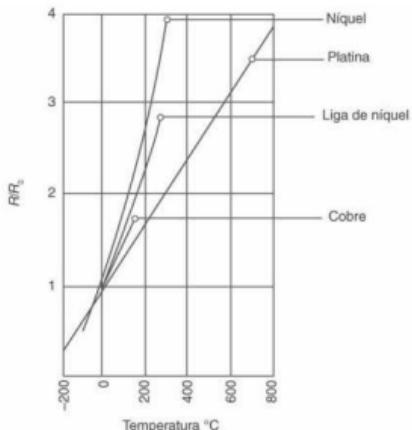


Figura 6.13 Variação da resistência de metais com a temperatura.

sendo

R a resistência à temperatura T

R_0 a resistência de referência à temperatura de referência T_0

α o coeficiente de temperatura do material.

Pode-se citar alguns α (0 a 100 °C) de materiais comumente utilizados em RTDs:

Cobre	$\rightarrow 0,0043 \frac{\Omega}{\Omega/\text{°C}}$
Níquel	$\rightarrow 0,00681 \frac{\Omega}{\Omega/\text{°C}}$ (DIN 47760)
Platina	$\rightarrow 0,00392 \frac{\Omega}{\Omega/\text{°C}}$ (MIL T 24388) $\rightarrow 0,00385 \frac{\Omega}{\Omega/\text{°C}}$ (IEC 751) (PRT)
Tungstênio	$\rightarrow 0,0046 \frac{\Omega}{\Omega/\text{°C}}$

α é, portanto, o coeficiente térmico do resistor calculado pela resistividade medida a duas temperaturas de referência (por exemplo, 0 °C e 100 °C).

Pode-se isolar o coeficiente de temperatura α :

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0(T - T_0)}$$

ou, de maneira específica, entre 0 °C e 100 °C:

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{(100 \text{ °C}) \cdot R_0}.$$

Essa equação é utilizada em faixas de temperaturas pequenas, nas quais se pode considerar a variação da resistência em função da temperatura uma curva linear.

A sensibilidade do sensor de temperatura é, por definição, a razão da variável de saída pela variável de entrada. Nesse caso,

$S_{RTD} = \frac{\Omega}{\text{°C}}$. Sendo assim, é necessário derivar a equação de modo a calcular S :

$$S_{RTD} = \frac{dR}{dT} = \frac{d[R_0(1 + \alpha(T - T_0))]}{dT} = \alpha R_0$$

Exemplo

Um dado RTD apresenta uma resistência de 100 Ω e $\alpha = 0,00389 \frac{\Omega}{\Omega/K}$ a 0 °C. Calcule a sensibilidade e o coeficiente de temperatura do RTD a 70 °C.

Solução:

A sensibilidade pode ser dada por: $S = \alpha_0 \cdot R_0 = \alpha_{70} \cdot R_{70}$ e, para esse sensor,

$$S = 0,00389 \times 100 = 0,389 \frac{\Omega}{K}$$

A 70 °C:

$$\alpha_{70} = \frac{\alpha_0 \cdot R_0}{R_{70}} = \frac{\alpha_0 \cdot R_0}{R_0 \cdot [1 + \alpha_0 \cdot (70^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})]} = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 \times 70} = \frac{0,00389}{1 + 0,00389 \times 70} = 0,00350 \frac{\Omega}{\Omega/K}$$

Fazendo uma análise mais profunda neste exemplo, podemos mostrar ainda que o coeficiente de temperatura diminui com o aumento da temperatura.

Existem diferentes especificações para o coeficiente de temperatura para RTDs de platina:

- ¶ A ITS90 (International Temperature Scale) especifica um mínimo de coeficiente de temperatura de 0,003925 para RTDs padrões de platina. As normas IEC751 e ASTM 1137 padronizaram o coeficiente de 0,0038500 para platina.
- ¶ É importante salientar que, quando o elemento é comercializado, o seu coeficiente é impresso na embalagem.
- ¶ Existem diferentes construções de RTDs de platina para uso industrial. Em uma das configurações, o fio de platina é enrolado em sentido radial (a fim de não causar indutâncias). Em outra configuração, o fio é enrolado e suspenso, de modo que se encaixe em pequenos furos inferiores ao corpo do sensor (Figura 6.14). Existem também os filmes depositados sobre um substrato cerâmico (Figuras 6.15 e 6.16). Em geral, o bulbo de resistividade é montado em uma bainha de aço inoxidável, totalmente preenchida com óxido de magnésio, de tal maneira que existam uma ótima condução térmica e proteção do bulbo com relação a choques mecânicos (pode-se ver uma fotografia na Figura 6.11). A Figura 6.17 mostra os detalhes



Figura 6.14 Bobina bifilar metálica enrolada sobre um substrato de cerâmica e encapsulada em cerâmica.

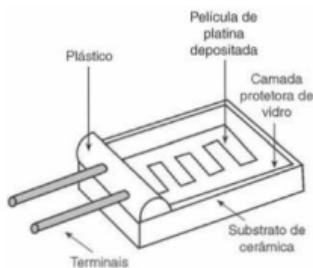


Figura 6.15 Detalhe de um sensor de temperatura de platina depositada sobre substrato cerâmico.

de uma construção desse tipo de sensor. O isolamento elétrico entre o bulbo e a bainha obedece à mesma norma.

- ¶ A construção dos sensores é de extrema importância e vai determinar a vida útil do elemento e a sua consequente precisão de medida.
- ¶ A faixa de temperatura de elementos de filme de platina vai de -50 a 400 °C, com uma precisão de 0,5 a 2,0 °C. Os sensores de filme de platina mais comuns possuem 100 Ω a 0 °C (PT100) e um coeficiente de temperatura de 0,00385 $\frac{\Omega}{\Omega/C}$ (Figura 6.16).

Para se utilizar um sensor do tipo RTD é necessário fazer uma corrente elétrica passar por ele. Essa corrente será responsável pela dissipação de potência por efeito joule. Isso faz com que o sensor indique uma temperatura mais alta que o valor real dessa temperatura. A isso se chama erro de autoaquecimento.



Figura 6.16 Fotografia da parte externa de um sensor de temperatura de platina depositada sobre substrato cerâmico. Cortesia Hayashi Denko.

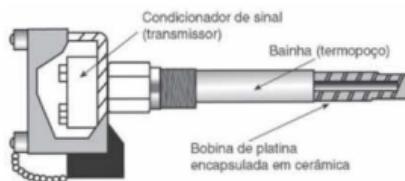


Figura 6.17 Detalhes da construção de um RTD de platina em uma bainha de aço inoxidável.

A fim de reduzir esses erros, deve-se reduzir a potência dissipada pelo sensor (geralmente se utiliza uma corrente de 1 mA). Pode-se também utilizar um sensor com baixa resistência térmica, o que favorece a dissipação do calor. Uma resistência térmica baixa está geralmente ligada ao tamanho desse sensor. Deve-se ainda aumentar ao máximo a área de contato do sensor.

A estabilidade de um sensor do tipo RTD depende do seu ambiente de trabalho. Quanto mais altas as temperaturas, maior a rapidez com que ocorrem desvios indesejáveis e contaminações. Abaixo de 400 °C, os desvios impressos são insignificantes, porém entre 500 °C e 600 °C eles tornam-se um problema, causando erros de até alguns graus por ano. Além disso, choques mecânicos, vibrações e a utilização inadequada do sensor também mudam as características do sensor, e podem ser introduzidos erros instantâneos. Também a umidade pode introduzir erros, uma vez que a água é condutora, podendo mudar a resistividade do RTD, de modo que é importante que o sensor esteja isolado elétrica e mecanicamente do ambiente em que está inserido para medir temperatura.

Em condições de uso extremo, é recomendável que o sensor seja calibrado mensalmente. Sob uso moderado, recomenda-se que a calibração seja executada ao menos uma vez por ano.

¶ 6.3.1.1 Calibração de termômetros de resistências metálicas

Existem dois métodos comumente utilizados para a calibração dos RTDs: método do ponto fixo e método de comparação.

O **método de ponto fixo** é utilizado para calibrações de alta precisão (0,0001 °C) e consiste na utilização de temperaturas de fusão ou solidificação de substâncias como água, zinco e argônio para gerar os pontos fixos e repetitivos de temperatura. De maneira geral, esse processo costuma ser lento e caro. Um método de calibração por ponto fixo comumente utilizado em ambiente industrial é o banho de gelo, uma vez que o equipamento necessário pode acomodar vários sensores de uma só vez, além do fato de ser possível obter precisões de até 0,005 °C.

O **método de comparação** utiliza um banho isotérmico estabilizado e aquecido eletricamente, no qual são colocados os sensores a calibrar e um sensor padrão que servirá de referência.

É importante salientar que, quaisquer que sejam, os métodos de calibração devem seguir os rigores das normas (não descritas neste trabalho).

A utilização do RTD em faixas de temperaturas estendidas através de pontos de calibração pode ser feita utilizando-se processos de ajuste de pontos definidos pela ITS90 (International Temperature Scale, de 1990). Entretanto, devido aos baixos padrões de erros exigidos, são necessários laboratórios especializados, bem como equipamentos sob extrema condição de controle e softwares que resolvam equações de relativa complexidade.

Para executar uma calibração em condições em que erros muito pequenos são exigidos, justifica-se a escolha de métodos complexos e de equipamentos caros como os descritos anteriormente; entretanto, para situações em que é suficiente uma incerteza maior ou igual a 0,1 °C, é possível utilizar técnicas mais simples de interpolação. Trata-se de equações de segunda e de

quarta ordens, facilmente implementadas por controladores programáveis.

Para um termômetro de resistência de platina:

De 0 °C a 850 °C:

$$R(t) = R_0(1 + At + Bt^2)$$

De -200 °C a 0 °C:

$$R(t) = R_0(1 + At + Bt^2 + C(t - 100)t^3),$$

sendo

$R(t)$ a resistência do termômetro de platina à temperatura t a temperatura em °C

R_0 a resistência do sensor a 0 °C

A, B, C coeficientes de calibração

Essas equações devem ser iteradas no mínimo cinco vezes.

Como alternativa, para aplicações industriais podem-se utilizar técnicas de regressão e ajuste de curvas como, por exemplo, mínimos quadrados, podendo-se alcançar incertezas de 0,05 °C.

Pela sua precisão e facilidade de utilização, os sensores do tipo RTD são amplamente utilizados, e ainda se busca aperfeiçoar algumas de suas limitações, tais como:

Utilização acima de 600 °C: para que isso seja possível, é necessário que os invólucros protetores consigam de fato suportar tais temperaturas sem iniciar um processo de contaminação no próprio elemento sensor para evitar desvios e não repetitividade.

Simplificação em processos de calibração: a utilização desses sensores em ambientes industriais requer, antes de mais nada, praticidade. Novas técnicas de calibração aliadas ao poder das máquinas digitais têm facilitado esse processo.

Um dos problemas relacionados a RTDs diz respeito às resistências dos cabos e contatos. Elas podem ser importantes fontes de erro, se somadas à resistência do sensor.

¶ 6.3.1.2 Montagens com RTDs

Uma das maneiras mais populares de utilização de RTDs é por meio de uma fonte de corrente para excitar o sensor e medir a tensão sobre ele. A Figura 6.18 mostra o esquema de uma fonte de corrente excitando um sensor do tipo RTD.

Outra maneira de implementar um termômetro com RTDs é utilizar um circuito em ponte de Wheatstone. A Figura 6.19 mostra uma montagem denominada ligação a dois fios. Nesse caso tem-se uma ligação para cada terminal do bulbo. Normalmente, essa montagem é satisfatória em locais em que o comprimento do cabo do sensor ao instrumento não ultrapassa 3 m para bitola de 20 AWG.

A Figura 6.20 mostra a montagem de três fios; nesse tipo de montagem, haverá uma compensação da resistência elétrica pelo terceiro fio. Na montagem a quatro fios (Figura 6.21) existem duas ligações para cada lado da ponte também, anulando os efeitos das resistências dos cabos.

A diferença entre essas montagens é que, na ligação a dois fios, haverá influência dos cabos de ligação na tensão de saída. Considerando-se a situação de equilíbrio, quando a resistência do RTD for R , a tensão na ponte será

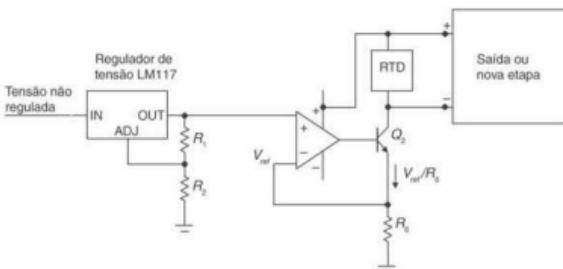


Figura 6.18 Fonte de corrente excitando um RTD.

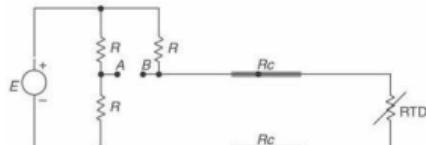


Figura 6.19 Montagem a dois fios.

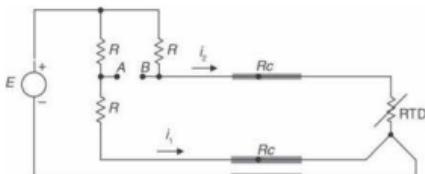


Figura 6.20 Montagem a três fios.

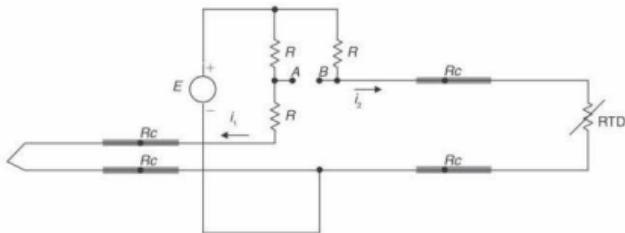


Figura 6.21 Montagem a quatro fios.

$$V_{AB} = \frac{1}{2} - \frac{(R_{RTD} + 2Rc)}{R + R_{RTD} + 2Rc} = \frac{1}{2} - \frac{R + 2Rc}{2R + 2Rc}$$

em que Rc representa a resistência dos cabos.

Ou seja, se os valores das resistências dos cabos (cabos longos) forem significativos, será introduzido um erro devido a eles. No caso da montagem a três fios, pode-se observar a Figura 6.20, em que se vê a seguinte situação:

$$V_{AB} = (R + Rc)i_1 - (R_{RTD} + Rc)i_2$$

No equilíbrio ou quando a resistência do RTD for igual a R , tem-se:

$$V_{AB} = 0$$

Isso acontece porque a ligação do terceiro fio compensou a queda de tensão devido à resistência dos cabos.

Na ligação a quatro fios (Figura 6.21), o raciocínio pode ser o mesmo para se chegar a

$$V_{AB} = (R + 2Rc)i_1 - (R_{RTD} + 2Rc)i_2,$$

e, novamente no equilíbrio, ou, quando a resistência do RTD for igual a R , tem-se:

$$V_{AB} = 0$$

6.3.2 Termistores

Os termistores são semicondutores cerâmicos que também têm sua resistência alterada como efeito direto da temperatura, mas



Figura 6.22 Símbolos padrões dos termistores que apresentam uma dependência não linear com temperatura (a) positiva e (b) negativa.



Figura 6.23 Exemplos de termistores comerciais. Cortesia Vishay, Inc.

que geralmente possuem um coeficiente de variação maior que os RTDs. Esses dispositivos são formados pela mistura de óxidos metálicos prensados e sintetizados em diversas formas ou em filmes finos, podendo ser encapsulados em vidro (herméticos para maior estabilidade) ou em epóxi. A palavra termistor vem de *thermally sensitive resistor*. São designados como NTC (*negative temperature coefficient*) quando apresentam um coeficiente de temperatura negativo e como PTC (*positive temperature coefficient*) quando apresentam um coeficiente de temperatura positivo. A Figura 6.22 apresenta os símbolos dos termistores (a linha horizontal no final da linha diagonal indica que a variação da resistência não é linear, segundo publicações da IEC — 117-6).

Esses dispositivos não são lineares e apresentam uma sensibilidade elevada (em geral, 3% a 5% por °C) com faixa de operação típica de -100 °C a +300 °C.

Os termistores são disponibilizados em tamanhos e formas variados. A Figura 6.23 traz alguns exemplos de termistores comerciais. A sua faixa de tolerância de fabricação também varia (geralmente de 5 a 20%).

Michael Faraday foi, em 1833, o primeiro a descrever um termistor. Os termistores são dispositivos baseados na dependência da temperatura de uma resistência semicondutora, que varia o número de cargas portadoras disponíveis e sua mobilidade. Quando a temperatura aumenta, o número de cargas portadoras também aumenta e a resistência diminui. Para o coeficiente de temperatura negativa, essa dependência varia com as impurezas; e, quando a dopagem é considerável, o semicondutor apresenta propriedades metálicas e um coeficiente de temperatura positiva em uma determinada faixa de temperatura.

6.3.2.1 Coeficiente de temperatura positivo — PTC

Os PTCs aumentam a sua resistência com o aumento da temperatura. Podem ser construídos de silício, e, em consequência, suas características dependem desse semicondutor dopado. Nes-

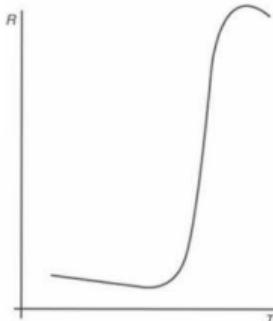


Figura 6.24 Curva típica $R \times T$ de um termistor do tipo chave (switching type thermistor).

se caso, a dependência da resistência em relação à temperatura é quase linear. Uma aplicação comum desse tipo de componente é a compensação de semicondutores e circuitos.

Outros termistores com coeficiente positivo são construídos com titanatos de bário, chumbo e estrônio. A temperaturas muito baixas (abaixo de 0 °C), o valor de resistência é baixo e a curva de resistência × temperatura exibe uma pequena faixa de coeficiente negativo de temperatura. Com o aumento da temperatura, esse coeficiente torna-se positivo e a resistência começa a aumentar, e só para de aumentar quando chega a seu limite, no qual novamente ocorre uma inversão do coeficiente de temperatura, tornando-se negativo. Devido a essas conversões do coeficiente, esse PTC é denominado PTC de chaveamento (*switching thermistor type*). Pode-se variar a temperatura na qual ocorre a conversão do coeficiente (e depende da composição do termistor, mas valores típicos estão entre 80 e 240 °C).

Os termistores apresentam características específicas. Consideremos, por exemplo, termistores do tipo PTC. Dependendo da sua composição e do seu nível de dopagem, alguns termistores PTC baseados na dopagem por silício mostram um declive baixo com a temperatura, e são chamados de tempsistores ou silistores, e, na faixa de temperatura de -60 °C a +150 °C, podem ser descritos por

$$R_f = R_{25} \cdot \left(\frac{273,15K + T}{298,15K} \right)^{2,3}$$

em que T está em kelvin. Apesar de existirem muitas aplicações com PTCs, os termistores com coeficiente negativo de temperatura (NTCs) são mais populares.

6.3.2.2 Coeficiente de temperatura negativo — NTC

Os termistores do tipo NTC consistem em óxidos metálicos tais como cromo, níquel, cobre, ferro, manganês e titânio. Esses componentes diminuem a sua resistência elétrica com o aumento da temperatura. A dependência da resistência em relação à tempe-

ratura do termistor do tipo NTC é aproximadamente igual à característica apresentada por semicondutores intrínsecos, para os quais a variação na resistividade elétrica é devida à excitação de portadores no *gap* de energia. Nesses componentes, o logaritmo da resistividade tem uma variação aproximadamente linear com o inverso da temperatura absoluta. Para pequenas faixas de temperatura, e ainda desconsiderando-se efeitos como o autoaquecimento, pode-se escrever a seguinte relação:

$$\ln(R_T) \approx A + \frac{\beta}{T},$$

sendo

β a constante do termistor dependente do material
 T a temperatura absoluta em K
 A uma constante

Considerando-se que a uma temperatura T_0 de referência (em K) tem-se uma resistividade conhecida R_0 , pode-se fazer:

$$R_T \approx R_0 \cdot e^{\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

Para $R_0 = 25$ °C, $T_0 = 273,15$ K + 25 K ≈ 298 K.
 β é chamado de coeficiente de temperatura do termistor, e seu valor varia de acordo com o tipo de NTC.

De $R_T = R_0 \cdot e^{\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$, a sensibilidade relativa ou TCR pode ser calculada por

$$\alpha = \frac{\frac{dR_T}{dT}}{R_T} = -\frac{\beta}{T^2}.$$

Essa equação mostra uma dependência não linear de T . Por exemplo, a 25 °C e com $\beta = 4\,000$ K, $\alpha = -4,5\%/\text{K}$, que é mais de 10 vezes o coeficiente do transdutor PT100. Em geral, altas resistividades apresentam altos TCRs.

Cabe observar que a dependência da temperatura de α no PT100 (ou, de maneira geral, nos RTDs) é linear e muito menor que o coeficiente do termistor.

A constante β pode ser calculada pela resistividade do termistor NTC a duas temperaturas de referência T_1 e T_2 . Se as resistividades medidas são, respectivamente, R_1 e R_2 , sucessivamente recolocando esses valores em $R_T = R_0 \cdot e^{\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$ e resolvendo para β , temos

$$R_1 = R_0 e^{\beta\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right)} \Rightarrow \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) = \beta\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right)$$

e, finalmente,

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

β é então especificado como β_{T_1/T_2} , como, por exemplo, $\beta_{20/50}$.

● Exemplo

Calcule β para um termistor NTC que tem 10 000 Ω a 25 °C e 3 800 Ω a 50 °C:

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}} = \frac{\ln\left(\frac{10\,000\,\Omega}{3\,800\,\Omega}\right)}{\frac{1}{(273,15 + 25)\text{K}} - \frac{1}{(273,15 + 50)\text{K}}} = 3\,729$$

Observe que o resultado não depende da temperatura de referência. Para um termistor típico, o modelo de dois parâmetros fornece uma precisão de $\pm 0,3$ °C para uma faixa de 50 °C. Um modelo de três parâmetros reduz esse erro para $\pm 0,01$ °C em uma faixa de 100 °C. O modelo é então descrito pela equação empírica de Steinhart e Hart:

$$R_T = e^{\left[A + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^2}\right]}.$$

Ou, alternativamente,

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln(R_T) + c \cdot (\ln(R_T))^2.$$

Medindo R_T a três temperaturas conhecidas e resolvendo a equação resultante do sistema, o valor de R_T para uma temperatura T é dado por:

$$R_T = \exp\left(3\sqrt[3]{\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{n^2}{27}}} + 3\sqrt[3]{\frac{m}{2} - \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{n^2}{27}}}\right).$$

$$\text{sendo } m = \left(\frac{a - \frac{b}{T}}{c}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ e } n = \frac{b^2}{c^2}.$$

● 6.3.2.3 Limitações dos termistores

As limitações dos termistores para a medição de temperatura e de outras quantidades físicas são similares às dos RTDs, mas os termistores são menos estáveis que os RTDs. Os termistores são amplamente utilizados, e apresentam alta sensibilidade e alta resolução para medição de temperatura. Sua alta resistividade permite massa pequena com rápida resposta e cabos de conexão longos.

Tabela 6.2 Características gerais dos termistores NTC de uso mais frequente

Faixa de temperatura	-100 °C a 450 °C
Resistência a 25 °C	0,5 Ω a 100 MΩ (1 kΩ a 10 MΩ é comum)
β	2 000 K a 5 500 K
Temperatura máxima	> 125 °C (300 °C em repouso; 600 °C intermitente)
Constante de dissipação δ	1 mW/K no ar; 8 mW/K no óleo
Constante de tempo térmica	1 ms a 22 s
Dissipação de potência máxima	1 mW a 1 W

A Tabela 6.2 apresenta algumas características gerais dos termistores NTC frequentemente utilizados.

6.3.2.4 Aplicações de termistores

Um circuito para medição de uma faixa de temperatura, como, por exemplo, no sistema de aquecimento de veículos formado por uma bateria, um resistor variável em série, um termistor e um microamperímetro, pode ser visto na Figura 6.25. A corrente no circuito é uma função não linear da temperatura em função do termistor, mas a escala do microamperímetro pode estar calibrada de acordo.

Outra aplicação comum de termistores do tipo NTC não é exatamente como sensores. Fontes chaveadas são conversores estáticos CC-CC que utilizam capacitores com valores relativos altos. No momento em que são ligados, esses capacitores são carregados por um pico de corrente que pode inutilizá-los. É comum utilizar um NTC na entrada desses componentes (circuitos de *rush-in*), pois de início o NTC está à temperatura ambiente

e sua resistência está relativamente alta, limitando, portanto, a corrente de carga inicial dos capacitores. Como as correntes de trabalho também podem ser altas (da ordem de alguns A), o NTC esquenta e baixa sua resistência e, em consequência, a queda de tensão sobre ele. Esses NTCs têm valores nominais muito mais baixos que os dos NTCs, utilizados como sensores. A Figura 6.26(a) traz a fotografia de um desses NTCs, e a Figura 6.26(b) traz a fotografia de uma fonte chaveada de computador com um NTC.

6.3.2.5 Linearização — NTCs

Para analisar um termistor NTC em um circuito, pode-se considerar a resistência equivalente de Thévenin R vista entre os terminais aos quais o termistor NTC está conectado. Considerando-se o circuito da Figura 6.27, a resistência equivalente de Thévenin é a combinação paralela de ambos os resistores:

$$R_p = \frac{R \times R_T}{R + R_T}$$

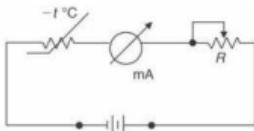


Figura 6.25 Aplicação de um termistor em um sistema de aquecimento automotivo.

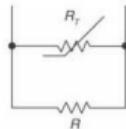


Figura 6.27 Circuito equivalente para cálculo da resistência vista dos terminais do NTC.

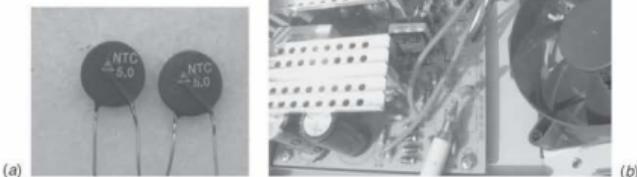


Figura 6.26 (a) Fotografia de um NTC utilizado em fontes chaveadas; (b) fotografia de uma fonte chaveada utilizando um NTC.

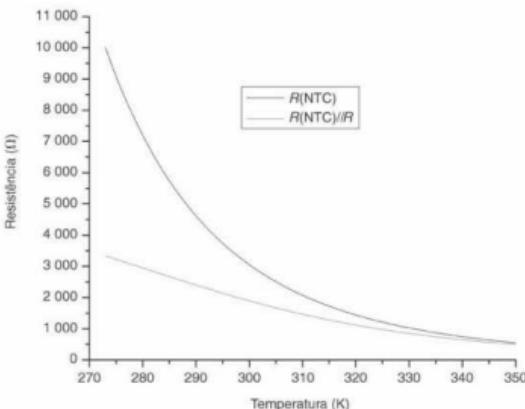


Figura 6.28 Característica resistência-temperatura de um termistor NTC desviada por um resistor R .

E a sensibilidade à temperatura pode ser assim calculada:

$$\frac{dR_p}{dT} = \frac{R^2}{(R_t + R)^2} \cdot \frac{dR_t}{dT}$$

R_p não é linear, mas sua mudança com a temperatura é menor que a R_t , pois o fator multiplicador dR_p/dT é menor que 1.

A melhora da linearidade é ganha a um custo — ou seja, a diminuição da sensibilidade. A Figura 6.28 apresenta o resultado para o caso específico: $R_0 = 10\text{ k}\Omega$, $\beta = 3\,600\text{ K}$ e $R = 5\,000\text{ }\Omega$.

O resistor R , ou, como alternativa, o termistor NTC, pode ser escolhido para melhorar a linearidade na faixa de medição. Um método analítico para se calcular R é forçar três pontos equidistantes na curva resistência-temperatura para coincidir com uma linha tracejada. Se $T_1 - T_2 = T_2 - T_3$, a condição é:

$$R_{p1} - R_{p2} = R_{p2} - R_{p3}.$$

Considerando-se $R_p = \frac{R \times R_t}{R + R_t}$:

$$\frac{R \times R_{T_1}}{R + R_{T_1}} - \frac{R \times R_{T_2}}{R + R_{T_2}} = \frac{R \times R_{T_2}}{R + R_{T_2}} - \frac{R \times R_{T_3}}{R + R_{T_3}}$$

Resolvendo para R , temos:

$$R = \frac{R_{T_2} \cdot (R_{T_1} + R_{T_3}) - 2 \cdot R_{T_1} \cdot R_{T_3}}{R_{T_1} + R_{T_3} - 2 \cdot R_{T_2}}.$$

Essa expressão não depende de nenhum modelo matemático para R_t . O mesmo método pode ser aplicado para termistores PTC e outros sensores resitivos não lineares. Outro método analítico consiste em forçar a curva resistência-temperatura a ter um ponto de inflexão no centro da faixa de medição (T_c). Para se obter o valor necessário para R , é necessária a deri-

$\frac{dR_p}{dT} = \frac{R^3}{(R_t + R)^2} \cdot \frac{dR_t}{dT}$ com relação à temperatura e vada de $\frac{dR_p}{dT}$ para zero. Isso fornece o valor de R :

$$R = R_{T_C} \cdot \frac{\beta - 2 \cdot T_c}{\beta + 2 \cdot T_c}.$$

A expressão $R = R_{T_C} \cdot \frac{\beta - 2 \cdot T_c}{\beta + 2 \cdot T_c}$ possibilita uma melhor linearização próxima de T_c . A equação $R = \frac{R_{T_2} \cdot (R_{T_1} + R_{T_3}) - 2 \cdot R_{T_1} \cdot R_{T_3}}{R_{T_1} + R_{T_3} - 2 \cdot R_{T_2}}$ fornece uma melhor linearização nas zonas próximas dos pontos de ajuste.

Exemplo

Considere o mesmo termistor da Figura 6.28 ($R_0 = 10\text{ k}\Omega$, $\beta = 3\,600\text{ K}$). Determine o valor de R para que a resposta seja linearizada entre 280 e 380 K.

Pelo método dos três pontos equidistantes:

$$\text{Em } T_3 = 280\text{ K} \Rightarrow R_3 = 7\,191\text{ }\Omega$$

$$\text{Em } T_2 = 330\text{ K} \Rightarrow R_2 = 1\,025\text{ }\Omega$$

$$\text{Em } T_1 = 380\text{ K} \Rightarrow R_1 = 244\text{ }\Omega$$

Aplicando a equação, temos:

$$R = \frac{1\,025 \cdot (244 + 7\,191) - 2 \cdot 244 \cdot 7\,191}{244 + 7\,191 - 2 \cdot 1\,025} \approx 763,5\text{ }\Omega$$

Utilizando o método do ponto central, temos:

$$T_c = 330 \text{ K e } R_{tc} = 1025 \Omega$$

$$R = 1025 \cdot \frac{3.600 - 2 \times 330}{3.600 + 2 \times 330} \cong 707 \Omega$$

Combinando resistores em série e em paralelo, é possível linearizar a característica resistência-temperatura, e é mais rápido do que fazê-lo via software (por meio de modelos). O procedimento para incluir resistores em série e em paralelo é o mesmo que se adotou anteriormente (para um resistor em paralelo apenas), porém a resistência equivalente deve ser recalculada. Por exemplo, a Figura 6.29 mostra um circuito com um NTC em série com um resistor e em paralelo com outro. Nesse caso a resistência equivalente é

$$R_{eq} = R_{AB} = \frac{(R_{\text{termistor}} + R_1) R_2}{R_2 + R_1 + R_{\text{termistor}}}.$$

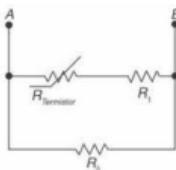


Figura 6.29 Exemplo de um circuito de linearização de um NTC em que se utilizam um resistor em série e outro em paralelo.

Algumas unidades comerciais linearizadas incluem um ou mais resistores em série e em paralelo com um ou mais termistores adotando o critério anteriormente discutido. Obviamente, sua "linearidade" é limitada a uma faixa especificada pelo fabricante.

Uma maneira simples de fazer o condicionamento de um sensor do tipo NTC é utilizando um divisor resistivo de tensão. Para faixas pequenas, em torno de um ponto central, pode-se obter uma curva (em forma de S) que, apesar de não linear, venha a atender às necessidades de baixo custo. A não linearidade da saída desse circuito é menos acentuada que a não linearidade do NTC. Fica como exercício ao leitor provar essas considerações analiticamente.

6.4 Termopares

6.4.1 Introdução

Sensores *self-generating* ou sensores ativos, como, por exemplo, os piezoeletrônicos, os termopares, os piroeletrônicos, os fotovoltaicos, os eletroquímicos, entre outros, geram um sinal elétrico a partir de um mensurando sem necessitar de alimentação. Essa família de sensores oferece métodos alternativos para muitas medições, como, por exemplo, de temperatura, de força, de pressão e de aceleração. Além disso, podem ser usados como atuadores para se obterem saídas não elétricas de sinais elétricos. Muitas vezes são denominados transdutores elétricos, pois fornecem tensão ou corrente elétrica em resposta ao estímulo. Um dos principais sensores dessa família que são utilizados industrialmente é o termopar, cujos princípios de funcionamento e principais características serão descritos nesta seção.

Entre 1821 e 1822, Thomas J. Seebeck observou a existência dos circuitos termelétricos quando estudava o efeito eletromagnético em metais. Observou que um circuito fechado, formado por dois metais diferentes, é percorrido por uma corrente elétrica quando as junções estão expostas a uma diferença de temperatura — efeito de Seebeck (Figura 6.30). Se o circuito é aberto, uma força eletromotriz (fem) termelétrica aparece e depende somente dos metais e das temperaturas das junções do termopar.

A relação entre a fem e a diferença de temperatura T entre as junções define o coeficiente de Seebeck S_{ab} , definido por:

$$S_{ab} = \frac{d(\text{fem})}{dT} = S_a - S_b$$

sendo que S_a e S_b representam, respectivamente, a potência termelétrica absoluta entre dois pontos a e b do termopar. Pela definição do coeficiente de Seebeck, percebe-se que ele depende da temperatura T e geralmente aumenta com o aumento da temperatura.

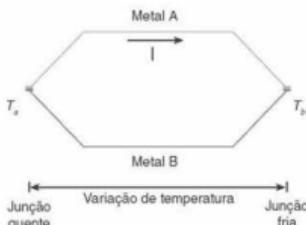


Figura 6.30 Circuito de Seebeck.

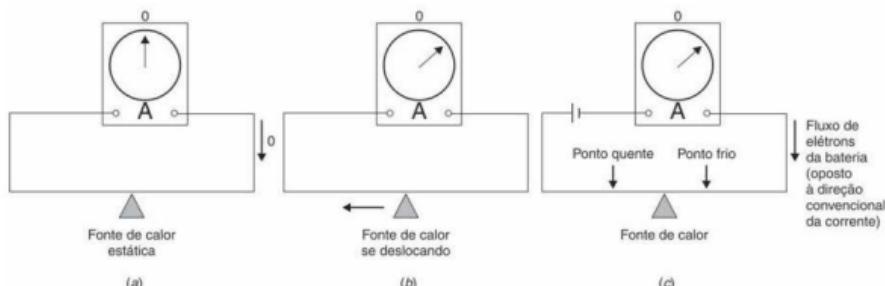


Figura 6.31 Efeito Thomson: (a) fonte estática de calor com fluxo de corrente nula, (b) fonte de calor se deslocando pelo condutor produzindo um fluxo de corrente e (c) com a inserção de uma bateria, os elétrons gerados pela fonte de calor que se deslocam no mesmo sentido dos elétrons gerados pela bateria liberam calor e aquecem o condutor. Os elétrons que se deslocam no sentido inverso absorvem calor reduzindo a temperatura do condutor.

Em 1834, Jean C. A. Peltier descobriu que, quando existe um fluxo de corrente na junção de dois metais diferentes, há liberação ou absorção de calor, conforme esboço da Figura 6.31. Esse fenômeno é conhecido como efeito de Peltier, e pode ser definido como a mudança no conteúdo de calor quando uma quantidade de carga (1 coulomb) atravessa a junção. Cabe observar que esse efeito é reversível e não depende da forma ou das dimensões dos condutores. Portanto, depende apenas da composição das junções e da temperatura. Essa dependência é linear e é descrita pelo coeficiente de Peltier π_{ab} (cuja unidade é o volt), que é definido como o calor gerado na junção entre a e b para cada unidade de fluxo entre b e a :

$$\pi_{ab}(T) = T \times (S_b - S_a) = -\pi_{ba}(T).$$

Em 1851, Lord Kelvin (Sir William Thomson Kelvin) verificou que um gradiente de temperatura em um condutor metálico é acompanhado de um pequeno gradiente de tensão cuja magnitude e direção dependem do tipo de metal. Esse efeito é conhecido como efeito Thomson. Quando a fonte de calor está parada (Figura 6.31(a)) ocorre um deslocamento aleatório de portadores. Nesse caso, o fluxo médio de elétrons é nulo. Entretanto ao deslocar a fonte de calor (Figura 6.31(b)), são gerados (no sentido do deslocamento) elétrons livres que se deslocam em número majoritário. Isso gera uma polarização do sistema e um fluxo de corrente.

Esse fenômeno é causado pelo gradiente térmico no condutor. Desde que ocorra uma diferença térmica nesse condutor haverá fluxo de corrente.

Um fato interessante ocorre ao se inserir uma bateria no circuito (Figura 6.31(c)). Nesse caso, os elétrons movem-se do polo negativo ao positivo. Ao aproximar uma fonte de calor ocasiona um deslocamento aleatório de elétrons (em ambas as direções). Nesse caso, os elétrons que se deslocam na mesma direção, daqueles excitados pela bateria, vão liberar calor e este lado do condutor ficará aquecido. Por sua vez, os elétrons que se deslocam na direção contrária absorvem calor e deixam esta parte do condutor mais frio.

O efeito Thomson pode ser descrito por:

$$q = \rho J^2 - \mu J \frac{dT}{dx}$$

em que

q é o calor por unidade de volume;

ρ é a resistividade do material;

J é a densidade de corrente;

μ é o coeficiente de Thomson;

$\frac{dT}{dx}$ é o gradiente de temperatura ao longo do condutor.

Nessa equação a primeira parcela é relativa ao efeito Joule e a segunda ao efeito Thomson. Cabe observar que o fluxo de corrente em um circuito depende da resistividade do condutor, mas a fem não depende da resistividade, das seções dos condutores ou da distribuição de temperatura ou gradiente. A fem depende somente das temperaturas entre as junções e dos metais que formam o termopar. Portanto, essa fem deve-se aos efeitos de Peltier e de Thomson.

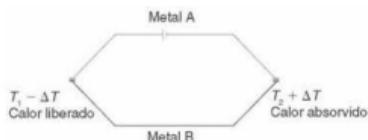


Figura 6.32 Efeito de Peltier.

6.4.2 Princípios fundamentais

Nesta subseção, serão descritas resumidamente as leis termelétricas que são necessárias para se compreender o funcionamento dos termopares. O circuito de Seebeck, denominado por termelétrico ou, comumente, termopar, é uma fonte de força eletrromotriz (tensão elétrica). Portanto, o termopar pode ser utili-

zado com um sensor de temperatura ou como uma fonte de energia elétrica (conversor de energia termelétrica); porém, na maioria das aplicações, é utilizado somente como sensor de temperatura, pois os termopares metálicos apresentam baixíssimo rendimento.

A polaridade e a magnitude da tensão (denominada tensão de Seebeck) V_s dependem da temperatura das junções e do tipo de material que constitui o elemento termopar. No exemplo da Figura 6.33, a tensão ou força eletromotriz não é afetada pelas temperaturas intermediárias, T_3 e T_4 , desde que as temperaturas das junções sejam constantes.

A principal aplicação relacionada à tensão de Seebeck e sua dependência é que, se a junção q , por exemplo, é mantida a uma temperatura fixa (em geral denominada temperatura de referência, T_2), a tensão de Seebeck é unicamente função da T_1 da outra junção (na Figura 6.33, denominada junção p). Portanto, medindo-se a tensão de Seebeck pode-se determinar a temperatura T_1 , desde que se tenha levantado experimentalmente a função $V_s(T_1)$ relativa à temperatura de referência T_2 . Esta breve descrição demonstra o uso do termopar como sensor de temperatura.

A lei dos metais intermediários é outra importante regra prática utilizada com frequência no uso dos termopares. A lei estabelece que, se em qualquer ponto do termopar for inserido um

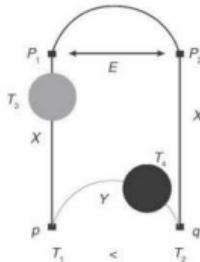


Figura 6.33 Tensão de Seebeck: depende apenas das características dos materiais constituintes do termopar e das temperaturas das junções.

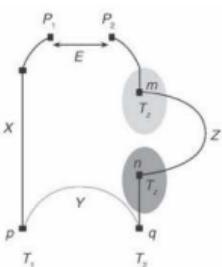


Figura 6.34 Lei dos metais intermediários: a tensão de Seebeck não se altera em função da inserção do metal intermediário, desde que as junções novas (m, n) sejam mantidas à mesma temperatura (T_3).

metal genérico, desde que as novas junções, criadas pela inserção do metal genérico, sejam mantidas a temperaturas iguais, a tensão de Seebeck não se altera (Figura 6.34).

Essa lei é aplicada no momento em que um instrumento de medição — como, por exemplo, de tensão elétrica — é ligado ao termopar. Nesse caso, o instrumento de medida é o metal intermediário, desde que q_1 e q_2 estejam à mesma temperatura T_2 . A Figura 6.35 traz um esboço desse importante conceito que apresenta aplicações na ligação de um instrumento de medida ao termopar ou na conexão de extensões ao termopar.

Outra lei essencial para a correta utilização dos termopares é a chamada lei das temperaturas sucessivas, que descreve a relação entre a fem obtida para diferentes temperaturas de referência ou de junção fria. Essa lei permite compensar ou prever dispositivos que compensem mudanças de temperatura da junta de referência. A relação $V_s = V_s(T)$ pode ser obtida graficamente (a chamada curva de calibração) para um termopar com a junta de referência em $T_1 = 0^\circ\text{C}$, conforme exemplifica a Figura 6.36.

Com a curva de calibração ou com a função de calibração de um determinado termopar pode-se determinar qualquer outra curva relativa à junta de referência a uma dada temperatura. As curvas de calibração dos termopares geralmente não são lineares, mas para a maioria dos termopares usuais pode-se considerá-las

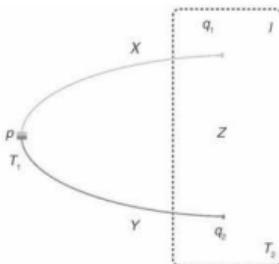


Figura 6.35 Aplicação da lei dos metais intermediários: o instrumento de medida é o metal intermediário e não altera a tensão de Seebeck, desde que suas junções estejam à mesma temperatura.

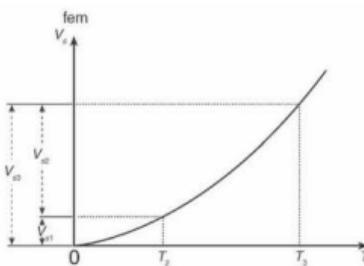


Figura 6.36 Curva de calibração de um determinado termopar.

lineares, a depender da faixa de temperatura utilizada e da sensibilidade do medidor de fém. A inclinação da curva $V_s \times T$ em um ponto qualquer (dV_s/dT) é denominada *potência termelétrica*, que geralmente é pequena e varia com a natureza do termopar. Por exemplo:

- ¶ Para cromel-alumel → quatro dezenas de $\mu V/\text{ }^{\circ}\text{C}$
- ¶ Para ferro-constantã → cinco dezenas de $\mu V/\text{ }^{\circ}\text{C}$.

A dependência da diferença de potencial entre as juntas com a temperatura pode ser aproximada por funções do tipo:

$$V_s = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + \dots + \dots$$

em que a, b, c são constantes determinadas experimentalmente. (Cabe observar que, se a junção de referência está a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\rightarrow a = 0$.) Portanto, a variação da fém (ΔV_s) em função da variação da temperatura (ΔT) é a potência termelétrica:

$$P = \frac{dV_s}{dT} = b + 2 \cdot c \cdot T + \dots$$

ou, para um intervalo de temperatura,

$$P = \frac{\Delta V_s}{\Delta T}.$$

É importante observar que a potência termelétrica (P) representa a sensibilidade de resposta (ΔV_s) do par termelétrico (ou termopar) à variação de temperatura (ΔT). Portanto, se um termopar apresenta uma potência termelétrica $20\text{ mV}/\text{ }^{\circ}\text{C}$ e outro $40\text{ mV}/\text{ }^{\circ}\text{C}$ para uma mesma faixa de temperatura, prevalece a opção pelo segundo termopar, pois apresenta uma variação maior de fém para cada $^{\circ}\text{C}$, o que torna mais fácil e eventualmente mais precisa a medição.

¶ 6.4.3 Os principais termopares comerciais

Sensores termopares ou termelétricos estão baseados principalmente em dois efeitos reversíveis anteriormente descritos: Seebeck e Thomson. Podem-se simplificadamente citar os requisitos gerais e simultâneos desejados na escolha dos metais para formação de um par termelétrico:

- ¶ Resistência à oxidação e à corrosão consequentes do meio e de altas temperaturas
- ¶ Linearidade dentro do possível
- ¶ Ponto de fusão maior que a maior temperatura à qual o termopar é usado
- ¶ Sua fém deve ser suficiente para ser medida com precisão razoável
- ¶ Sua fém deve aumentar continuamente com o aumento da temperatura (evidentemente, dentro da faixa de utilização do termoelemento)
- ¶ Os metais devem ser homogêneos
- ¶ Suas resistências elétricas não devem apresentar valores que limitem seu uso

- ¶ Sua fém deve ser estável durante a calibração e o uso dentro de limites aceitáveis
- ¶ Sua fém não deve ser alterada consideravelmente por mudanças químicas, físicas ou pela contaminação do ambiente
- ¶ Deve ser facilmente soldado pelo usuário.

O número de características desejadas limita a escolha dos materiais para formação do termopar. A Tabela 6.3 apresenta alguns termopares comerciais e suas características básicas. A Figura 6.37 traz um esboço de um termopar industrial com bainha (cobertura). Cabe observar que:

- ¶ Os termopares do tipo J (ferro-constantã) são versáteis, de baixo custo e indicados para atmosferas inertes ou redutoras (até $760\text{ }^{\circ}\text{C}$). Devem ser utilizados com tubos de proteção; isso porque, uma vez que contêm ferro, não são indicados para ambientes oxidantes. Muitas vezes utilizados em têmperas, fornos elétricos abertos e em processos de reciclagem;
- ¶ Os termopares do tipo K (cromel-alumel) têm uma faixa de medição maior do que a dos tipos E, J e T em ambientes oxidantes. Apresentam boa resistência mecânica a altas temperaturas e não são indicados para atmosferas redutoras. Utilizados principalmente em tratamentos térmicos, fornos, processos de fundição e banhos;
- ¶ Os termopares do tipo T (cobre-constantã) são resistentes à corrosão e úteis em ambientes excessivamente úmidos. Resistem a atmosferas redutoras e oxidantes e são muito utilizados.

Tabela 6.3 Alguns termopares comerciais e suas características básicas (padrão ANSI)

Tipo (ANSI)	Faixa ($^{\circ}\text{C}$)	Saída (fundo de escala — mV)	Incerteza ($^{\circ}\text{C}$)
B	38 a 1800	13,6	—
C	0 a 2300	37,0	—
E	0 a 982	75,0	$\pm 1,0$
J	184 a 760	43,0	$\pm 2,2$
K	-184 a 1260	56,0	$\pm 2,2$
N	-270 a 1300	51,8	—
R	0 a 1593	18,7	$\pm 1,5$
S	0 a 1538	16,0	$\pm 1,5$
T	-184 a 400	26,0	$\pm 1,0$

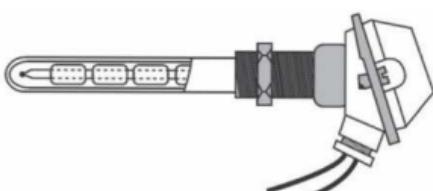


Figura 6.37 Esboço de um termopar industrial com bainha protetora e estrutura para ligação de cabos de compensação.

zados a temperaturas negativas. A principal desvantagem está relacionada à oxidação do cobre acima de 315 °C. Utilizados principalmente em estufas, banhos, fornos elétricos para baixas temperaturas;

- ¶ O termopar do tipo E (cromel-constantânt) apresenta alta sensibilidade e resiste a processos corrosivos inferiores a 0 °C e a ambientes oxidantes;
- ¶ O termopar do tipo N (nicrosil (Ni-Cr-Si)-nisil (Ni-Si-Mg)) resiste à oxidação e é estável a altas temperaturas;
- ¶ Os termopares baseados em metais nobres (B (Pt (6%)-ródio-Pt(30%)-ródio), R (Pt(13%)-ródio-Pt) e S (Pt(10%)-ródio-Pt)) são altamente resistentes à oxidação e à corrosão. São baseados em ligas de platina com ródio;
- ¶ Os termopares dos tipos C e N não são padrões ANSI; são filmes finos para medição de temperatura superficial.

Tabelas padrões fornecem a tensão de saída correspondente às temperaturas quando a junção fria ou de referência está a 0 °C. Sistemas computacionais podem usar polinômios para aproximar os valores das tabelas com precisão relacionada ao grau do polinômio. A Figura 6.38 apresenta algumas curvas dos termopares mais utilizados.

Com base nessa forma de onda, as sensibilidades aproximadas são:

- ¶ Tipo E → 70 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
- ¶ Tipo J → 55 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
- ¶ Tipo T → 50 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
- ¶ Tipo K → 40 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$

A utilização do gráfico da Figura 6.38 é restrita. Portanto, para boas medições são necessárias tabelas padrões ou representações polinomiais dessas características (em sistemas microprocessados, é facilmente empregada a aproximação polinomial). A expressão geral, conforme já salientamos, apresenta a forma:

$$T = a_0 + a_1 \cdot V + a_2 \cdot V^2 + a_3 \cdot V^3 + \dots + a_n \cdot V^n$$

sendo V a tensão observada em volts (V), T a temperatura da junção (°C); os coeficientes apropriados para os tipos particulares de termopares são dados na Tabela 6.4.

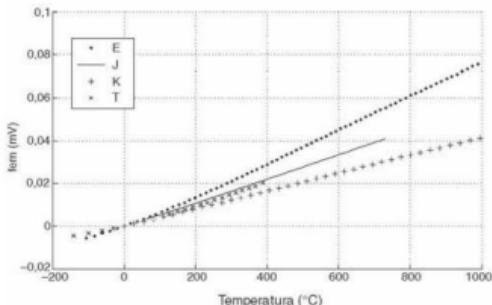


Figura 6.38 Características de alguns termopares com junção de referência a 0 °C.

Tabela 6.4 Coeficientes para os termopares E, J, K e T

Tipo E	Tipo J	Tipo K	Tipo T
-100 a 1000 °C	0 a 760 °C	0 a 1370 °C	-180 a 400 °C
a_0	0,104967248	-0,048868252	0,226584602
a_1	17189, 45282	19873, 14503	24152, 10900
a_2	-282639, 0850	-218614, 5353	67233, 4248
a_3	12695339, 5	11569199, 78	2210340, 682
a_4	-448703084, 6	-264917531, 4	-860963914, 9
a_5	$1,10866 \times 10^{-10}$	2018441314	$4,83506 \times 10^{-10}$
a_6	$-1,76807 \times 10^{-11}$		$-1,18452 \times 10^{-12}$
a_7	$1,71842 \times 10^{-12}$		$-2,66192 \times 10^{-13}$
a_8	$-9,19278 \times 10^{-12}$		$3,94078 \times 10^{-14}$
a_9	$2,06132 \times 10^{-15}$		

Suponha, por exemplo, que um termopar do tipo J apresente uma saída de 10,0 mV relativa à junção de referência a 0 °C. Então basta a equação:

$$T = a_0 + a_1 \cdot V + a_2 \cdot V^2 + a_3 \cdot V^3 + \dots + a_n \cdot V^n.$$

Pelos coeficientes fornecidos na Tabela 6.4, a temperatura indicada por esse termopar é de aproximadamente $T \approx 186^\circ\text{C}$.

Observa-se que existem procedimentos normalizados para utilização de tabelas em função de precisão e tempo de medida. Alternativamente, podem-se estilizar polinômios definindo a curva do termopar em faixas limitadas de temperatura.

6.4.4 Medição da tensão do termopar

Pode-se observar experimentalmente que a diferença de potencial (ddp) que surge nos terminais de um termopar não depende do ponto escolhido para se abrir o circuito. Porém, normalmente o ponto de medição corresponde a uma das junções que recebem os nomes mostrados na Figura 6.39.

Pode-se medir a tensão de Seebeck (V_s) diretamente conectando-se um voltímetro ao termopar (se as junções da conexão do voltímetro ao termopar estiverem à mesma temperatura, os terminais do voltímetro são considerados metais intermediários, ou seja, não interferirão na tensão de Seebeck), como, por exemplo, ao medir a fem de um termopar do tipo T pelo uso de um voltímetro adequado (escala de mV e com resistência interna maior que a resistência do termopar), conforme o esboço da Figura 6.40.

Neste exemplo, a junção de medida, ou junção quente, é a J1; portanto, essa junção está exposta ao ambiente ou ponto cuja temperatura se deseja conhecer. A junção fria desse termopar do

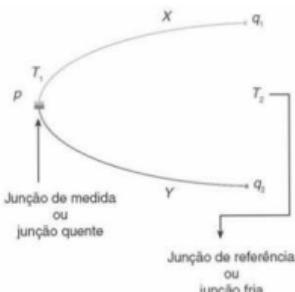


Figura 6.39 Ponto de medição (junção q aberta, denominada junção fria ou de referência).

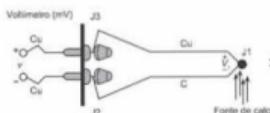


Figura 6.40 Uso de um voltímetro para medir a fem de um termopar do tipo T e seu circuito equivalente.

tipo T (cobre-constantânia) está conectada aos bornes do voltímetro cujos contatos internos são de cobre (Cu). Percebe-se pelo circuito equivalente que essa ligação cria uma junção J2 de metais diferentes (cobre-constantânia) e que a junção J3 não (Cu-Cu) de iguais metais não gera fem de acordo com o estudo experimental de Seebeck ($V_s = 0$ V). A junção J2 adiciona uma fem (V_s) em oposição a V_s ; portanto, o voltímetro indica a tensão proporcional à diferença de temperatura entre as junções J1 e J2 (esse tipo de circuito é essencial para a utilização correta do termopar, pois, caso a temperatura na junção J2 se torne prejudicial à medida desejada – junção J1 –, deve-se utilizar algum método para compensá-la).

6.4.5 Compensação da junta fria (junta de referência)

Na maioria das aplicações, o instrumento de medida e o termopar estão afastados. Dessa forma, se forem ligados cabos de cobre até o medidor, estaremos introduzindo novas juntas no sistema, que adicionariam erros ao sistema se houver algum gradiente de temperatura, como nos casos em que não são utilizados cabeçotes isotérmicos. Sendo assim, os terminais do termopar poderão ser conectados a uma espécie de cabeçote, e a partir desse cabeçote são adaptados fios de compensação (praticamente com as mesmas características dos fios do termopar, porém mais baratos) até o instrumento.

Para reduzir o efeito da junção J2 (da Figura 6.40), é preciso que uma junção permaneça a uma temperatura fixa (temperatura de referência) para se poder aplicar corretamente o efeito de Seebeck na medição de temperatura. A seguir serão apresentados alguns métodos para compensação da junta.

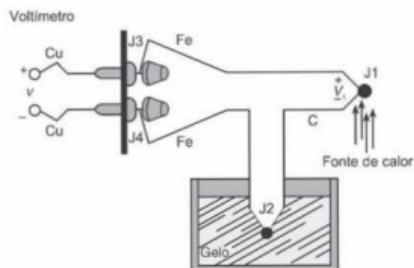


Figura 6.41 Exemplo anterior com a junção J2 imersa em banho de gelo agora caracterizada como junção de referência (a temperatura de referência deve ser constante).

Banho de gelo: uma das soluções trabalhosas é a colocação da junção de referência (ou junta de referência) em um banho de gelo. Facilmente se obtém uma boa precisão, mas é necessário manutenção frequente do banho, o que acarreta alto custo e, em algumas situações práticas, torna-se inviável. Pode-se considerar um bom método para um experimento de uma disciplina de instrumentação (laboratório de instrumentação). Portanto, no exemplo da Figura 6.40, pode-se colocar a junção J2 em um banho de gelo, forçando a temperatura nessa junção a 0 °C e caracterizando essa junção como de referência. A Figura 6.41 esboça esse método.

Como as junções junto aos bornes do voltímetro são ambas de cobre (Cu), não existe ferro e a medição realizada pelo voltímetro é proporcional à diferença de temperatura entre as junções J1 e J2 (de referência). A Figura 6.42 apresenta o circuito equivalente para esse método empregado na Figura 6.41.

Neste exemplo o voltímetro está indicando:

$$V = V_1 - V_2 \approx \alpha(t_{J1} - t_{J2})$$

Especificando as temperaturas em °C temos:

$$t_{J1}(K) = T_{J1}(\text{°C}) + 273,15$$

$$t_{J2}(K) = T_{J2}(\text{°C}) + 273,15$$

e, substituindo na expressão da tensão,

$$V = V_1 - V_2 \approx \alpha(t_{J1} - t_{J2})$$

$$V = \alpha(T_{J1} + 273,15) - (T_{J2} + 273,15)$$

$$V = \alpha(T_{J1} + 273,15 - T_{J2} - 273,15)$$

$$V = \alpha(T_{J1} - T_{J2})$$

Como na junção de referência a temperatura é zero (indicativo da importância da manutenção do banho de gelo),

$$V = \alpha(T_{J1} - 0) = \alpha \times T_{J1}$$

A temperatura em J2 é zero e não a tensão de saída dessa junção (que é função da temperatura absoluta). Adicionando a tensão da junção de referência, obtemos V referenciado a 0 °C. Cabe observar que, em função da precisão, esse método é utilizado pelo NIST (National Institute of Standard and Technology) como ponto de referência para suas tabelas padrões dos termopares.

Deve-se observar que esse método empregado com um termopar — por exemplo, do tipo J — irá criar outras junções na ligação do voltímetro ao termopar, pois são metais diferentes, conforme o esboço da Figura 6.43.

Para evitar erros na medição de temperatura através da junção J1, deve-se garantir que os bornes do voltímetro (portanto, seus contatos internos) estejam à mesma temperatura (lei dos metais intermediários). Para medições mais precisas, o voltímetro deve ser ligado a um cabeçote isotérmico (Figura 6.44).

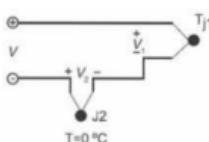


Figura 6.42 Circuito equivalente para a junção J2 imersa em banho de gelo.

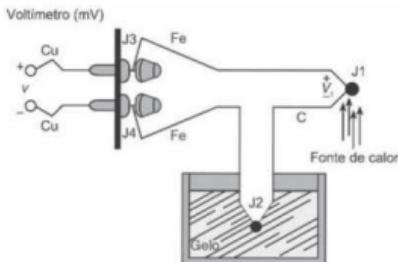


Figura 6.43 Termopar do tipo J ligado a um voltímetro com contatos internos de cobre. A ligação do termopar aos bornes do voltímetro criou duas novas junções.

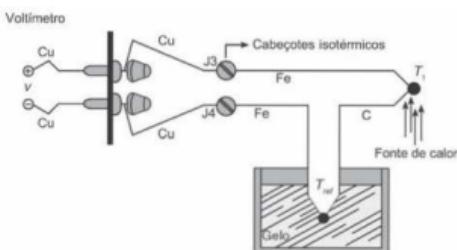


Figura 6.44 Uso de um cabeçote isotérmico interligando os terminais do voltímetro (Cu) ao termopar.

Um bom cabeçote isotérmico deve ser isolante elétrico, mas um bom condutor de calor. O cabeçote deve garantir que as junções J4 e J3 estejam à mesma temperatura. A saída de tensão é dada por:

$$V = \alpha(T_{J1} - T_{nj}),$$

que continua dependente do banho de gelo.

Pode-se utilizar outro método usando *apenas fios de cobre*, mas a necessidade de temperatura de referência permanece (Figura 6.45). Quando a faixa de interesse é pequena com relação à temperatura ambiente, podemos deixar a junção de referência exposta ao ambiente.

Um método amplamente empregado é a utilização do *bloco isotérmico* em vez do banho de gelo. Porém, é necessário medir a temperatura do bloco isotérmico (como junção de referência) e utilizar essa medida para determinar a temperatura desconhecida (da junção de medida). Pode-se utilizar um termistor para medir a temperatura da junção de referência e com um multímetro adequado:

¶ Meça a resistividade do termistor (resistividade é função da temperatura, conforme apresentamos nas seções anteriores) para encontrar a temperatura de referência (T_{nj}) e converter a equivalente tensão de referência (V_{nj});

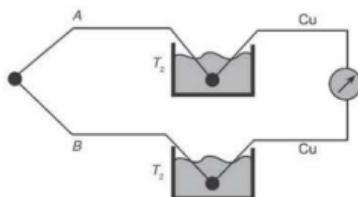


Figura 6.45 Medição de temperatura por meio de duas junções a temperatura constante e metais comuns (cobre, Cu) como extensão.

Meça a tensão V e adicione a V_{ref} para encontrar V_1 e, finalmente, converter para a temperatura $T_{1,0}$.

A Figura 6.46 traz um esboço desse método, geralmente chamado de Compensação por Software, pois em geral a temperatura fornecida pelo termistor é compensada automaticamente pelo instrumento de medida adequado a esse método.

Outra possibilidade é deixar a junção de referência à temperatura ambiente (sujeita, evidentemente, a flutuações), mas ao mesmo tempo medir com outro sensor de temperatura posicionado próximo à junção de referência. Depois, uma tensão igual à gerada na junção fria é somada a uma tensão produzida pelo circuito fazendo a compensação, como mostra o esboço da Figura 6.47.

As flutuações da temperatura ambiental são medidas com outro sensor, e a tensão igualmente gerada pela junção fria é

subtraída (nesse método a ponte precisa ser estável). Existem circuitos que medem a temperatura ambiente e fornecem a compensação de tensão para alguns termopares específicos. Por exemplo, o LT1025 (da National Semiconductors) trabalha com os tipos E, J, K, R, S e T. O AD594/AD595 da Analog Devices é um amplificador de instrumentação e compensador de junta fria. O AD596/AD597 são controladores que incluem o amplificador e compensação de junta fria para os termopares J e K.

Cabe observar que os termopares estão sujeitos a gradientes de temperatura, e a incidência de tais erros pode ser reduzida pela especificação de sensores longos e de pequeno diâmetro e pelo uso de bainhas ou coberturas com baixa condutividade térmica e que possibilitem alta transferência de calor por convecção entre o fluido e o termopar. Os principais materiais que protegem os termopares são constituintes de diversas famílias:

- ¶ Metais, tais como o inconel 600, e diversos tipos de aço inoxidável: 310SS, 304SS, 316SS, 347SS;
- ¶ Materiais cerâmicos tais como alumina, *frystan* e porcelanas de diversos tipos.

A Tabela 6.5 traz algumas características de algumas coberturas normalmente utilizadas em termopares de alta temperatura. Os metais que formam o termopar precisam ser isolados (tradicionalmente, a cerâmica é utilizada como isolante dos diferentes metais), como mostra a Figura 6.48. Nos últimos anos, os termopares denominados cimentados (Figura 6.49) tiveram seu uso aumentado. Normalmente esses termopares são laminados com plásticos para cimentar diretamente no equipamento.

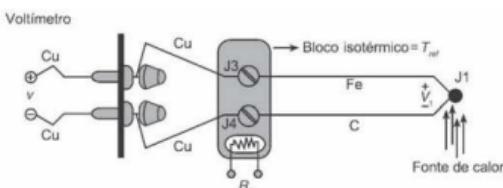


Figura 6.46 Bloco isotérmico em vez de banho de gelo.

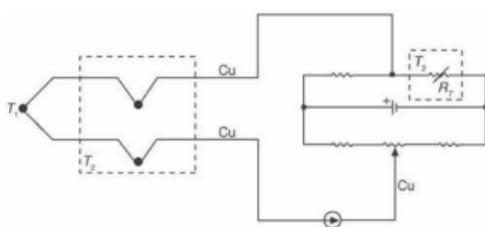


Figura 6.47 Compensação eletrônica para a junção de referência.

Tabela 6.5 Alguns tipos de coberturas protetoras para termopares

Material	Máxima temperatura e operação	Ambiente de trabalho	Características gerais
Molibdênio	2 205 °C	Inerte, vácuo, redutor	Sensível a oxidação acima de 500°C, resiste a muitos metais líquidos
Tântalo	2 582 °C	Inerte, vácuo	Resiste a muitos ácidos e meios alcalinos; muito sensível a oxidação acima de 300 °C
Inconel 600	1 149 °C	Oxidante, inerte, vácuo	Excelente resistência a oxidação a altas temperaturas

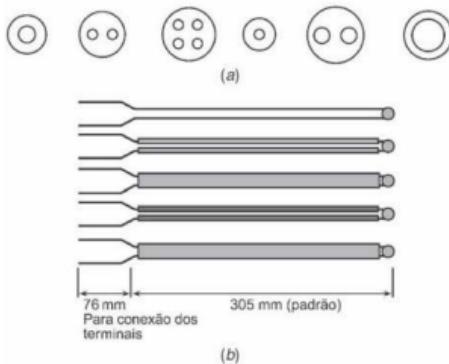


Figura 6.48 Isolantes dos fios do termopar: (a) faixa de tamanhos (da esquerda para a direita): 3,2; 2,4; 2,0; 1,6; 1,2; 0,8 e 0,4 mm de diâmetro; (b) aplicação dos isolantes em várias configurações de termopares.

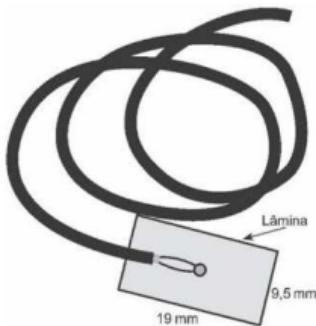


Figura 6.49 Termopar do tipo cimentado.

$mV \times T(^{\circ}C)$ — junção de referência a $0^{\circ}C$

${}^{\circ}C$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	${}^{\circ}C$
Tensão termelétrica (mV)												
-270	-9,835											-270
-260	-9,797	-9,802	-9,808	-9,813	-9,817	-9,821	-9,825	-9,828	-9,831	-9,833	-9,835	-260
-250	-9,718	-9,728	-9,737	-9,746	-9,754	-9,762	-9,770	-9,777	-9,784	-9,790	-9,797	-250
-240	-9,604	-9,617	-9,630	-9,642	-9,654	-9,666	-9,677	-9,688	-9,698	-9,709	-9,718	-240
-230	-9,455	-9,471	-9,487	-9,503	-9,519	-9,534	-9,548	-9,568	-9,586	-9,593	-9,577	-230
-220	-9,274	-9,293	-9,313	-9,331	-9,350	-9,368	-9,386	-9,404	-9,421	-9,438	-9,455	-220
-210	-9,063	-9,085	-9,107	-9,129	-9,151	-9,172	-9,193	-9,214	-9,234	-9,254	-9,274	-210
-200	-8,825	-8,850	-8,874	-8,899	-8,923	-8,947	-8,971	-8,994	-9,017	-9,040	-9,063	-200
-190	-8,561	-8,588	-8,616	-8,643	-8,669	-8,696	-8,722	-8,748	-8,774	-8,799	-8,825	-190
-180	-8,273	-8,303	-8,333	-8,362	-8,391	-8,420	-8,449	-8,477	-8,505	-8,533	-8,561	-180
-170	-7,963	-7,995	-8,027	-8,059	-8,090	-8,121	-8,152	-8,183	-8,213	-8,243	-8,273	-170
-160	-7,632	-7,666	-7,700	-7,733	-7,767	-7,800	-7,833	-7,866	-7,899	-7,931	-7,963	-160
-150	-7,279	-7,315	-7,351	-7,387	-7,423	-7,458	-7,493	-7,528	-7,563	-7,597	-7,632	-150
-140	-6,907	-6,945	-6,983	-7,021	-7,058	-7,096	-7,133	-7,170	-7,206	-7,243	-7,279	-140
-130	-6,516	-6,556	-6,596	-6,636	-6,675	-6,714	-6,753	-6,792	-6,831	-6,869	-6,907	-130
-120	-6,107	-6,149	-6,191	-6,232	-6,273	-6,314	-6,355	-6,396	-6,436	-6,476	-6,516	-120
-110	-5,681	-5,724	-5,767	-5,810	-5,853	-5,896	-5,939	-5,981	-6,023	-6,065	-6,107	-110
-100	-5,237	-5,282	-5,327	-5,372	-5,417	-5,461	-5,505	-5,549	-5,593	-5,637	-5,681	-100
-90	-4,777	-4,824	-4,871	-4,917	-4,963	-5,009	-5,055	-5,101	-5,147	-5,192	-5,237	-90
-80	-4,302	-4,350	-4,398	-4,446	-4,494	-4,542	-4,589	-4,636	-4,684	-4,731	-4,777	-80
-70	-3,811	-3,861	-3,911	-3,960	-4,009	-4,058	-4,107	-4,156	-4,205	-4,254	-4,302	-70
-60	-3,306	-3,357	-3,408	-3,459	-3,510	-3,561	-3,611	-3,661	-3,711	-3,761	-3,811	-60
-50	-2,787	-2,840	-2,892	-2,944	-2,996	-3,048	-3,100	-3,152	-3,204	-3,255	-3,306	-50
-40	-2,255	-2,309	-2,362	-2,416	-2,469	-2,523	-2,576	-2,629	-2,682	-2,735	-2,787	-40
-30	-1,709	-1,765	-1,820	-1,874	-1,929	-1,984	-2,038	-2,093	-2,147	-2,201	-2,255	-30
-20	-1,802	-1,797	-1,808	-1,813	-1,817	-1,821	-1,825	-1,828	-1,831	-1,833	-1,835	-20
-10	-0,582	-0,639	-0,697	-0,754	-0,811	-0,868	-0,925	-0,982	-1,039	-1,095	-1,152	-10
0	0,000	-0,059	-0,117	-0,176	-0,234	-0,292	-0,350	-0,408	-0,466	-0,524	-0,582	0
0	0,000	0,059	0,118	0,176	0,235	0,294	0,354	0,413	0,472	0,532	0,591	0
10	0,591	0,651	0,711	0,770	0,830	0,890	0,950	1,010	1,071	1,131	1,192	10
20	1,192	1,252	1,313	1,373	1,434	1,495	1,556	1,617	1,678	1,740	1,801	20
30	1,801	1,862	1,924	1,986	2,047	2,109	2,171	2,233	2,295	2,357	2,420	30
40	2,420	2,482	2,545	2,607	2,670	2,733	2,795	2,858	2,921	2,984	3,048	40
50	3,048	3,111	3,174	3,238	3,301	3,365	3,429	3,492	3,556	3,620	3,685	50
60	3,685	3,749	3,813	3,877	3,942	4,006	4,071	4,136	4,200	4,265	4,330	60
70	4,330	4,395	4,460	4,526	4,591	4,656	4,722	4,788	4,853	4,919	4,985	70
80	4,985	5,051	5,117	5,183	5,249	5,315	5,382	5,448	5,514	5,581	5,648	80
90	5,648	5,714	5,781	5,848	5,915	5,982	6,049	6,117	6,184	6,251	6,319	90
100	6,319	6,386	6,454	6,522	6,590	6,658	6,725	6,794	6,862	6,930	6,998	100
110	6,998	7,066	7,135	7,203	7,272	7,341	7,409	7,478	7,547	7,616	7,685	110
120	7,685	7,754	7,823	7,892	7,962	8,031	8,101	8,170	8,240	8,309	8,379	120
130	8,379	8,449	8,519	8,589	8,659	8,729	8,799	8,869	8,940	9,010	9,081	130
140	9,081	9,151	9,222	9,292	9,363	9,434	9,505	9,576	9,647	9,718	9,789	140
150	9,789	9,860	9,931	10,003	10,074	10,145	10,217	10,288	10,360	10,482	10,503	150
160	10,503	10,575	10,647	10,719	10,791	10,863	10,935	11,007	11,080	11,152	11,224	160
170	11,224	11,297	11,369	11,442	11,514	11,587	11,660	11,733	11,805	11,878	11,951	170
180	11,951	12,024	12,097	12,170	12,243	12,317	12,390	12,463	12,537	12,610	12,684	180
190	12,684	12,757	12,831	12,904	12,978	13,052	13,126	13,199	13,273	13,347	13,421	190

 ${}^{\circ}C$ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ${}^{\circ}C$ Figura 6.50 Tensão (mV) \times T (${}^{\circ}C$) para o termopar E.T
e
r

m
o

p
a
r

E

mV × T(°C) — junção de referência a 0 °C												
°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	°C
Tensão termelétrica (mV)												
-210	-8,095											-210
-200	-7,890	-7,912	-7,934	-7,955	-7,976	-7,996	-8,017	-8,037	-8,057	-8,076	-8,095	-200
-190	-7,659	-7,683	-7,707	-7,731	-7,755	-7,778	-7,801	-7,824	-7,846	-7,868	-7,890	-190
-180	-7,403	-7,429	-7,456	-7,482	-7,508	-7,534	-7,559	-7,585	-7,610	-7,634	-7,659	-180
-170	-7,123	-7,152	-7,181	-7,209	-7,237	-7,265	-7,293	-7,321	-7,348	-7,376	-7,403	-170
-160	-6,821	-6,853	-6,883	-6,914	-6,944	-6,975	-7,005	-7,035	-7,064	-7,094	-7,123	-160
-150	-6,500	-6,533	-6,566	-6,598	-6,631	-6,663	-6,695	-6,727	-6,759	-6,790	-6,821	-150
-140	-6,159	-6,194	-6,229	-6,263	-6,298	-6,332	-6,366	-6,400	-6,433	-6,467	-6,500	-140
-130	-5,801	-5,838	-5,874	-5,910	-5,946	-5,982	-6,018	-6,054	-6,089	-6,124	-6,159	-130
-120	-5,426	-5,465	-5,503	-5,541	-5,578	-5,616	-5,653	-5,690	-5,727	-5,764	-5,801	-120
-110	-5,037	-5,076	-5,116	-5,155	-5,194	-5,233	-5,272	-5,311	-5,350	-5,388	-5,426	-110
-100	-4,633	-4,674	-4,714	-4,755	-4,796	-4,836	-4,877	-4,917	-4,957	-4,997	-5,037	-100
-90	-4,215	-4,257	-4,300	-4,342	-4,384	-4,425	-4,467	-4,509	-4,550	-4,591	-4,633	-90
-80	-3,786	-3,829	-3,872	-3,916	-3,959	-4,002	-4,045	-4,088	-4,130	-4,173	-4,215	-80
-70	-3,344	-3,389	-3,434	-3,478	-3,522	-3,566	-3,610	-3,654	-3,698	-3,742	-3,786	-70
-60	-2,893	-2,938	-2,984	-3,029	-3,075	-3,120	-3,165	-3,210	-3,255	-3,300	-3,344	-60
-50	-2,431	-2,478	-2,524	-2,571	-2,617	-2,663	-2,709	-2,755	-2,801	-2,847	-2,893	-50
-40	-1,961	-2,008	-2,055	-2,103	-2,150	-2,197	-2,244	-2,291	-2,338	-2,385	-2,431	-40
-30	-1,482	-1,530	-1,578	-1,626	-1,674	-1,722	-1,770	-1,818	-1,865	-1,913	-1,961	-30
-20	-0,995	-1,044	-1,093	-1,142	-1,190	-1,239	-1,288	-1,336	-1,385	-1,433	-1,482	-20
-10	-0,501	-0,550	-0,600	-0,650	-0,699	-0,749	-0,798	-0,847	-0,896	-0,946	-0,995	-10
0	0,000	-0,050	-0,101	-0,151	-0,201	-0,251	-0,301	-0,351	-0,401	-0,451	-0,501	0
0	0,050	0,100	0,151	0,202	0,253	0,303	0,354	0,405	0,456	0,507	0	p
10	0,507	0,558	0,609	0,660	0,711	0,762	0,814	0,865	0,916	0,968	1,019	10
20	1,019	1,071	1,122	1,174	1,226	1,277	1,329	1,381	1,433	1,485	1,537	20
30	1,537	1,589	1,641	1,693	1,745	1,797	1,849	1,902	1,954	2,006	2,059	30
40	2,059	2,111	2,164	2,216	2,269	2,322	2,374	2,427	2,480	2,532	2,585	40
50	2,585	2,638	2,691	2,744	2,797	2,850	2,903	2,956	3,009	3,062	3,116	50
60	3,116	3,169	3,222	3,275	3,329	3,382	3,436	3,489	3,543	3,596	3,650	60
70	3,650	3,703	3,757	3,810	3,864	3,918	3,971	4,025	4,079	4,133	4,187	70
80	4,187	4,240	4,294	4,348	4,402	4,456	4,510	4,564	4,618	4,672	4,726	80
90	4,726	4,781	4,835	4,889	4,943	4,997	5,052	5,106	5,160	5,215	5,269	90
100	5,269	5,323	5,378	5,432	5,487	5,541	5,595	5,650	5,705	5,759	5,814	100
110	5,814	5,868	5,923	5,977	6,032	6,087	6,141	6,196	6,251	6,306	6,360	110
120	6,360	6,415	6,470	6,525	6,579	6,634	6,689	6,744	6,799	6,854	6,909	120
130	6,909	6,964	7,019	7,074	7,129	7,184	7,239	7,294	7,349	7,404	7,459	130
140	7,459	7,514	7,569	7,624	7,679	7,734	7,789	7,844	7,900	7,955	8,010	140
150	8,010	8,065	8,120	8,175	8,231	8,286	8,341	8,396	8,452	8,507	8,562	150
160	8,562	8,618	8,673	8,728	8,783	8,839	8,894	8,949	9,005	9,060	9,115	160
170	9,115	9,171	9,226	9,282	9,337	9,392	9,448	9,503	9,559	9,614	9,669	170
180	9,669	9,725	9,780	9,836	9,891	9,947	10,002	10,057	10,113	10,168	10,224	180
190	10,224	10,279	10,335	10,390	10,446	10,501	10,557	10,612	10,668	10,723	10,779	190
200	10,779	10,834	10,890	10,945	11,001	11,056	11,112	11,167	11,223	11,278	11,334	200
210	11,334	11,389	11,445	11,501	11,556	11,612	11,667	11,723	11,778	11,834	11,889	210
220	11,889	11,945	12,000	12,056	12,111	12,167	12,222	12,278	12,334	12,389	12,445	220
230	12,445	12,500	12,556	12,611	12,667	12,722	12,778	12,833	12,889	12,944	13,000	230
240	13,000	13,056	13,111	13,167	13,222	13,278	13,333	13,389	13,444	13,500	13,555	240

Figura 6.51 Tensão (mV) × T (°C) para o termopar J.

mV × T(°C) — junção de referência a 0 °C												
°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	°C
Tensão termelétrica (mV)												
-270	-6,458											-270
-260	-6,411	-6,444	-6,446	-6,448	-6,450	-6,452	-6,453	-6,455	-6,456	-6,457	-6,458	-260
-250	-6,404	-6,408	-6,413	-6,417	-6,421	-6,425	-6,429	-6,432	-6,435	-6,438	-6,441	-250
-240	-6,344	-6,351	-6,358	-6,364	-6,370	-6,377	-6,382	-6,388	-6,393	-6,399	-6,404	-240
-230	-6,262	-6,271	-6,280	-6,289	-6,297	-6,306	-6,314	-6,322	-6,329	-6,337	-6,344	-230
-220	-6,158	-6,170	-6,181	-6,192	-6,202	-6,213	-6,223	-6,233	-6,243	-6,252	-6,262	-220
-210	-6,035	-6,048	-6,061	-6,074	-6,087	-6,099	-6,111	-6,123	-6,135	-6,147	-6,158	-210
-200	-5,891	-5,907	-5,922	-5,936	-5,951	-5,965	-5,980	-5,994	-6,007	-6,021	-6,035	-200
-190	-5,730	-5,747	-5,763	-5,780	-5,797	-5,813	-5,829	-5,845	-5,861	-5,876	-5,891	-190
-180	-5,550	-5,569	-5,588	-5,606	-5,624	-5,642	-5,660	-5,678	-5,695	-5,713	-5,730	-180
-170	-5,354	-5,374	-5,395	-5,415	-5,435	-5,454	-5,474	-5,493	-5,512	-5,531	-5,550	-170
-160	-5,141	-5,163	-5,185	-5,207	-5,228	-5,250	-5,271	-5,292	-5,313	-5,333	-5,354	-160
-150	-4,913	-4,936	-4,960	-4,983	-5,006	-5,029	-5,052	-5,074	-5,097	-5,119	-5,141	-150
-140	-4,669	-4,694	-4,719	-4,744	-4,768	-4,793	-4,817	-4,841	-4,865	-4,889	-4,913	-140
-130	-4,411	-4,437	-4,463	-4,490	-4,516	-4,542	-4,567	-4,593	-4,618	-4,644	-4,669	-130
-120	-4,138	-4,166	-4,194	-4,221	-4,249	-4,276	-4,303	-4,330	-4,357	-4,384	-4,411	-120
-110	-3,852	-3,882	-3,911	-3,939	-3,968	-3,997	-4,025	-4,054	-4,082	-4,110	-4,138	-110
-100	-3,554	-3,584	-3,614	-3,645	-3,675	-3,705	-3,734	-3,764	-3,794	-3,823	-3,852	-100
-90	-3,243	-3,274	-3,306	-3,337	-3,368	-3,400	-3,431	-3,462	-3,492	-3,523	-3,554	-90
-80	-2,920	-2,953	-2,986	-3,018	-3,050	-3,083	-3,115	-3,147	-3,179	-3,211	-3,243	-80
-70	-2,587	-2,620	-2,654	-2,688	-2,721	-2,755	-2,788	-2,821	-2,854	-2,887	-2,920	-70
-60	-2,243	-2,278	-2,312	-2,347	-2,382	-2,416	-2,450	-2,485	-2,519	-2,553	-2,587	-60
-50	-1,889	-1,925	-1,961	-1,996	-2,032	-2,067	-2,103	-2,138	-2,173	-2,208	-2,243	-50
-40	-1,527	-1,564	-1,600	-1,637	-1,673	-1,709	-1,745	-1,782	-1,818	-1,854	-1,889	-40
-30	-1,156	-1,194	-1,231	-1,268	-1,305	-1,343	-1,380	-1,417	-1,453	-1,490	-1,527	-30
-20	-0,778	-0,816	-0,854	-0,892	-0,930	-0,968	-1,006	-1,043	-1,081	-1,119	-1,156	-20
-10	-0,392	-0,431	-0,470	-0,508	-0,547	-0,586	-0,624	-0,663	-0,701	-0,739	-0,778	-10
0	0,000	-0,039	-0,079	-0,118	-0,157	-0,197	-0,236	-0,275	-0,314	-0,353	-0,392	0
0	0,000	0,039	0,079	0,119	0,158	0,198	0,238	0,277	0,317	0,357	0,397	0
10	0,397	0,437	0,477	0,517	0,557	0,597	0,637	0,677	0,718	0,758	0,798	10
20	0,798	0,838	0,879	0,919	0,960	1,000	1,041	1,081	1,122	1,163	1,203	20
30	1,203	1,244	1,285	1,326	1,366	1,407	1,448	1,489	1,530	1,571	1,612	30
40	1,612	1,653	1,694	1,735	1,776	1,817	1,858	1,899	1,941	1,982	2,023	40
50	2,023	2,064	2,106	2,147	2,188	2,230	2,271	2,312	2,354	2,395	2,436	50
60	2,436	2,478	2,519	2,561	2,602	2,644	2,685	2,727	2,768	2,810	2,851	60
70	2,851	2,893	2,934	2,976	3,017	3,059	3,100	3,142	3,184	3,225	3,267	70
80	3,267	3,308	3,350	3,391	3,433	3,474	3,516	3,557	3,599	3,640	3,682	80
90	3,682	3,723	3,765	3,806	3,848	3,889	3,931	3,972	4,013	4,055	4,096	90
100	4,096	4,138	4,179	4,220	4,262	4,303	4,344	4,385	4,427	4,468	4,509	100
110	4,509	4,550	4,591	4,633	4,674	4,715	4,756	4,797	4,838	4,879	4,920	110
120	4,920	4,961	5,002	5,043	5,084	5,124	5,165	5,206	5,247	5,288	5,328	120
130	5,328	5,369	5,410	5,450	5,491	5,532	5,572	5,613	5,653	5,694	5,735	130
140	5,735	5,775	5,815	5,856	5,896	5,937	5,977	6,017	6,058	6,098	6,138	140
150	6,138	6,179	6,219	6,259	6,299	6,339	6,380	6,420	6,460	6,500	6,540	150
160	6,540	6,580	6,620	6,660	6,701	6,741	6,781	6,821	6,861	6,901	6,941	160
170	6,941	6,981	7,021	7,060	7,100	7,140	7,180	7,220	7,260	7,300	7,340	170
180	7,340	7,380	7,420	7,460	7,500	7,540	7,579	7,619	7,659	7,699	7,739	180
190	7,739	7,779	7,819	7,859	7,899	7,939	7,979	8,019	8,059	8,099	8,138	190

Figura 6.52 Tensão (mV) × T (°C) para o termopar K.

mV × T(°C) — junção de referência a 0 °C												
°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	°C
Tensão termelétrica (mV)												
-270	-6,258											-270
-260	-6,232	-6,236	-6,239	-6,242	-6,245	-6,248	-6,251	-6,253	-6,255	-6,256	-6,258	-260
-250	-6,180	-6,187	-6,193	-6,198	-6,204	-6,209	-6,214	-6,219	-6,223	-6,228	-6,232	-250
-240	-6,105	-6,114	-6,122	-6,130	-6,138	-6,146	-6,153	-6,160	-6,167	-6,174	-6,180	-240
-230	-6,007	-6,017	-6,028	-6,038	-6,049	-6,059	-6,068	-6,078	-6,087	-6,096	-6,105	-230
-220	-5,888	-5,901	-5,914	-5,926	-5,938	-5,950	-5,962	-5,973	-5,985	-5,996	-6,007	-220
-210	-5,753	-5,767	-5,782	-5,795	-5,809	-5,823	-5,836	-5,850	-5,863	-5,876	-5,888	-210
-200	-5,603	-5,619	-5,634	-5,650	-5,665	-5,680	-5,695	-5,710	-5,724	-5,739	-5,753	-200
-190	-5,439	-5,456	-5,473	-5,489	-5,506	-5,523	-5,539	-5,555	-5,571	-5,587	-5,603	-190
-180	-5,261	-5,279	-5,297	-5,316	-5,334	-5,351	-5,369	-5,387	-5,404	-5,421	-5,439	-180
-170	-5,070	-5,089	-5,109	-5,128	-5,148	-5,167	-5,186	-5,205	-5,224	-5,242	-5,261	-170
-160	-4,865	-4,886	-4,907	-4,928	-4,949	-4,969	-4,989	-5,010	-5,030	-5,050	-5,070	-160
-150	-4,648	-4,671	-4,693	-4,715	-4,737	-4,759	-4,780	-4,802	-4,823	-4,844	-4,865	-150
-140	-4,419	-4,443	-4,466	-4,489	-4,512	-4,535	-4,558	-4,581	-4,604	-4,626	-4,648	-140
-130	-4,177	-4,202	-4,226	-4,251	-4,275	-4,300	-4,324	-4,348	-4,372	-4,395	-4,419	-130
-120	-3,923	-3,949	-3,975	-4,000	-4,026	-4,052	-4,077	-4,102	-4,127	-4,152	-4,177	-120
-110	-3,657	-3,684	-3,711	-3,738	-3,765	-3,791	-3,818	-3,844	-3,871	-3,897	-3,923	-110
-100	-3,379	-3,407	-3,435	-3,463	-3,491	-3,519	-3,547	-3,574	-3,602	-3,629	-3,657	-100
-90	-3,089	-3,118	-3,148	-3,177	-3,206	-3,235	-3,264	-3,293	-3,322	-3,350	-3,379	-90
-80	-2,788	-2,818	-2,849	-2,879	-2,910	-2,940	-2,970	-3,000	-3,030	-3,059	-3,089	-80
-70	-2,476	-2,507	-2,539	-2,571	-2,602	-2,633	-2,664	-2,695	-2,726	-2,757	-2,788	-70
-60	-2,153	-2,186	-2,218	-2,251	-2,283	-2,316	-2,348	-2,380	-2,412	-2,444	-2,476	-60
-50	-1,819	-1,853	-1,887	-1,920	-1,954	-1,987	-2,021	-2,054	-2,087	-2,120	-2,153	-50
-40	-1,475	-1,510	-1,545	-1,579	-1,614	-1,648	-1,683	-1,717	-1,751	-1,785	-1,819	-40
-30	-1,121	-1,157	-1,192	-1,228	-1,264	-1,299	-1,335	-1,370	-1,405	-1,440	-1,475	-30
-20	-0,757	-0,794	-0,830	-0,867	-0,904	-0,940	-0,976	-1,013	-1,049	-1,085	-1,121	-20
-10	-0,383	-0,421	-0,459	-0,496	-0,534	-0,571	-0,608	-0,646	-0,683	-0,720	-0,757	-10
0	0,000	-0,039	-0,077	-0,116	-0,154	-0,193	-0,231	-0,269	-0,307	-0,345	-0,383	0
Tensão (mV) × T (°C) para o termopar T.												
°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	°C

Figura 6.53 Tensão (mV) × T (°C) para o termopar T.

● Exemplo

Um termopar do tipo K fornece uma tensão de 4,096 mV referente à temperatura de um forno. Sabendo que a temperatura ambiente é de 25 °C, determine a temperatura real do forno.

$$T_{\text{medida}} = T_{\text{junta quente}} - T_{\text{junta fria}}$$

$$T_{\text{junta fria}} \text{ em } 25^{\circ}\text{C} = 1 \text{ mV} \text{ (da tabela)}$$

$$T_{\text{junta quente}} = T_{\text{medida}} + T_{\text{junta fria}}$$

$$T_{\text{junta quente}} = 5,096 \text{ mV.}$$

Da tabela novamente, podemos concluir que

$$T_{\text{junta quente}} = T_{\text{forno}} + T_{\text{forno}} = 124^{\circ}\text{C}.$$

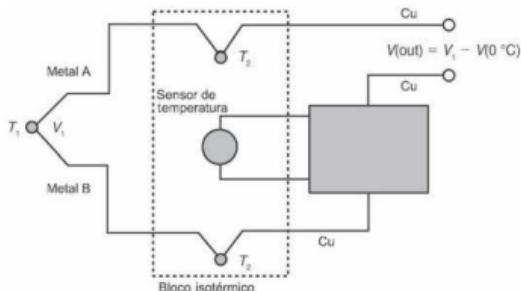
As Figuras 6.50 a 6.53 apresentam a tensão (mV) para uma faixa de temperatura para os termopares dos tipos E, J, K e T.

¶ 6.4.6 Alguns exemplos de circuitos condicionadores

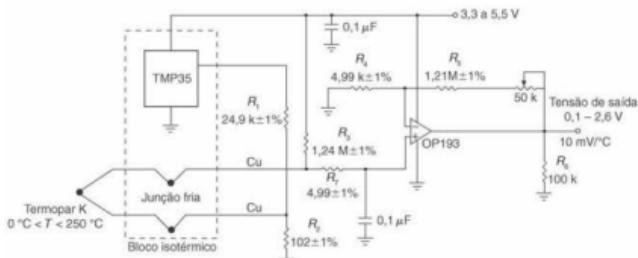
Podem-se resumir os conceitos anteriormente apresentados pelo circuito genérico da Figura 6.54, que representa a necessidade

de compensar a junta fria ou junta de referência. O bloco isotérmico deve manter as junções Metal A-Cobre e Metal B-Cobre à mesma temperatura, e a tensão desse bloco isotérmico que substitui o banho de gelo deve ser descontada da tensão da junta de medida ou junta quente (neste exemplo é V_1).

O circuito da Figura 6.55 condiciona a saída de um termopar do tipo K compensando a junta fria para temperaturas entre 0 °C e 250 °C. O circuito é alimentado por uma tensão de +3,3 V a +12 V e foi desenvolvido para apresentar uma saída de 10 mV/°C.



Figuras 6.54 Circuito genérico para compensação da junta de referência. O bloco isotérmico substitui o banho de gelo, e sua tensão deve ser medida para ser adicionada à tensão da junta quente.



Figuras 6.55 Utilização de um sensor de temperatura (TMP35) para compensação da junta fria.

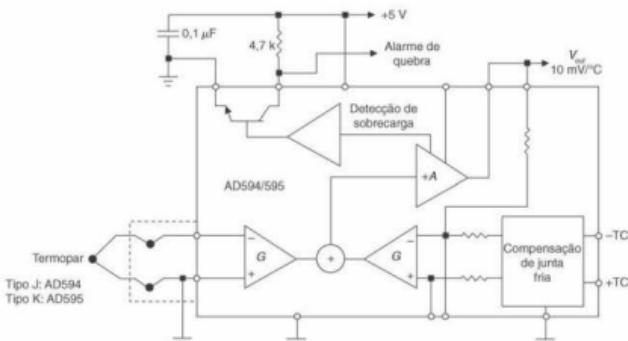


Figura 6.56 Amplificador para termopar AD594/AD595 com compensação da junção fria. Cortesia Analog Devices.

O termopar do tipo K apresenta um coeficiente de Seebeck de aproximadamente $41 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$. Desse modo, na junção fria o sensor de temperatura TMP35 com um coeficiente de temperatura de $10 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ é usado com dois resistores (R_1 e R_2) para introduzir um coeficiente de temperatura de $-41 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$. O ganho do circuito é de 246,3. O capacitor de 0,1 μF reduz o ruído de acoplamento da entrada não inversora do amplificador OP193. (Um bom exercício é definir a configuração desse amplificador e seu cálculo correspondente.)

Conforme salientamos anteriormente, os AD594/AD595 (da Analog Devices) são amplificadores com compensação interna da junta fria, conforme esquema representado na Figura 6.56.

Esse circuito integrado da Analog Devices combina uma referência ao ponto de gelo com um amplificador pré-calibrado para fornecer uma saída de $10 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ diretamente do sinal de sinalizado do termopar. Além disso, inclui um alarme de falha do termopar que indica se um ou mais fios do termopar estão abertos.

Cabe ressaltar que na utilização dos termopares devem-se observar as principais fontes de erros: compensação, linearização, medição, fios do termopar e erros experimentais. O erro de compensação da junção fria é devido principalmente à baixa precisão do sensor de temperatura e às diferenças de temperatura entre o sensor e seus terminais. Uma solução é utilizar um bloco isotérmico para limitar os gradientes de temperatura e termistores de alta precisão.

Os erros de linearização devem-se às aproximações dos polinômios e estão relacionados diretamente com o grau do polinômio. A Tabela 6.6 traz os erros de linearização para os polinômios NIST.

Os erros de medição — como, por exemplo, erro de offset, erro no ganho, não linearidades, resolução do conversor ADC, entre outros — devem-se a limitações das tecnologias dos conversores e condicionadores de sinais utilizados. Outra fonte considerável de erro é o próprio sensor termopar. Por exemplo, a não homogeneidade na fabricação dos fios do termopar é uma

Tabela 6.6 Erros de linearização para os polinômios NIST

Termopar	Erro
E	$\pm 0,02 ^\circ\text{C}$
J	$\pm 0,05 ^\circ\text{C}$
K	$\pm 0,05 ^\circ\text{C}$
R	$\pm 0,02 ^\circ\text{C}$
S	$\pm 0,02 ^\circ\text{C}$
T	$\pm 0,03 ^\circ\text{C}$

fonte de erro, podendo variar em até $\pm 2 ^\circ\text{C}$ (valor típico), dependendo do termopar utilizado. Uma das maneiras de reduzir esses erros é calibrar frequentemente todos os termopares utilizados.

6.5 Termômetros de Radiação

Todos os corpos da natureza são formados por moléculas, formadas por átomos, que são formados por partículas ainda mais elementares. Cada substância formada por moléculas ou átomos pode apresentar-se nos estados sólido, líquido ou gasoso, dependendo das condições de temperatura a que for submetida. Tanto os átomos como as moléculas estão em constante movimento de vibração e rotação, e são dotados de energia cinética e potencial.

A temperatura absoluta de um objeto é uma medida da agitação média dos átomos e moléculas que o constituem. Um sólido, por exemplo, tem seus átomos vibrando muito rapidamente em torno de uma posição de equilíbrio. Quando sua temperatura é aumentada, eles vibram a uma velocidade ainda maior, afastando-se mais da sua posição de equilíbrio.

Os átomos, apesar de serem partículas de carga total neutra, são formados por cargas positivas e negativas (além das cargas neutras — nêutrons). Uma vez que os átomos estão em constante movimento, essas cargas estarão submetidas às leis eletrodinâmicas.



Figura 6.57 Comprimentos de ondas eletromagnéticas, destacando-se a região de infravermelho.

nâmicas, que, em síntese, sustentam que toda carga em movimento está associada a um campo elétrico variável, o qual, por sua vez, produz um campo magnético variável. Pode-se concluir, portanto, que qualquer corpo na natureza (todos os corpos têm temperatura absoluta maior que 0 K) será uma fonte de campo eletromagnético denominado radiação térmica. Essa radiação é determinada pelas leis da óptica, podendo ser refletida, filtrada etc., além de ser medida para se relacionar a temperatura de qualquer objeto.

Essa radiação eletromagnética pode ser caracterizada por sua intensidade ou por seu comprimento de onda. Objetos muito quentes irradiam energia eletromagnética na região visível do espectro entre 0,4 μm (azul) e 0,7 μm (vermelho). Esse fenômeno pode ser observado em uma lâmpada incandescente, com controle de potência. Quando a lâmpada estiver muito quente, sua cor será muito intensa e brilhante. À medida que a potência diminui, a lâmpada torna-se amarelada, vermelha, até perder a cor (ficando da cor original do filamento). Nesse ponto, apesar de não haver emissão na faixa da luz visível, o filamento continua quente, emitindo em uma faixa do espectro conhecido como infravermelho. A pele do corpo humano emite radiação térmica na faixa entre 5 μm e 15 μm. A Figura 6.57 mostra os comprimentos de ondas eletromagnéticas para algumas faixas, destacando-se a região de infravermelho.

Pode-se concluir então que é possível medir a temperatura de um corpo medindo a radiação térmica por ele emitido. Isso pode ser feito medindo-se a intensidade de radiação ou analisando-se as características do espectro de frequência (ou comprimento de onda).

6.5.1 Radiação térmica

O olho humano utiliza apenas uma minúscula fração da luz emitida pelo Sol dentro da faixa visível. Na verdade, a medição de temperatura através de radiação térmica vem sendo praticada há milhares de anos. Há muito tempo é evidente que o ser humano utilizou propriedades de metais para forjar ferramentas ou materiais. Era usual que quem desempenhasse essa tarefa soubesse (a partir da experiência) a que cores relacionadas com temperaturas se poderiam obter os melhores resultados. Entretanto, somente na Renascença é que o termômetro foi inventado, e a partir do século XVI importantes nomes da ciência, tais como Newton, Huygens, Hershel, Fraunhofer, Maxwell, Helmholtz, Kirchhoff, Stefan, Boltzman, Wien, Planck e Einstein, deram importantes contribuições, que serviram não apenas como base para o entendimento da radiação térmica, mas também como base para a teoria da física quântica.

As características do espectro de radiação dependem da temperatura absoluta do corpo e de sua vizinhança. A lei de Planck, bem como a teoria quântica, constitui a base matemática para se quantificar a energia de radiação térmica. Planck supôs que a radiação térmica era formada por pacotes de energia denominados fôtons ou quanta e a sua magnitude era dependente do comprimento de onda dessa radiação. A energia total de um quantum é calculada multiplicando-se a constante de Planck $h = 6,6256 \times 10^{-34}$ e a frequência de radiação v . Em 1905, Einstein postulou que esses quamata são formados por partículas que se movimentam à velocidade da luz. Com isso, chegou à relação:

$$E = hv = hc/\lambda$$

A interpretação dessa equação implica que a quantidade de energia depende do comprimento de onda ou da frequência da radiação. A radiação emitida consiste em uma distribuição contínua, não uniforme de componentes monocromáticos que variam com o comprimento de onda e com a direção. A quantidade de radiação por intervalo de um comprimento de onda (concentração espectral) também varia com o comprimento de onda. Além disso, a magnitude da radiação em qualquer comprimento de onda e também a distribuição espectral variam com as propriedades e as temperaturas da superfície emissora. A radiação também é direcional, e a superfície pode ter uma determinada direção para irradiar mais energia.

Dentro do espectro eletromagnético, a região de radiação térmica estende-se de 0,1 a 1000 μm. Essa faixa inclui ultravioleta, luz visível e infravermelho, e denomina-se radiação térmica (muito importante no estudo de termometria por radiação).

Apesar de os sensores geralmente medirem em uma faixa entre 0,78 e 1000 μm (invisíveis a olho nu), costuma-se utilizar a faixa entre 0,7 e 14 μm na medição de temperatura.

6.5.2 Corpo negro e emissividade

A energia que incide em um objeto pode ser absorvida, refletida ou transmitida (se o objeto não for opaco). Se esse objeto possuir temperatura constante, então a taxa de energia absorvida deve ser igual à taxa de energia emitida; caso contrário, o objeto esquentaria ou esfriaria, respectivamente. A Figura 6.58 mostra esse fenômeno.

Sendo assim, pode-se concluir que, quando a temperatura é constante, a absorção, a reflexão e a transmissão devem formar um fator de valor unitário.

Em 1860, Kirchhoff definiu o corpo negro como uma superfície que não reflete nem transmite, mas apenas absorve energia, independentemente da direção ou do comprimento de onda. Se

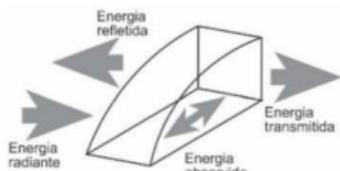


Figura 6.58 Decomposição da energia radiante em parcelas refletida, transmitida e absorvida.

a fração absorvida por um corpo real é denominada α e para o corpo negro

$$\alpha = \alpha_{\text{ca}} = 1.$$

Para corpos que não se comportam como corpo negro ideal, $0 \leq \alpha < 1$. O calor de radiação transferido pode ser escrito como:

$$q_{\text{absorvida}} = \alpha \cdot q_{\text{incidente}}.$$

Além de absorver toda a radiação incidente, o corpo negro também deve ser um perfeito irradiador (ou emissor). A fim de avaliar as capacidades de emissão de uma superfície real em relação ao corpo negro, Kirchhoff definiu a emissividade ϵ como a razão da radiação térmica emitida por uma superfície à temperatura T com a do corpo negro considerando as mesmas condições.

$$\epsilon = \frac{G_{\text{emitida pelo corpo}}}{G_{\text{corpo negro}}}.$$

A emissividade depende da temperatura e da superfície do corpo. Esse parâmetro constitui um importante fator na medição de temperatura sem contato.

No final do século XIX, Stefan e Boltzmann desenvolveram trabalhos experimentais que levaram à conclusão de que a radiação emitida da superfície de um objeto é proporcional à quarta potência da temperatura absoluta:

$$q = \sigma T^4,$$

em que $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$. A taxa de transferência de calor por radiação para um corpo que não tem comportamento de corpo negro por unidade de área é definida como

$$q = \sigma \alpha (T_s^4 - T_{\text{ref}}^4),$$

sendo T_s a temperatura da superfície e T_{ref} a temperatura da vizinhança.

Apesar de algumas superfícies terem comportamento parecido com o do corpo negro, todos os objetos reais têm emissividade ϵ menor que a unidade. Esses objetos são classificados como:

- ¶ Corpos cinza: quando a emissividade não varia com o comprimento de onda.
- ¶ Corpos não cinza: quando a emissividade varia com o comprimento de onda.

A maioria dos objetos orgânicos são corpos cinza com emissividade entre 0,9 e 0,95. A Figura 6.59 mostra a resposta de um

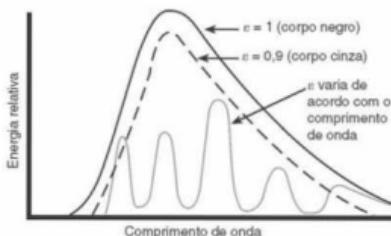


Figura 6.59 Comportamento de um corpo negro, de um corpo cinza e de um objeto que tem resposta variada segundo o comprimento de onda.

corpo negro, de um corpo cinza e de um comportamento variável com o comprimento de onda.

O conceito do corpo negro é importante porque mostra que a potência radiante depende da temperatura. Ao utilizarmos sensores de temperatura sem contato para medir a energia emitida de um objeto, dependendo da natureza da superfície, devemos levar em conta e corrigir a emissividade. Por exemplo, um objeto com emissividade 0,7 irradia apenas 70% da energia irradiada pelo corpo negro.

A melhor aproximação para um corpo negro constitui-se de uma cavidade com a temperatura interna uniforme e o contato com a vizinhança feito através de um pequeno orifício (muito menor que a cavidade), como mostra a Figura 6.60. A grande maioria da radiação que entrar na cavidade é absorvida ou então refletida internamente até ser absorvida. O pequeno orifício garante que apenas uma radiação desprezível consegue escapar da cavidade. Dessa forma, o corpo se aproxima de um perfeito absorvedor de radiação.

Uma vez que a temperatura interna da cavidade é mantida constante, a taxa de absorção deve ser igual à taxa de emissão. Para ilustrar essa consequência, pode-se colocar um novo corpo

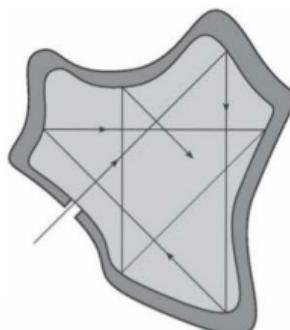


Figura 6.60 Aproximação da definição de um corpo negro.

negro dentro da cavidade à mesma temperatura. Se as temperaturas forem realmente iguais e uniformes, o corpo negro mantém T constante. Em muitas aplicações de engenharia, o meio é opaco à radiação incidente e a parcela relativa à energia transmitida é desprezada. Nesse caso, é apropriado afirmar que a radiação é absorvida e refletida. Essas parcelas apresentam magnitudes que dependem do comprimento de onda e da natureza da superfície.

As características espectrais da radiação do corpo negro foram determinadas por Wilhelm Wien em 1896:

$$E_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{2h^3}{\lambda^5} \left(e^{\frac{hc_0}{\lambda KT}} - 1 \right)^{-1},$$

sendo que $E_{\lambda,n}$ representa a intensidade de radiação emitida por um corpo negro à temperatura T , para um comprimento de onda λ por unidade de comprimento de onda, por unidade de tempo, por unidade de ângulo sólido, por unidade de área. $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ e $K = 1,3807 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ são as constantes universais de Planck e Boltzmann, respectivamente. $c_0 = 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$ é a velocidade da luz no vácuo e T é a temperatura absoluta do corpo negro em kelvin. Devido ao fato de terem surgido pequenas discrepâncias entre resultados experimentais, em 1900 Planck sugeriu um pequeno refinamento:

$$E_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{2h^3}{\lambda^5} \left(e^{\frac{hc_0}{\lambda KT}} - 1 \right)^{-1} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)},$$

Foi a partir dessa equação que Planck postulou a sua teoria quântica, na qual as constantes de radiação são:

$$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3,742 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4 / \text{m}^2$$

$$C_2 = \frac{hc_0}{K} = 1,439 \times 10^6 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

A distribuição de Planck pode ser observada na Figura 6.61, e indica que a radiação emitida varia continuamente com a variação do comprimento de onda. Com o aumento da temperatura,

a quantidade total de energia aumenta e o pico da curva se desloca para a esquerda, ou para um comprimento de onda menor (ou frequência mais elevada). Pode-se observar também que, a temperaturas muito elevadas, a energia emitida fica dentro do espectro visível.

A distribuição espectral da Figura 6.61 mostra que existe um comprimento de onda no qual a energia irradiada é máxima. Diferenciando-se a equação de Planck em relação a λ e igualando-se o resultado a zero, pode-se calcular o ponto de máximo dependente da temperatura. Pode-se então determinar $\lambda_{\max} \cdot T = C_3$, sendo $C_3 = 2,8977 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}$. Esse resultado é conhecido como lei de deslocamento de Wien, e indica a máxima radiação emitida para cada temperatura em um comprimento de onda específico.

Observe na Figura 6.61 que as máximas radiações estão associadas a pequenos comprimentos de onda e altas temperaturas. Apesar de a figura mostrar a variação da radiação em todo o espectro, um medidor de temperatura por infravermelho não utiliza toda a faixa. Existem várias explicações para isso. Pode-se observar que, em comprimentos de onda menores, ocorre uma taxa de variação de radiação maior que em comprimentos de onda maiores. Isso pode significar uma medida que tem maior precisão; entretanto, em um dado comprimento de onda existe um limite de temperatura que pode ser medido. Com o decréscimo da temperatura, o termômetro infravermelho se desloca para comprimentos de onda maiores, diminuindo a precisão.

Existem problemas também em relação ao material, já que na natureza nenhum corpo consegue emitir com a eficiência do corpo negro. Mudanças na emissividade do material, radiação de outras fontes e perdas da radiação devidas a fumaça, poeira ou absorção atmosférica podem introduzir erros. Dessa forma, emissividade ε é composta basicamente de três importantes parâmetros:

A capacidade de absorção de um material significa a fração de radiação absorvida pela superfície do material. Apesar de essa capacidade de absorção depender da distribuição direcional dessa radiação e do comprimento de onda, pode-se definir α co-

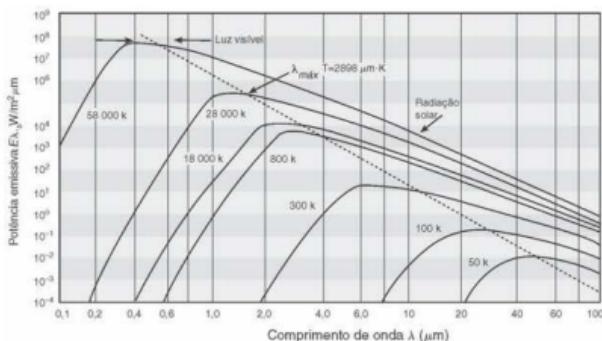


Figura 6.61 Potência emissiva do corpo negro prevista por Planck.

mo a capacidade de absorção hemisférica total, representando a média direcional e o comprimento de onda. A mesma é definida como a fração total de radiação absorvida pela superfície.

$$\alpha \equiv \frac{G_{abs}}{G},$$

em que G_{abs} representa a radiação absorvida pela superfície e G a radiação incidente total. O valor de α , portanto, depende da distribuição espectral da radiação incidente e da natureza da superfície de absorção.

A **capacidade de reflexão de uma superfície** define a fração de radiação que incide sobre uma superfície que é refletida. Admitindo-se que a capacidade de reflexão representa uma média integrada sobre o hemisfério associado à radiação refletida, pode-se definir a capacidade de reflexão hemisférica total como:

$$\rho \equiv \frac{G_{ref}}{G},$$

em que G_{ref} representa a radiação refletida pela superfície e G a radiação incidente total. Se a intensidade da radiação refletida total é independente da direção da radiação incidente e da direção da radiação refletida, a superfície é denominada emissora difusa. Caso contrário, se o ângulo incidente é equivalente ao ângulo refletido, a superfície é denominada reflectora espelhada. Apesar de não existirem nem superfícies difusas nem especulares perfeitas, pode-se aproximar um comportamento espelhado por um espelho, enquanto um comportamento difuso pode ser aproximado por uma superfície áspera irregular.

Transmissividade ou a capacidade de transmissão é a propriedade de transmitir uma quantidade de radiação por meio de um material. Novamente supondo que a transmissividade representa uma média integral, pode-se definir a transmissividade hemisférica total como

$$\tau \equiv \frac{G_{trans}}{G},$$

em que G_{trans} representa a radiação transmitida pela superfície e G representa a radiação incidente total. A Figura 6.62 mostra um esquema de uma medição sem contato de um objeto sob influência dos três parâmetros comentados. Observe que a energia absorvida é agora emitida pelo objeto.

Como comentado anteriormente, a soma das frações totais de energia absorvida, refletida e transmitida deve ser igual à energia incidente total. Para qualquer comprimento de onda tem-se:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Considerando-se o comportamento médio sobre o espectro total,

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Para um meio opaco, o valor de transmissão pode ser desprezado e $\alpha + \rho = 1$. Para um corpo negro, as frações transmitidas e refletidas são zero (como apresentado anteriormente).

6.5.3 Termômetros infravermelhos e pirômetros

O termo pirômetro foi originalmente empregado para denominar instrumentos utilizados para medir temperatura de objetos em alta incandescência (acima do brilho necessário ao olho humano). Os pirômetros originais eram instrumentos ópticos que mediam temperatura sem contato através da avaliação da radiação visível emitida por objetos quentes e brilhantes.

Um conceito mais moderno seria o de que o pirômetro é um instrumento para medição de temperatura sem contato que intercepta e avalia a radiação emitida por determinada superfície. Os termos pirômetros e termômetros de radiação são muitas vezes utilizados por diferentes referências bibliográficas para descrever o mesmo instrumento. A Figura 6.63 mostra a execução de uma medição com um termômetro de radiação medindo temperatura sem contato.

Basicamente, um termômetro de radiação consiste em um sistema óptico e um detector. O sistema óptico foca a energia emitida por um objeto sobre o detector. A saída do detector é proporcional à energia irradiada pelo objeto menos a energia absorvida (pelo detector), e a resposta desse detector está relacionada a um comprimento de onda específico. A Figura 6.64 mostra um diagrama de blocos de um termômetro infravermelho. Esses instrumentos são interessantes para a medição de objetos em movimento ou então de objetos cuja posição ou condição torna a medida de temperatura uma tarefa difícil ou que de alguma maneira ponha em risco a saúde das pessoas envolvidas no processo.

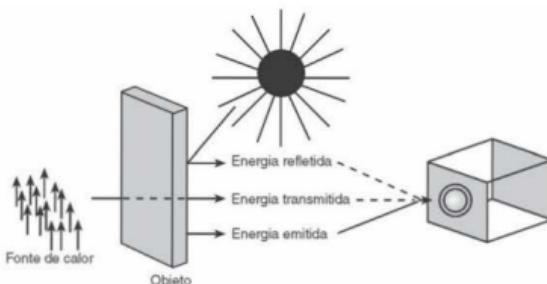


Figura 6.62 Influência da energia emitida, transmitida e refletida na medida de um termômetro sem contato.



Figura 6.63 Medição com um termômetro sem contato. Cortesia Minipa Ind. e Com. Ltda.

Os termômetros de radiação infravermelha constituem uma família dentro dos termômetros de radiação, por medirem uma faixa específica de radiação emitida que vai de 0,7 a 20 μm de comprimento de onda.

Apesar das facilidades, esses instrumentos apresentam algumas desvantagens, tais como o custo. O preço dos termômetros de radiação varia bastante, mas esses sistemas são mais caros que os sistemas implementados com RTDs e com termopares. Além disso, não existem regras e definidas em processos de calibração, como no caso dos dois primeiros.

Os termos **emissividade** e **emitância** apresentam diferenças fundamentais. A emissividade é a razão entre as emitâncias: real e do corpo negro. Enquanto a emissividade se refere às propriedades do material, a emitância se refere às propriedades do objeto. Desse modo, a emissividade é apenas um fator entre outros, como geometria, oxidação e estado da superfície para se determinar a emitância. A emitância também depende da temperatura e do comprimento de

onda no qual a medida é executada. A condição da superfície afeta os valores de emitância. Superfícies polidas apresentam valores baixos, enquanto superfícies ásperas ou mal-acabadas apresentam valores de emitância mais elevados. Além disso, à medida que os materiais oxidam, os valores de emitância tendem a aumentar e a dependência das condições da superfície tende a diminuir.

Os valores de emissividade para quase todas as substâncias são conhecidos e publicados. Entretanto, valores de emissividades determinados em laboratório raramente são iguais aos valores publicados. Como regra prática, pode-se admitir que materiais não metálicos opacos possuem emissividade alta e estável (0,85 a 0,90). A maioria dos materiais metálicos não oxidados apresenta valores de emissividade baixos a médios (0,20 a 0,50). O ouro, a prata e o alumínio são exceções, por apresentarem valores de emissividade dentro de uma faixa de 0,02 a 0,04. A temperatura desses metais não é simples de medir.

Uma maneira de se determinar a emissividade experimentalmente é comparar as medidas do termômetro de radiação com os valores dos sensores como RTDs e termopares. A diferença nas leituras deve-se à emissividade. Para temperaturas de até 250 °C o valor de emissividade pode ser determinado experimentalmente fixando-se uma pequena máscara preta (fita adesiva) na superfície do objeto cuja temperatura se deseja medir. Utilizando um pirômetro de radiação ajustado para uma emissividade de 0,95, meça a temperatura da fita adesiva. Em seguida, meça a temperatura da superfície sem a fita adesiva. A diferença entre os valores é relativa à emissividade da superfície do objeto.

A equação básica para se descrever a saída de um termômetro de radiação é

$$V(T) = eKT^n,$$

sendo

$V(T)$, tensão de saída do termômetro dependente da temperatura T , emissividade

K , constante de Boltzmann

T , temperatura do objeto

N , fator calculado com $N = \frac{14\,388}{\lambda T}$

λ , comprimento de onda

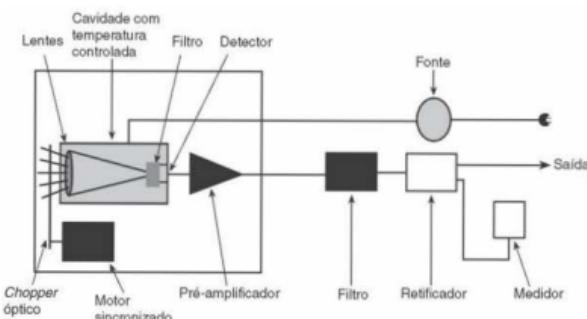


Figura 6.64 Diagrama de blocos de um termômetro infravermelho.

Muitos instrumentos apresentam a possibilidade de ajuste de emissividade. O ajuste pode ser feito utilizando-se tabelas ou experimentalmente. Para maiores precisões, recomenda-se um ajuste experimental.

Generalmente os valores de emissividades tabelados são obtidos por meio de pirômetros localizados perpendicularmente aos objetos de interesse. Se a posição do instrumento no processo de medida ultrapassar 30°, é necessário recalibrar o instrumento. A presença de janelas de vidro ou outro material no caminho também afeta a medida (aproximadamente 4% da radiação na faixa do infravermelho é refletida).

Como regra geral, a utilização de termômetros com pequenos comprimentos de onda na aplicação do princípio da razão de radiação anula grande parte dos problemas com a emitância. Pequenos comprimentos de onda, de cerca de 0,7 μm, são interessantes porque têm um ganho de sinal alto, o que tende a reduzir efeitos de problemas de variações de emitância, além de efeitos de absorção de radiação devidos a vapor, poeira e fumaça.

6.5.4 Tipos de termômetros de radiação

Basicamente, os termômetros de radiação consistem em um sistema óptico para redirecionar a energia emitida pelo objeto, um detector que converte essa energia em um sinal elétrico, um ajuste de emissividade e um circuito de ajuste de compensação de temperatura, para garantir que variações no interior do instrumento não afetem a medida.

Na escala de tempo, pode-se observar que os antigos termômetros de radiação funcionavam dessa maneira, e a diferença entre esses instrumentos e os instrumentos mais modernos consiste nos avanços tecnológicos de cada uma destas partes: filtros ópticos seletivos, sensores precisos e com dimensões reduzidas além de processamento microprocessado.

6.5.4.1 Termômetros de radiação de banda larga

São os mais simples e baratos. Em geral apresentam uma resposta dentro da faixa de 0,3 a 20 μm. Tanto o limite superior como o inferior são funções do sistema óptico. Termômetros de banda larga dependem da emitância total da superfície medida. Um controle de emissividade no instrumento permite que o usuário compense os erros de emitância, desde que esta seja constante.

O caminho entre o instrumento e o objeto de interesse deve estar desobstruído e com o mínimo de vapores, fumaça ou poeira (esses componentes atenuam a radiação). O sistema óptico deve ser mantido limpo e protegido. Faixas padrões de 0 a 1 000 °C e 500 a 900 °C com precisão total de 0,5 a 1% do fundo de escala são típicas desse tipo de termômetro.

6.5.4.2 Termômetros de radiação de banda estreita

Os termômetros de banda estreita podem também ser classificados como termômetros de cor única. O detector, juntamente com

um sistema de filtro óptico, determina qual faixa específica pode ser medida com esse instrumento. Um dos maiores avanços na termometria de radiação foi a introdução de filtros seletivos, o que permite ao instrumento ser ajustado para aplicações específicas, aumentando a precisão da medida.

Exemplos de respostas espectrais seletivas estão na faixa de 8 a 14 μm, que diminuem a influência atmosférica em longas distâncias; 7,9 μm, utilizados para medição de alguns plásticos finos; 5 μm, para medição de superfícies de vidro; 3,86 μm, que evitam interferências do dióxido de carbono e do vapor de água em chamas e gases de combustão.

A escolha dos comprimentos de onda também é função da temperatura. Os picos de intensidade de radiação movimentam-se na direção de comprimentos de onda menores à medida que a temperatura aumenta. Por essa razão, termômetros de radiação de banda estreita com pequenos comprimentos de onda são utilizados em aplicações que impliquem temperaturas altas.

Se as considerações anteriores não se aplicam, uma boa escolha é trabalhar com pequenos comprimentos de onda, tais como 0,7 μm, uma vez que os efeitos de variação de emitância têm sua influência reduzida. Esses termômetros podem apresentar-se em diversas formas, desde instrumentos portáteis até medidores fixos com transmissão remota. As faixas de temperatura variam com o fabricante, mas alguns exemplos comerciais de faixas podem ser citados: -37,78 a 600 °C, 0 a 1 000 °C, 600 a 3 000 °C e 500 a 2 000 °C. A precisão típica está dentro de uma faixa de 0,25% a 2% do fundo de escala.

6.5.4.3 Termômetros de radiação de duas cores

Esses termômetros também são conhecidos como termômetros de razão de radiação. Eles captam a radiação emitida por um objeto em duas faixas de comprimentos de onda. Esse instrumento é conhecido pela denominação termômetro de duas cores, porque originalmente os comprimentos de onda caíam em uma faixa dentro do espectro à luz visível. Atualmente, o infravermelho também foi acrescido. A medida de temperatura depende apenas da razão das duas medidas de radiação, e não de seus valores absolutos. Isso faz com que o termômetro seja inherentemente mais preciso, uma vez que todas as incertezas causadas por parâmetros, tais como emissividade, acabamento de superfícies, além de elementos que absorbem energia no caminho, como vapores de água, são anuladas, já que em ambos os comprimentos de onda as influências ocorrerão de maneira muito semelhante. A Figura 6.65 traz um exemplo da utilização de dois comprimentos de onda para a implementação de um termômetro de duas cores. A Figura 6.66 mostra um esquema de um termômetro de duas cores. Observe que existem duas janelas com filtros para dois comprimentos de onda diferentes. Existe ainda um sensor que detecta qual é a posição atual do disco. Dessa maneira, o microprocessador pode relacionar as informações dos diferentes λ . Como essa informação vem do mesmo material, e é feita uma relação, o efeito da emissividade é cancelado.

Erros nesses sistemas são introduzidos em materiais que não se comportam como corpos cinza (a emissividade varia com o

comprimento de onda), e ainda quando os caminhos até o objeto-alvo não atenuam a radiação de maneira igual. A implementação de um termômetro de duas cores pode ser feita também dividindo-se o feixe através de um sistema óptico. A Figura 6.67 traz o esquema de um divisor de feixe.

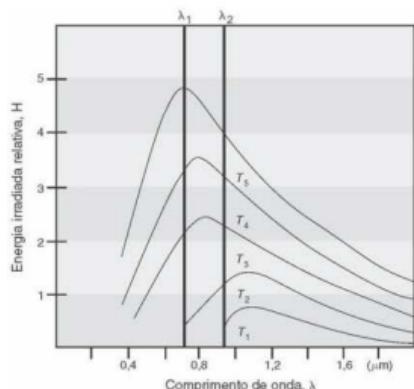


Figura 6.65 Princípio de funcionamento do termômetro de radiação de duas cores.

Alguns termômetros de razão de radiação utilizam mais que dois comprimentos de onda. Esses equipamentos implementam uma detalhada análise das características da superfície do objeto-alvo, tais como emissividade, resposta em função do comprimento de onda, temperatura e propriedades químicas da superfície. Com esses dados é possível implementar um processamento eficaz por meio de um computador. O detector consiste em um sistema óptico divisor de feixe e filtros para a radiação incidente.

Deve-se considerar seriamente o uso de termômetros de radiação de duas cores ou multicomprimentos de onda para aplicações em que a precisão e a repetitividade são parâmetros críticos, ou ainda em aplicações em que o objeto-alvo sofre modificações químicas e físicas. Sem dúvida, a grande vantagem desse termômetro é que ele não depende da emissividade do objeto. Esses instrumentos cobrem grandes faixas de temperatura. Faixas comerciais típicas vão de 900 a 3 000 °C, de 50 a 3 700 °C. As precisões típicas desses instrumentos estão na faixa de 0,5% a 2% do fundo de escala.

6.5.4.4 Pirômetros ópticos

Os pirômetros ópticos medem a radiação do objeto-alvo em uma pequena banda de comprimentos de onda do espectro térmico. Os instrumentos antigos (em que se aplicava esse princípio) utilizavam o brilho avermelhado (portanto, dentro do espectro visível) em aproximadamente 0,65 μm. Esses instrumentos também eram denominados instrumentos de uma cor apenas.

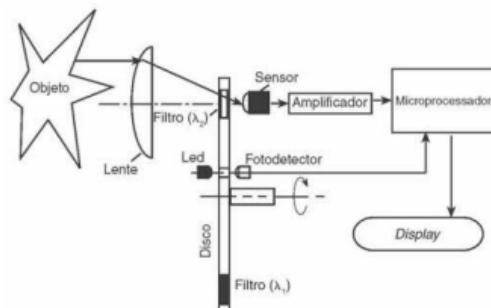


Figura 6.66 Diagrama de blocos de um termômetro de radiação de duas cores.

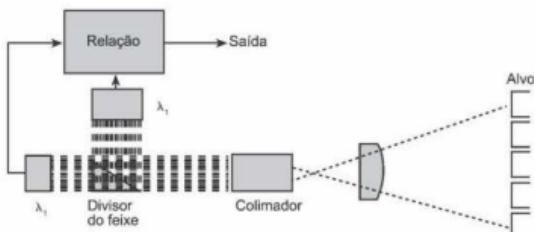


Figura 6.67 Divisor do feixe de radiação.

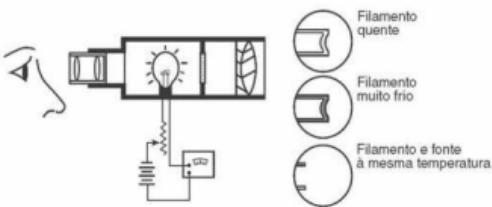


Figura 6.68 Princípio de funcionamento de um termômetro óptico.

Os pirômetros ópticos também podem ser considerados termômetros de radiação de banda estreita. Aqui no entanto foram classificados como um tipo de termômetro de radiação.

Os modernos termômetros de radiação podem medir na faixa do infravermelho. A Figura 6.68 mostra o princípio de funcionamento de um pirômetro óptico.

Os pirômetros ópticos medem temperatura por comparação. O instrumento seleciona uma faixa específica da radiação visível (geralmente o vermelho) e compara-a com a radiação de uma fonte calibrada — no caso da Figura 6.68, o filamento de uma lâmpada incandescente. A escolha de filtro vermelho deve-se ao fato de que com a cor vermelha se consegue uma radiação praticamente monocromática, sem perdas de intensidade, o que não se consegue com filtros de outras cores. A lente objetiva é focalizada de modo a formar uma imagem do objeto no plano do filamento da lâmpada; a ocular é focalizada sobre o filamento. Ambas as lentes estão simultaneamente em foco, com o filamento do pirômetro atravessando a imagem da fonte de radiação.

Ajustando-se a corrente do filamento, faz-se variar a intensidade da cor do filamento, até confundir-se com a cor do objeto. Em vez de se calibrar a escala do reostato em corrente, calibrase diretamente em temperatura.

Os pirômetros modernos não são manuais; por isso, em vez de se mudar a potência dissipada no filamento, utiliza-se um sistema óptico móvel tal como o mostrado na Figura 6.69. Trata-se de pirômetros ópticos para medir na região do infravermelho. Esses instrumentos utilizam um detector de radiação eletrônico,

em vez do olho humano (alguns utilizam o olho humano para fazer o foco, como se vê na Figura 6.69). Uma quantidade de radiação emitida pelo objeto-alvo é comparada com a radiação emitida pela fonte interna de referência. A saída do instrumento é proporcional à diferença de radiação entre a referência e o alvo. Um sistema de chaveamento denominado *chopper* óptico faz com que, em um momento, o detector esteja exposto à radiação do alvo e, em outro, à radiação da fonte de referência.

Essa energia irradiada passa por uma lente e chega a um espelho que reflete a radiação infravermelha para o detector, mas permite que a luz visível entre por um pequeno orifício ajustável para se fazer o ajuste focal. Existe ainda uma lâmpada que produz uma radiação de referência. Em determinados momentos sincronizados, o detector deixa de receber a radiação do objeto e passa a receber a radiação da lâmpada, compondo um sistema de comparação. Pirômetros ópticos como esses descritos geralmente têm precisão de 1 a 2% do fundo de escala.

6.5.5 Detectores ou sensores de radiação térmica

De modo geral, existem dois tipos de sensores conhecidos por sua capacidade de resposta espectral: próxima à região de infravermelho e afastada da região de infravermelho, aproximadamente de 0,8 a 40 μm . O primeiro tipo é conhecido como detector quântico, e o segundo tipo, como detector térmico.

6.5.5.1 Detectores quânticos ou de fótons

São componentes fotocondutivos ou fotovoltaicos cujo funcionamento baseia-se na interação de fótons com a rede cristalina de materiais semicondutores. É o princípio do efeito fotoelétrico descoberto por Einstein (trabalho que lhe rendeu o Prêmio Nobel). Basicamente, Einstein partiu do princípio de que a luz, pelo menos em certas circunstâncias, poderia ser modelada por pacotes de energia denominados fótons. A energia de um único fóton podia ser calculada por:

$$E = h\nu.$$

Quando um fóton atinge a superfície de um material, pode ocorrer a geração de um elétron livre. Isso vai depender da energia do fóton e do material. A teoria quântica é capaz de explicar algumas propriedades de sólidos. Por exemplo, sabe-se que a diferença entre condutores, semicondutores e isolantes é devida basicamente às diferenças de suas bandas energéticas de valên-

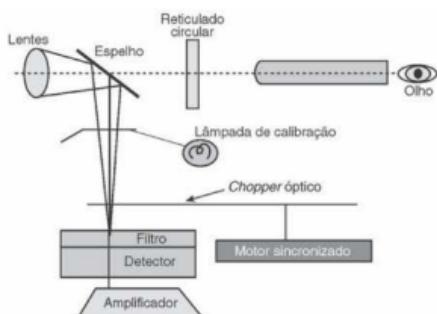


Figura 6.69 Princípio de funcionamento do pirômetro óptico automático.

cia, que em poucas palavras traduzem a energia necessária para arrancar ou deslocar elétrons de suas posições.²

Quando um fóton de frequência v_i atinge um cristal semicondutor, sua energia será suficiente para deslocar um elétron da banda de valéncia para a banda de condução em um nível de energia mais elevado. A falta de um elétron na banda de valéncia cria uma lacuna que também serve como um portador de carga, resultando em uma redução da resistividade específica do material.

Para a medida de objetos que emitem fôtons com energia de 2 eV ou mais, são utilizados detectores quânticos à temperatura ambiente. Para valores de energia menores (comprimentos de onda maiores), são necessários semicondutores com *gaps* de energia menores. Entretanto, se esses componentes têm um *gap* de energia muito pequeno, a própria temperatura ambiente faz com que exista um ruído intrínseco, que impossibilita qualquer medição, uma vez que o componente apresentará um ruído de fundo que será da ordem de grandeza do sinal a medir. Uma maneira de reduzir esse efeito é resfriar o semicondutor; entretanto, a velocidade de resposta terá um decréscimo.

Muitos termômetros de radiação utilizam detectores quânticos ou de fôtons, apesar de os mesmos medirem em uma faixa de espectro muito menor. Isso se deve ao fato de a sensibilidade dos mesmos ser 1000 a 100.000 vezes maior que a de sensores térmicos. O tempo de resposta desses detectores é da ordem de μs . Esses detectores, porém, são instáveis para comprimentos de onda muito grandes e altas temperaturas. Em geral, são utilizados em pirômetros de faixas estreitas a temperaturas médias, tais como 93 °C a 427 °C, por exemplo.

6.5.5.2 Detectores térmicos

Outro tipo de detectores de radiação são os chamados detectores térmicos, que, ao contrário dos detectores quânticos, respondem ao calor gerado pela absorção de radiação térmica pela superfície do elemento sensor.

A lei de Stefan-Boltzmann especifica a potência radiante que vai emanar de uma superfície à temperatura T , em direção ao espaço frio infinito (zero absoluto). Quando a radiação térmica é detectada pelo sensor, a radiação oposta do objeto à fonte deve ser levada em conta. Um sensor térmico é capaz de responder apenas ao fluxo térmico da rede, ou seja, o fluxo térmico originado na fonte menos o fluxo térmico dele mesmo.

A equação

$$\Phi = \Phi_o + \Phi_s = Ae\varepsilon\sigma(T^4 - T_s^4),$$

em que Φ_o é o fluxo térmico do objeto, Φ_s o fluxo térmico do sensor, $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ a constante de Stefan-Boltzmann, e e ε , as emissividades e T e T_s , as temperaturas absolutas, relaciona a potência térmica absorvida pelo sensor e as temperaturas absolutas do sensor e do objeto-alvo.

Esses tipos de detectores geralmente são lentos, por dependerem da sua massa. De fato, eles precisam atingir um equilíbrio térmico toda vez que a temperatura varia. Os tempos de resposta podem chegar a 1 segundo ou mais.

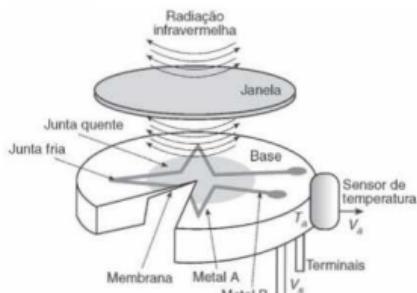


Figura 6.70 Detector em que se utilizam termopilhas.

6.5.5.3 Termopilhas

As termopilhas são classificadas como detectores térmicos passivos (não necessitam de excitação externa). Podem ser definidas como termopares ligados em série. As juntas frias são fixadas no substrato, no qual ainda está acoplado um sensor de referência para a compensação da temperatura ambiente. Ainda existe uma membrana na qual as juntas quentes são colocadas. Nesse ponto é que reside o elemento sensor da radiação térmica. A Figura 6.70 ilustra um detector em que se utilizam termopilhas.

O desempenho das termopilhas caracteriza-se por alta sensibilidade e baixo ruído, o que é alcançado utilizando-se materiais com alto efeito piroelétrico, baixa condutividade térmica e baixa resistividade. Os processos de construção da termopilha podem variar de acordo com o material utilizado, mas geralmente utilizam técnicas de deposição a vácuo. O número de junções varia de 20 a algumas centenas. As juntas quentes são geralmente escurecidas para aumentar a absorção da radiação infravermelha. Seu tempo de resposta é da ordem de 10 a 15 ms. A termopilha é, portanto, um sensor com saída DC que segue a variação de temperatura de suas juntas quentes. Pode ser modelada por uma fonte de tensão controlada por um fluxo térmico em série com uma resistência. A tensão de saída é praticamente proporcional à radiação incidente. A Figura 6.71 mostra um termômetro infravermelho implementado com uma termopilha.

6.5.5.4 Detectores piroelétricos

Os sensores piroelétricos também são classificados como sensores infravermelhos passivos. Esses sensores mudam a carga

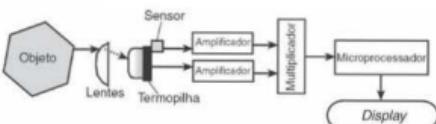


Figura 6.71 Termômetro infravermelho implementado com uma termopilha.

²Para mais detalhes sobre teoria quântica, consulte a Bibliografia no final do capítulo.

superficial em resposta à radiação recebida, não precisando esperar equilíbrio térmico quando a temperatura varia.

A radiação incidente deve passar por um sistema de chaveamento óptico (*chopper*), que consiste em um aparato móvel, geralmente construído com um motor e um anteparo com um orifício. Esse orifício possibilita que a radiação passe em determinados instantes e bloquee o sinal em outros, de modo que o sensor passa a receber um sinal alternado.

Os sensores piroelétricos geralmente são construídos com um revestimento absorvente de radiação e podem ser classificados como sensores de resposta espectral de banda larga.

6.5.5.5 Bolômetros

Bolômetros são sensores em miniatura do tipo RTD ou termistores. Geralmente são utilizados para gerar valores RMS de sinais eletromagnéticos sobre uma faixa espectral bastante larga (micro-ondas até próximo ao infravermelho). É necessário um circuito para transformar o sinal de variação de resistência em variação de tensão ou corrente. Para a aplicação de termômetros infravermelhos, os bolômetros são geralmente fabricados em forma de filmes finos e apresentam uma área relativa grande. O princípio de funcionamento desses sensores é baseado na relação fundamental de energia absorvida de um sinal eletromagnético e a potência dissipada. Esses sensores são relativamente pequenos e são utilizados quando não há necessidade de resposta rápida. Para imagens térmicas, os bolômetros são disponibilizados em arranjos matriciais com aproximadamente 80.000 sensores.

6.5.5.6 Sensores ativos de radiação infravermelha

Ao contrário dos detectores descritos até aqui, nos quais havia uma dependência da temperatura do objeto-alvo e da temperatura ambiente, os sensores ativos apresentam um circuito de controle de temperatura da superfície de medida. Para controlar a temperatura da superfície do detector, é necessária uma potência elétrica P . A fim de regular a temperatura de superfície T_s , o circuito mede esse ponto e compara com uma referência interna.

Isto faz com que T_s se mantenha alguns décimos de °C mais elevada que a temperatura ambiente. Assim, o elemento perde energia térmica para a sua vizinhança, em vez de passivamente absorvê-la, como no caso dos sensores apresentados anteriormente.

Parte desse calor é perdida em forma de condução térmica e parte se perde em forma de convecção. Outra parte é perdida em forma de radiação, a qual deve ser medida. Parte dessa radiação vai para o invólucro do próprio elemento, e o restante vai para o objeto ou vem do objeto. O essencial é que o fluxo térmico deve sempre partir do sensor. Depois de aquecer a superfície sensora, a temperatura é mantida constante:

$$\frac{dT_s}{dt} = 0$$

Pode-se então deduzir que

$$P = P_p + \Phi,$$

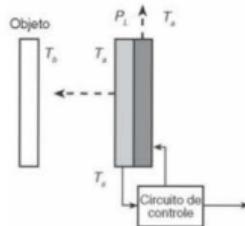


Figura 6.72 Diagrama simplificado de um sensor ativo de radiação infravermelha.

ou seja, em condições ideais, a potência elétrica controlada P é igual à soma das perdas não irradiadas P_p com a potência total irradiada Φ . Em outras palavras, pode-se fazer um dispositivo que siga com grande fidelidade o fluxo de energia irradiado. A Figura 6.72 mostra um diagrama simplificado de um sensor ativo de radiação infravermelha.

Uma maneira de se implementar esse tipo de sensor é utilizar termistores de grande superfície e fazer com que o sensor se autoaqueça. Uma vez que o termistor é uma resistência, ela deve dissipar potência. Dessa forma, tem-se um elemento sensor de temperatura, capaz de dissipar potência.

6.5.6 Termopares infravermelhos

Como mostramos anteriormente, termopares podem ser utilizados como detectores de pirômetros de radiação, geralmente em forma de uma termopilha em que vários termopares são ligados em série. Entretanto, recentemente foi desenvolvida uma nova classe de sensores de baixo custo, denominados termopares infravermelhos, que abriram um largo mercado para medição sem contato.

Os termopares infravermelhos, a exemplo dos termopares convencionais, têm na sua saída a variação de uma tensão (mV) em função da variação da temperatura. A Figura 6.73 mostra a

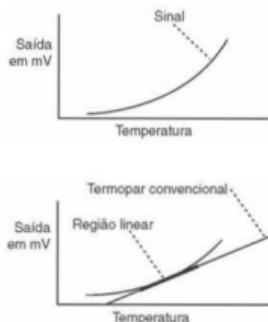


Figura 6.73 Curva típica de um termopar infravermelho e exemplo de utilização de uma faixa linear.

resposta típica de um termopar infravermelho e a faixa em que ele é utilizado.

Esses dispositivos contêm um sofisticado sistema óptico e eletrônico embutido em um invólucro de forma tubular e aparentemente simples. Utilizam uma termopilha, especialmente desenvolvida pelo fabricante para produzir tensão suficiente para substituir diretamente um termopar convencional. Atualmente uma enorme variedade é disponibilizada comercialmente, abrangendo uma ampla faixa de temperatura (-45 a 2760 °C) com até $0,01$ °C de precisão.

Pode-se citar alguns modelos oferecidos:

- ¶ Unidades padrões que simulam termopares convencionais do tipo J, K, T, E, R e S.
- ¶ Modelos manuais de varredura para se detectar temperatura de superfície, tal como com equipamentos elétricos.
- ¶ Chaves térmicas que podem ser utilizadas no controle de qualidade de linhas de produção a velocidades de até 300 m/min.

Todos os termopares infravermelhos são autoalimentados, ou seja, utilizam apenas a radiação infravermelha para produzir a tensão na saída. Cada modelo é geralmente projetado para um desempenho otimizado na região em que ocorre o melhor ajuste da tensão \times temperatura. Entretanto, o sensor pode ser utilizado fora dessa faixa, bastando para isso que seja calibrado apropriadamente. Em geral se assegura uma repetitividade de 1% dentro de toda a faixa de especificação. A Figura 6.74 mostra um exemplo de faixa de utilização de um termopar infravermelho.

Tal como todos os termômetros de radiação, o termopar infravermelho deve ser calibrado segundo as propriedades da superfície que se deseja medir. A calibração é feita medindo-se a superfície-alvo com outro medidor de temperatura confiável.

A precisão desses equipamentos é alterada no tempo pelas mesmas razões que os termopares convencionais: alterações mecânicas e alterações metalúrgicas. As alterações mecânicas ocorrem porque na maioria das aplicações o tempo de resposta é importante. Isso faz com que sejam construídos sensores de dimensões reduzidas que podem sofrer choques ou deformações em geral que mudam as propriedades termoelétricas.

Além disso, como os termopares convencionais medem a temperatura do próprio sensor, o sensor deve trabalhar a altas temperaturas. Sabe-se que as propriedades metalúrgicas dos mate-

riais têm forte relação com a temperatura (a temperatura ambiente tem influência desprezível, mas as temperaturas altas modificam as propriedades dos materiais). Os termopares infravermelhos resolvem esses dois problemas, uma vez que fazem a medição a uma certa distância do objeto-alvo e, além disso, trabalham à temperatura ambiente medindo apenas a radiação térmica incidente.

6.5.7 Campo de visão e razão distância/alvo

O campo de visão de um termômetro de radiação define em essência o tamanho do objeto-alvo a uma distância específica do instrumento. Para que uma medida feita com um termômetro de radiação seja precisa, é necessário que o objeto-alvo esteja completamente dentro do campo de visão do instrumento. Alguns modelos de fabricantes possuem um sistema a laser para indicar a área que está sendo medida. A Figura 6.75 mostra um esquema de campo de visão.

Esse parâmetros podem ser definidos (fornecidos pelo fabricante do equipamento) em forma de diagrama, tabela de dimensões do objeto-alvo *versus* distância, dimensões do objeto-alvo *versus* a distância focal, ou como um campo angular de visão.

Com um ângulo amplo do campo de visão as dimensões do objeto-alvo caem a um mínimo na distância focal. Com um ângulo estreito, o campo de visão abre mais suavemente. Em qualquer dos casos, a área da seção transversal pode variar de forma, dependendo do formato da abertura do sistema óptico.

Telescópios ou um sistema de lentes especiais podem possibilitar que sejam medidas superfícies de objetos muito pequenos. Sistemas ópticos comuns podem medir um alvo de $2,5$ mm a 38 mm de distância. A Figura 6.76 mostra o caminho de visão de um termômetro de radiação.

Os sistemas ópticos podem variar de superfícies pontuais com $0,08$ mm a superfícies de 8 mm, dentro de uma distância de 10 m. O ângulo de visão também afeta o alvo e sua forma. Quando o termômetro é calibrado, deve-se ter certeza de que o campo de visão é preenchido. Se o campo de visão não estiver preenchido, o termômetro vai ler um valor de temperatura menor. Se o campo de visão do termômetro de radiação não for bem definido, a sua leitura será maior quando o objeto-alvo for maior que

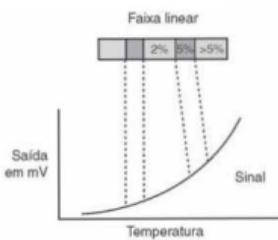


Figura 6.74 Exemplo de faixa de utilização de um termopar infravermelho.

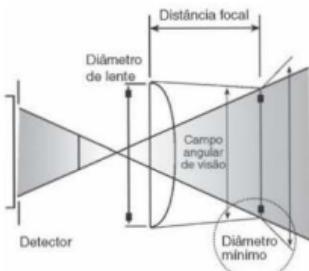


Figura 6.75 Campo de visão de um termômetro infravermelho.

o mínimo. A Figura 6.77 mostra exemplos de medições corretas e incorretas.

Como o sistema óptico foca a região que está sendo medida sobre o detector, a resolução desse sistema óptico é definida como a razão da distância do instrumento ao objeto pelo diâmetro máximo de medição (razão D:S Distance:Spot). A Figura 6.78 mostra detalhes da relação D:S; quanto maior essa relação, maior a resolução do instrumento e menor a dimensão do objeto que pode ser medido. Atualmente, muitos instrumentos possuem uma mira a *laser* que indica o ponto central. Uma inovação recente é

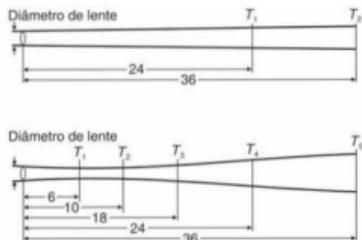


Figura 6.76 Caminho de visão de um termômetro de radiação. Os pontos T_n ($n = 1 \dots 5$) representam os diferentes diâmetros dos alvos a diferentes distâncias de medição.

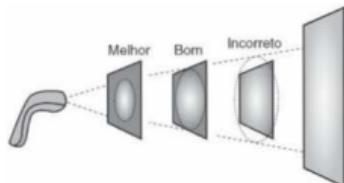


Figura 6.77 Cuidados com o campo de visão ao se utilizarem termômetros infravermelhos.

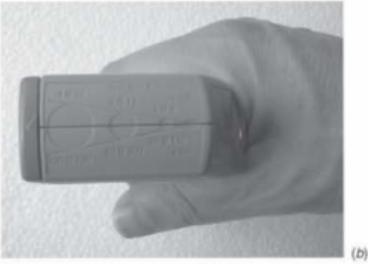
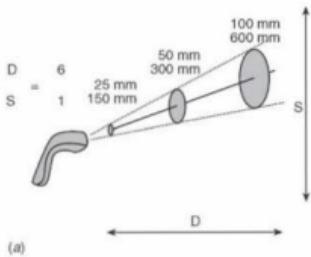


Figura 6.78 (a) Detalhes da relação D:S em um termômetro infravermelho; (b) fotografia da relação D:S em um termômetro infravermelho. (Cortesia Minipa Ind. e Com. Ltda.)

a inclusão de focos para *closes*, o que possibilita a medida de áreas muito pequenas sem incluir a temperatura de fundo (de objetos ou ambiente que rodeiam o alvo).

6.5.8 Medidores de temperatura unidimensionais e bidimensionais — termógrafos

A ideia básica desse tipo de medida é estender o conceito de medição pontual de temperatura por radiação térmica para uma ou duas dimensões. Também conhecidos como escâneres de linha (*linescanners*) ou termografia de linha, os termômetros de radiação para uma dimensão têm vasta aplicação no monitoramento de temperatura em processos de produção de fibras, carpetes, papel, laminados, vidros, entre outros. Já os termógrafos ou câmeras termográficas (medidores de temperatura bidimensionais) são bastante utilizados em áreas como manutenção, prevenção, engenharia biomédica, entre outras.

Destaca-se a utilização desse tipo de equipamento no monitoramento de linhas de transmissão de energia.

6.5.8.1 Termógrafos de linha

Esse dispositivo utiliza um detector único que é limitado a medir a temperatura de apenas um ponto. Entretanto, um conjunto de peças móveis e um espelho faz com que o ponto de medição esteja em constante movimento. Assim, o detector faz a medida da imagem de um ponto sobre uma linha conforme o movimento do sistema óptico.

Apesar de uma medida térmica com resolução suficiente necessitar de apenas algumas varreduras por segundo, existem unidades sensoras que oferecem leituras de até 500 varreduras por segundo. O circuito eletrônico do sistema capta a medida de cada um dos passos (que contém a temperatura de cada uma das posições). Um sistema de aquisição de alta velocidade digitaliza e processa esses sinais e os converte em temperatura \times distância. Outro sistema então mostra o resultado em tempo real.

Um sistema de termografia unidimensional não tem muito sentido se for montado para medir um objeto estático. Geralmente esse sistema é utilizado para medição de uma linha móvel, de

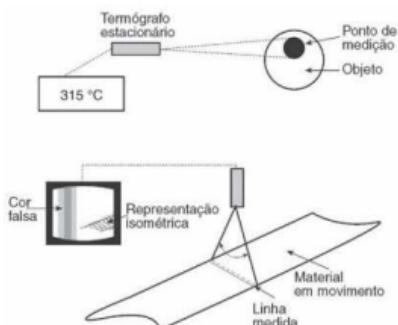


Figura 6.79 Varredura de temperatura em uma linha de um sistema em movimento.

modo a constituir uma curva dinâmica de temperaturas referentes aos pontos de uma linha de um processo. A Figura 6.79 mostra um sistema de termografia unidimensional.

A resolução desse tipo de equipamento é função da velocidade do corpo medido, do número de medidas por varredura e do número de linhas varridas.

A medida também depende da limpeza do caminho óptico. Alguns desses dispositivos são disponibilizados com um sistema de purga para a limpeza frequente do sistema óptico. Em alguns sistemas (quentes), também é necessário providenciar um sistema de refrigeração para o sensor. Geralmente a saída do sistema eletrônico de processamento alimenta um software em um computador para transformar os dados em uma imagem em tempo real. A saída do sistema transforma o sinal em uma imagem tridimensional: temperatura, largura da varredura e evolução das linhas varridas, como se pode observar na Figura 6.80.

Uma aplicação de um termógrafo unidimensional pode ser encontrada na indústria de produção de vidro, na qual uma placa de vidro é aquecida e tratada a fim de apresentar as propriedades desejadas. Como essa placa se desloca sobre uma esteira, aquecedores elétricos garantem que ela se aqueça uniformemente. Depois de um tempo mantido a uma temperatura de processo, a placa de vidro é resfriada uniformemente por meio de ar comprimido.

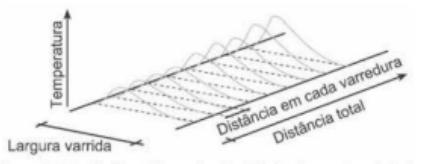


Figura 6.80 Gráfico tridimensional originado da varredura de linhas de temperaturas de um sistema em movimento.

6.5.8.2 Termógrafos bidimensionais

O acréscimo de mais uma dimensão geométrica ao dispositivo apresentado anteriormente leva à análise termográfica bidimensional (Figura 6.81).

Nesse caso, apenas duas escalas são apresentadas na imagem. Essa imagem apresenta as dimensões do objeto com diferentes tonalidades de acordo com a temperatura da imagem, simulando no espectro infravermelho o que os olhos enxergam no espectro visível, relacionando cores e temperaturas. Na verdade, um equipamento termográfico é uma câmera infravermelha comparável em tamanho a uma câmera de vídeo. Enquanto uma câmera de vídeo responde à radiação visível, o termógrafo responde à radiação infravermelha emitida pelo objeto.

Superfícies especulares, especialmente as metálicas, refletem radiação infravermelha. A imagem da superfície de um metal brilhante vista através de uma câmera infravermelha contém informação inerente e irradiada pela superfície, assim como informação de sua vizinhança através da energia refletida. No monitoramento de um objeto transparente, o sistema pode detectar ainda uma terceira fonte de radiação, que é transmitida através do objeto. Esses sistemas de aquisição de imagens térmicas também são conhecidos como *imagers* e têm ajuste de emissividade. Como qualquer outro instrumento que detecta radiação térmica, também no termógrafo é necessário ter cuidado com a emissividade, bem como com a transmissão atmosférica do caminho de visão. Esses instrumentos podem trabalhar em regiões de amplos comprimentos de onda, em distâncias curtas (ambientes de laboratório ou indústria); entretanto, para distâncias médias e longas (acima de 10 m) é necessário consultar bibliografia técnica para otimizar resultados, uma vez que existem peculiaridades devidas aos gases que compõem o meio de transmissão. Muitos gases, tais como amônia ou metano, apresentam altos índices de absorção na região do infravermelho.

Os sensores básicos utilizados nesses equipamentos são os mesmos utilizados nos instrumentos para medição térmica apresentados neste capítulo: térmicos ou quânticos. Os primeiros sistemas de imagem eram implementados com um sensor único montado junto a um sistema de espelhos móveis (impulsionado por um motor), cuja função era focar os pontos bidimensionalmente. Isso é feito de modo que cada valor processado corresponda a um pixel de um quadro de imagem térmica. Vários ciclos do mesmo processo possibilitam que a cada novo quadro seja feito um *update* da imagem, de modo que, se um corpo muda de posição ou temperatura, o usuário verá o efeito de um deslocamento ou de alteração de tonalidade da imagem. O problema desse sistema é que, para se formar uma imagem com uma re-

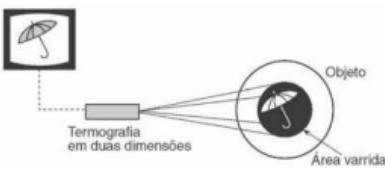


Figura 6.81 Câmera termográfica ou termógrafo.

solução relativamente baixa, gasta-se muito tempo no processamento, de modo que a imagem final é muito lenta.

Os novos sistemas de imagem térmica substituem o detector único por um detector de estado sólido que apresenta uma linha ou uma área sensora (*staring arrays*) na qual a imagem é focada, de modo que não há mais a necessidade de gastar tempo para processamento pontual. Essa linha, ou então essa área sensora, apresenta um arranjo de sensores que detectam simultaneamente o nível de radiação. No caso da linha sensora, ainda existe a necessidade de uma peça móvel para receber a radiação relativa a uma dimensão. Os detectores são frequentemente arranjados de modo que possam ser varridos sucessiva e rapidamente. As Figuras 6.82, 6.83 e 6.84 mostram um esquema desses três sistemas.

Grandes arranjos de detectores quânticos geralmente são construídos de forma híbrida. Os elementos sensores são fixados a um circuito de endereçamento do tipo CCD (Charge Coupled Device) de silício ou CMOS (Complementary Metal Oxide Silicon). A dimensão típica de um elemento é de $30 \mu\text{m}$. Uma

matriz pode ser montada com 640×480 elementos. A Figura 6.85 mostra detalhes de uma matriz sensora.

Essa inovação possibilitou que os termógrafos se tornassem mais precisos, menores e mais leves. Na verdade, um termógrafo moderno não é maior que uma câmera de vídeo portátil. A resolução de arranjos sensores é muito maior que a oferecida por sensores únicos. Uma resolução mais fina em uma imagem óptica significa a possibilidade de distinguir pontos menores de temperatura na imagem térmica.

Muitos detectores utilizados nesses equipamentos precisam ser mantidos a temperaturas controladas e baixas (usuamente 80 a 120 K). Isso se faz necessário pela mesma razão que um astrônomo precisa se afastar das luzes das grandes cidades se quiser enxergar algum astro. Isso se deve ao fato de que a luz (radiação) emitida por uma estrela distante (ou algum outro astro) tem baixíssima intensidade, e, se o cientista tentasse fazer o estudo de um ponto com várias fontes de luz, dificilmente conseguiria perceber o alvo naquela confusão de luzes. No caso do termógrafo, ocorre uma similaridade, pois é difícil o detector perceber a variação de temperatura externa se o próprio ambiente de detecção está emitindo alta energia térmica. Dependendo do equipamento, os detectores são mantidos a temperaturas criogênicas (-200°C , utilizando-se máquinas cíclicas de Stirling), ao passo que alguns detectores são mantidos a temperaturas próximas à temperatura ambiente (utilizando-se refrigeração termétrica). Geralmente os arranjos sensores resfriados a baixas temperaturas mantêm uma boa sensibilidade em uma grande faixa de comprimentos de onda, enquanto os sensores que operam a temperaturas mais elevadas têm boa sensibilidade apenas em comprimentos de onda elevados.

O detector é colocado em um dispositivo com o sistema de refrigeração mostrado na Figura 6.86. Essa montagem garante a manutenção da temperatura nos padrões exigidos. Em frente ao detector ainda existe uma máscara que limita o ângulo incidente de radiação.

Os dispositivos para detecção de imagens térmicas mais precisos são implementados com detectores quânticos a temperaturas criogênicas, o que os torna sensivelmente caros. Entretanto, atualmente já existem arranjos sensores que apresentam bom desempenho à temperatura ambiente, configurando câmeras térmicas.

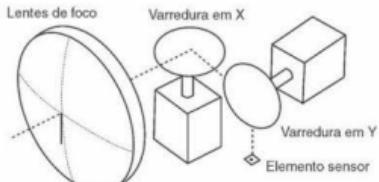


Figura 6.82 Sistema de varredura com um único sensor.

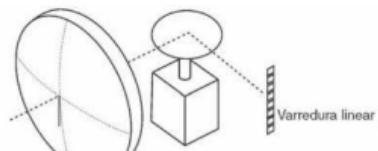


Figura 6.83 Sistema de varredura com uma linha de sensores.

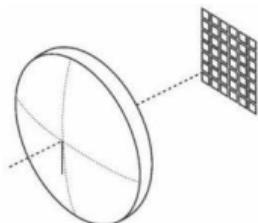


Figura 6.84 Sistema com uma matriz de sensores.

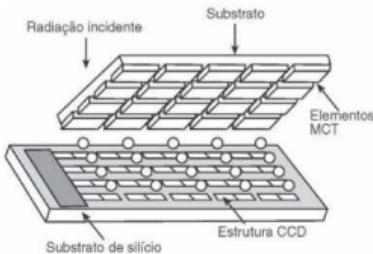


Figura 6.85 Detalhes de construção de uma matriz de detectores híbridos. Os elementos MCT no substrato de transmissão são compostos de mercúrio, cádmio e telúrio (MCT).

micas de dimensões reduzidas. A Figura 6.86 mostra detalhes de um detector a temperatura controlada.

Os detectores térmicos apresentam a desvantagem de serem lentos (alguns milissegundos), mas têm a grande vantagem de não necessitarem de resfriamento. A radiação incidente é absorvida por um eletrodo escurecido, e o calor gerado é transferido à camada piroelétrica ligada a um dielétrico polarizado. As cargas geradas pelo sensor piroelétrico mudam a polarização do dielétrico, a qual é adquirida e associada à temperatura. Uma das principais variáveis desse processo de detecção é a isolação térmica entre os elementos sensores. É necessário que exista uma estrutura isolante adicional entre os elementos para que seja garantida uma imagem térmica fiel.

O material mais utilizado na fabricação de janelas ópticas nesses equipamentos é o germaníio. Todo o sistema óptico, constituído de lentes, espelhos, filtros e janelas, tem papel fundamental no resultado final, como se pode observar na Figura 6.87.

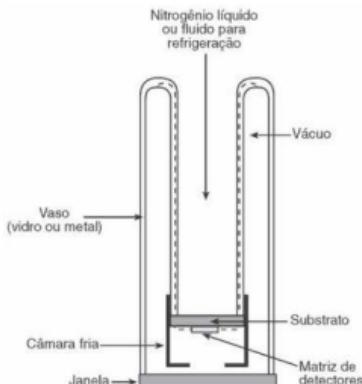


Figura 6.86 Detector com arranjo de sensores a temperatura controlada.

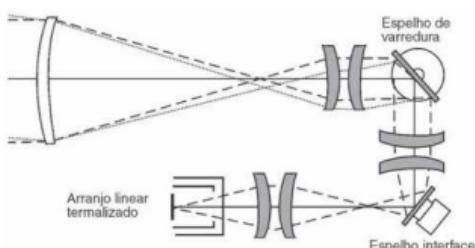


Figura 6.87 Ilustração mostrando grande quantidade de dispositivos ópticos em um equipamento de termografia.

A resolução de um termógrafo está relacionada a duas variáveis: temperatura e espaço. A primeira é função do tipo e das características do elemento detector, enquanto a segunda é função do número de elementos detectores. Os *datasheets* de *imagers* infravermelhos descrevem a resolução espacial em termos de miliradianos de um ângulo sólido. O valor em miliradianos é relacionado à área teórica do objeto coberto por um pixel no campo de visão instantâneo. Obviamente, grandes distâncias significam uma resolução menor para uma superfície fixa de um objeto, comparado a uma imagem próxima.

Apesar de simples, o manuseio desse equipamento deve ser feito com cuidado. Há situações em que uma pequena rotação do equipamento para a direita ou para a esquerda produz uma grande diferença no resultado da imagem. Isso pode ser devido a reflexões de radiações pelas vizinhanças do ponto em que a medida está sendo executada. Há ainda situações em que alterações devidas a um vento frio ou quente podem alterar a temperatura do alvo e do ambiente de interesse. Apesar de as câmeras modernas oferecerem resolução de alguns décimos de °C, se o equipamento não for manuseado corretamente a medida pode conter erros grosseiros. A Figura 6.88 apresenta alguns exemplos de imagens termográficas reais.

6.6 Medidores de Temperatura com Fibras Ópticas

Assim como muitos outros desenvolvimentos tecnológicos, o desenvolvimento da fibra óptica foi impulsionado por interesses militares após a Segunda Guerra Mundial. Inicialmente, os principais interesses estavam voltados para telecomunicações e giroscópios a laser para navegação de naves e mísseis. Mais tarde, o desenvolvimento de sensores robustos, também para aplicações militares, foi incluído no programa de pesquisa.

Independentemente da aplicação, a fibra óptica tem algumas vantagens:

- ¶ Insensibilidade a interferências eletromagnéticas (causadas por motores, transformadores etc.), incluindo radiofrequência (telecomunicações);
- ¶ Não conduz corrente elétrica (ideal para ambientes explosivos);
- ¶ Pode ser posicionada a uma certa distância do ponto a ser medido;
- ¶ Os cabos de fibra óptica podem ser condicionados em dutos comuns (com aproveitamento de estrutura existente);
- ¶ Alguns cabos de fibra óptica podem suportar temperaturas de até 300 °C;
- ¶ Capacidade para medidas distribuídas intrínsecas;
- ¶ Passividade química e imune a corrosão;
- ¶ Rígidez e flexibilidades mecânicas.

Qualquer sensoramento via fibra óptica requer que a variável cause, de alguma maneira, uma modulação no sinal óptico. Basicamente, essa modulação deve causar uma diferença de intensidade na radiação, na fase, no comprimento de onda ou na polarização. Para a medida de temperatura, a variação da intensidade é o efeito que prevalece.

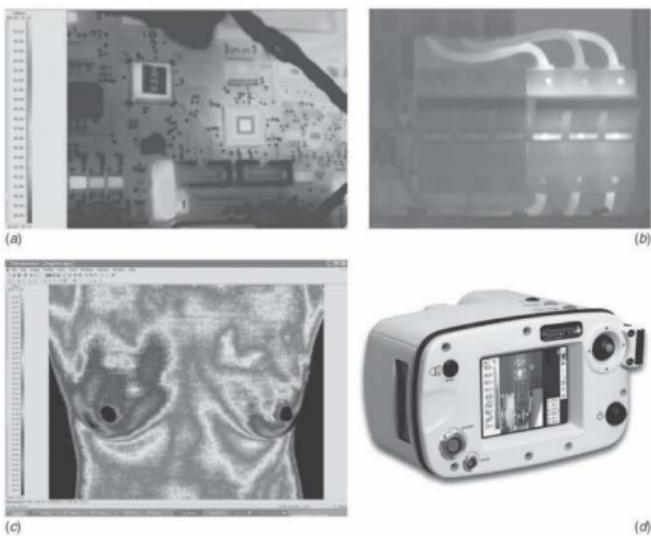


Figura 6.88 Imagens termográficas: (a) circuito impresso; (b) disjuntor; (c) tórax feminino para diagnóstico médico; (d) exemplo de câmera termográfica. Cortesia Thermoteknix.

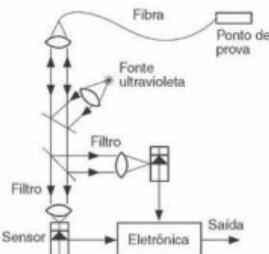


Figura 6.89 Medidor de temperatura em que se utilizam fibras ópticas.

Um dos primeiros medidores de temperatura baseados em fibras ópticas foi lançado nos anos 1980. O principal objetivo era medir temperaturas de maneira bastante precisa em meios que apresentassem grandes interferências eletromagnéticas, tais como fornos a micro-ondas ou no interior de transformadores. O princípio de funcionamento pode ser visto na Figura 6.89, que mostra um sensor de fósforo (terrás raras de fósforo) sendo excitado por uma fonte de luz ultravioleta. O espectro que retorna é dividido nos componentes verde e vermelho, e a razão da intensidade desses feixes é função apenas da temperatura do sensor de fósforo. Gerações modernas desse princípio de medida

conseguem precisões da ordem de 0,1 °C, dentro de uma faixa de temperatura aproximada de -50 a 250 °C.

6.6.1 Sistema de sensoreamento distribuído de temperatura — DTS

O primeiro sistema de sensoreamento distribuído de temperatura por fibra óptica (DTS) foi apresentado em 1981 na Universidade de Southampton. Com o DTS é possível medir temperatura ao longo de grandes distâncias, utilizando-se como sensor apenas um cabo de fibra óptica. Esses sistemas são autocalibrados e podem ser configurados para detectar um rompimento no sensor e a posição desse rompimento. Tais sistemas também possibilitam configurar um valor de temperatura-alarma, acima da qual um sinal é gerado.

O sensor de fibra óptica distribuído de temperatura é baseado na reflectometria no domínio do tempo (OTDR) conhecido como *backscatter*. Segundo essa técnica, um pulso de luz é aplicado na fibra óptica através de um acoplamento direcional. A luz é dispersa à medida que o pulso de luz percorre a fibra através de alguns mecanismos, incluindo flutuações de densidade e composição (dispersão de Rayleigh) e ainda dispersão de Raman e Brillouin, devido a vibrações moleculares e do sistema. Parte dessa dispersão é retida no núcleo da fibra e guiada de volta à fonte. O sinal de retorno é filtrado e enviado a um sensor de alta sensibilidade. Em uma fibra uniforme, a intensidade da luz que retorna apresenta um decaimento exponencial com o tempo,

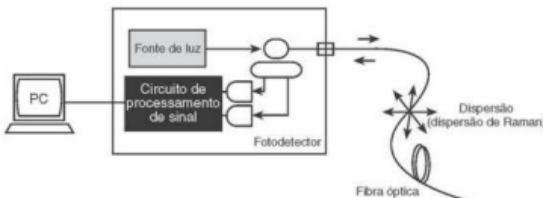


Figura 6.90 Sistema de sensoreamento distribuído de temperatura — DTS.

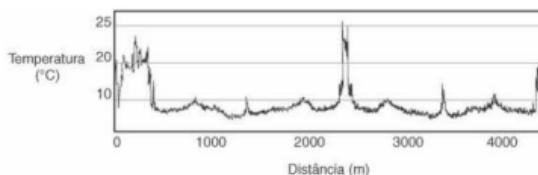


Figura 6.91 Distribuição de temperatura ao longo de alguns quilômetros de fibra óptica.

possibilitando o cálculo da distância percorrida pela luz, levando em conta a velocidade da luz na fibra (Figura 6.90). Variações nos parâmetros, tais como composição e temperatura ao longo do comprimento da fibra, causam algumas imperfeições desse decaimento exponencial.

A Figura 6.91 mostra a variação de temperatura em alguns quilômetros de fibra óptica.

A técnica ODTR é bem estabelecida e extensamente utilizada na indústria de telecomunicações para a qualificação de um link de fibra óptica ou para a detecção de um problema na fibra óptica. No ODTR, é a dispersão de Rayleigh que é analisada, que é o retorno de um sinal de luz incidente estimulante (*backscattering Rayleigh band*). A Figura 6.92 mostra o espetro de retorno da linha. O sinal que volta é comparado com o sinal que foi aplicado. Com essa informação é possível determinar perdas em links, rupturas e heterogeneidades. Os outros componentes (dispersão de Raman e de Brillouin) são de-

vidos a vibrações moleculares e de rede devidas a variações na temperatura.

Na prática, as linhas de Brillouin são separadas do sinal enviado por alguns décimos de GHz, e é praticamente impossível separar esse sinal do sinal de Rayleigh. O sinal de Raman, entretanto, é suficientemente intenso e distinto para ser utilizado na medição de temperatura.

O sinal de Raman é compreendido de dois outros elementos: as bandas de Stokes e de anti-Stokes. Essas bandas são deslocadas do comprimento de onda do sinal de Rayleigh e podem, portanto, ser filtradas. A intensidade do pico de anti-Stokes é menor que a intensidade do pico de Stokes, mas tem forte relação com a temperatura (a intensidade do Stokes tem relação mais fraca com a temperatura). Calculando-se a relação de intensidades dos sinais de anti-Stokes para Stokes, pode-se fazer uma medida precisa da temperatura. Combinando-se essa medida da temperatura com a medida da distância, é possível então medir a temperatura ao longo da fibra. Em condições ideais (mas não essenciais), a fibra deve ser testada nos dois terminais. Ou seja, deve-se utilizar um laço de fibra, a qual deve ser testada por um terminal e depois pelo outro. Esse tipo de medida apresenta duas vantagens, se comparada com a técnica de medição em apenas um terminal. Primeiramente, a precisão é melhorada, pois os efeitos de perda da fibra na medição de temperatura são eliminados, de modo que o sistema se torna insensível a microdeformações e a perdas de conexões. Ambos os efeitos podem mudar com o tempo, e, se não forem detectados, vão provocar erros no perfil de temperaturas. Medindo-se em ambas as extremidades e fazendo-se a média geométrica, esses erros são eliminados. A segunda vantagem reside no fato de que, se uma das metades da fibra se romper, o sistema pode continuar funcionando, uma vez que ainda pode funcionar aplicando-se o sinal em apenas uma

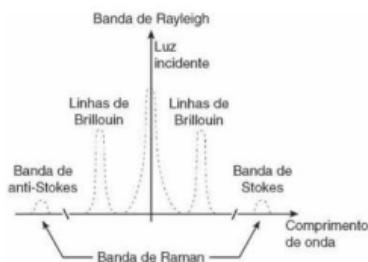


Figura 6.92 Espectro de retorno da linha medida.

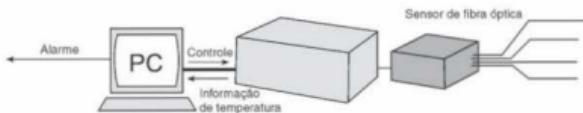


Figura 6.93 Sistema para medição de temperatura distribuída.

das extremidades. A Figura 6.93 mostra o esquema completo de um sistema de medição de temperatura distribuída.

6.7 Sensores Semicondutores para Temperatura

6.7.1 Introdução

Dispositivos semicondutores, tais como os diodos e os transistores, são sensíveis à temperatura e podem, portanto, ser utilizados como sensores de temperatura. As principais vantagens na utilização desses dispositivos são a linearidade, a simplicidade e a boa sensibilidade. A principal desvantagem é a limitação da faixa de temperatura, aproximadamente 200 °C, pois acima dessa temperatura esses dispositivos podem ser danificados.

Um semicondutor puro é um isolante a baixa temperatura, e sua condutividade aumenta com o aumento da temperatura. Os semicondutores mais comuns são Si, Ge e o GaAs. Esses sólidos apresentam uma faixa de condutividade se forem adicionados dopantes. A condutividade de um semicondutor puro está diretamente relacionada com o número de elétrons da banda de condução e de lacunas na banda de valência dada por:

$$\sigma = \frac{1}{p} = n \cdot q \cdot \mu_n + p \cdot q \cdot \mu_p \left[\frac{\text{S}}{\text{m}} \right]$$

sendo

q a carga do elétron em Coulomb [C]

n e p as respectivas densidades dos elétrons e das lacunas $\left[\frac{1}{\text{m}^3} \right]$

μ_n e μ_p as respectivas mobilidades dos elétrons e das lacunas $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \right]$

As densidades dos elétrons e das lacunas dependem da ocupação dos estados eletrônicos nas bandas de energia e da função distribuição Fermi-Dirac. Como $f(E)$ é a probabilidade de que um elétron tenha uma energia igual a E , seu complemento $1 - f(E)$ fornece a probabilidade para uma lacuna com energia E . Assim sendo, essa probabilidade é dada por

$$1 - f(E) = \frac{e^{-\frac{E - E_F}{kT}}}{e^{-\frac{E - E_F}{kT}} + 1}$$

sendo

E a energia de um elétron dada em eV

E_F uma constante denominada energia de Fermi dada em eV

k a constante de Boltzmann $\left[\text{eV/K} \right]$

T a temperatura absoluta em K.

6.7.2 Característica $V \times I$ da junção $p-n$

Essa característica pode ser analisada experimentalmente, basando para isso que se forneça uma tensão fixa V_o na junção $p-n$ e se registre o fluxo de corrente I para diferentes valores de V_o .

A característica $V \times I$ não é linear; porém, se plotarmos na escala logarítmica, torna-se uma reta quando uma tensão positiva é aplicada no lado p da junção. Com base nessa observação, pode-se empiricamente desenvolver uma relação corrente-tensão para a junção $p-n$:

$$I = I_0 \times e^{\left(\frac{V_o}{V_t} \right)} \quad [\text{A}]$$

sendo

V_o a tensão na junção

V_t uma constante [V]

I_0 uma constante [A].

Pode-se utilizar essa equação para calcular a resistência da junção $p-n$ (chamada de resistência dinâmica):

$$R_{din} = \frac{d(V_o)}{dI} = \frac{V_t}{I} \quad [\Omega]$$

Combinando-se $I = I_0 \times e^{\left(\frac{V_o}{V_t} \right)}$ e $R_{din} = \frac{d(V_o)}{dI} = \frac{V_t}{I} \quad [\Omega]$, percebe-se que R_{din} diminui exponencialmente com o aumento da tensão. Fisicamente, é possível medir a resistência dinâmica R_{din} de uma junção $p-n$ em diferentes pontos — a corrente reversa da junção $p-n$, que é muito pequena e relativamente independente da tensão. A junção $p-n$ comporta-se nessa situação como um circuito aberto. Incluindo-se a corrente reversa em

$$I = I_0 \times e^{\left(\frac{V_o}{V_t} \right)}$$

obtém-se

$$I = I_0 \times e^{\left(\frac{V_o}{V_t} \right)} - I_r$$

sendo

I_r a corrente reversa [A] e, se I_r for idêntico a I_0 ,

$$I = I_0 \times \left(e^{\left(\frac{V_o}{V_t} \right)} - 1 \right)$$

Essa equação denomina-se **equação do diodo ideal**, e I_0 é a corrente de saturação (essa corrente pode ser entendida como o valor de corrente quando V_o se aproxima de $-\infty$). Essa expressão pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$I = I_0 \times \left(e^{\left(\frac{q \cdot V}{K \cdot T} \right)} - 1 \right)$$

sendo

K a constante de Boltzmann em eV/K

q a carga elétrica

I e V a corrente e a tensão do diodo, geralmente denominadas I_D e V_D

T a temperatura absoluta do dispositivo [K].

Com a relação $\frac{K}{q} = 86170,9 \frac{\mu\text{V}}{\text{K}}$ e manipulando-se a expressão

$I_D = I_0 \times \left(e^{\left(\frac{q \cdot V}{K \cdot T} \right)} - 1 \right)$ para se obter V_D , tem-se:

$$V_D = \left(86170,9 \frac{\mu\text{V}}{\text{K}} \right) \times T \times \ln \left(1 + \frac{I_D}{I_0} \right).$$

Infelizmente, não é possível utilizar V_D para determinar a temperatura absoluta, pois I_0 depende da temperatura. Além disso, a dependência do diodo com relação à temperatura é não linear e não repetitiva, considerando-se medidas precisas.

6.7.3 Sensor de estado sólido

Para medidas mais precisas, é interessante utilizar a dependência com relação à temperatura da tensão base-emissor v_{BE} de um transistor alimentado com uma corrente constante no coletor. Pela manipulação algébrica do modelo de Ebers-Moll, é possível determinar que a tensão base-coletor v_{BE} é dada por:

$$v_{BE} = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{i_C}{i_S} \right)$$

sendo

K a constante de Boltzmann em eV/K

q a carga elétrica

T a temperatura absoluta do dispositivo [K]

i_C a corrente no coletor

i_S ou i_o a corrente de saturação

que mostra que v_{BE} e i_S são dependentes da temperatura:

$$i_S = B \cdot T^3 e^{\frac{q \cdot V_{BE}}{K \cdot T}}$$

sendo B uma constante que depende do nível de dopagem e da geometria, mas não depende da temperatura, e V_{BE} a tensão banda-gap (1,12 V a 300 K para o silício). Portanto, após uma breve manipulação algébrica temos:

$$v_{BE} = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{i_C}{B \cdot T^3} + V_{BE0} \right)$$

Considerando V_{BE0} a tensão base-emissor correspondente à corrente de coletor constante I_{C0} a uma dada temperatura T_0 , temos:

$$v_{BE} = \frac{KT}{q} \ln \frac{i_C}{I_{C0}} \left(\frac{T_0}{T} \right)^3 + (V_{BE0} - V_{BE0}) \frac{T}{T_0} + V_{BE0}$$

Essa expressão mostra que a relação entre v_{BE} e T não é linear e depende da corrente no coletor. Utilizando-se os conceitos abordados nos capítulos anteriores, pode-se quantificar a não linearidade derivando em relação à temperatura T para uma dada corrente de coletor constante ($i_C = I_{C0}$):

$$\frac{dv_{BE}}{dT} \Bigg|_{i_C = I_{C0}} = \frac{V_{BE0} - V_{BE0}}{T_0} - \frac{3k}{q} \left(1 + \ln \frac{T}{T_0} \right)$$

O termo $\frac{V_{BE0} - V_{BE0}}{T_0}$ indica a sensibilidade (próxima de $-2,2 \text{ mV/C}$ para o silício) e o segundo termo $\frac{3K}{q} \left(1 + \ln \frac{T}{T_0} \right)$ descreve a não linearidade (próxima de $0,34 \text{ mV/C}$ para o silício).

A não linearidade da tensão base-emissor e a necessidade de que a corrente no coletor seja constante no tempo e com a temperatura tornam não atrativa a utilização dessa configuração. Em geral a solução para esse problema consiste na utilização de dois transistores bipolares cuja densidade de corrente no emissor apresenta uma razão constante. Uma possível solução é a utilização clássica de dois transistores idênticos, tal como no circuito da Figura 6.94.

Se ambos os sensores estiverem à mesma temperatura, a diferença entre a respectiva corrente base-emissor é dada por:

$$V_d = v_{BE1} - v_{BE2} = \frac{K \cdot T}{q} \ln \frac{i_{C1}}{i_{S1}} - \frac{K \cdot T}{q} \ln \frac{i_{C2}}{i_{S2}}$$

Como os dois transistores são idênticos,

$$i_{S1} = i_{S2}$$

e, portanto,

$$V_d = v_{BE1} - v_{BE2} = \frac{K \cdot T}{q} \ln \frac{i_{C1}}{i_{C2}}$$

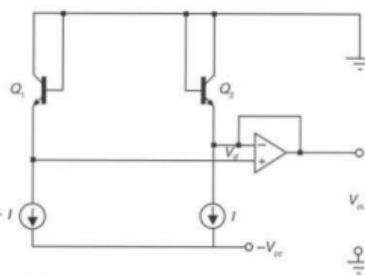


Figura 6.94 Esboço resumido de um transistor bipolar como sensor de temperatura.

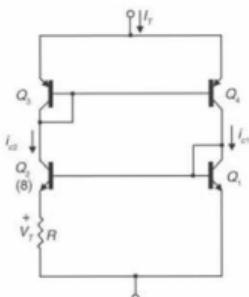


Figura 6.95 Esboço de um conversor temperatura-corrente.

e, se a relação i_{C1}/i_{C2} é constante, então V_d é proporcional à temperatura T sem a necessidade de nenhuma fonte de corrente constante. No exemplo da Figura 6.94, $i_{C1}/i_{C2} = 2$, sendo

$$\frac{V_d}{T} = 59,73 \mu \cdot \frac{V}{K}.$$

A Figura 6.95 apresenta outra configuração para um tipo de termômetro amplamente utilizado que é popularmente conhecido por conversor temperatura-corrente. Considerando-se que os transistores Q_3 e Q_4 são iguais, tem-se:

$$i_{C1} = i_{C2} = \frac{I_T}{2}$$

Q_2 (8) são 8 transistores em paralelo, iguais entre si e iguais a Q_1 . Portanto, a corrente no emissor é 8 vezes maior em Q_1 do que em Q_2 . Após manipulação algébrica, a tensão de saída é dada por

$$V_d = \frac{K \cdot T}{q} \ln 8 = 179 \frac{\mu \cdot V}{K} \times T$$

e a corrente de entrada:

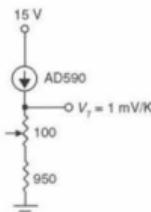
$$I_T = 2 \cdot i_{C2} = \frac{2 \cdot V_d}{R}.$$

Para $R = 358 \Omega$, independentemente da tensão aplicada (para uma dada faixa),

$$\frac{I_T}{T} = 1 \frac{\mu \cdot A}{K}.$$

A saída no formato de corrente é interessante principalmente em sistemas remotos, em função do comprimento dos cabos de comunicação e de interferências. A Figura 6.96 apresenta um circuito integrado da Analog Devices configurado para se obter uma tensão na saída proporcional à variação de temperatura. Apenas como exemplo, a Tabela 6.7 apresenta alguns dos sensores semicondutores fabricados pela Analog Devices.

Nos últimos anos, diversos fabricantes lançaram no mercado sensores semicondutores para temperatura com saída digital (ver Tabela 6.8), os quais apresentam diversas vantagens, principal-

Figura 6.96 Termômetro baseado no integrado AD590, da Analog Devices, configurado para saída de $1 \frac{mV}{K}$.

mente pela facilidade de utilização em sistemas remotos e interfaciais com sistemas microcontrolados.

A Figura 6.97 traz um exemplo simples de utilização do sensor de estado sólido AD590. Esse sensor pode ser alimentado com 4 V a 30 V, e neste exemplo está alimentado com +15 V. Um resistor de $1 k\Omega \pm 1\%$ está conectado entre a saída do sensor AD590 e a referência. Esse resistor converte a saída $1 \frac{\mu \cdot A}{K}$ para $1 \frac{mV}{K}$, que é amplificado pelo amplificador de instrumentação AD524 configurado com ganho 10.

Existem diversos outros fabricantes de sensores semicondutores para medição de temperatura, entre os quais se podem destacar a National Semiconductors e a Texas Instruments. A família LM135, LM253 e LM335, da National Semiconductors, é

Tabela 6.7 Exemplo de alguns sensores semicondutores para temperatura, da Analog Devices (com saída analógica)

Modelo	Faixa	Sensibilidade
AD592	-25 °C a +105 °C	$1 \frac{\mu \cdot A}{K}$
TMP17	-40 °C a +105 °C	$1 \frac{\mu \cdot A}{K}$
AD22100	-50 °C a +150 °C	$22,5 \frac{mV}{C}$
TMP35	+10 °C a +125 °C	$10 \frac{mV}{C}$
ADT50	-40 °C a +125 °C	$10 \frac{mV}{C}$

Tabela 6.8 Exemplo de alguns sensores semicondutores para temperatura, da Analog Devices (com saída digital)

Modelo	Faixa	Erro
TMP03/04	-40 °C a +100 °C	$\pm 1,5 ^\circ C$
AD7415	-40 °C a +125 °C	$\pm 2 ^\circ C$
AD7416	-40 °C a +125 °C	$\pm 2 ^\circ C$
AD7314	-35 °C a +85 °C	$\pm 1 ^\circ C$
TMP37	+5 °C a +100 °C	$\pm 2 ^\circ C$

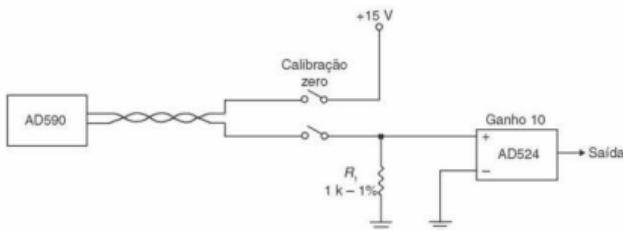


Figura 6.97 Circuito simples utilizando o sensor de estado sólido AD590.

constituída de sensores semicondutores cuja saída é no formato de tensão analógica (na escala Kelvin). A saída dessa família é proporcional à temperatura absoluta com uma sensibilidade de 10 mV/K . A Figura 6.98 apresenta uma configuração típica para esse sensor.

O terceiro terminal desse sensor possibilita o ajuste (por exemplo, com um *trimpot*) da tensão de saída para uma temperatura conhecida, como, por exemplo, de $2,982 \text{ V}$ para 25°C , ajustando-se o sistema para uma precisão de $\pm 1^\circ\text{C}$ para uma faixa de temperatura de -55°C a $+150^\circ\text{C}$. Da mesma maneira, a famí-

lia LM35, LM34, LM45 é constituída de dispositivos com três terminais, que fornecem na saída uma tensão proporcional na escala $^\circ\text{C} (10 \text{ mV/}^\circ\text{C})$.

A família LM134, LM243 e LM334 (da National Semiconductors) é formada por sensores semicondutores cuja saída analógica é em corrente. A sensibilidade (geralmente entre $1^\mu \cdot \text{A}/^\circ\text{C}$ a $3^\mu \cdot \text{A}/^\circ\text{C}$) é ajustada por meio de um dispositivo externo, como, por exemplo, um simples resistor. A Figura 6.99 apresenta uma configuração típica para o sensor LM134.

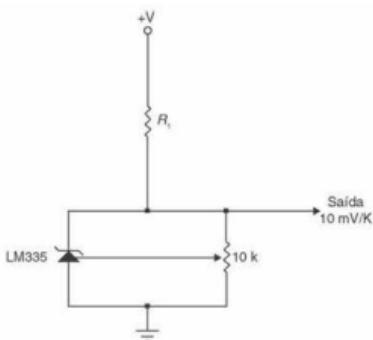
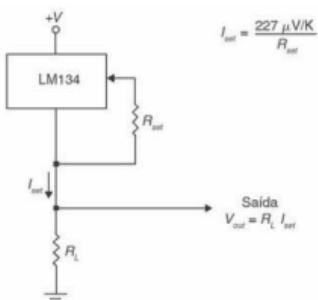


Figura 6.98 Circuito simples utilizando o sensor de estado sólido LM335.

Figura 6.99 Configuração típica do sensor LM134 com controle da corrente de saída pelo R_{sen} .

Exercícios

- Cite duas aplicações de sensores de temperatura por efeitos mecânicos.
- Quais as principais diferenças entre termômetros de mercúrio de imersão total e de imersão parcial?
- Explique o princípio de funcionamento de um termômetro bimetalico.
- O que é um termostato? Cite uma aplicação.
- Qual o princípio de funcionamento dos termômetros manométricos?
- Qual a faixa de temperatura típica de um sensor metálico (RTD) de platina?
- Dados os sensores, PT100, NTC e PTC, e termopares, quais deles são denominados termorresistências? Por quê?

8. A ponte de Wheatstone é muito importante, pela sua gama de aplicações dentro da instrumentação. Uma de suas aplicações se dá com sensores de temperatura metálicos (PT100, por exemplo). Mostre o circuito em ponte de um PT100 a três fios. Aponte sua principal vantagem. Demonstre matematicamente quais as principais características entre uma ponte com PT100 a dois e a três fios.
9. Qual a principal desvantagem em utilizar uma ponte para um RTD em vez de uma fonte de corrente?
10. Considere a seguinte situação: um amigo diz que seu controlador de temperatura não funciona mais e tem certeza de que o responsável é o sensor. Ele quer substituir esse sensor, mas nada sabe sobre sensores de temperatura. Uma vez que o sensor correto é um PT100, que perguntas você deve fazer a esse amigo a fim de concluir que se trata de um PT100 e não de um termopar ou de um NTC?
11. Sabendo que a temperatura ambiente é de 20 °C e que a tensão de saída correspondente do termopar do tipo J é de 1,05 mV, qual a tensão de saída (mostrada no voltímetro) para as situações mostradas na Figura 6.100? Por quê?

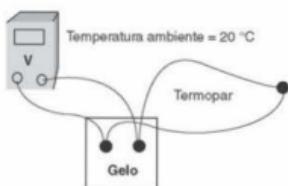


Figura 6.100 Medições de temperatura com termopar (referente ao Exercício 11).

12. Imagine que a junta de medida de um termopar esteja dentro de um forno de temperatura homogênea. O que aconteceria com a medida se essa junta fosse aberta e inseridos 5 cm de cobre (e fechado o circuito novamente)? Por quê?
13. A resposta de uma termorresistência como um PT100 é linear (ou ao menos pode ser considerada linear para a maioria das aplicações) em termos de resistância R em função da temperatura. O NTC tem uma resposta exponencial relativa à variação de sua resistência em função da temperatura. Explique as vantagens do fato de um sensor ser linear, em comparação com um não linear.
14. Considere a seguinte situação: em um teste para seleção de um candidato, é solicitada a substituição de um sensor do tipo PT100. Entretanto, no almoço arrefiado todos os sensores estão misturados (PT100, NTC e termopar). Considerando-se que você pode utilizar uma fonte de calor de 0 a 100 °C, um termômetro de mercurio e um multímetro, que procedimento você deve seguir para escolher o PT100 entre os outros sensores?
15. Qual a tensão de saída (mostrada no voltímetro) para as situações mostradas na Figura 6.101? São conhecidos os seguintes valores da tabela do termopar:

0 °C	0 mV
20 °C	1,05 mV
100 °C	5,37 mV

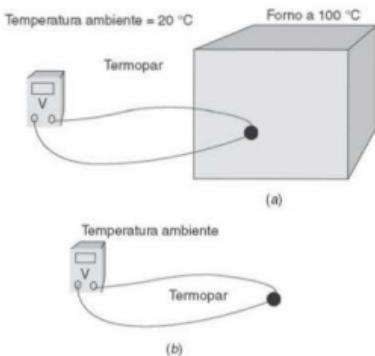


Figura 6.101 Medições de temperatura em um forno (referente ao Exercício 15).

16. Supondo que você disponha apenas de um ohmímetro (para medir resistência), você poderia identificar um: (a) termopar; (b) PT100; (c) NTC? Caso sua resposta seja afirmativa, explique como.
17. O termopar necessariamente tem duas juntas. Por que normalmente os termopares se apresentam em dois fios, com apenas um dos lados soldado? Onde está a outra junta?
18. O gráfico da Figura 6.102 mostra a curva (fictícia) de um PT100. Calcule a temperatura medida quando a) $R = 120$ ohms e b) $R = 130 \Omega$.

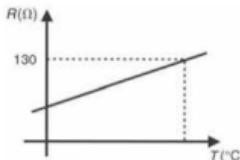


Figura 6.102 Resposta de uma termorresistência (referente ao Exercício 18).

19. Faça o esboço de uma ligação a três fios utilizando um N150. Complete a ponte de Wheatstone com resistores de 50 ohms. Considere a resistência dos cabos (ligados ao sensor apenas) de 0,5 Ω. Calcule a tensão na ponte quando a temperatura for 0 °C.
20. Considerando-se que as ligações de um termopar a um voltímetro adequado estejam corretas, é possível medir uma tensão elétrica (mV) negativa? Explique.

21. Tem-se abaixo uma tabela com dados reais. Calcule α (do PT100) e β (do NTC) experimentais.

Temperatura	PT100(Ω)	NTC(kΩ)
1 °C	100,4	510
9 °C	102,8	450
18 °C	107,2	290
28 °C	111,1	180
42 °C	116,7	100,9
56 °C	122	55
63 °C	125,4	40
70 °C	128,8	27,5
85 °C	132,6	16,2
94 °C	137	10,3

22. Utilizando a tabela do termopar tipo K, calcule os valores em temperatura dos pontos dados em mV: -0,28; 0,08; 1,23; e 2,85. Sabendo que $T_{amb} = 20$ °C, utilize o sistema apresentado na Figura 6.100.
23. Com α (do PT100) e β (do NTC) calculados no Exercício 21, calcule a resistência medida pelo PT100 e pelo NTC em $T = 150$ °C.
24. Sabendo que o valor de α (do PT100) é 0,0034 e β (do NTC) é igual a 3 388, e que o valor da resistência do PT100 a 0 °C é de 100 ohm e do NTC é 30 kΩ, calcule as temperaturas para: PT100 com $R = 120$ Ω e NTC com 1000 Ω.
25. Calcule os valores da resistência dos sensores do Exercício 24 a 173 °C sabendo que o valor da resistência do PT100 a 0 °C é de 100 ohm e o do NTC é 30 kΩ.
26. Faça o projeto de um medidor de temperatura com um PT 100 baseado em uma fonte de corrente de 1 mA. A saída deve variar de 0 a 1 V para a faixa de entrada de 0 a 100 °C.
27. Faça o esboço de um sensor do tipo PT100 em uma ligação a quatro fios. Levando em conta a resistância ôhmica dos cabos, mostre numericamente que sua influência é nula.
28. Por que a platina é considerada o melhor metal para a construção de um RTD?
29. Um dado RTD apresenta uma resistência de 100 Ω e $\alpha = 0,00385 \frac{(\Omega)}{\Omega} / K$ a 0 °C. Calcule sua sensibilidade e seu coeficiente de temperatura a 25 °C, 50 °C, 75 °C e 100 °C.
30. Qual a consequência de choques mecânicos em RTDs?
31. Qual o efeito de utilização de RTDs acima das temperaturas-limite?
32. Qual a diferença entre o método do ponto fixo e o método de comparação na calibração de RTDs?
33. Em que situações é necessário considerar modelos de segunda ordem ou superior na modelagem de RTDs?
34. Explique as diferenças de construção entre os RTDs e os termistores.
35. Explique a diferença entre NTCs e PTCs.

$$36. \text{Calcule a sensibilidade relativa } \alpha = \frac{dR_f}{dT} = -\frac{\beta}{T^2} \text{ em } T = 40^\circ\text{C}$$

de um NTC com $R_0 = 10$ kΩ a 0 °C. Sabe-se que a 40 °C o termistor mede 650 Ω.

37. Considerando o modelo alternativo para $R_f = R_0 \cdot e^{\frac{\beta}{T} - \frac{1}{R_0}}$ como $R_f = A \cdot e^{\frac{\beta}{T}}$, determine A para uma unidade tendo um $\beta = 3500$ K e 80 kΩ a 20 °C. Calcule o valor para a sensibilidade α a 0 °C, 50 °C e 100 °C.
38. Utilize a tabela do Exercício 21 para definir um modelo de três parâmetros do tipo $R_f = e^{\left(\frac{\alpha}{T} + \frac{\beta}{T^2} + \frac{\gamma}{T^3}\right)}$ para o NTC.
39. Considere o mesmo termistor do Exercício 21. Determine o valor de um resistor em paralelo R para que a resposta seja linearizada entre 0 °C e 50 °C (utilize os dois métodos estudados).
40. Repita o Exercício 39 para a faixa de temperatura entre 50 °C e 100 °C.
41. Calcule a sensibilidade do circuito de linearização da Figura 6.29.
42. Calcule o resistor em série e em paralelo do circuito de linearização da Figura 6.29 quando aplicado ao NTC do Exercício 21 para a faixa de 0 °C a 50 °C.
43. O circuito mostrado na Figura 6.103 é utilizado para medir a faixa de temperatura de 400 °C a 600 °C utilizando-se um termopar do tipo J com um método para compensação da junção fria ou junção de referência.

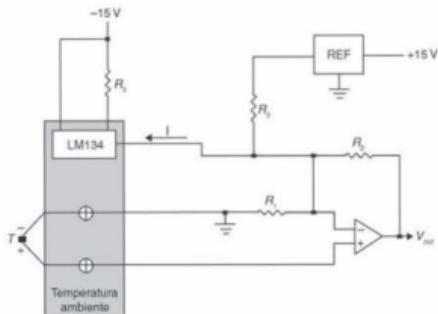


Figura 6.103 Circuito referente ao Exercício 43.

A saída da fonte de corrente LM134 é dada por

$$I(\mu\text{A}) = \frac{227 \Omega \times (273 + T_a(\text{°C}))}{R_3},$$

sendo T_a a temperatura ambiente. Considerando-se o amplificador operacional ideal, determine suas equações. Qual é o ganho necessário para se obter uma faixa de saída de -10 V a +10 V para uma faixa de temperatura de 400 °C a 600 °C?

44. Descreva sucintamente os principais tipos de sensores utilizados para medir temperatura.
45. Descreva as principais vantagens e desvantagens dos termopares dos tipos E, J, K e T.

46. Em uma indústria metalúrgica, existe um forno com uma faixa de temperatura de 20 °C a 650 °C com uma precisão de 2 °C. Você trabalha em uma empresa de engenharia especializada no desenvolvimento de soluções de instrumentação térmica. Foi solicitado o desenvolvimento de um circuito condicionador que converta a saída de um dado termopar adequado a um sistema de digitalização que será interfaceado com a porta paralela IEEE1284-A. Determine o termopar, esboce o circuito com os correspondentes cálculos, determine o conversor ADC (apresentando resolução) e esboce o interfaceamento.
47. Considerando o amplificador de instrumentação AD625 da Analog Devices, esboce o circuito para amplificar o sinal derivado de um termopar Fe-Cu (de ferro-cobre).
48. Considerando o exercício anterior, substitua o amplificador de instrumentação AD625 pelo INA101 da Texas Instruments (Burr-Brown Corporation). Está correto? O que alterou?
49. Considerando-se o polinômio: $T = a_0 + a_1 \cdot V + a_2 \cdot V^2 + a_3 \cdot V^3 + \dots + a_n \cdot V^n$, implemente um programa para plotar esse polinômio considerando as constantes fornecidas no texto deste capítulo (plota um polinômio para cada tipo de termopar fornecido na Tabela 6.4).
50. Implemente um circuito condicionador para um determinado termopar, utilizando o amplificador de instrumentação INA101 e o amplificador isolador ISO122P (todos os componentes pertencem à Texas Instruments (Burr-Brown Corporation)) e considerando um bloco isotérmico com IN4148 (esse diodo estabelece uma referência ao ponto gelo ou 0 °C, pois a tensão desse componente muda com a temperatura ambiente e então pode ser utilizado como elemento compensador).
51. Considerando os sensores LM135, LM35, LM234, LM56 e LM78, pesquise suas faixas de utilização e sensibilidade.
52. Considerando o circuito mostrado na Figura 6.104, explique seu funcionamento e sua utilidade.
54. Considerando o sensor LM35 e o conversor ADC0804, esboce o interfaceamento desse sensor com a porta paralela de um computador compatível com a família PC e forneça o fluxograma do programa de controle desse sistema para medir uma temperatura de 0 °C a 100 °C.
55. Trace o circuito para um sistema de medição de temperatura baseado em um termopar do tipo J. A junção de referência deve ser compensada utilizando-se o sensor semicondutor AD590, cuja sensibilidade é $1 \mu^{\circ} \text{A}/\text{K}$. A tensão de saída deverá ser medida com um voltmímetro com contatos de cobre. Explique o funcionamento do sistema.
56. Utilizando um termopar do tipo J, um AD592 e um amplificador OP07D, esboce um sistema para medir a temperatura na faixa de -50 °C a +250 °C.
57. Explique o princípio físico de medição de temperatura com termômetros de radiação.
58. Dentro do espectro eletromagnético, localize a região de infravermelho.
59. O que é um corpo negro; um corpo cinza; e um corpo não cinza nem negro, e qual a relação de cada um com a emissividade?
60. O que se pode concluir sobre a potência emissiva de um corpo negro?
61. Quais as diferenças entre emitância e emissividade?
62. Explique o princípio de funcionamento de um termômetro de radiação de duas cores.
63. Qual a principal diferença entre o termômetro de radiação de duas cores e o termômetro de radiação de banda larga ou banda estreita?
64. Explique o princípio de funcionamento do pirômetro óptico.
65. Quais as principais diferenças entre detectores quânticos e detectores térmicos?
66. O que são termopilhas?
67. O que são detectores do tipo bolômetros?
68. Qual o princípio de funcionamento dos sensores ativos de radiação infravermelha?
69. O que são e como funcionam os termopares infravermelhos?
70. Para que servem o campo de visão e a razão distância/alvo?
71. Qual o significado de uma razão D:S igual a 6:1?
72. O que é termografia?
73. Quais são os tipos de detectores utilizados em termôgrafos?
74. Cite o princípio de funcionamento de um termógrafo que faz leitura de temperatura em duas dimensões.
75. O que é, e qual o princípio de funcionamento do sensoreamento ou monitoramento de temperaturas distribuídas?
76. Quais as diferenças entre utilizar uma fibra óptica simples e uma fibra óptica dupla em um sistema de DTS?
77. Projete um circuito para condicionamento de um sensor LM 335 para a faixa de temperatura de 0 a 100 °C. A saída deve variar de 0 a 1 V.
78. Repita o Exercício 77 utilizando o diodo IN4148 como sensor.
79. Repita o Exercício 77 para um sensor do tipo AD 590.

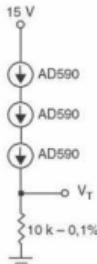


Figura 6.104 Esquema referente ao Exercício 52.

53. Considerando os sensores AD592CN, ADT43, AD22100K, LM62, TC1046, TMP01 e TMP17F, pesquise suas faixas de utilização e sensibilidade.

BIBLIOGRAFIA

- BLACKBURN, J. A. *Modern instrumentation for scientists and engineers*. New York: Springer-Verlag, 2001.
- BORCHARDT, I.; ZARO, M. A. *Instrumentação: guia de aulas práticas*. Porto Alegre: Editora UFRGS, 1982.
- CONSIDINE, D. M.; McMILLAN, G. K. *Process industrial instruments and controls handbook*. New York: McGraw-Hill, 1999.
- DOEBELIN, E. O. *Measurement systems: application and design*. New York: McGraw-Hill, 2004.
- ENDERLE, J.; BLANCHARD, S.; BROZINO, J. *Introduction to biomedical engineering*. San Diego: Academic Press, 2000.
- ENERGY, Department. Instrumentation and control: Volume 1 e Volume 2. Washington: U.S. Department of Energy, 1999.
- FERGUSON, T. *Measuring temperature with thermocouples: a tutorial*. Austin, TX: National Instruments Corporation, 2001.
- KITCHIN, C.; COUNTS, L. *A designer's guide to instrumentation amplifiers*. Massachusetts: Analog Devices Inc., 2000.
- MORRIS, A. S. *Measurement & instrumentation principles*. Oxford: Butterworth-Heinemann (Elsevier), 2001.
- OMEGA. *Transactions in Measurements and Control — Non-contact Temperature Measurement*, 2. ed. v. 1.
- PALLÀS-ARENY, R.; WEBSTER, J. G. *Sensors and signal conditioning*. New York: Wiley Interscience, 2001.
- Practical temperature measurements: application Note 290. California: Hewlett Packard, 1997.
- WEBSTER, J. G. *The measurement, instrumentation, and sensors*. New York: CRC Press and IEEE Press, 1999.
- _____. *Medical instrumentation: application and design*. New York: John Wiley, 1998.
- WILSON J. S. *Sensor technology handbook*. Oxford: Newnes (Elsevier), 2005.

Procedimentos Experimentais

¶ 7.1 Lab.1 — Utilização de Instrumentos de Medição de Grandezas Elétricas

¶ 7.1.1 Objetivos

Aplicar os conceitos básicos de estatística. Utilizar ferramentas gráficas para representação de dados experimentais. Aplicar conceitos de medição de grandezas elétricas.

¶ 7.1.2 Conceitos teóricos adicionais

Ohmímetro. Ao se utilizar o medidor de resistência elétrica, deve-se verificar um bom contato entre os terminais do componente a ser medido. Além disso, deve-se ter o cuidado de não executar a medição segurando esses terminais com as mãos. Se isso ocorrer, a impedância do corpo humano estará influenciando, e a resistência medida será o paralelo do corpo e do resistor. Deve-se, portanto, garantir que o instrumento meça apenas a resistência de interesse.

Voltímetro. Ao se utilizar o medidor de tensão elétrica, deve-se primeiramente ajustar uma escala de tensão, a qual deve ser ligeiramente superior que a tensão a ser medida. Ao utilizar-se o medidor de tensão elétrica, deve-se ligá-lo em paralelo aos pontos em que é necessário executar a medida.

Amperímetro. Ao se utilizar o medidor de corrente elétrica, deve-se primeiramente ajustar uma escala de corrente, a qual deve ser ligeiramente superior que a corrente a ser medida. Em seguida, a ligação deve ser feita em série com o circuito.

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente a instrumentos de medição de grandezas elétricas.

¶ 7.1.3 Bibliografia adicional

Manuais dos equipamentos utilizados.

¶ 7.1.4 Materiais e equipamentos

- 1 variavolt
- 2 lâmpadas de 100 W

2 suportes de lâmpada com terminais (encaixe de pinos “banana”)

1 voltímetro digital 4½ dígitos

1 voltímetro analógico ou digital com escalas 100 V e 200 V

1 amperímetro analógico ou digital com escala 0,5 a 2 A

1 indutor de 300 mH 2 A

1 wattímetro analógico ou digital

1 reostato 110 Ω 2 A

20 resistores com tolerância de 5% (1/4 ou 1/8 W) de 330 kΩ

20 resistores com tolerância de 5% (1/4 ou 1/8 W) de 820 kΩ

20 resistores com tolerância de 5% (1/4 ou 1/8 W) de 1 MΩ

20 resistores com tolerância de 5% (1/4 ou 1/8 W) de 3,3 MΩ

¶ 7.1.5 Procedimentos experimentais

Tanto os instrumentos analógicos como digitais são passíveis de danos permanentes (ou queima de fusível) no caso de erros de ligação. Por isso, sempre revise o circuito e, em caso de dúvida, solicite ajuda. Não esqueça que o amperímetro tem uma resistência praticamente nula e, se for ligado em um ponto em que existe diferença de potencial, provocará um curto-circuito.

A Figura 7.1 mostra como interpretar o valor da resistência em resistores de 1%, e 5%, e Tabela 7.1 o correspondente código de cores de resistores.

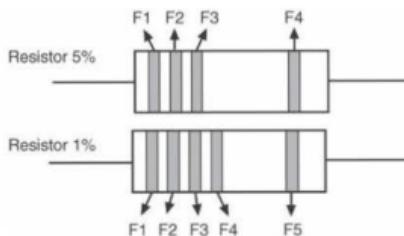


Figura 7.1 Interpretação de valores nominais de resistores por meio de código de cores para resistores com tolerância de 1% e de 5%.

Tabela 7.1 Código de cores de resistores

0	Preto
1	Marrom
2	Vermelho
3	Laranja
4	Amarelo
5	Verde
6	Azul
7	Violeta
8	Cinza
9	Branco
5%	Dourado

O valor da resistividade pode ser verificado no corpo do resistor. Para o caso de resistores com tolerância de 5%:

F1 indica o valor do algarismo mais significativo

F3 indica o multiplicador ou o expoente N de 10^N

F4 indica que a tolerância é de 5% (dourado)

Dessa forma, a composição do valor do resistor será:

$$R = (F1)(F2) \times 10^{F3}. \text{ Exemplo: F1 marrom, F2 preto, F3 verde:}$$

$$R = (1)(0) \times 10^5 = 1 \text{ M}\Omega$$

Para o caso de resistores com tolerância de 1%:

F1 indica o valor do algarismo mais significativo

F2 indica o valor do algarismo seguinte

F4 indica o valor do algarismo seguinte

F3 indica o multiplicador ou o expoente N de 10^N

F5 indica que a tolerância é de 1% (preto)

Dessa forma, a composição do valor do resistor será:

$$R = (F1)(F2)(F3) \times 10^{F4}. \text{ Exemplo: F1 marrom, F2 preto, F3 preto, F4 verde: } R = (1)(0)(0) \times 10^5 = 10 \text{ M}\Omega.$$

Utilizando os resistores fornecidos, cujo valor nominal pode ser lido no corpo do componente, meça suas resistividades com o ohmímetro e preencha a Tabela 7.2.

Com a utilização de uma ferramenta computacional, trace os histogramas de cada um dos resistores.

Tabela 7.2 Dados do experimento

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
330 k\Omega																			
820 k\Omega																			
1 M\Omega																			
3,3 M\Omega																			

Tabela 7.3 Referente ao circuito da Figura 7.2

Tensão da fonte	Tensão AB	Tensão BC	Corrente	Potência
100 V				
200 V				

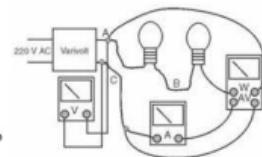


Figura 7.2 Ligação do circuito em série.

Com a utilização de uma ferramenta computacional, calcule a média e o desvio padrão de cada um dos resistores e trace um novo gráfico relacionando $\text{valor}(R) \times R_n$ no qual $\text{valor}(R)$ são as médias (no eixo y) das ordenadas e R_n são os quatro resistores utilizados no experimento (no eixo x das abscissas). Nesse gráfico devem aparecer também as barras de variação de cada ponto representando cada um dos quatro resistores utilizados.

- Monte o circuito da Figura 7.2 utilizando o varivolt, duas lâmpadas, o voltmetro, amperímetro e wattímetro. Antes de aplicar uma tensão no circuito, verifique suas ligações!

Circuito em Série. Aplique as tensões de (a) 100 V e (b) 200 V (ajustando no varivolt), controlando o experimento com o voltmetro. Meça as tensões nos pontos AB e BC, o valor das correntes nos dois casos e a potência consumida pelas lâmpadas. Complete a Tabela 7.3.

- Monte o circuito da Figura 7.3 utilizando o varivolt, 2 lâmpadas, o voltmetro, amperímetro e wattímetro. Antes de aplicar uma tensão no circuito, verifique suas ligações!

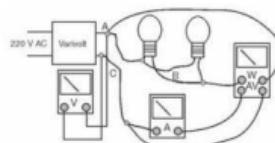


Figura 7.3 Ligação do circuito em paralelo.

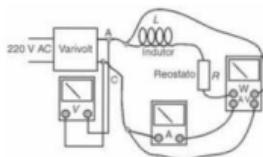


Figura 7.4 Ligação do circuito com o indutor.

Tabela 7.4 Referente ao circuito da Figura 7.3

Tensão da fonte	Tensão AB	Tensão BC	Corrente	Potência
100 V				
200 V				

Tabela 7.5 Referente ao circuito da Figura 7.4

Tensão da fonte	Corrente	Potência
100 V		
200 V		

Círculo em Paralelo. Aplique as tensões de (a) 100 V e (b) 200 V (ajustando no varivolt), controlando o experimento com o voltímetro. Meça as tensões nos pontos AB e BC, o valor das correntes nos dois casos e a potência consumida pelas lâmpadas e preencha a Tabela 7.4.

3. Monte o circuito da Figura 7.4 utilizando o varivolt, o indutor, o reostato, o voltímetro, amperímetro e wattímetro. Antes de aplicar uma tensão no circuito, verifique suas ligações! Meça as tensões da fonte, o valor das correntes e a potência nos dois casos e preencha a Tabela 7.5.

7.1.6 Questões

- Verifique se os resistores tiveram dispersão fora da faixa de tolerância de 5% especificada pelo fabricante.
- Nos circuitos em série e em paralelo, calcule as potências utilizando os valores lidos no voltímetro e no amperímetro e compare com os valores do wattímetro.
- Repetir o exercício anterior para o circuito do indutor (Figura 7.4). A medida foi próxima? Por quê?
- No circuito do indutor (Figura 7.4), meça a tensão da fonte, a tensão sobre o indutor e a tensão sobre o reostato. Verifique a lei de Kirchhoff das malhas.
- No circuito do indutor (Figura 7.4), calcule a potência aparente e a potência reativa. Calcule também o fator de potência do circuito.

7.2 Lab. 2 — Regressão Linear e Propagação de Incertezas

7.2.1 Objetivos

Aplicar os conceitos básicos de regressão linear simples. Utilizar programas de análise de dados e regressão linear. Aplicar conceitos de propagação de incertezas.

7.2.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente à introdução à estatística e à teoria de propagação de incertezas. Apesar de ser utilizado um sensor de temperatura do tipo NTC, os mecanismos de funcionamento do mesmo não serão explorados neste experimento, mas podem ser encontrados no capítulo relativo à temperatura.

Os programas escolhidos nesse laboratório são o MS Excel ou o MATLAB,¹ por serem facilmente encontrados em ambientes de ensino; entretanto, podem ser substituídos de acordo com as disponibilidades.

7.2.3 Bibliografia adicional

- MATLAB, Help tutorial.
MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of experiments*. New York: John Wiley, 2004.
VUOLO, J. H. *Fundamentos da teoria de erros*. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.

7.2.4 Materiais e equipamentos

- 1 resistor de 100 Ω
- 1 resistor de 5600 Ω
- 1 fonte de alimentação DC
- 1 amperímetro (multímetro)
- 1 voltímetro (multímetro)
- 1 copo de Béquer
- 1 aquecedor de água
- 1 termômetro de referência
- 1 sensor do tipo NTC
- 1 microcomputador compatível com a família IBM PC
- MATLAB
- MS Excel ou Minitab

¹MATLAB é uma ferramenta cujos direitos pertencem à Mathworks. No site da Mathworks (www.mathworks.com), ou em feiras especializadas, é possível solicitar a versão de avaliação dessa ferramenta ou a aquisição de pacote educacional para sua instituição ou laboratório de pesquisa.

7.2.5 Procedimentos experimentais

Parte 1 — Ajuste de curvas

Com o aquecedor e o copo de Béquer, o NTC e um ohmímetro; faça 10 medições de temperatura (entre $\approx 0^\circ\text{C}$ e $\approx 100^\circ\text{C}$) e de resistência do sensor.

O ponto próximo de 0°C pode ser aproximado pelo copo de Béquer com gelo. Para as medidas seguintes, remova o gelo do recipiente e adicione água (é importante que as pedras de gelo sejam removidas para evitar gradientes de temperatura no interior do copo). De acordo com a necessidade, adicione água quente até chegar próximo ao ponto de fervura, que deve ser utilizado para aproximar a temperatura de 100°C (existirá um limite antes dos 100°C ; entretanto, preocupe-se apenas em registrar os 10 pontos). Complete a Tabela 7.6

Tabela 7.6 Dados $R \times T$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T^\circ\text{C}$									
$R(\Omega)$									

Parte 2 — Utilização do Excel e do MATLAB

Digite os dados da tabela na planilha MS Excel e proceda da seguinte maneira:

- ¶ Selecione as duas colunas (x e y).
- ¶ Faça o gráfico dos pontos (dispersão).

Clique no botão direito do mouse e escolha Adicionar Tendência (escolha a Linear).

¶ Vá para Menu — Ferramentas e escolha Análise de Dados. Se essa opção não estiver disponível, clique em Suplementos e escolha Ferramentas de Análise. Clique em Análise de Dados e escolha Regressão, e aparecerá na tela uma janela pedindo os intervalos a serem analisados. Depois de rodar a regressão, surgirá uma planilha com o resumo dos resultados da análise estatística e da regressão linear das duas colunas. Os parâmetros da reta de ajuste estão também evidenciados.

$$y_{ajuste} = a + bx$$

- ¶ Anote os valores dos coeficientes calculados no MS Excel:

a	b

- ¶ Utilizando o MATLAB, carregue os dados digitados no Excel, através de uma macro. Nesse caso, escreve-se um pequeno script em um editor do próprio MATLAB (ou mesmo no

notebook). Para isso, abra o MATLAB e clique em File — New — mfile. O exemplo a seguir é um script que carrega um arquivo de dados de duas colunas e copia cada uma dessas colunas para as variáveis x e y (conforme comentários após os símbolos %):

```
A = xlsread('nome do arquivo.xls'); % Le o spread sheet do Excel
M = length(A); % M é o comprimento da coluna
x = A(1:M); % x é a primeira coluna
y = A(M+1:M*2); % y é a segunda coluna
plot(x,y); % desenha a curva X Y
```

- ¶ Para rodar, escolha Debug — Run no menu do gráfico.
- ¶ Proceda selecionando em Tools — Basic Fitting e escolha linear, 5 dígitos e Show Equations e anote os resultados.
- ¶ Dessa forma, será feita uma regressão linear simples como no caso do Excel. Determine os coeficientes da reta de regressão, compare com os valores determinados no Excel e faça o gráfico dos resíduos.
- ¶ Analise a curva e observe que a tendência é exponencial. Proponha um modelo do tipo: $R = Ae^{\frac{k}{T}} \Rightarrow \ln(R) = \ln(A) + \frac{K}{T}$
- ¶ Faça ainda a substituição: $x = \frac{1}{T}$, $y = \ln(R)$, $a = \ln(A)$, e finalmente $y = a + bx$. Calcule com os dados os pontos correspondentes y e x (utilize temperatura absoluta: $T_i = T_0 + 273$).
- ¶ Volte para a planilha Excel e trace uma nova curva, agora de $Y = \ln(R_{medida}) \times x = \frac{1}{T}$. Qual a tendência dessa curva? Por quê?
- ¶ Repita o procedimento de ajuste de curva e determine os valores de A e K para serem substituídos em $R_{medida} = Ae^{\frac{K}{T_{medida}}}$.
- ¶ Proponha um novo modelo do tipo: $R = R_0 e^{\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$, em que R_0 e T_0 correspondem a um ponto de referência da curva (por exemplo, o ponto em que $T = 0^\circ\text{C} = 273\text{ K}$).
- ¶ Determine o R_0 teórico (com os dados da regressão) e compare com o valor medido, substituindo no modelo.
- ¶ Por fim faça um gráfico apresentando a nova curva ajustada comparando-a com a curva linear e com os dados reais.

Propagação de incertezas

Para o procedimento de levantamento de dados relativos ao experimento de propagação de incertezas, proceda ajustando a fonte de tensão em 10 V. Ligue o resistor de 100 Ω na fonte, medindo tensão e corrente do mesmo com o multímetro (por exemplo, Tektronix TEK-DMM155). Não esqueça que o amperímetro

Tabela 7.7 Medidas com instrumentos

	Tensão medida	Corrente medida	Resistência medida
Fonte = 10 V e $R = 100\ \Omega$			
Fonte = 10 V e $R = 5\,600\ \Omega$			

deve ser ligado em série, enquanto o voltímetro deve ser ligado em paralelo. Meça também (desligado da fonte) a resistência dos resistores (evite encostar as duas mãos nos terminais do resistor para não inserir erros na leitura). Repita o experimento, porém com resistos de 5600 Ω . Preencha a Tabela 7.7.

Verifique no manual dos multímetros utilizados qual é a incerteza das escalas utilizadas. Por exemplo, para o multímetro Tektronix TEKMM 155:

Tabela 7.8 Incertezas do multímetro Tektronix TEKMM 155

Escala de resistência — 200 Ω	Escala de resistência — 20 k Ω	Escala de tensão DC 20 V	Escala de corrente DC 2 mA e 200 mA
$\pm 1,2\%$ da leitura + 2 dígitos	$\pm 1\%$ da leitura + 2 dígitos	$\pm 0,7\%$ da leitura + 2 dígitos	$\pm 1,2\%$ da leitura + 2 dígitos

Para efetuar o cálculo da incerteza relativa ao instrumento e à sua escala, proceda calculando o erro quadrático dos parâmetros fornecidos:

$$\text{incerteza} = \sqrt{(\% \text{leitura})^2 + (\text{número de dígitos flutuantes no LSB})^2},$$

em que n dígitos significam a variação de n unidades no dígito menos significativo (mais à direita ou LSB).

Por exemplo: escala de 200 Ω com o ohmímetro medindo 100 Ω , o visor do instrumento mostra 100,0 Ω (pois esse é um instrumento de 3½ dígitos). Nesse caso:

$$\text{incerteza} = \sqrt{(1,2)^2 + (0,2)^2} \approx 1,2 \Omega$$

Calcule a incerteza para cada medida feita e depois calcule a potência de três maneiras diferentes: $P = EI$, $P = \frac{E^2}{R}$ e $P = RI$, sendo R resistência em Ω , I a corrente em A e E a tensão elétrica em V . Determine o método que gera a menor incerteza.

7.2.6 Questões

- Apresente os coeficientes dos ajustes de curvas executados.
- Apresente os gráficos resultantes dos dados medidos e ajustados segundo os três modelos propostos: linear, exponencial (1) e exponencial (2).
- Apresente os resultados das incertezas para as três maneiras de cálculo da potência elétrica dissipada pelos resistores.
- Apresente uma conclusão sobre os resultados.

7.3 Lab. 3 — Projeto de Experimentos

7.3.1 Objetivos

Utilizar a técnica denominada Projeto de Experimentos na avaliação de experimentos. Verificar o significado estatístico dos resultados experimentais.

7.3.2 Materiais e equipamentos

- multímetro analógico
- multímetro digital, preferencialmente com entrada para termopar
- 4 diferentes resistores de igual tolerância
- 2 molas helicoidais similares
- Pesos padrões (gramas)
- Régua com escala de milímetros
- tubulação para água ou fiação elétrica (qualquer comprimento)
- paquímetro (não digital)
- termopar (preferencialmente o modelo disponível com o multímetro)
- recipiente para água morna ou quente
- Porção de sal de cozinha (100 gramas)

7.3.3 Procedimentos experimentais

- Selecione quatro diferentes resistores (de igual tolerância) e dois multímetros: um analógico e outro digital. Meça a resistência elétrica de cada resistor três vezes (não consecutivas) com o mesmo multímetro (analogico). Realize o mesmo procedimento com o outro multímetro (digital). Preencha a tabela a seguir e avalie se a diferença dos dados obtidos é significativa usando Projeto de Experimentos.

Multímetro	Resistores			
	1	2	3	4
Analógico				
Digital				

- Fixe as molas em uma base superior adequada, deixando a outra extremidade livre para a colocação de pesos padrões (F). Individualmente, pendure um peso (pesos adequados) na extremidade livre da mola e meça, com uma régua, o deslocamento (x) em função do seu eixo original. Realize, para cada mola e peso escolhido, duas repetições. Preencha a tabela para cada ensaio:

Mola	Peso 1 =	Peso 2 =	Peso 3 =	Peso 4 =
1				
2				

$$\text{Determine a constante de cada mola } F = K \times x \therefore K = \frac{F}{x}$$

e elabore um projeto de experimentos para verificar estatisticamente se as molas são similares.

- Escolha três pessoas (operadores) para medir os diâmetros interno e externo de uma tubulação de água ou de fio elétrico. Verifique, utilizando projeto de experimentos, se os operadores são significativos no erro experimental. Cada operador deve repetir o experimento duas vezes aleatoriamente. Preencha a tabela a seguir:

Diâmetro (mm)	Operador 1	Operador 2	Operador 3
Interno			
Externo			

- d. Implemente um experimento para verificar se as temperaturas indicadas pelo termopar estão relacionadas com o posicionamento do sensor no recipiente. Além disso, verifique se o produto aquecido, água doce ou água salgada (contendo sal de cozinha), altera os valores medidos. Aqueça a água doce aproximadamente até 100 °C e realize medições de 20 °C em 20 °C até à temperatura ambiente posicionando o termopar no centro do recipiente (procure deixar o termopar sempre no mesmo local). Recoloque água doce no recipiente e realize os procedimentos anteriores com o termopar distante do centro do recipiente (procure deixar o termopar sempre no mesmo local). Observe as variações de temperatura com o multímetro. Com o recipiente que contém água salgada, realize os mesmos procedimentos. Os dados obtidos são significativos?

7.3.4 Questões

- Considerando-se o primeiro experimento (medição de resistência elétrica com quatro diferentes resistores), o que pode ocorrer se os multímetros não apresentarem a mesma faixa de incerteza?
- Explique o que é erro de paralaxe.
- Considerando-se o experimento da constante da mola, os operadores, de maneira geral, são fontes significativas para o erro experimental? Discuta.
- Descreva procedimentos para minimizar o erro experimental devido ao operador.

7.4 Lab. 4 — Utilização do Osciloscópio

7.4.1 Objetivos

Utilizar o osciloscópio como ferramenta de análise em circuitos. Apesar de esse laboratório fazer uso de outros componentes, o foco principal é a utilização do osciloscópio, bem como a interpretação das formas dos sinais mostrados pelo mesmo.

7.4.2 Conceitos teóricos adicionais

O osciloscópio é uma ferramenta de grande utilidade na área de eletrônica, principalmente pela sua versatilidade. Atualmente existem osciloscópios com muitos recursos, alguns dos quais bastante específicos do modelo. Existem, por exemplo, osciloscópios que podem fazer a FFT dos sinais amostrados. Outros podem ser ligados em uma rede com outros instrumentos por meio de interface GPIB, além de uma série de outros recursos. No entanto, equipamentos que possuem muitos recursos também têm um custo mais alto. A fim de cobrir o maior número possível de usuários, este trabalho explorará as funções mais simples presentes em qualquer osciloscópio.

7.4.3 Bibliografia adicional

Manuais dos equipamentos utilizados.

7.4.4 Materiais e equipamentos

- gerador de funções
- matriz de contatos
- capacitores de 100 nF
- capacitores de 10 nF
- resistores com tolerância de 5% (1/4 ou 1/8 W) de 330 Ω
- resistores com tolerância de 5% (1/4 ou 1/8 W) de 820 Ω

7.4.5 Procedimentos experimentais

- Monte o circuito da Figura 7.5, ligue na entrada o gerador de funções, ajustando as frequências determinadas na tabela abaixo e meça na saída com o osciloscópio a amplitude. Preencha a tabela a seguir:

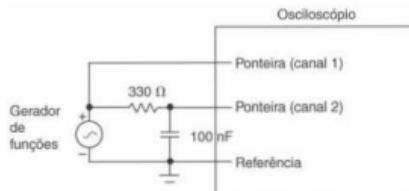


Figura 7.5 Circuito referente ao Exercício 1.

Freq. (Hz)	100	500	1 k	2 k	3 k	4 k	5 k	6 k	7 k	8 k	10 k	50 k
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

V_{in}

V_{out}

Meça também com o osciloscópio as diferenças de fase entre entrada e saída. Preencha a tabela abaixo:

Freq. (Hz)	100	500	1 k	2 k	3 k	4 k	5 k	6 k	7 k	8 k	10 k	50 k
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

Fase

Nesse circuito, meça também as frequências às quais a tensão de saída tem as seguintes relações com a tensão de entrada

$$\left(\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}} \right)$$

e preencha a tabela abaixo:

$\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}$	30%	50%	70%
Freq. (Hz)			

- Monte o circuito da Figura 7.6, ligue na entrada o gerador de funções, ajustando as frequências determinadas na tabela a seguir. Meça com o osciloscópio a saída do circuito da Figura 7.5.

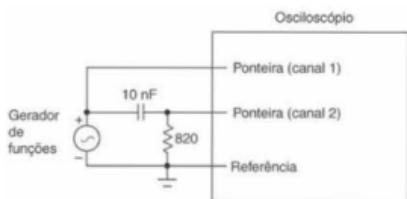


Figura 7.6 Circuito referente ao Exercício 2.

Preencha a tabela a seguir:

Freq. (Hz) 500 1 k 5 k 7,5 k 10 k 15 k 20 k 25 k 30 k 50 k 75 k 100 k

V_{entrada}

$V_{\text{saída}}$

Meça também as diferenças de fase entre entrada e saída e preencha a tabela abaixo:

Freq. (Hz) 500 1 k 5 k 7,5 k 10 k 15 k 20 k 25 k 30 k 50 k 75 k 100 k

Fase

Nesse circuito, meça também as frequências às quais a tensão de saída tem as seguintes relações com a tensão de entrada ($\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}$) e preencha a tabela abaixo:

$\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}$	30%	50%	70%
---	-----	-----	-----

Freq. (Hz)

3. Monte o circuito da Figura 7.7, ligue na entrada o gerador de funções, ajustando as frequências da tabela, e meça com o osciloscópio a amplitude de saída. Preencha a tabela abaixo:

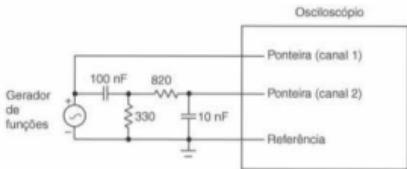


Figura 7.7 Circuito referente ao Exercício 3.

Freq. (Hz) 100 1 k 3 k 5 k 7 k 10 k 15 k 20 k 30 k 50 k 75 k 100 k

V_{entrada}

$V_{\text{saída}}$

Meça também as diferenças de fase entre entrada e saída e preencha a tabela a seguir:

Freq. (Hz) 100 1 k 3 k 5 k 7 k 10 k 15 k 20 k 30 k 50 k 75 k 100 k

Fase

Nesse circuito, meça também as frequências às quais a tensão de saída tem as seguintes relações com a tensão de entrada ($\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}$) e preencha a tabela a seguir:

$\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}}$	30%	50%	70%
Freq. (Hz)			

7.4.6 Questões

- Desenhe as curvas de amplitude relativa \times frequência para os três exercícios. Para isso, utilize escala linear no eixo y e escala logarítmica no eixo x. Para calcular amplitude relativa, faça $y = 20 \log \left(\frac{V_{\text{saída}}}{V_{\text{entrada}}} \right) [\text{dB}]$.
- Desenhe os gráficos de diferença de fase por frequência para os três casos. Novamente, utilize escala linear no eixo y e escala logarítmica no eixo x.

7.5 Lab. 5 — Conceitos de Eletricidade

7.5.1 Objetivos

Aplicar os conceitos básicos de eletricidade. Aplicar teoremas de Thévenin e o teorema da superposição de efeitos.

7.5.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos necessários para este exercício prático encontram-se no capítulo referente a eletrônica.

7.5.3 Bibliografia adicional

- ALEXANDER, C. K.; SADIKU N. O. M. *Fundamentos de circuitos elétricos*. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- CLOSE, C. M. *Circuitos lineares*. Rio de Janeiro: LTC, 1986.
- DESOER, C. A.; KUH, E. S. *Teoria básica de circuitos*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.
- DORF, R. C.; SVODOBA J. A. *Introdução aos circuitos elétricos*. Rio de Janeiro: LTC, 2001.
- IRWIN D. J. *Análise Básica de Circuitos para Engenharia*, 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- NILSSON J. W.; RIEDEL, S. A. *Circuitos elétricos*, 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.
- O'MALLEY, J. *Analise de Circuitos*. New York: Schaum and McGraw-Hill, 1994.

7.5.4 Materiais e equipamentos

- 2 fontes de tensão
- 1 multímetro
- 2 resistores com tolerância de 5% de 18 kΩ
- 1 resistor com tolerância de 5% de 12 kΩ
- 1 resistor com tolerância de 5% de 1800 Ω

7.5.5 Procedimentos experimentais

Monte o circuito da Figura 7.8 e proceda fazendo as medidas de tensão e corrente conforme o que se solicita na tabela.

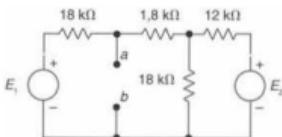


Figura 7.8 Circuito para laboratório de eletricidade básica.

1. Remova a fonte de tensão E_2 e no seu lugar ligue esses terminais em curto-círcuito, simulando uma tensão de 0 V. Meça a tensão e a corrente nos pontos ab (simplesmente conectando o voltímetro e o amperímetro nesses terminais, um instrumento por vez). Preencha a tabela abaixo:

$$E_1 = 6 \text{ V} \quad E_1 = 9 \text{ V} \quad E_1 = 12 \text{ V}$$

Leitura do voltímetro nos terminais ab

Leitura do amperímetro nos terminais ab

2. Remova a fonte de tensão E_1 e, no seu lugar, ligue esses terminais em curto-círcuito, simulando uma tensão de 0 V. Meça a tensão e a corrente nos pontos ab (simplesmente conectando o voltímetro e o amperímetro nesses terminais, um instrumento por vez). Preencha a tabela abaixo:

$$E_2 = 5 \text{ V} \quad E_2 = 10 \text{ V} \quad E_2 = 15 \text{ V}$$

Leitura do voltímetro nos terminais ab

Leitura do amperímetro nos terminais ab

3. Agora ligue as fontes de tensão E_1 e E_2 , no seu lugar conforme o circuito da Figura 7.8. Meça a tensão e a corrente nos pontos ab (simplesmente conectando o voltímetro e o amperímetro nesses terminais, um instrumento por vez). Preencha a tabela abaixo:

$$\begin{array}{lll} E_1 = 6 \text{ V} & E_1 = 9 \text{ V} & E_1 = 12 \text{ V} \\ E_2 = 5 \text{ V} & E_2 = 10 \text{ V} & E_2 = 15 \text{ V} \end{array}$$

Leitura do voltímetro nos terminais ab

Leitura do amperímetro nos terminais ab

4. Agora remova novamente as fontes de tensão E_1 e E_2 e ligue os terminais do circuito (garantindo no circuito $E_1 = 0$ e $E_2 = 0$).

Ligue entre os terminais ab uma fonte de tensão de 6 V e meça a corrente que está fluindo por ela. Preencha a tabela abaixo:

$$\begin{array}{l} E_1 = 0 \text{ V} \\ E_2 = 0 \text{ V} \end{array}$$

Leitura do amperímetro nos terminais ab quando uma fonte de tensão de 6 V é aplicada nesses terminais

7.5.6 Questões

- a. No Experimento 1 foram feitas medidas apenas com os efeitos da fonte E_1 . No Experimento 2, apenas com a fonte E_2 . Compare os resultados do Experimento 3 com a soma correspondente dos resultados dos Experimentos 1 e 2.
- b. Faça uma análise teórica por superposição no circuito proposto e determine os coeficientes k_1 e k_2 da equação genérica $V_{ab} = k_1 E_1 + k_2 E_2$ e $I_{ab} = k_1 E_1 + k_2 E_2$. Compare com os resultados obtidos na Questão a.
- c. O Experimento 4 consiste em uma forma prática de medir a R_{Th} , pois as fontes independentes foram removidas e na saída do circuito foi colocada uma fonte de 6 V. Assim, $R_{Th} = \frac{6 \text{ V}}{I_{medida}}$. Calcule o R_{Th} de maneira teórica e compare com o valor medido.
- d. Na Questão b foram calculados k_1 e k_2 da equação genérica $V_{ab} = k_1 E_1 + k_2 E_2$. Utilize esta equação para calcular a tensão nesses terminais quando $E_1 = 9 \text{ V}$ e $E_2 = 10 \text{ V}$. Observe que essa é a tensão de Thévenin para esse caso específico. Compare com os valores medidos. Repita este procedimento para $I_{ab} = k_3 E_1 + k_4 E_2$.

7.6 Lab. 6 — Utilização de Indicadores

7.6.1 Objetivos

Utilizar indicadores analógicos ou digitais para aplicar em medições genéricas cuja entrada seja em tensão (ou corrente).

7.6.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente a instrumentos de medição de grandezas elétricas, conversores AD e instrumentos analógicos.

7.6.3 Bibliografia adicional

Manuais dos equipamentos utilizados.

Datasheets e especificações técnicas do componente 7107.

7.6.4 Materiais e equipamentos

- 1 amperímetro digital com escala de 2 mA
- 1 voltímetro digital com escala 200 mV ou um DPM (Digital Panel Meter) com escala de 200 mV
- 1 componente Intersil 7107 (ICL 7107)
- 4 displays de 7 segmentos (catodo comum)
- Resistores diversos (a calcular)

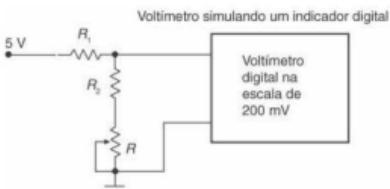


Figura 7.9 Implementação de um voltímetro com um novo fundo de escala.

7.6.5 Procedimentos experimentais

- Existem módulos conversores digitais com interface para *displays* de cristal líquido ou *displays* a leds. Um exemplo são os módulos construídos com o componente Intersil 7106. Com esse componente é possível escolher uma escala de entrada e

a consequente utilização de um *display* de 3½ dígitos. Neste exercício você deve utilizar um voltmímetro na escala de 200 mV simulando um indicador (ou o próprio módulo, se você adquiri-lo). Calcule uma relação de resistores de modo que, quando for aplicada uma tensão de 5 V, o fundo de escala do instrumento seja alcançado, e quando a tensão for 0 V, o *display* indique 0 V. A Figura 7.9 mostra detalhes desse experimento. Faça uma tabela de calibração da tensão a medir e da tensão vista no *display*.

- Os indicadores utilizados para medir tensão são os mesmos utilizados para corrente. A estrutura do medidor é que muda. Para simular um instrumento analógico, você pode ajustar o amperímetro para a escala de 2 mA. A fim de implementar um novo instrumento baseado na escala de 2 mA, calcule o valor de resistência a ser colocado em paralelo com o instrumento (considere a resistência do amperímetro nula), conforme a Figura 7.10, em que o resistor de 50 Ω serve para representar a resistência interna. Utilize um resistor variável (multivoltas) para o ajuste de fundo de escala. Faça uma ta-

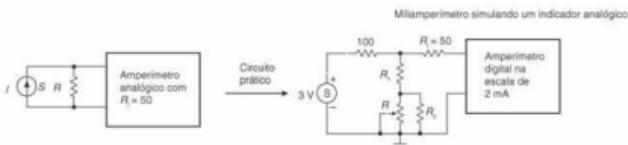


Figura 7.10 Implementação de um amperímetro com um novo fundo de escala.

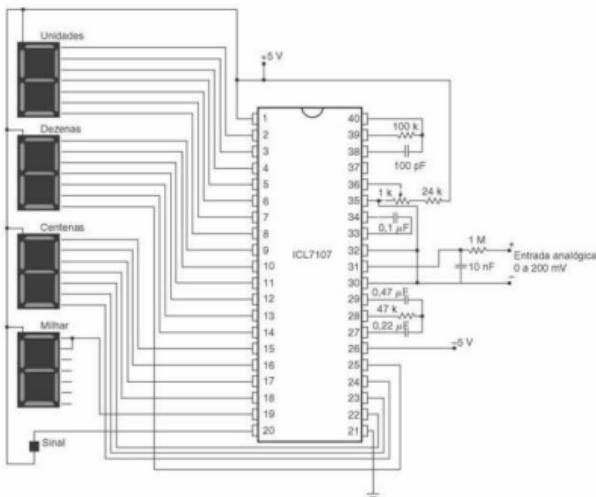


Figura 7.11 Utilização de um 7107 para construir um indicador digital.

bela de calibração do valor de corrente e do valor lido no *display*. Alternativamente, neste experimento você pode utilizar um miliamperímetro em seu laboratório, definindo novos resistores.)

- Utilize o componente 7107 para montar um *display* digital de 3½ dígitos. Monte o circuito conforme a Figura 7.11, aplique um sinal de entrada de 0 a 200 mV e trace a curva de resposta em função do *display*.

7.6.6 Questões

- Por que os instrumentos analógicos fundamentais apresentam resistência interna?
- Por que os amperímetros convencionais têm limite de corrente? Por que eles não podem medir correntes da ordem de milhares de ampères?
- Por que voltímetros convencionais não medem tensões na ordem de milhares de volts?
- Estude o *datasheet* do 7106 e 7107 e descreva quais são as principais diferenças entre esses componentes.

7.7 Lab. 7 — Fontes de Tensão e Fontes de Corrente

7.7.1 Objetivos

Aplicar conceitos de eletrônica para a implementação de fontes de tensão e fontes de corrente estabilizadas.

7.7.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos básicos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente a eletrônica analógica. Entretanto, a necessidade de fontes de tensão e corrente estabilizadas faz com que o engenheiro recorra frequentemente a componentes específicos quando estão disponíveis, ou então implemente circuitos para esse fim de modo a reduzir influências externas.

A expressão “fontes estabilizadas” indica, de modo geral, que a fonte é robusta no que diz respeito a variações de temperatura, bem como de outras variáveis não controláveis. As fontes de tensão estabilizadas devem ser utilizadas na implementação de amplificadores e de sistemas de instrumentação analógicos ou

digitais. Se a fonte primária AC tiver sua amplitude variando, a tensão de alimentação de um instrumento, tal como uma balança, não deve ser afetada. Se isso acontecesse, a medida indicada também oscilaria.

Há casos em que a fonte estabilizada é vital. Um exemplo são os conversores analógico-digitais. Observou-se que a resolução do conversor AD é melhor se o número de bits aumentar. Por que então não existem conversores AD de 100 bits? Uma das razões é que na implementação de um conversor AD é necessário fornecer uma fonte de referência estável. No caso dos 100 bits, a fonte deve ter uma variação máxima de $1/(2^{100}-1)$; caso contrário, a resolução do conversor A/D não se justifica. Em muitos casos, em que os sinais medidos têm intensidades muito baixas, as fontes que alimentam esses circuitos são fundamentais e têm influência direta nos resultados finais.

7.7.3 Bibliografia adicional

Applications de fabricantes dos componentes utilizados.
Datasheets de componentes.

7.7.4 Materiais e equipamentos

- 1 multímetro
- 1 osciloscópio
- 1 transformador 12 + 12 V
- 4 diodos 4007 ou uma ponte retificadora
- 1 regulador de tensão 7812
- 1 regulador de tensão negativo 7912
- 1 amplificador operacional OP07
- 1 XTR115
- 1 RCV420
- 1 LM317
- 1 LM337

7.7.5 Procedimentos experimentais

- Monte uma fonte de tensão estabilizada em +12 – 12 V utilizando os reguladores de tensão 7812 e 7912, conforme a Figura 7.12. Monte ainda uma fonte simétrica de +2,5 V e –2,5 V, utilizando os reguladores LM 317 e LM 337, conforme a Figura 7.13 (observe que a entrada dos reguladores é a mesma utilizada

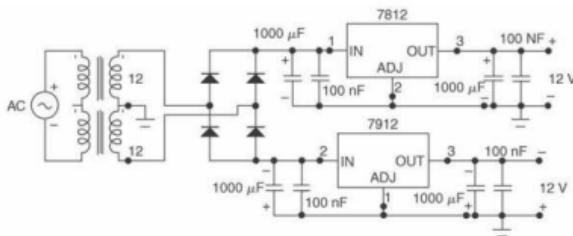


Figura 7.12 Fonte de tensão simétrica +12 V – 12 V.

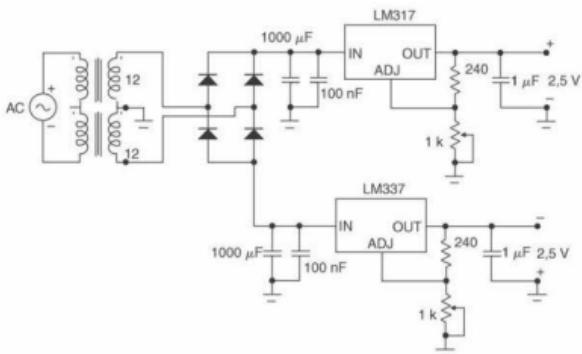


Figura 7.13 Fonte de tensão estabilizada $-2,5\text{ V}$ e $+2,5\text{ V}$.

para a fonte $+12 - 12\text{ V}$). A tensão deve ser ajustada no potenciômetro. A relação (segundo o fabricante, a National Instruments) é $V_{\text{saída}} = 1,25 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + i_{\text{adj}}(R_2)$. R_1 foi ajustado para 240, enquanto R_2 é o potenciômetro.

- Monte a fonte de corrente da Figura 7.14. Confira o valor da corrente medindo a tensão sobre um resistor conhecido. (É preciso ter cuidado para não saturar o componente!)
- Com o XRT115, o RCV420 e as fontes montadas no Exercício 1, monte o loop de corrente da Figura 7.15. Em vez de alimentar o RCV420 com $\pm 15\text{ V}$ utilize $+12\text{ V}$.

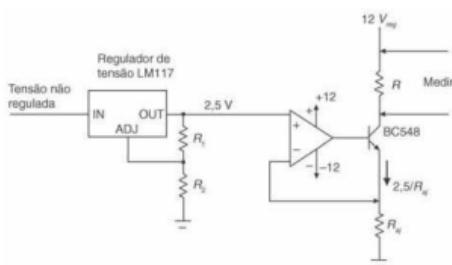


Figura 7.14 Fonte de corrente.

7.7.6 Questões

- Estude os datasheets do 7812 e do 7912 e verifique quais são os limites de tensão desse componente. Verifique também qual é a tensão mínima que deve permanecer sobre o componente para que ele comece a regular os 12 V ou -12 V .
- No Experimento 2, onde foi montada uma fonte de corrente, pode-se utilizar qualquer valor de resistência como carga? Qual é o limite?
- Explique por que transmitir sinais em corrente é geralmente mais eficiente do que transmitir esses sinais em tensão.

7.8 Lab. 8 — Filtros Analógicos

7.8.1 Objetivos

Implementar filtros ativos.

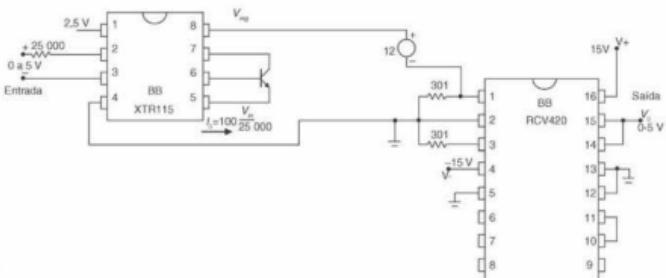
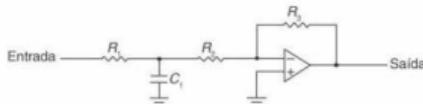


Figura 7.15 Loop de corrente com Burr-Brown RCV420 e XTR115.

(a)



(b)

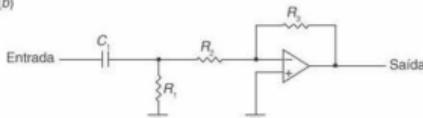


Figura 7.16 Filtros com seguidores de tensão: (a) passa-baixas e (b) passa-altas.

7.8.2 Conceitos teóricos adicionais

É comum alguns estudantes perguntarem o que é preciso saber para se implementar um filtro. Excelentes respostas ou questionamentos que possibilitem responder à questão dos estudantes são: "Você precisa conhecer a aplicação?"; "Qual a faixa de frequência de interesse?"; "Qual a faixa de amplitude do sinal de entrada?", entre outras.

7.8.2.1 Seguidor de tensão

O amplificador operacional configurado como seguidor de tensão funciona como um *buffer*. A Figura 7.16 apresenta dois filtros: passa-baixas e passa-altas como seguidores de tensão.

As funções de transferências para os dois filtros são dadas

$$\text{por } H(s) = \frac{1}{RC} \text{ para o passa-baixas e } H(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}} \text{ para o passa-altas.}$$

7.8.2.2 Filtro com característica de Butterworth

Filtro cuja resposta é plana, ou seja, não apresenta *ripple* (ondulação); sendo assim, apresenta variação monotônica (derivada

da magnitude não muda de sinal a uma dada faixa de frequência). A função normalizada é dada por:

$$|H(j\omega)|^2 = H^2 \frac{1}{1 + \omega^{2n}},$$

sendo H um fator de escala. Essa expressão matemática produz polos para um filtro com características de Butterworth. A Figura 7.17 mostra as características genéricas de ganho de um filtro passa-baixas com características Butterworth.

Os polos de um filtro que apresenta características de Butterworth são espalhados igualmente (ângulos iguais) no plano complexo (círculo unitário) com as raízes do denominador da função de transferência dadas por:

$$s_i = e^{j \cdot \pi \left(\frac{2 \cdot i + n - 1}{2 \cdot n} \right)} = \cos \left(\pi \frac{2 \cdot i + n - 1}{2 \cdot n} \right) + j \cdot \sin = \\ = \left(\pi \frac{2 \cdot i + n - 1}{2 \cdot n} \right)$$

A Tabela 7.9 apresenta a ordem, os polos e fator Q

$$Q = \frac{\omega_0}{polo_i - polo_i} = \frac{\sqrt{polo_i \times polo_i}}{polo_i - polo_i}$$

e é importante observar que a frequência natural para o Butterworth é sempre $\omega_0 = 1$ (essa tabela pode ser gerada no Matlab).

7.8.2.3 Filtro com característica de Chebyshev

Trata-se de um tipo de filtro que apresenta melhor resposta próxima à frequência de corte quando comparado ao filtro de Butterworth. Porém, apresenta *ripple* na banda de transição. Esse tipo de filtro é baseado no uso de polinômios especializados, que convergem rapidamente, introduzindo um erro mínimo na aproximação. Esses polinômios são denominados polinômios de Chebyshev em homenagem àquele que foi o primeiro a utilizá-los em seu estudo sobre motores a vapor. Apresentam a seguinte forma clássica:

$$T_{n+1}(x) - 2xT_n(x) + T_{n-1}(x) = 0$$

Substituindo ω por x e considerando

$$T_0(\omega) = 1$$

$$T_1(\omega) = \omega$$

$$T_{n+1}(\omega) = 2 \cdot T_n(\omega) - T_{n-1}(\omega),$$

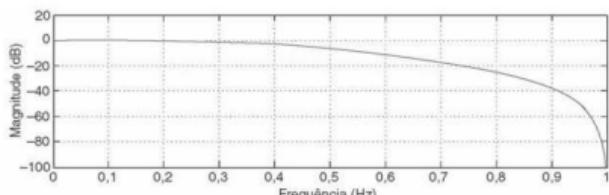


Figura 7.17 Resposta de um filtro que apresenta característica de Butterworth.

Tabela 7.9 Ordem, polos e fator Q do filtro que apresenta características de Butterworth

Ordem	Polos	Q
2	$-0,707 \pm j0,707$	0,707
3	$-0,500 \pm j0,866$	1,000
4	$-0,383 \pm j0,924$ $-0,924 \pm j0,383$	1,307 0,541
5	$-0,309 \pm j0,951$ $-0,809 \pm j0,588$	1,618 0,618
6	$-0,259 \pm j0,966$ $-0,707 \pm j0,707$ $-0,966 \pm j0,259$	1,932 0,707 0,518
7	$-0,223 \pm j0,975$ $-0,623 \pm j0,782$ $-0,901 \pm j0,434$	2,247 0,802 0,555
8	$-0,195 \pm j0,981$ $-0,556 \pm j0,831$ $-0,831 \pm j0,556$ $-0,981 \pm j0,195$	2,563 0,900 0,601 0,510
9	$-0,174 \pm j0,985$ $-0,500 \pm j0,867$ $-0,766 \pm j0,643$ $-0,940 \pm j0,342$	2,880 1,000 0,653 0,532
10	$-0,156 \pm j0,988$ $-0,454 \pm j0,891$ $-0,707 \pm j0,707$ $-0,891 \pm j0,454$ $-0,988 \pm j0,156$	3,196 1,101 0,707 0,561 0,506

que pode ser utilizado para determinar os polinômios de qualquer ordem, temos:

$$T_1(\omega) = \omega$$

$$T_2(\omega) = 2\omega^2 - 1$$

.

.

$$T_{n+1}(\omega) = 2 \cdot \omega \cdot T_n(\omega) - T_{n-1}(\omega), \text{ para } n \geq 1.$$

A característica desse tipo de filtro para um passa-baixas é:

$$|H(j\omega)|^2 = H^2 \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot T_n^2(\omega)}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{r}{m}} - 1}$$

sendo que ε representa a magnitude do desvio da banda passante, r representa o *ripple* da banda passante e a expressão é o polinômio de Chebyshev de ordem n . Os gráficos da Figura 7.18 mostram a resposta em frequência de um filtro que apresenta característica de Chebyshev genéricos e de ordens diferentes.

Para calcular os polos dos filtros do tipo Chebyshev, pode-se utilizar o seguinte algoritmo:

- Definir o *ripple*, r em dB;
- Selecionar a ordem do filtro;
- Para ordem k calcular:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{r}{m}} - 1}, \quad u_k = \frac{2k-1}{2k}\pi, \quad v = \frac{1}{k} \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)e$$

$$p_k = \operatorname{senh}(v)\operatorname{sen}(u_k) \pm \operatorname{cosh}(v)\operatorname{cos}(u_k) \text{ (polos).}$$

A Tabela 7.10 apresenta os polos derivados dessas equações, a frequência natural ω_0 e o fator Q .

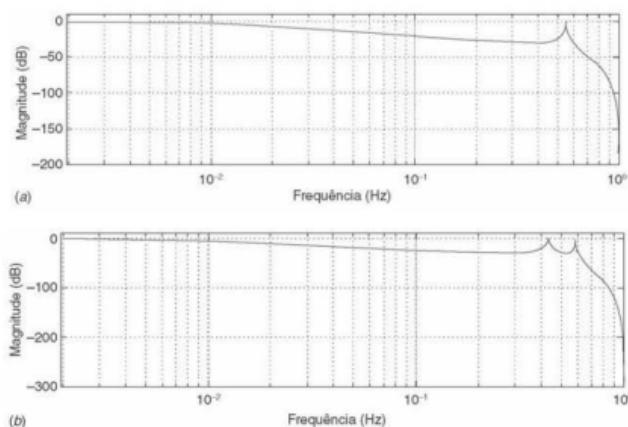


Figura 7.18 Resposta de um filtro que apresenta característica de Chebyshev. Ordem de (b) é mais alta que a ordem de (a).

Tabela 7.10 Ordem, polos e fator Q do filtro com características Chebyshev com ripple de 1,0 dB

Ordem	Polos	ω_0	Q
2	$-0,549 \pm j0,895$	1,050	0,957
3	$-0,247 \pm j0,966$	0,997	2,018
4	$-0,140 \pm j0,983$	0,993	3,559
	$-0,337 \pm j0,407$	0,529	0,785
5	$-0,089 \pm j0,990$	0,994	5,556
	$-0,234 \pm j0,612$	0,655	1,399
6	$-0,622 \pm j0,993$	0,995	8,004
	$-0,170 \pm j0,727$	0,747	2,198
	$-0,232 \pm j0,266$	0,353	0,760
7	$-0,046 \pm j0,995$	0,996	10,899
	$-0,128 \pm j0,798$	0,808	3,156
	$-0,185 \pm j0,443$	0,480	1,297
8	$-0,035 \pm j0,996$	0,997	14,240
	$-0,100 \pm j0,845$	0,851	4,266
	$-0,149 \pm j0,564$	0,584	1,956
	$-0,176 \pm j0,198$	0,265	0,753
9	$-0,028 \pm j0,997$	0,998	18,029
	$-0,080 \pm j0,877$	0,881	5,527
	$-0,122 \pm j0,651$	0,662	2,713
	$-0,150 \pm j0,346$	0,377	1,260
10	$-0,022 \pm j1,000$	0,998	22,263
	$-0,065 \pm j0,900$	0,902	6,937
	$-0,101 \pm j0,714$	0,721	3,561
	$-0,128 \pm j0,459$	0,476	1,864
	$-0,142 \pm j0,158$	0,212	0,750

7.8.2.4 Ordem dos filtros de classes

Butterworth e Chebyshev

Existem diversos procedimentos que nos possibilitam determinar a ordem de um filtro para uma dada aplicação. Apresentamos a seguir procedimentos básicos para determinação dos parâmetros necessários.

- Especificar a faixa de frequência de interesse da aplicação (banda passante). Determinar o primeiro ponto de atenuação (geralmente o ponto de -3 dB), banda passante, ω_p ;
- Máximo desvio, ou seja, como as características de magnitude devem variar na banda passante. Em geral é fornecido em dB e denominado Δ_p ;
- Especificar a frequência da stop banda, ou seja, o fim da transição da banca, ω_s ;
- Mínima atenuação na stop banda, Δ_s ;
- Calcular a razão entre as frequências ω_s e ω_p : $f_r = \frac{\omega_s}{\omega_p}$;
- Calcular a razão entre as atenuações: $A_v = \sqrt{\frac{10^{0.1\Delta_s} - 1}{10^{0.1\Delta_p} - 1}}$.

g. A ordem para o filtro que apresenta características de Butterworth é dada por $O_f = \frac{\ln(f_r)}{\ln(f_s)}$, e, para o filtro que apresenta características de Chebyshev, por $O_f = \frac{\cosh^{-1}(A_f)}{\cosh^{-1}(f_s)}$.

7.8.2.5 Procedimento de Sallen e Key

Sallen e Key elaboraram um método simples para desenvolver filtros de primeira ou segunda ordens. Esse método é um dos mais empregados, e existem muitas tabelas que possibilitam a determinação fácil dos componentes R e C do filtro. A implementação de filtros de ordem maior é obtida cascandando-se seções de primeira, segunda ou terceira ordens até a obtenção da ordem desejada. Considere a forma clássica do filtro passa-baixas Sallen e Key (Figura 7.19) (o capacitor de realimentação C_1 deve ser escolhido para se ter uma baixa impedância próxima à frequência de corte do filtro).

A função de transferência desse circuito é:

$$H(s) = \frac{k}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{k-1}{R_2 \cdot C_2} \right) + \frac{1}{R_2 \cdot R_1 \cdot C_1 \cdot C_2}}$$

$$k \cdot \omega_n^2 = \frac{k}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

$$\frac{\omega_n}{Q} = \frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{k-1}{R_2 \cdot C_2}$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

em que k representa o ganho DC, ω_n , a frequência de corte, e Q é o fator de qualidade determinando a selectividade e a largura de banda do filtro. O procedimento consiste em determinar os valores dos componentes em função dos polos. Portanto, para desenvolver um filtro é necessário determinar a sua ordem, o fator Q e a frequência ω_n . Como exemplo, considere o projeto de um filtro passa-baixas de segunda ordem, frequência ω_n de 10 kHz e características de Butterworth. O procedimento básico é:

- Calcule os polos para um filtro que apresenta características de Butterworth de segunda ordem (verifique a Tabela 7.10 ou utilize o MATLAB): $s_1 = -0,707 \pm j0,707$.

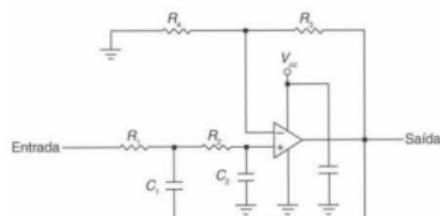


Figura 7.19 Forma clássica do filtro passa-baixas de Sallen e Key.

b. Determine a forma quadrática fatorando o polinômio: $as^2 + bs + c = [s_0 - (-0,707 + j0,0707)] \cdot [s_0 - (-0,0707 - j0,0707)] = s^2 + (0,707 + j0,707) + (0,707 - j0,707)s + (0,707 + j0,0707)(0,0707 - j0,707) = s^2 + 1,414s + 1$.

c. Determine o fator Q : $\omega_o = \sqrt{c} = \sqrt{\frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}} = 1$ e

$$Q = \frac{\omega_o}{b} = 0,707.$$

d. $\omega_o \times 10\text{ kHz} = 10\,000$; $R_1 = R_2 = R$ e $C_1 = C_2 = C$.

e. Escolha o valor para o capacitor C , como, por exemplo, $C = 0,1\text{ mF}$, e determine R :

$$R = \frac{1}{\omega_o \cdot C} = \frac{1}{10\,000 \times 0,001} = 1000\ \Omega.$$

f. Às vezes é necessário ajustar o valor de R . Para isso, basta multiplicar o valor de R pelo fator necessário e dividir C pelo mesmo fator.

g. Calcule o ganho pela relação:

$$\frac{\omega_o}{Q} = \frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} - \frac{k-1}{R_2 \cdot C_2}, \text{ por substituição:}$$

$$\frac{\omega_o}{Q} = -k + 3 \therefore k = 3 - \frac{1}{Q} = 1,586.$$

h. Com o valor do ganho, calcular R_3 e R_4 . No amplificador não inversor: $k = 1 + \frac{R_o}{R_b} \therefore \frac{R_3}{R_4} = (k-1) = 0,586$.

i. É interessante selecionar R_d de modo que as resistências das entradas inversora e não inversora do amplificador operacional sejam iguais para reduzir os offsets. Por Thévenin: $R_1 + R_2 = R_3 + R_4$.

$$= \frac{R_1 \cdot R_3}{R_4 + R_3}. \text{ Resolvendo simultaneamente } \frac{R_3}{R_4} = (k-1) =$$

$$= 0,586 \text{ e } R_1 + R_2 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_4 + R_3}, \text{ é possível determinar aproximadamente que } R_3 = 32\text{ k}\Omega \text{ e } R_4 = 54\text{ k}\Omega.$$

A Figura 7.20 apresenta o filtro de Sallen e Key de terceira ordem. As configurações de terceira e segunda ordens são interessantes para configurarmos filtros de ordem maior simplesmente cascanteando os de segunda e terceira ordens.

A função de transferência para esse tipo de filtro é:

$$H(s) = \frac{k \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{(s+1) \left(s^2 + s \cdot \frac{\omega_1}{Q} - \omega_1^2 \right)}$$

Considerando os componentes do filtro da Figura 7.58, temos:

$$\begin{aligned} R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 &= \frac{1}{\omega_1 \cdot \omega_2} \\ R_2 \cdot R_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + R_1 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_2} \right) - \\ - R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 (k-1) &= \frac{1}{Q \cdot \omega_1 \cdot \omega_2} + \frac{1}{\omega_1^2} \\ R_1 \cdot C_1 + R_3 \cdot C_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_1}{R_3} \right) - R_2 \cdot C_2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot (k-1) &= \\ = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{Q \cdot \omega_2} \end{aligned}$$

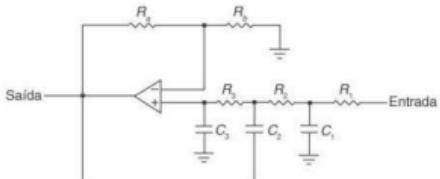


Figura 7.20 Filtro de Sallen e Key de terceira ordem.

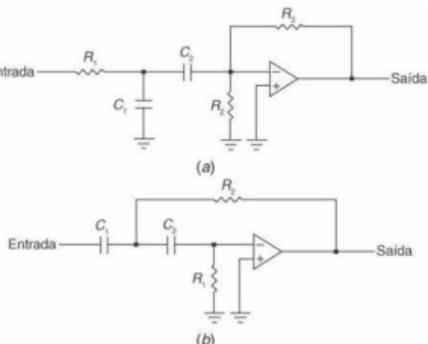


Figura 7.21 Filtros de Sallen e Key: (a) passa-banda e (b) passa-altas.

Resolva essas expressões numericamente. As configurações dos filtros de Sallen e Key passa-altas e passa-banda encontram-se na Figura 7.21, e suas funções de transferência são:

a. Passa-banda:

$$H(s) = \frac{\frac{sk}{R_1 \cdot C_1}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_1 \cdot C_2} + \frac{1}{R_3 \cdot C_2} - \frac{k}{R_2 \cdot C_1} \right) + \left(\frac{1}{R_3 \cdot C_2 \cdot C_1} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

b. Passa-altas:

$$H(s) = \frac{\frac{s^2 \cdot k}{R_2 \cdot C_1}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_1 \cdot C_2} + \frac{1}{R_1 \cdot C_2} + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} - \frac{k}{R_2 \cdot C_1} \right) + \left(\frac{1}{R_2 \cdot R_1 \cdot C_2 \cdot C_1} \right)}$$

Para o filtro passa-banda:

$$k = 4 - \frac{\sqrt{2}}{Q} \text{ e } RC = \frac{\sqrt{2}}{\omega_o}$$

e para o filtro passa-altas:

$$\omega_o = \frac{1}{RC}, \quad \frac{1}{Q} = 3 - k \quad \text{e} \quad H_0 = k.$$

7.8.3 Bibliografia adicional

SAUERWARD, M. Designing high speed active filters. National Semiconductors: Application Note OA-26, 1997.

TEXAS Instruments. Handbook of operational amplifier application. TEXAS Instruments: application report SBOA092A, 2001.

WU, C.-Y.; Ping-Hsing Lu; M.-K. Tsui. Design techniques for high-frequency CMOS switched-capacitor filter using non-op-amp based unity-gain amplifiers. IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 26, N.º 10, 1991.

7.8.4 Materiais e equipamentos

1 gerador de sinais

1 osciloscópio digital (preferencialmente com função FFT)

1 fonte de alimentação DC: $\pm 5\text{ V}$ e $\pm 12\text{ V}$

2 amplificadores operacionais LM324

2 amplificadores operacionais LF356

1 amplificador operacional CLC430 ou CLC730013

Resistores: 10 k Ω (dois), 68 k Ω (um), 120 k Ω (um), 820 k Ω (um), 1 M Ω (três), 2,2 M Ω (dois)

Capacitores eletrolíticos: 1,3 nF (dois), 1,5 nF (um), 2,5 nF (um), 10 nF (dois), 470 nF (um), 47 pF (um)

1 potenciômetro de 10 k Ω

7.8.5 Procedimentos experimentais

- Implemente os filtros ativos da Figura 7.22. Para o circuito (a), $R_i = 10\text{ k}\Omega$, $R_f = 1\text{ M}\Omega$ e $C_f = 1,5\text{ nF}$. Para o circuito (b), $R_i = 10\text{ k}\Omega$, $R_f = 1\text{ M}\Omega$, $C_i = 470\text{ nF}$ e $C_f = 47\text{ pF}$. Para o circuito (c), $R_i = 68\text{ k}\Omega$, $R_2 = 120\text{ k}\Omega$, $R_3 = 820\text{ k}\Omega$, $C_1 = 10\text{ nF}$ e $C_2 = 10\text{ nF}$. Para o circuito (d), $R_1 = 2,2\text{ M}\Omega$, $R_2 = 2,2\text{ M}\Omega$, $R_3 = 1\text{ M}\Omega$, $C_1 = 1,3\text{ nF}$, $C_2 = 1,3\text{ nF}$ e $C_3 = 2,5\text{ nF}$.
- Com um gerador de sinais e osciloscópio (com FFT), verifique o comportamento dos filtros modificando os parâmetros do sinal de entrada (deixe uma amplitude fixa adequada e altere as frequências do sinal de entrada).
- Para um sinal senoidal de 2 V_{pp} , varie a frequência de 10 a 200 Hz para o circuito (c) da Figura 7.22.

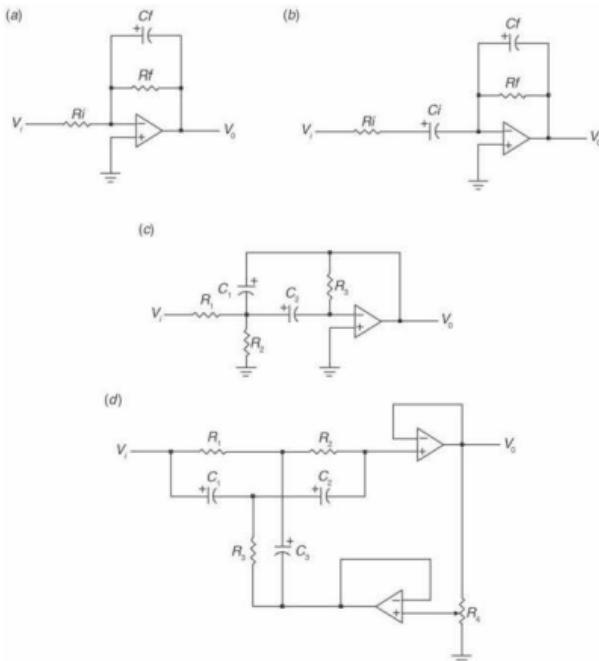


Figura 7.22 Quatro diferentes configurações de filtros ativos.

- Para o filtro (d) da Figura 7.22, disponibilize na entrada um sinal senoidal de 1 Vpp/60 Hz. Repita o mesmo procedimento para um sinal senoidal de 1 Vpp de 100 Hz. Avalie o sinal de saída para os dois sinusos.
- Utilizando o amplificador LF356, implemente um filtro passa-baixas de um polo. Verifique o comportamento da saída para uma onda senoidal variando a sua frequência.
- Utilizando o amplificador LF356, implemente um filtro passa-baixas de dois polos com características de Butterworth. Verifique o comportamento da saída para uma onda senoidal variando a sua frequência.
- Implemente um filtro passa-baixas utilizando o amplificador operacional CLC430 pelo método de Sallen e Key.
- Repita o item 7, porém com um filtro passa-altas.

7.8.6 Questões

- Classifique os filtros da Figura 7.22. Por exemplo, o filtro da Figura 7.22(a) é um filtro passa-baixas (integrador).
- Calcule os ganhos dos filtros.
- Gere os gráficos para cada filtro, relacionando a tensão de saída em função da frequência do sinal de entrada (represente o ponto -3 dB).
- Verifique o comportamento da fase entre sinal de entrada e sinal de saída para o filtro integrador e para o filtro diferenciador.
- Determine a frequência central e o ganho do filtro da Figura 7.22(c).
- Pesquise sobre os filtros CLC412, LM6172 e CLCS622.

7.9 Lab. 9 — Amplificadores de Instrumentação

7.9.1 Objetivos

Aplicar os conceitos básicos de eletrônica analógica. Implementar montagens de amplificadores de instrumentação. Implementar um amplificador de instrumentação utilizando três amplificadores operacionais TL074. Utilizar um amplificador de instrumentação utilizando o componente Burr-Brown INA101 (www.ti.com).

7.9.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente a amplificadores operacionais. Esse tipo de amplificador é extensamente utilizado no processamento analógico de pequenos sinais. Pela sua importância, existem muitos fabricantes que encapsulam em um único invólucro todo o amplificador de instrumentação, para que o seu desempenho melhore.

7.9.3 Bibliografia adicional

- Datasheets* e notas de aplicação dos componentes utilizados.
 KITCHIN, C.; COUNTS, L. *A Designer's guide to instrumentation amplifiers*, 2. ed. Massachusetts: Analog Devices, 2004.
 MANCINI, R. *Op amps for everyone*, Texas Instruments, 2002.
 PERTENCE, A. J. *Amplificadores operacionais e filtros ativos: teoria, projetos, aplicações e laboratório*. New York: McGraw-Hill, 1988.

7.9.4 Materiais e equipamentos

- 1 TL074
- 1 BB-INA101
- 1 osciloscópio
- 1 fonte simétrica +12 –12 V
- 1 gerador de funções
- 1 pilha ou bateria de 1,5 V
- 1 resistor variável multivoltas
- Resistores diversos

7.9.5 Procedimentos experimentais

- Monte o amplificador de instrumentação da Figura 7.23 com o amplificador operacional TL074 (ou equivalente). Com esse circuito, ligue os terminais 3 e 5 (entradas do amplificador) à referência. Meça a saída e anote o valor lido, pois esta representa uma diferença de tensão devida às correntes de entrada desbalanceadas do amplificador operacional (essa tensão medida dividida pelo ganho do amplificador é conhecida como tensão de offset do OPAMP). Em seguida, desconecte os terminais do terra e com os terminais ainda conectados ligue o gerador de funções a uma frequência de 1 kHz e amplitude de 1 V (sinal senoidal). Meça novamente a saída (com um osciloscópio). Esse valor de amplitude medido representa a tensão de modo comum. Todo amplificador vem com esse parâmetro definido como CMRR (*Common Mode Rejection Rate*) ou razão de rejeição em dB, definido como:

$$CMRR_{dB} = 20 \log \left(\frac{\text{Ganho diferencial}}{\text{Ganho de modo comum}} \right)$$

Meça o ganho de modo comum e, com o ganho diferencial calculado, determine o CMRR da configuração montada. Por fim, ajuste o circuito da Figura 7.24, conecte-o à entrada do amplificador e meça a entrada e a saída para que seja possível medir o ganho diferencial.

- Monte o circuito da Figura 7.25 com o amplificador de instrumentação da Burr-Brown INA101 e repita todo o procedimento do item 1. Nesse caso o ganho diferencial é $G_d = 1 + \frac{40000}{400} = 101$.

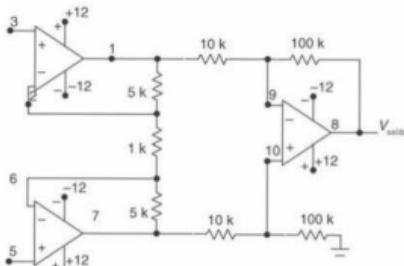


Figura 7.23 Amplificador de instrumentação implementado com o TL074.

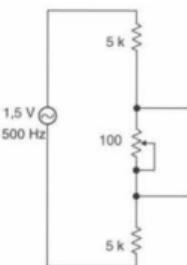


Figura 7.24 Circuito de teste de ganho do amplificador montado.

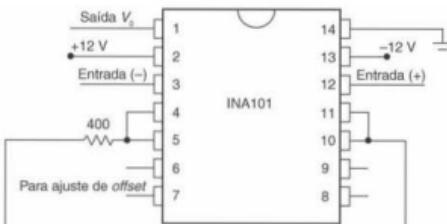


Figura 7.25 Amplificador de instrumentação implementado com o BB INA101.

7.9.6 Questões

- Determine a tensão de *offset* das duas configurações montadas.
- Determine o CMRR das duas configurações montadas.
- Determine o valor de ganho medido das duas configurações montadas.
- Leia os *datasheets* desses componentes e compare os resultados medidos com os parâmetros fornecidos pelos fabricantes.
- Com os dados dos *datasheets* do INA101, conecte o ajuste de *offset*. Ajuste-o e avalie os resultados.

7.10 Lab. 10 — Pontes para Medição de Resistores, Capacitores e Indutores

7.10.1 Objetivos

Aplicar os conceitos de pontes de desbalanço em medidas de resistências, capacitâncias e indutâncias.

7.10.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente a pontes para medição de grandezas elétricas.

7.10.3 Bibliografia adicional

- HOLMAN, J. P. *Experimental methods for engineers*. McGraw-Hill, 1994.
WEBSTER, J. G. *The measurement, instrumentation and sensors*. New York: CRC Press and IEE Press, 1999.

7.10.4 Materiais e equipamentos

- 1 osciloscópio
- 1 indutor de 1 mH
- 1 capacitor de 10 nF
- 1 capacitor de 100 nF
- 1 multímetro de 4½ dígitos
- Resistores de $100\Omega \pm 1\%$
- 1 resistor multivoltas de $2k\Omega$
- 1 resistor variável multivoltas de 100Ω
- 1 ponte RLC (para referência de medidas)
- Resistores diversos

7.10.5 Procedimentos experimentais

- Com o multímetro de 4½ dígitos, meça e escolha três resistores com valores de 100Ω . Monte o circuito da Figura 7.26 e ajuste o resistor variável multivoltas, monitorando a tensão nos pontos *a* e *b* com o osciloscópio (ou com um milivoltímetro). Quando essa tensão for mínima, meça a resistância total dessa parte do circuito.
- Ajuste o gerador de funções para uma amplitude de 5 V a uma frequência de 10 kHz e monte o circuito da Figura 7.27. Monitore os pontos *a* e *b* com o osciloscópio até que a amplitude da tensão seja a mínima possível. Desconecte a fonte e meça a resistência R_s e a capacitância C_s e calcule com $C_s = \frac{C_1 R_s}{R_1}$ e $R_s = \frac{R_1 R_2}{R_2}$. Compare os valores medidos com os valores nominais dos componentes.
- Ajuste o gerador de funções para uma amplitude de 5 V e frequência de 100 kHz e monte o circuito da Figura 7.28. Ajuste o resistor $R_1 = 100\Omega$. Monitore os pontos *a* e *b* com o osciloscópio até que a amplitude da tensão seja a mínima possível, variando os resistores R_2 e R_3 . Desconecte a fonte e meça a resistência R_s e a indutância L_s . Meça também a capacitância

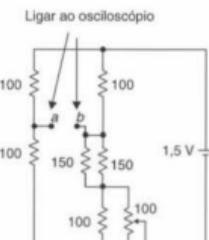


Figura 7.26 Ponte resistiva.

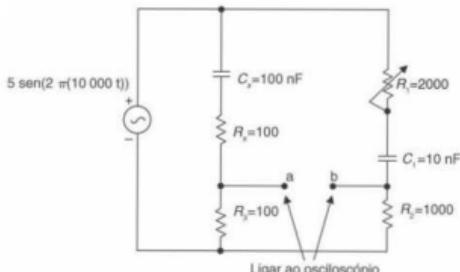


Figura 7.27 Ponte RC série.

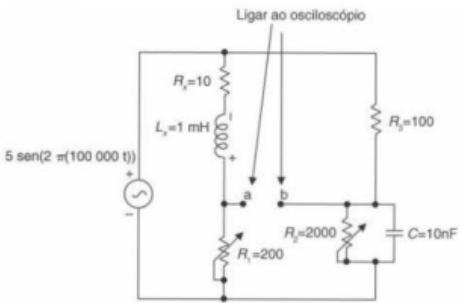


Figura 7.28 Ponte de Maxwell-Wien.

C e proceda ao cálculo: $L_s = R_s R_1 C$ e $R_s = \frac{R_1 R_3}{R_2}$. Compare os resultados com os valores nominais dos componentes.

7.10.6 Questões

- Demonstre a relação da tensão de saída para a ponte do item 1.
- A tensão V_{ab} no item 1 tem dependência linear em relação à variação de R^* ? Faça um gráfico de $V_{ab} \times R_{var}$.
- Demonstre a relação de saída da tensão V_{ab} no item 2, com a variação da resistividade.
- Faça um gráfico de $V_{ab} \times R_{var}$ no item 2.
- Demonstre a relação de saída da tensão V_{ab} no item 3.
- Faça um gráfico de $V_{ab} \times R_{var}$ no item 3.

7.11 Lab. 11 — Sistemas Combinacionais e Sequenciais

7.11.1 Objetivos

Implementar sistemas digitais combinacionais e sequenciais, possibilitando a utilização de componentes digitais e instrumentos de medida.

7.11.2 Bibliografia adicional

MOTOROLA. *Fast and LS TTL*. Datasheet, 1992.
NOLAN, S. M.; SOLTERO, J. M. *Understanding and interpreting standard-logic data sheets*. Texas Instruments, Application Report, 2003.

TEXA INSTRUMENTS. *Industrial solutions guide: amplifiers, data converters, digital signal processors, digital temperature sensors, interface, microcontrollers, power controllers, power management*. Texas Instruments, 2005.

7.11.3 Materiais e equipamentos

- 1 matriz de contato
- 1 fonte de alimentação DC
- Circuitos integrados da família 74XX (TTL): 7400, 7402, 7404, 7405, 7408, 7410, 7411, 7421, 7432 ou equivalentes da família 40XX ou 74HC(CMOS)
- 1 multiplexador 74xx157
- 1 multiplexador 74HC151
- 1 decodificador 74xx138
- 3 portas schmitt-trigger: 7414, 74132, 7413
- 1 latch SR 4043 e 4044
- 1 flip-flop 74HCT273
- 1 flip-flop JK 7476 ou equivalente
- 1 simulador digital, como, por exemplo, o *digital works*, o *multisim*, o *circuit maker*, ou qualquer outro

7.11.4 Procedimentos experimentais

- Considerando o *datasheet* do MUX 74xx157, verifique experimentalmente sua tabela-verdade.
- Implemente um circuito combinacional equivalente ao MUX 74xx157 utilizando somente portas lógicas.
- Implemente um codificador BCD para código Gray usando portas lógicas. Utilize nas entradas chaves e, nas saídas, leds.
- Considerando o *datasheet* do MUX 74HC151, verifique experimentalmente sua tabela-verdade.
- Desenvolva um decodificador BCD para o sistema decimal. Utilize na saída dois *displays* de 7 segmentos.
- Desenvolva o codificador de acordo com a tabela-verdade:

Código X		Código Y		
0	0	0	1	1
0	0	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0

- Simplifique as expressões S_1 , S_2 , S_3 e S_4 da tabela fornecida a seguir (utilizar mapas de Veitch-Karnaugh).

Entradas			Saídas			
A	B	C	S_1	S_2	S_3	S_4
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1

h. No desenvolvimento de automóveis, são realizadas numerosas medições e avaliações de temperaturas para garantir o funcionamento apropriado de sistemas e componentes. Algumas medições são incluídas nos sistemas de controle ou em sistemas de diagnóstico dos veículos. A medição de temperatura no monitoramento *on-line* de sistemas automotivos cada vez mais tem apresentado diferentes utilidades. Um exemplo é o monitoramento da temperatura das superfícies dos pneus e da pressão em busca de falhas para automaticamente ajustar (alguns sistemas utilizam sensores de temperatura e pressão localizados em cada roda do veículo).

Considerando essas observações, você decidiu desenvolver um sistema de baixo custo para monitorar o minibaja desenvolvido na universidade (no minibaja não existe pneu estepe). Esse sistema deve monitorar todas as rodas com apenas um sensor de temperatura por roda. Quando no mínimo dois desses sensores indicarem $T > 80^\circ\text{C}$, o circuito digital deve informar, por meio de uma luz indicadora no painel, que o minibaja deve parar imediatamente; caso contrário, deve indicar que o piloto pode continuar acelerando. Desenvolva esse circuito digital.

- Conecte as saídas de três buffers *three-state* com o desenvolvimento de uma lógica adicional para implementar a função $F = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{D}$. Suponha que C e D são as entradas de dados dos buffers A e B passam pela lógica para gerar as entradas de habilitação.
- Desenvolva um multiplicador binário de 2 bits (a_1a_0) e (b_1b_0). Utilize diagrama de blocos somente no desenvolvimento do estágio multiplicador. O resultado obtido da multiplicação deve ser indicado em um *display* de 7 segmentos na base numérica hexadecimal.
- Desenvolva um contador de 3 bits que conta na sequência 000, 010, 011, 101, 110, 111 e repete a sequência. Implemente o contador apresentado à máquina de estados, a tabela de transição e o diagrama lógico.
- Utilizando qualquer simulador digital, simule os exercícios anteriores.
- Considerando o *datasheet* do decodificador 74xx138, verifique experimentalmente sua tabela-verdade.
- Explique, em termos experimentais, a função dos integrados *schmitt-trigger*. Determine suas funções de transferência (tensão de saída em função da tensão de entrada). Discuta o que é histerese.

- Verifique experimentalmente a tabela-verdade dos *latches SR* 4043 e 4044.
- Verifique experimentalmente a tabela-verdade do *flip-flop* 74HCT273. Elabore um circuito com esse componente sequencial.
- Verifique experimentalmente a tabela-verdade do *flip-flop JK* 7476. Elabore um circuito com esse componente sequencial.
- Desenvolva um registrador de deslocamento de 4 bits.
- Desenvolva um contador binário crescente de oito estados (contador em anel).

7.11.5 Questões

- Pesquise e explique o que é margem de ruído DC, *fanout*, saídas de dreno aberto (*open drain*), saídas de coletor aberto (*open collector*), saídas *three-state* (três estados), tempo de transição (*transition time*, *rise time* e *fall time*), resistores *pull-up*.
- Pesquise e explique o que são entradas *schmitt-trigger*.
- Pesquise e explique as diferenças entre as famílias CMOS: HC, HCT, VHC, VHCT, FCT e FCT-T.
- Considerando as diferenças básicas entre as famílias TTL e CMOS, discuta dissipação de potência.
- Pesquise sobre os procedimentos práticos para interfacear as famílias lógicas TTL-CMOS.

7.12 Lab. 12 — Porta Paralela (IEEE1284-A) como Entrada e Saída

7.12.1 Objetivos

Desenvolver algoritmos para leitura e escrita em portas de I/O (*Input/Output* ou Entrada/Saída). Utilizar a interface comercial IEEE1284-A em sistemas de instrumentação. Cabe ressaltar que o objetivo desse experimento não é descrever diversos tipos de interfaces (se necessário, consultar referências na área), mas apresentar uma porta padrão muito simples (atualmente, a maioria dos computadores novos é disponibilizada sem essa porta, porém o seu uso e correspondente aprendizagem permanecem.)

7.12.2 Conceitos teóricos adicionais

7.12.2.1 Instruções de entrada e saída em PCs

A família de microprocessadores 80x86 para se ter acesso a informações de portas de entrada e de saída utiliza dois tipos de instruções: IN e OUT (em linguagem Assembly 80x86) ou INPORTB e OUTPORTB (em linguagem C para PC). A sintaxe de ambas as instruções é dada por:

- Linguagem Assembly 80x86:
:Entrada de Dados
MOV DX, endereço da porta de entrada

;Os dados de entrada serão armazenados no registrador AL (8 bits)

IN AL, DX

;Saída de Dados

MOV DX, endereço da porta de saída

MOV AL, dado a ser enviado

;Os dados armazenados em AL serão enviados para a porta de saída

;cujo endereço está em DX

OUT DX, AL

b. Linguagem C (PC)

```
/*Entrada de Dados*/
#define Porta_Endereço
INT porta_entrada;
/*a variável inteira porta_entrada receberá os dados*/
porta_entrada = IMPORTB (Porta);
/*Saída de Dados*/
#define Porta_Endereço
INT valor;
valor = dado a ser enviado;
/*o dado armazenado na variável inteira valor será enviado*/
/*para a porta de saída cujo endereço foi definido em DEFINES*/
PORTPORTB (Porta, valor).
```

11). Cada porta (DATA, STATUS e CONTROL) é endereçada por três endereços sequenciais. Por exemplo, se o endereço da porta DATA é 0378H em linguagem Assembly (ou 0x0378 em C), o endereço da porta STATUS é 0379H em Assembly (ou 0x0379 em C) e o da porta CONTROL é 037AH em Assembly (ou 0x037A em C). Utilize o sistema operacional para verificar os endereços corretos.

¶ 7.12.2.3 Portas de saída da SPP (DATA e CONTROL)

Todas as saídas, na porta de dados (Porta DATA), não são invertidas; sendo assim, se for enviado um nível lógico alto em um dos pinos, ele causará uma correspondente saída em nível lógico alto, e vice-versa.

Considere como exemplo o sistema simples apresentado na Figura 7.30 implementado para acionar os 8 leds interfaceados com a porta DATA.

Uma das possíveis rotinas para se acionar os 8 leds em Assembly 80×86 (utilizando-se qualquer versão dos montadores MASM ou TASM) é:

```
TITLE Uso da porta de dados
;Segmento de dados.
DADOS SEGMENT
    DADO_DE_SAÍDA DB 34H ;3416 = 0011 01002
    PORTA_DATA EQU 0378H
DADOS ENDS
```

;Segmento de código.

```
CÓDIGO SEGMENT
INÍCIO PROC FAR
    ASSUME CS: CÓDIGO, DS: DADOS
    MOV AX, DADOS
    MOV DS, AX
    MOV SI, OFFSET DADO_DE_SAÍDA
```

:O registrador SI é utilizado como apontador do segmento de dados :A diretiva OFFSET possibilita a realização da operação anterior :Esta estrutura possibilita o fácil tratamento de grande quantidade de dados que poderiam ser enviados para a porta DATA alterando-se o comportamento dos leds como bem se desejasse

```
    MOV DX, PORTA_DATA ;DX recebe o endereço
                        ;da porta DATA
    MOV AL, [SI] ;AL recebe o dado 34 H
                  ;a ser enviado
    OUT DX, AL ;Envia 34 H para a porta
                  ;DATA
    MOV AH, 4CH ;Finaliza o programa.
    INT 21H
INÍCIO ENDP
CÓDIGO ENDS
END INÍCIO
```

Os leds da Figura 7.30 irão determinar quando um nível baixo estará disponível no pino que está ligado. Portanto, como o dado enviado foi 34 H (0011 0100 em binário), os leds que conduzirão o dado são os ligados aos pinos 9, 8, 5, 3 e 2 da porta DATA.

Considere a Figura 7.31, na qual a porta de saída é a CONTROL (a Figura 7.29 apresenta os inversores internos dessa porta). Para evitar operações invertidas, deve-se considerar os inversores internos na implementação da rotina de controle dos leds.

¶ 7.12.2.2 Porta paralela (IEEE1284) SPP (Standard Parallel Port)

A Tabela 7.11 apresenta a pinagem da porta paralela padrão (SPP). A porta paralela é constituída de três portas denominadas porta DATA (8 saídas do tipo TTL), porta STATUS (5 entradas do tipo TTL) e porta CONTROL (4 saídas do tipo coletor aberto).

A Figura 7.29 apresenta o esboço da porta paralela, no qual é importante observar as portas inversoras da porta CONTROL (pinos 1, 14 e 17) e a porta inversora da porta STATUS (pino

Tabela 7.11 Pinagem da porta paralela padrão (em relação ao PC)

Pino(s)	Descrição	I/O	Porta
2 a 9	Data0 a Data7	Saída	DATA
10	<u>ACK</u>	Entrada	STATUS
11	<u>BUSY</u>	Entrada	STATUS
12	<u>PAPER EMPTY</u>	Entrada	STATUS
13	<u>SELECT</u>	Entrada	STATUS
15	<u>ERROR</u>	Entrada	STATUS
1	<u>STROBE</u>	Saída	CONTROL
14	<u>AUTOFEED</u>	Saída	CONTROL
16	<u>INIT PRINTER</u>	Saída	CONTROL
17	<u>SELECT_JINPUT</u>	Saída	CONTROL
18 a 25	GROUND		

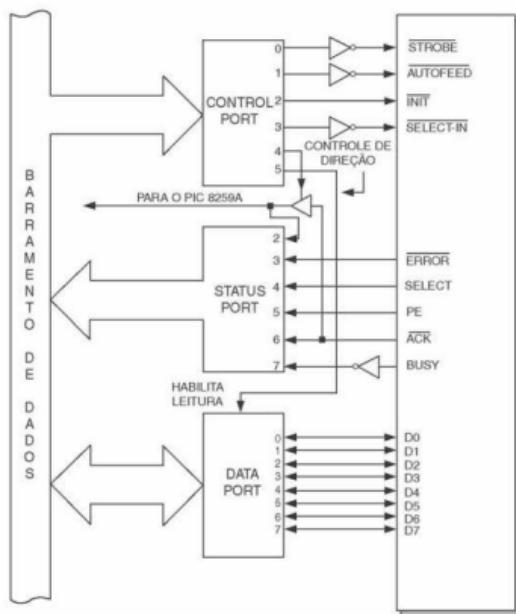


Figura 7.29 Configuração interna da porta paralela.

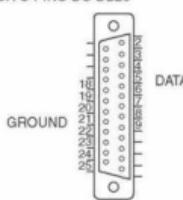
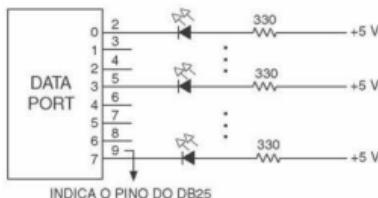


Figura 7.30 Exemplo de uso da porta DATA.

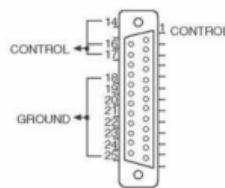
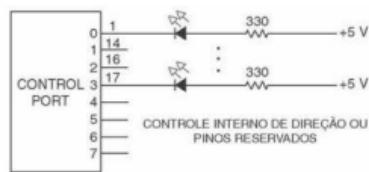


Figura 7.31 Exemplo de uso da porta CONTROL.

Uma rotina, em Assembly 80x86, para acionar os leds ligados aos pinos 1, 14 e 17 (inversores internos) (utilizar qualquer versão dos montadores MASM ou TASM), é:

```

TITLE    Uso da porta de controle
;Segmento de dados.
DADOS   SEGMENT
        DADO_DE_SAIDA    DB 0F4H ;F416 = 1111 0100;
; o zero na esquerda identifica que F4 é um número e não
; um rótulo
        PORTA_DATA      EQU 0378H
        PORTA_STATUS     EQU 0379H
        PORTA_CONTROL    EQU 037AH
DADOS   ENDS
; Segmento de código.
CÓDIGO  SEGMENT
INÍCIO  PROC FAR
        ASSUME CS: CÓDIGO, DS: DADOS
        MOV AX, DADOS
        MOV DS, AX
        MOV SI, OFFSET DADO_DE_SAIDA
;DX recebe o endereço da porta CONTROL
        MOV DX, PORTA_CONTROL
        MOV AL, [SI]       ;AL recebe o dado F4 H a ser en-
                           ;viado
        XOR AL, 0BH       ;Operação que inverte os bits
                           ;enviados aos inversores internos
                           ;dos pinos 1, 14 e 17.
        OUT DX, AL        ;Após a inversão, escreve o dado
                           ;F4 H
                           ;na porta CONTROL
        MOV AH, 4CH        ;Finaliza o programa.
        INT 21H
INÍCIO  ENDP
CÓDIGO  ENDS
END           INÍCIO

```

Os pinos 1, 14 e 17 da porta CONTROL (pinos de saída) são invertidos logicamente; assim, se desejarmos um nível lógico alto em um desses pinos, na saída teremos um nível lógico baixo. Pode-se facilmente inverter isso utilizando uma função lógica XOR (via programa) ou via hardware (portas NOT ou inversores). Para exemplificar o uso da linguagem C, considere um sistema de 12 leds (os 8 da porta DATA da Figura 7.30 e os 4 da porta CONTROL da Figura 7.31):

```

/*Compilador Turbo C*/
# include <stdio.h>
# include <dos.h>
/*Definição dos endereços da porta paralela com o uso de
constantes*/
# DEFINE DATA 0x0378
# DEFINE STATUS DATA+1
# DEFINE CONTROL DATA+2
void main(void)
{
/*Declaração de duas variáveis do tipo inteira*/
int DADO1, DADO2;
/*0x34 = 34 H*/
DADO1 = 0x34;
/*Operação de escrita na porta DATA → enviar o dado 34 H*/
outport (DATA, DADO1);

```

```

delay(200);
/*0xF4 = F4 H*/
DADO2 = 0xF4;
/*Operação de escrita na porta CONTROL → enviar o dado F4
H*/
/* ^ → operação lógica XOR */
/*0b10 = 0000 1011; */
outport (CONTROL, DADO2 ^ 0x0b);
delay(200);
/*Observe que os pinos 1, 14 e 17 são saídas invertidas*/
/*Com a função XOR as inversões de hardware são compensadas*/
}

```

7.12.2.4 Porta de entrada da SPP (STATUS)

Analisando-se a porta STATUS da Figura 7.29, percebe-se que o bit mais significativo (bit 7) possui um inveror; assim, se um sistema externo enviar um nível alto, ele será armazenado na porta STATUS como baixo, e vice-versa. O procedimento para se compensar essa inversão é o mesmo utilizado anteriormente — ou seja, pelo uso da operação lógica XOR. Considere a leitura de uma simples chave, tal como mostra a Figura 7.32.

Um trecho do programa em Assembly 80x86 para leitura e tratamento dessa porta:

```

STATUS EQU 0279H ;endereço da porta STATUS
IN AL, STATUS      ;leitura da porta STATUS
XOR AL, 80H         ;compensação da inversão do busy
AND AL, 80H         ;mascara a entrada para garantir que os
                     ;outros 7 bits são zerados
; criar rotina de delay (atraso)
; por exemplo
MOV CX, FFFF
VOLTA: LOOP VOLTA ; salta até CX = 0
Ou, na linguagem C:
#define STATUS 0x279
int entrada_valor;
/*^ → XOR e & → AND*/
entrada_valor = ((inport (STATUS) ^ 0x80) & 0x80);

```

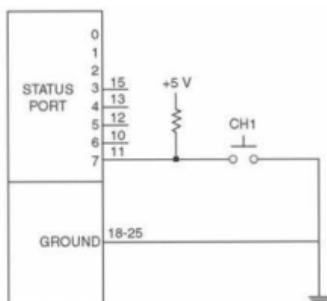


Figura 7.32 Exemplo do uso da porta STATUS.

7.12.3 Bibliografia adicional

- AXELSON, J. *USB complete*. Lakeview Research, 1999.
- _____. *Serial port complete: Programming and circuits for RS-232 and RS-485 links and networks*. Lakeview Research, 2000.
- DERENZO, S. E. *Practical interfacing in the laboratory: using a PC for instrumentation, data analysis and control*. Cambridge University Press, 2003.
- GILLUWE, F. Van. *The undocumented PC: a programmer's guide to I/O, CPUs, and fixed memory areas*. New York: Addison Wesley, 1997.
- JAMES, K. *PC interfacing and data acquisition*. Newnes, 2000.
- MOTOROLA. *Fast and LS TTL*. Datasheet, 1992.
- NOLAN, S. M.; SOLTERO, J. M. *Understanding and interpreting standard-logic data sheets*. Texas Instruments, Application Report, 2003.
- RIGBY, W. H.; DALBY, T. *Laboratory manual computer interfacing: a practical approach to data acquisition and control*. New York: Prentice Hall, 1995.
- TEXAS INSTRUMENTS. *Industrial solutions guide: Amplifiers, data converters, digital signal processors, digital temperature sensors, interface, microcontrollers, power controllers, power management*. Texas Instruments, 2005.

7.12.4 Materiais e equipamentos

- 1 matriz de contato
1 fonte de alimentação DC
1 decodificador 3x8: 74LS138

3 latches 74LS373

24 resistores de 330Ω -1/8 W

3 resistores 4,7k Ω -1/8 W

3 displays de 7 segmentos de anodo comum

1 cabo para comunicação com a porta paralela (DB25)

1 multímetro digital de boa qualidade

1 microcomputador compatível com a família IBM PC com porta paralela disponível

Utilitário DEBUG, montador comercial Assembly (MASM ou TASM) ou compilador C

7.12.5 Procedimentos experimentais

- Implemente o circuito da Figura 7.33. Teste todos os componentes para garantir perfeito funcionamento.
- Implemente um programa em linguagem C para controlar esse experimento, considerando-se o fluxograma da Figura 7.34. Para facilitar a execução desse experimento, é fornecido um programa em Assembly 80x86 para o circuito do experimento:

:Macro para posicionamento do cursor na tela

cursor MACRO linha, coluna

MOV AH, 02H	;seta a função cursor
MOV BH, 00H	;página 00
MOV DH, linha	;posição da linha

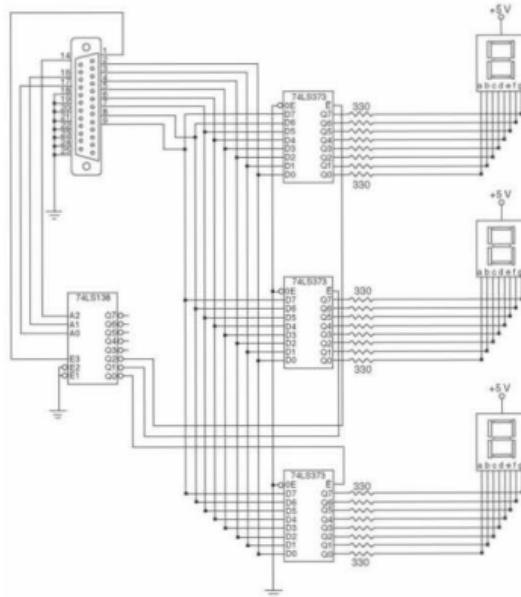


Figura 7.33 Circuito para expandir saídas.



Figura 7.34 Fluxograma para controle do hardware sugerido no item a.

```

MOV DL, coluna :posição da coluna
INT 10H ;chamada da interrupção da BIOS
ENDM
;Macro para exibição da string na tela
exibe MACRO string
    MOV AH, 09h ;exibe a função string
    MOV DX, OFFSET string ;DX ← offset do endereço
                           ;do dado
    INT 21H ;chamada da interrupção
             ;do DOS
ENDM
;Macro para limpar a tela
limpa MACRO
    MOV AX, 0600H ;scroll screen function
    MOV BH, 07H ;atributo normal
    MOV CX, 0000H ;de linha = 00 e coluna = 00
    MOV DX, 184FH ;para linha = 18 H e coluna = 4 FH
    INT 10H ;chamada da interrupção
ENDM
;Macro para comparação das teclas decidindo o acionamento do
74373
compara MACRO
    CMP AL, '1'

```

```

JE verifica
CMP AL, '2'
JE verifica
CMP AL, '3'
JE verifica
JMP escolhe
ENDM
;macro de delay (atraso)
atraso MACRO
LOCAL ATRASO_1
LOCAL ATRASO_2
    MOV BX, 0FFH
    MOV CX, 0FFFFH
ATRASO_1: DEC BX
ATRASO_2: LOOP ATRASO_2
    CMP BX, 00H
    JNZ ATRASO_1
ENDM
.MODEL LARGE
.STACK
.DATA
MENSAGEM_1 DB 'Digite o valor (ASCII):','$'
MENSAGEM_2 DB 'Qual o display (1, 2 ou 3)?','$'
MENSAGEM_3 DB 'Digite Q p/sair ou outra tecla p/contí-
nuar','$'
.CODE
INÍCIO PROC
PROGRAMA:
    MOV AL, 0FH
    XOR AL, 0BH
    MOV DX, 037AH
    OUT DX, AL
    MOV AX, @DATA
    MOV DS, AX
    limpa
    cursor 0AH, 1CH
    exibe MENSAGEM_1
    MOV AH, 00H
    INT 16H
    MOV DX, 0378H
    OUT DX, AL
;Rotina de escolha do flip-flop
escolhe:
    cursor 0CH,1AH
    exibe MENSAGEM_2
    MOV AH, 00H
    INT 16H
    compara
verifica:
    SUB AL, 31H
    ADD AL, 08H
    XOR AL, 0BH
    MOV DX, 037AH
    atraso
    OUT DX, AL
;Rotina de atraso para escrever na porta CONTROL e, após, na
porta DATA

```

```

MOV AL, 0FFH
MOV DX, 0378H
atraso
OUT DX, AL
cursor 0EH, 11H
exibe MENSAGEM_3
MOV AH, 0H
INT 16H
CMP AL,'Q'
JE FIM
CMP AL,'q'
JE FIM
JMP PROGRAMA
FIM:
MOV AH, 4CH
INT 21H
INÍCIO ENDP
END

```

7.12.6 Questões

- Pesquise o *datasheet* do *buffer octal three-state* 74241.
- Implemente um sistema, interfaceado com uma porta paralela, constituído por 8 chaves, normalmente abertas, interligadas à porta STATUS (utilize o 74241). Esse sistema deve controlar 8 LEDs interligados ao *buffer octal* 74LS244 ligado aos pinos da porta DATA.
- Implemente um programa em linguagem C para gerenciar essas chaves e esses LEDs.
- Forneça o fluxograma do programa desenvolvido.
- É possível substituir o *buffer octal* 74241 pela estrutura fornecida na Figura 7.35?
- Caso a resposta ao item seja negativa, é possível alterar esse circuito para possibilitar a aplicação no circuito da Questão b?

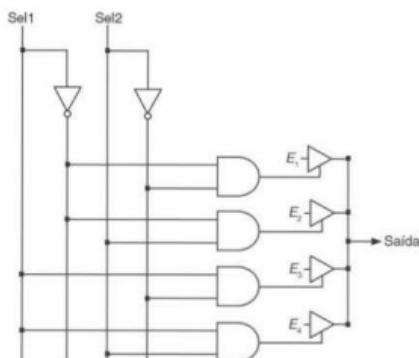


Figura 7.35 Sistema de seleção baseado em dispositivos *three-state* (terceiro estado).

7.13 Lab. 13 — ADC de 8 ou 12 Bits Interfaceado com a Porta Paralela

7.13.1 Objetivos

Desenvolver sistemas de aquisição de dados utilizando um conversor analógico para digital (ADC) de 8 ou 12 bits, interfaceado com uma porta paralela. Utilizar técnica para possibilitar a leitura de 8 bits usando uma porta STATUS. Configurar a porta DATA como porta de entrada (barramento bidirecional).

7.13.2 Conceitos teóricos adicionais

Quando foi desenvolvida, em 1981, a porta paralela (SPP) destinava-se ao interfaceamento do computador IBM PC com a impressora; sendo assim, não havia necessidade do desenvolvimento de uma porta de dados (porta de entrada) de 8 bits bidirecional. Com o passar dos anos, e com a criação de dispositivos de entrada, diante do volume de dados considerável — como, por exemplo, os escaneadores —, foi necessário criar uma porta de dados de 8 bits bidirecional, o que foi feito em 1987.

7.13.2.1 Porta paralela com barramento bidirecional

Para possibilitar a seleção do barramento entre unidirecional e bidirecional, a porta paralela foi modificada internamente. O estado do quinto bit da porta CONTROL (veja a Figura 7.29) pode ser alterado pelo usuário, modificando a direção da porta DATA. Se o quinto bit da porta CONTROL estiver em nível baixo, a porta DATA está configurada para saída; caso contrário, se estiver em nível alto, a porta DATA está configurada como entrada. Esse pino da porta CONTROL é utilizado para o controle direcional da porta DATA. Como exemplo, a porta DATA foi configurada como entrada (considere o endereço-base ou da porta DATA como 0378 H):

:Rotina para alterar a direção da porta DATA	
MOV DX, 037AH	:DX recebe o endereço da porta
	CONTROL
IN AL, DX	:Leitura da porta
OR AL, 0010 0000	:C5 = 1 para configurar a porta DATA
OUT DX, AL	:como entrada

Além da porta paralela SPP, existem outras tecnologias, entre elas a porta paralela EPP (*Enhanced Parallel Port*), que é mais rápida do que a PS/2. Esta porta apresenta novos registradores cujos endereços de I/O 027BH até 027FH são também usados ou reservados. A outra configuração atualmente encontrada é a ECP (*Extended Capability Port*), que apresenta as mesmas características da EPP, mais controladora de DMA (*Direct Memory Address*, ou Acesso Direto à Memória) e capacidade de compressão de dados.

Cabe observar que toda porta é suscetível a danos elétricos; portanto, é essencial a proteção das portas. Existem diversos métodos para isolamento ou proteção da porta de entrada, como,

por exemplo, o uso de *opto-acopladores*, de *buffers* e de resistores *pull-up*, entre outros. Um bom método para se desenvolver programas para sistemas de aquisição usando a porta paralela, em Assembly, é determinar os endereços de I/O da área de dados da BIOS (tratando-se de máquinas compatíveis com a família IBM PC). Esse procedimento torna dinâmico o programa, habilitando-o a rodar em qualquer PC:

```
...
PUSH DS      ;Salva temporariamente o conteúdo do
              ;registrador DS
PUSH AX      ;Salva temporariamente o conteúdo do
              ;registrador AX
SUB AX, AX   ;Para garantir que AX = 0
MOV DS, AX   ;DS = 0 → área de dados da BIOS
MOV DX, [408] ;Obtém o endereço da LPT1
POP AX       ;Restaura o conteúdo de AX
POP DS       ;Restaura o conteúdo de DS
;Após a execução desta pequena rotina o registrador DX
;apresenta o endereço de I/O da LPT1
```

9 resistores de 10 kΩ-1/8 W
3 resistores de 1 MΩ-1/8 W
1 trimpot multivoltas de 50 kΩ
1 capacitor eletrolítico de 0,1 µF
1 capacitor eletrolítico de 10 µF
1 capacitor eletrolítico de 150 pF
2 capacitores de tântalo de 2,2 µF
1 capacitor de poliéster de 100 nF
2 soquetes de 20 pinos
1 soquete de 28 pinos
1 circuito integrado 74LS241 (<i>buffer three-state</i>)
8 leds vermelhos
1 led incolor
1 cabo para comunicação com porta paralela (DB25)
1 multímetro digital de boa qualidade
1 osciloscópio digital
1 microcomputador compatível com a família IBM PC
Utilitário DEBUG, montador comercial Assembly (MASM ou TASM) e compilador C

7.13.5 Procedimentos experimentais

- Implemente o circuito denominado *running test mode* recomendado pelo fabricante do ADC0804 (veja a Figura 7.36). Cabe ressaltar a importância da pesquisa e da leitura dos *datasheets* dos fabricantes para a correta utilização dos componentes.
- Altere a tensão analógica de entrada por meio do ajuste do potenciômetro. Verifique o que ocorre com os leds que indicam a saída digital.
- Implemente uma rotina em linguagem C para controlar o sistema apresentado na Figura 7.37. Para auxiliar nessa tarefa, utilize o fluxograma fornecido na Figura 7.38 e a rotina em Assembly. Nesse circuito, a porta utilizada é a STATUS, que tem apenas 5 pinos para entrada de dados. O *buffer three-state* 74241 possibilita a leitura de 4 em 4 bits, cujo controle é exercido pela porta CONTROL:

:Rotina para controle do sistema da Figura 7.37

:Macro de atraso (*delay*)

Atraso MACRO tempo

```
PUSH AX
PUSH BX
PUSH CX
PUSH DX
MOV AX, 4800
MOV BX, tempo
MUL BX
MOV CX, DX
MOV AH, 86H
INT 15H
POP DX
POP CX
POP BX
POP AX
```

ENDM

:Macro para posicionamento do cursor

7.13.3 Bibliografia adicional

- GILLUWE, F. V. *The undocumented PC: a programmer's guide to I/O, CPUs, and fixed memory areas*. New York: Addison Wesley, 1997.
- JAMES, K. *PC interfacing and data acquisition*. Newnes, 2000.
- MOTOROLA. *Fast and LS TTL*. Datasheet, 1992.
- NOLAN, S. M.; SOLTERO, J. M. *Understanding and interpreting standard-logic data sheets*. Texas Instruments, Application Report, 2003.
- ON SEMICONDUCTOR. *ON semiconductor components selector guide: analog, discrete and power products*. SCILLC, 2000.
- RIGBY, W. H.; DALBY, T. *Laboratory manual computer interfacing: a practical approach to data acquisition and control*. New York: Prentice-Hall, 1995.
- TEXAS INSTRUMENTS. *Industrial solutions guide: amplifiers, data converters, digital signal processors, digital temperature sensors, interface, microcontrollers, power controllers, power management*. Texas Instruments, 2005.

7.13.4 Materiais e equipamentos

- 1 matriz de contato
- 1 placa padrão de cobre
- 1 fonte de alimentação DC
- 1 conversor analógico para digital: ADC0804 ou equivalente
- 1 conversor analógico para digital: ADS7824 ou equivalente
- 1 amplificador operacional LF356 ou equivalente
- 1 amplificador *sample and hold* AD582, AD389 ou equivalente
- 1 potenciômetro multivoltas de 10 kΩ
- 8 resistores de 1 kΩ-1/8 W

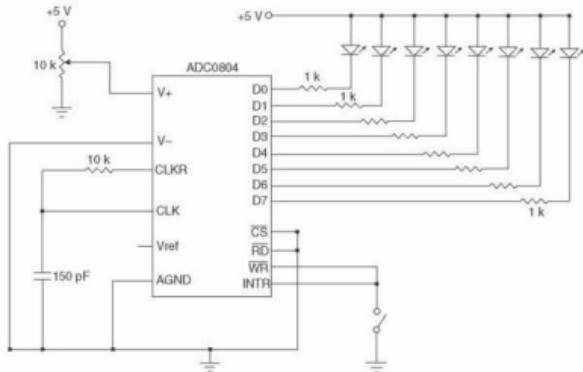
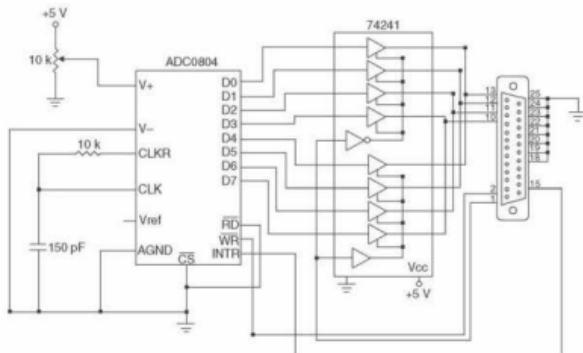
Figura 7.36 Circuito *running test mode* do ADC0804. Cortesia da National Instruments.

Figura 7.37 Sistema de aquisição em que se usa o ADC0804.



Figura 7.38 Fluxograma do sistema ADC0804.

```

Cursor MACRO    linha, coluna
PUSH  AX
PUSH  BX
PUSH  CX
PUSH  DX
MOV   AH, 02H
MOV   BH, 00H
MOV   DH, linha
MOV   DL, coluna
INT   10H
MOV   BH, 00H
MOV   DH, linha
MOV   DL, coluna
INT   10H
POP   DX
POP   CX
POP   BX
POP   AX
ENDM
:Macro para exibir string na tela
Exibe MACRO string
PUSH  AX
PUSH  BX
PUSH  CX
PUSH  DX
MOV   AH, 09
MOV   DX, OFFSET string
INT   21H
POP   DX
POP   CX
POP   BX
POP   AX
ENDM
:Macro para limpar a tela
Limpa MACRO
PUSH  AX
PUSH  BX
PUSH  CX
PUSH  DX
MOV   AX, 0600H
MOV   BH, 07H
MOV   CX, 0000H
MOV   DX, 184FH
INT   10H
POP   DX
POP   CX
POP   BX
POP   AX
ENDM
MODEL LARGE
.STACK
.DATA
  MENSAGEM1 DB  'Valor obtido (binário):','$'
  MENSAGEM2 DB  'P/encerrar progr coloque o cursor
em 0','$'
  MENSAGEM3 DB  '0 = Nível Baixo','$'
  MENSAGEM4 DB  'I = Nível Alto','$'
  EXIBE0   DB  '0','$'
  EXIBE1   DB  '1','$'
  EXIBEASC DB  '?','$'
.CODE
INICIO  PROC
  MOV   AX,  @DATA
  MOV   DS,  AX
  Limpa
  Cursor 0AH,12H
  Exibe MENSAGEM1
  Cursor 12H, 0FH
  Exibe MENSAGEM2
  Cursor 0CH, 30H
  Exibe MENSAGEM3
  Cursor 0DH, 30H
  Exibe MENSAGEM4
PROGRAMA:
  MOV   DX, 0378H
  MOV   AL, 0000H
  OUT  DX, AL
  Atraso 5H
  MOV   AL, 01H
  OUT  DX, AL
  MOV   DX, 0379H
  IN   AL, DX
  AND  AL, 08H
  CMP   AL, 00H
  JNZ  MONIT1
  MOV   DX, 037AH
  MOV   AL, 00H
  XOR   AL, 0BH
  OUT  DX, AL
  Atraso 0FH
  MOV   DX, 0379H
  IN   AL, DX
  XOR   AL, 80H
  AND  AL, 0F0H
  MOV   AH, AL
  MOV   DX, 037AH
  MOV   AL, 01H
  XOR   AL, 0BH
  Atraso 0FH
  OUT  DX, AL
  Atraso 0FH
  Atraso 0FH
  MOV   DX, 0379H
  IN   AL, DX
  XOR   AL, 80H
  AND  AL, 0F0H
  MOV   CX, 4H
  SHR   AL, CL
  ADD   AL, AH
  JMP   SELECCIONE
PROGRAMA1:
  JMP   PROGRAMA

```

SELECIONE:

```

Cursor 0AH, 2EH
MOV CX, 8H
ROL AX, CL
ROL:ROL AX, 1
JC ALTO
Exibe EXIBE0
JMP PULO
ALTO:Exibe EXIBE1
PULO:LOOP ROLO
    MOV EXIBEASC, AL
    Cursor 0AH, 37H
    Exibe EXIBEASC
    CMP AL, 00H
    JNZ PROGRAMA1
    Cursor 14H, 0FH
    MOV AH, 4CH
    INT 21H
INÍCIO ENDP
END

```

- d. Altere o circuito da entrada para implementar um divisor de tensão conectado a um *buffer* baseado no amplificador operacional LF356 ou em um equivalente (pesquise sobre esse componente).
- e. Anexe ao sistema de aquisição um amplificador *sample and hold*. Discutir sua utilidade e sua necessidade neste circuito.
- f. Crie um programa em C para controle desse sistema.
- g. Implemente o sistema da Figura 7.39.
- h. Implemente uma rotina em linguagem C para controle do sistema de aquisição ADS7824.

7.13.6 Questões

- a. Qual a frequência de trabalho do conversor ADC0804, considerando-se o capacitor de 150 pF e resistor de 10 kΩ?
- b. Considerando-se a alimentação do conversor ADC0804 de 8 bits, qual é a resolução (com o pino V_{ref} aberto)? É possível utilizar o pino V_{ref} para alterar a resolução do sistema?
- c. Descreva as principais famílias de conversores analógicos para digitais. O ADC 0804 pertence à família de conversores de aproximação sucessiva?
- d. Levantar o erro relativo
- $$Erro(\%) = \frac{|Valor_{teórico} - Valor_{medido}|}{Valor_{teórico}} \times 100$$
- ou seja, analise a saída digital *versus* a entrada analógica.
- e. Com o uso do amplificador operacional, verifique quais são a resolução e o erro relativo do sistema de aquisição.
- f. No sistema implementado com o ADC0804, é necessária a utilização de um amplificador *sample and hold*? Qual a utilidade desse tipo de amplificador?
- g. A rotina em linguagem C controla adequadamente o sistema ADC0804-74241 (Figura 7.37)?
- ```

int alto, baixo;
outport(DATA, 0x00);
baixo = (inport(STATUS) ^ 0x80) >> 4;
outport(DATA, 0x01);
alto = (inport(STATUS) ^ 0x80) >> 4;
return ((alto << 4) | baixo);

```
- h. Responda às questões anteriores, substituindo o ADC para o circuito da Figura 7.39 (ADC de 12 bits).

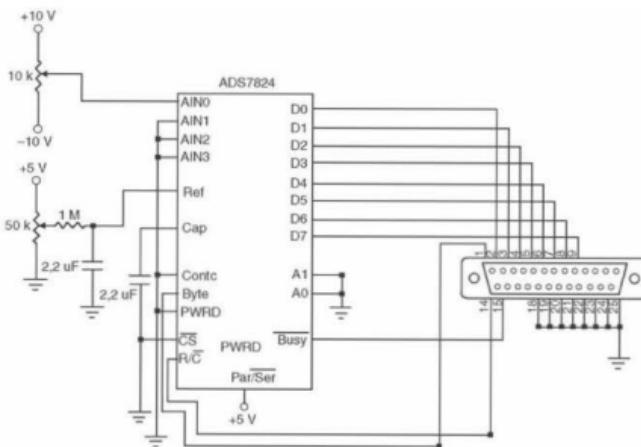


Figura 7.39 Sistema de aquisição em que se usa o ADS7824.

## ¶ 7.14 Lab. 14 — Procedimentos Básicos para Uso da Ferramenta LabVIEW 7 Express

### ¶ 7.14.1 Objetivos

Apresentar brevemente os conceitos de utilização do ambiente de programação gráfica LabVIEW,<sup>7</sup> a fim de possibilitar a criação e utilização dessa ferramenta em sistemas de instrumentação.

### ¶ 7.14.2 Conceitos teóricos adicionais

Existem no mercado algumas ferramentas destinadas a aquisição, instrumentação e controle de processos, entre elas o LabVIEW (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*), da National Instruments Corporation. A primeira versão dessa ferramenta surgiu em meados de 1986 e, no início dos anos 1990, apresentou melhorias significativas, tendo sido acrescentadas novas tecnologias, conceito esse que é empregado até os dias de hoje. O LabVIEW é classificado como uma linguagem de programação gráfica com característica multiplataforma, que pode rodar em diversos sistemas operacionais encontrados na atualidade. Essa ferramenta utiliza a linguagem gráfica de programação denominada “G”, que possibilita a programação gráfica em blocos em vez da tradicional linguagem textual. Com essa ferramenta lançou-se o conceito de instrumento virtual. Com a plataforma LabVIEW, o programador desenvolve programas pela conexão ou criação de blocos de instrumentos virtuais, ou VIs (VI, *virtual instrument*), facilitando assim a análise do fluxo de dados e a criação de sistemas complexos de aquisição e análise de sinais, dos mais diversos tipos, provenientes de sistemas de instrumentação.

#### ¶ 7.14.2.1 Espaço de trabalho ou ambiente de programação

O ambiente de trabalho do LabVIEW é composto basicamente pelo painel frontal (Figura 7.40) e pelo painel do diagrama de blocos (Figura 7.41). Em termos succinctos, o painel frontal é a interface com o usuário (para mais detalhes, consulte o manual da ferramenta), que permite a criação de dispositivos de controle, tais como chaves, e dispositivos indicadores, como, por exemplo, dispositivos gráficos. Em contrapartida, o diagrama de blocos é o espaço destinado ao código do instrumento virtual desenvolvido ou o espaço da inserção dos instrumentos virtuais. Os dois ambientes interagem automaticamente entre si; sendo assim, o posicionamento ou a inserção de um dispositivo de controle (ou indicador) no painel frontal gera um correspondente dispositivo denominado *terminal*. É preciso ter cuidado com esse termo, pois os terminais podem ser terminais-fontes (entradas) ou terminais-destinos (saídas) no diagrama de blocos.

### ¶ 7.14.2.2 Seleção de funções e controles

No diagrama de blocos da Figura 7.41 é possível verificar a existência de uma janela denominada *Functions* (Funções; veja a Figura 7.42) que permite a seleção de VIs e funções para desenvolvimento dos programas.

Por exemplo, dispositivos destinados a análise e manipulação de sinais, dispositivos de entrada e saída (placas conversoras, *drivers* etc.), controle de execução (*loops*, *while*, *case* etc.) e funções aritméticas, lógicas, relacionais, entre outras. Para selecionar a função desejada, basta clicar sobre o ícone, como, por exemplo, *Signal Analysis* (Análise de Sinais), e selecionar o sub-VI desejado. Apenas para exemplificar, a Figura 7.43 apresenta a subfunção da função *Signal Analysis*. Uma subfunção pode conter outras subfunções, e assim sucessivamente.

Para ilustrar a potencialidade dessa ferramenta na área de instrumentação, foi selecionada a subfunção “Medições Espectrais” (*Spectral Measurements*), como se vê na Figura 7.44. Alguns ícones, representando funções, quando selecionados, geram uma janela auxiliar (pode ser chamada com duplo clique sobre alguns ícones) que possibilita ajustes da função selecionada (Figura 7.45).

Com base no mesmo conceito, o painel frontal apresenta uma janela denominada Controles (*Controls*) que permite a colocação dos dispositivos de controle (entrada) e os indicadores (saída) desejados, conforme indica a Figura 7.46.

### ¶ 7.14.2.3 Estruturas para controle de execução dos programas

Existem diferentes estruturas para controlar a execução dos programas na ferramenta LabVIEW, entre elas duas denominadas *loop* (estruturas de repetição): *For Loop* e *While Loop*. A estrutura *For Loop* executa um bloco de programa uma quantidade definida de vezes, enquanto a função *While Loop* executa um bloco de programa até uma determinada condição se tornar falsa, ou seja, repete o bloco de programa quando a condição é verdadeira. O algoritmo literal estruturado (Portuguol) e correspondentes fluxogramas (Figuras 7.47 e 7.48) são interessantes para relembrarmos essas duas estruturas amplamente utilizadas:

:Exemplo de uma estrutura de repetição Enquanto (*While*)  
Enquanto <condição> faça:

    Comando 1;

    Comando 2;

    .

    .

    Comando n;

Fim Enquanto;

:Exemplo de uma estrutura de repetição Para (*For*)  
Para I de 1 até 20 passo 2 faça:

    Comando 1;

    Comando 2;

    .

    .

    Comando n;

Fim Para;

<sup>7</sup>LabVIEW é uma ferramenta cujos direitos pertencem à National Instruments Corporation. No site da National Instruments ([www.ni.com/labview](http://www.ni.com/labview)), ou em feiras especializadas, é possível solicitar a versão de avaliação dessa ferramenta ou a aquisição de pacote educacional para sua instituição ou laboratório de pesquisa.

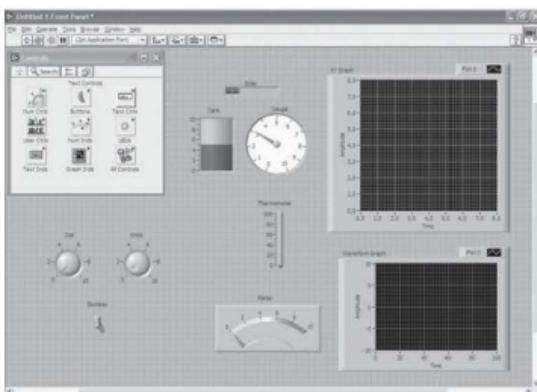


Figura 7.40 Painel frontal do LabVIEW indicando alguns dispositivos de entrada (controle) e de saída (indicadores). Cortesia da National Instruments.

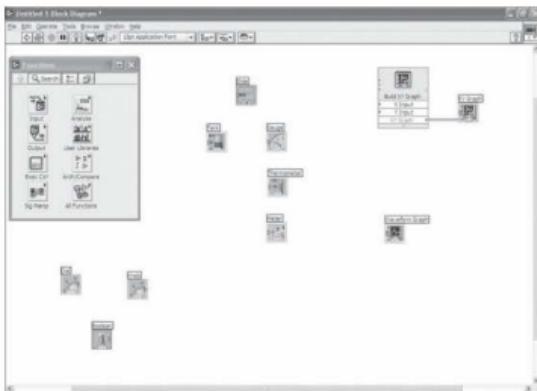


Figura 7.41 Diagrama de blocos dos dispositivos apresentados no painel frontal. Cortesia da National Instruments.

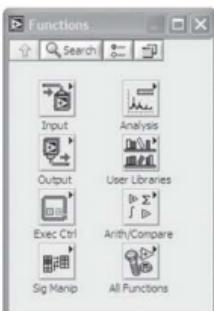


Figura 7.42 Janela de funções do diagrama de blocos (*Functions*). Cortesia da National Instruments.



Figura 7.43 Janela da subfunção Análise de Sinais (*Signal Analysis*). Cortesia da National Instruments.



Figura 7.44 Janela de funções do diagrama de blocos *Spectral Measurements*. Cortesia da National Instruments.

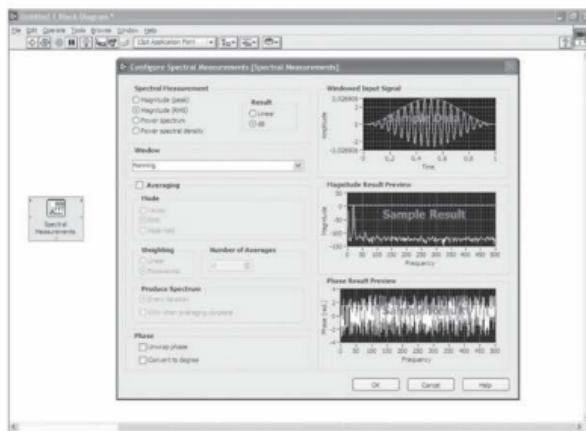


Figura 7.45 Janela de configuração da função *Spectral Measurements*. Cortesia da National Instruments.

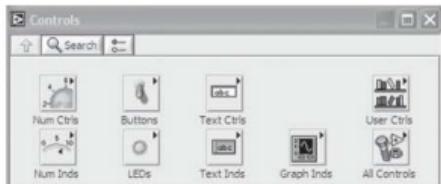


Figura 7.46 Janela de controle do painel frontal. Cortesia da National Instruments.

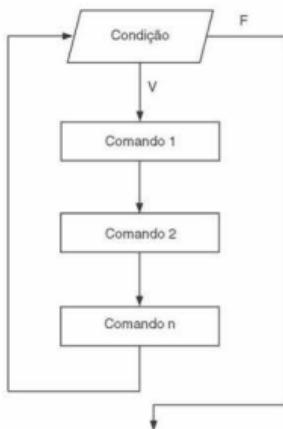


Figura 7.47 Fluxograma do comando de repetição Enquanto (While).

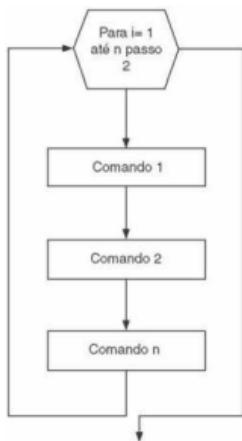


Figura 7.48 Fluxograma do comando de repetição Para (For).

No LabVIEW, essas estruturas de repetição funcionam de maneira parecida, porém o código deve estar dentro de uma estrutura denominada subdiagrama. A Figura 7.49 apresenta a janela das estruturas do tipo *loop*.

A Figura 7.50 apresenta a estrutura *loop* selecionada no diagrama de blocos. O terminal rotulado por *i* é denominado iterador, e possibilita registrar o número de repetições ou *loops* desejados: 0 a primeira repetição, 1 a segunda, 2 a terceira e assim

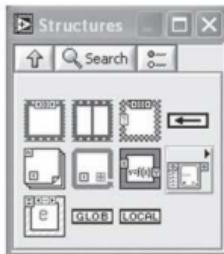


Figura 7.49 Janela das estruturas do tipo *loop*. Cortesia da National Instruments.

sucessivamente até N-1. O terminal denominado *count* (contador), marcado na estrutura como *N*, representa o número de vezes que a repetição ou *loop* será executada:

Para i de 0 até N-1 faça:

    Comando 1 que está dentro do subdiagrama;  
    Comando 2 que está dentro do subdiagrama;

    \*

    \*

    Comando n que está dentro do subdiagrama;

Fim Para;

A estrutura *While Loop* é selecionada da mesma maneira que a estrutura *For Loop* (Figura 7.51). Essa estrutura é equivalente a:

Faça

    Comando 1 que está dentro do subdiagrama;  
    Comando 2 que está dentro do subdiagrama;  
    Comando 3 que está dentro do subdiagrama;

    \*

    \*

Enquanto <condição> é verdadeira

    Porém é possível alterar essa condição para:

Faça

    Comando 1 que está dentro do subdiagrama;  
    Comando 2 que está dentro do subdiagrama;  
    Comando 3 que está dentro do subdiagrama;

    \*

    \*

Enquanto <condição> NÃO é verdadeira (é falsa)

    Como exemplifica a Figura 7.52 (clique sobre o *loop Condition*).

    Como exemplo, a Figura 7.53 apresenta o diagrama de blocos, de um programa simples, que permite a criação de números aleatórios, controlados pela condição de dois números, interligados à condição de enquanto (o painel frontal encontra-se na Figura 7.54).

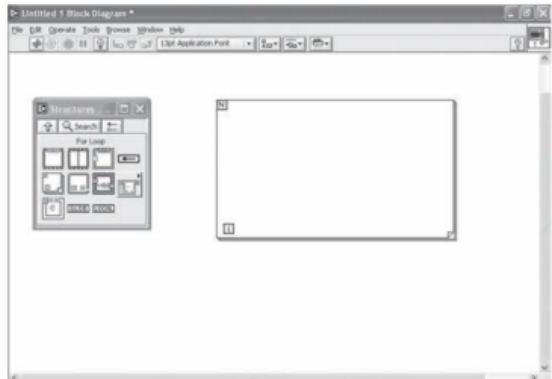


Figura 7.50 Estrutura Para ou *For Loop* ( $i = 0 \text{ to } N-1$ ). Cortesia da National Instruments.

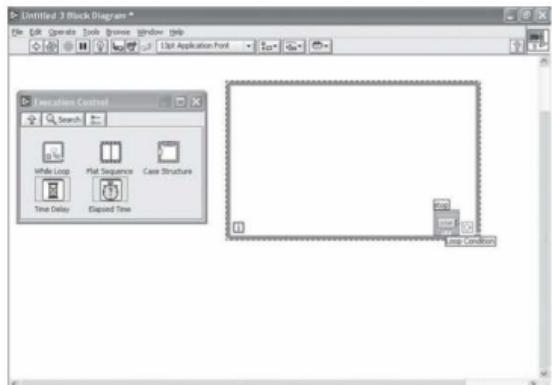


Figura 7.51 Estrutura Enquanto ou *While Loop*.  
Cortesia da National Instruments.

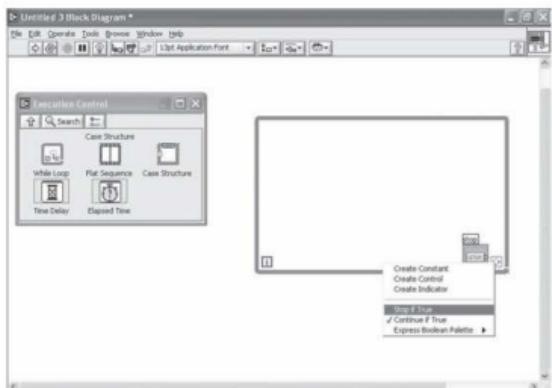


Figura 7.52 Alteração da condição teste da estrutura *While Loop*.  
Cortesia da National Instruments.

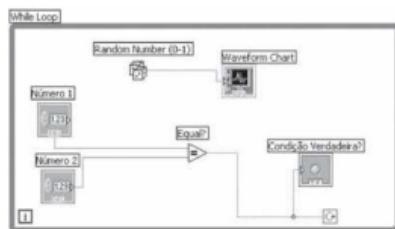


Figura 7.53 Diagrama de blocos exemplificando o uso da estrutura *While Loop*.

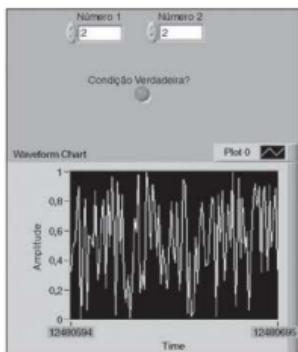


Figura 7.54 Painel frontal do exemplo da estrutura *While Loop*.

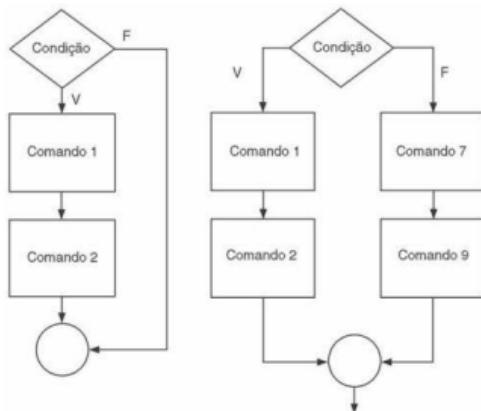


Figura 7.55 Fluxograma condicional "se simples" (*if then*) e "se composto" (*if then else*).

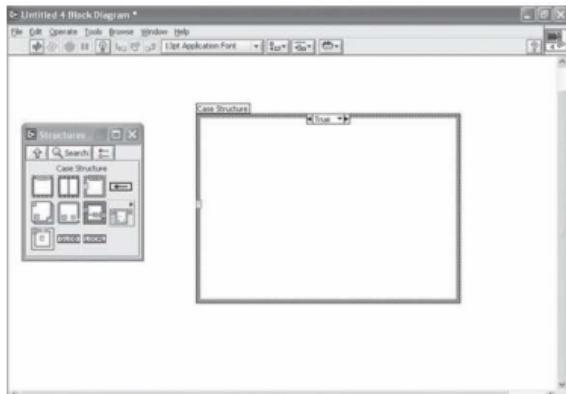


Figura 7.56 Estrutura Case. Cortesia da National Instruments.



**Figura 7.57** Estrutura Node (clicando-se sobre a borda direita é possível criar terminais de entrada e saída); (a) diagrama de blocos do programa e (b) painel frontal:  
 $y = (x + 3)^2 = (1 + 3)^2 = 16$ .

As estruturas condicionais também são utilizadas em todas as linguagens de programação: condicional “se simples” e “se composto”, conforme fluxogramas da Figura 7.55.

O LabVIEW utiliza como condicional *if then else* a estrutura Case, conforme Figura 7.56.

Outra estrutura extremamente útil na solução de equações é a estrutura denominada Node, que permite a entrada de expressões algébricas diretamente dentro da estrutura Node, como exemplifica a Figura 7.57.

#### 7.14.2.4 Array e cluster

De acordo com o fabricante do LabVIEW, *string* é um agrupamento de caracteres do tipo ASCII, *array* são grupos de elementos de um mesmo tipo, e *clusters* são grupos de dados de diferentes tipos. *Arrays* podem apresentar diferentes dimensões, comprimentos e diferentes tipos de dados: numéricos, booleanos (lógicos), *strings*, entre outros. Vetor (*array* de uma dimensão) ou matriz (*array* de mais de uma dimensão) são interessantes quando o programa ou sistema em desenvolvimento trabalha com dados ou coleções de dados similares. A Tabela 7.12 traz o exemplo de um vetor ou *array* unidimensional, das notas finais de quatro alunos, de uma turma de Instrumentação do curso de Engenharia Elétrica.

**Tabela 7.12** Notas finais de quatro alunos da disciplina de Instrumentação

| Índice | 0   | 1   | 2   | 3   |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| Notas  | 2,1 | 4,3 | 7,6 | 1,8 |

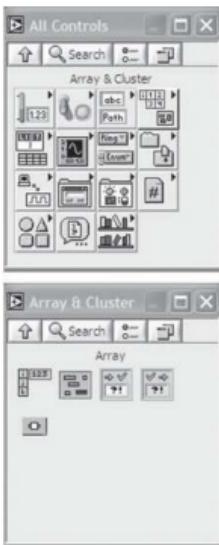
**Tabela 7.13** Vibração média (rms) nos eixos vertical e horizontal em quatro pontos de medição

| Índice ou pontos de medição              | 0   | 1   | 2   | 3   |
|------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Vibração vertical (rms) $\text{m/s}^2$   | 1,3 | 2,9 | 0,8 | 1,8 |
| Vibração horizontal (rms) $\text{m/s}^2$ | 1,1 | 0,3 | 0,4 | 1,4 |

O índice determina a posição da nota de um determinado aluno no vetor (*array* unidimensional). O índice inicia com zero (0); sendo assim, seu *range* ou limite é de 0 a  $n - 1$ , e  $n$  representa o número de elementos do *array*. Um exemplo de um *array* bidimensional (matriz) encontra-se na Tabela 7.13. Esse *array* apresenta a vibração média, nos eixos vertical e horizontal, em quatro pontos de medição em um chassi de um veículo.

Para selecionar um *array* ou *cluster* no painel frontal, clique sobre o ícone *All Controls* (Todos os Controles) e em *Array and Cluster*, conforme indica a Figura 7.58.

Para acrescentar ou adicionar dimensões ao *array* (por exemplo, Figura 7.59), clique com o botão direito e selecione *Add*



**Figura 7.58** Seleção de um *array* ou *cluster* no painel frontal. Cortesia da National Instruments.

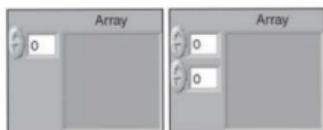


Figura 7.59 Array com uma dimensão e com duas dimensões.

*Dimension* (Adicionar Dimensão), e para remover proceda da mesma maneira (selecione *Remove Dimension*).

Para tomar conhecimento de outros procedimentos para se trabalhar com *arrays* ou *clusters*, consulte as referências citadas neste experimento, ou o *Help* da própria ferramenta.

#### 7.14.2.5 Procedimentos básicos para leitura e escrita em arquivos

O LabVIEW apresenta diversas funções para leitura e escrita em arquivos (a Figura 7.60 apresenta as funções disponibilizadas).



Figura 7.60 Funções do LabVIEW para leitura e escrita em arquivos. Cortesia da National Instruments.

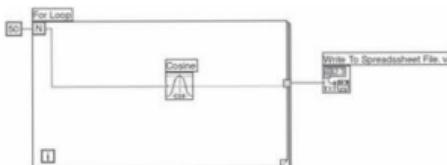


Figura 7.61 Funções do LabVIEW para leitura e escrita em arquivos.

Como exemplo, o programa apresentado na Figura 7.61 possibilita a escrita (*output*) ou armazenamento dos dados de uma função em um arquivo.

#### 7.14.3 Bibliografia adicional

JOHNSON, G. W. *LabVIEW Graphical Programming: practical applications in instrumentation and control*. New York: McGraw-Hill, 1997.

MOTOROLA. *Fast and LS TTL*. Datasheet, 1992.

NATIONAL INSTRUMENTS. *LabVIEW 7 Express*: user manual. National Instruments Corporation, 2003.

\_\_\_\_\_. *LabVIEW 7 Express: getting started with LabVIEW*. National Instruments Corporation, 2003.

\_\_\_\_\_. *LabVIEW 7 Express: Measurements manual*. National Instruments Corporation, 2003.

\_\_\_\_\_. *LabVIEW quick reference card* ([www.ni.com/labviewzone](http://www.ni.com/labviewzone)). National Instruments Corporation, 2003.

NOLAN, S. M.; SOLTERO, J. M. *Understanding and interpreting standard-logic data sheets*. Texas Instruments, Application Report, 2003.

ON SEMICONDUCTOR. *On semiconductor components selector guide*: analog, discrete and power products. SCILLC, 2000.

TEXAS INSTRUMENTS. *Industrial solutions guide*: Amplifiers, data converters, digital signal processors, digital temperature sensors, interface, microcontrollers, power controllers, power management. Texas Instruments, 2005.

TRAVIS, J. *LabVIEW for everyone*. New York: Prentice-Hall PTR, 2002.

#### 7.14.4 Materiais e equipamentos

Ferramenta LabVIEW versão 7.0 Express da National Semiconductors.

#### 7.14.5 Procedimentos experimentais

- Implemente o seguinte programa no LabVIEW, (no painel frontal, insira o botão *knob* (na janela *Controls*, selecione o ícone *Numeric Controls* e arraste para o espaço de trabalho o botão denominado *knob* — Figura 7.62).

Realize operação similar para inserir um gráfico no espaço de trabalho (na janela *Controls*, selecione o ícone *Graph Indx* e arraste para o espaço de trabalho o gráfico denominado *Graph*), cujo formato final se encontra na Figura 7.63.

Figura 7.62 Janela que possibilita a seleção do botão *knob*. Cortesia da National Instruments.

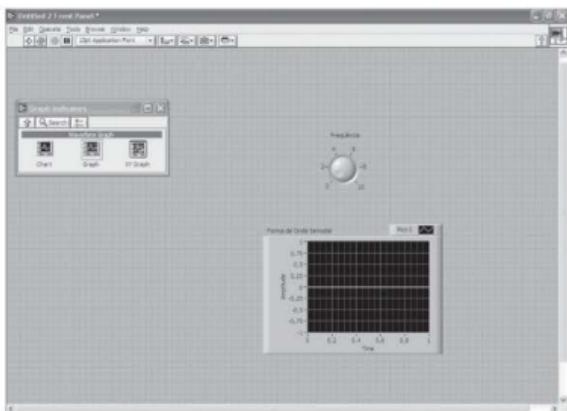


Figura 7.63 Painel frontal apresentando um gráfico.

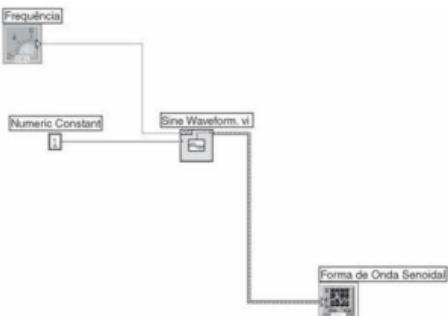
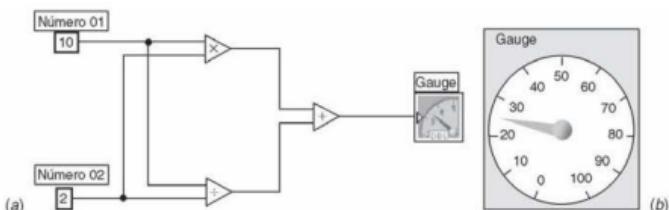
Figura 7.64 Senoide com controle da frequência via botão *knob*.

Figura 7.65 Programa em que se utilizam operações aritméticas: (a) exemplo de entrada e (b) resultado.

- Para alterar o nome *default* ou o padrão dos objetos selecionados, basta clicar, com o botão direito do mouse, sobre ele e selecionar *Visible Items* e marcar o item *Label*. Após essa seleção, clique sobre o *label* ou rótulo criado para escrever o que deseja (no exemplo: Frequência e Forma de Onda Senoidal). No diagrama de blocos, desenvolva um programa tal como mostra a Figura 7.64. O gráfico do painel frontal mostrará uma onda senoidal cuja frequência foi ajustada anteriormente no botão *knob* (posicione o mouse sobre o botão e arraste o *diaj* do mesmo).
- b. No programa anterior a amplitude foi fixada em 1. Acrescente no programa anterior um dispositivo de entrada que possa alterar a amplitude da forma de onda senoidal.
- c. Altere o fundo de escala de frequência do programa anterior. Basta clicar sobre o fundo de escala (por default é 10) e modificá-lo.
- d. Implemente o programa da Figura 7.65 (diagrama “de blocos”: janelas *Functions*, *Arith/Compare* e *Numeric*). Utilize como entrada o comando *Numeric Constant* e como saída o dispositivo *gauge*.

- e. Utilize algumas operações e funções aritméticas para desenvolver uma calculadora científica.
- f. Acrescente, na calculadora desenvolvida, operações relacionais como, por exemplo, maior, menor, igual, entre outras. Nas saídas das comparações realizadas, utilize dispositivos como *leds* booleanos (clique sobre o *led*, selecione Propriedades para alterar os parâmetros desejados, como, por exemplo, quando o *led* irá brilhar?).
- g. No painel frontal, insira um controle digital (*Numeric Controls* → *Numeric Control*). No diagrama de blocos, selecione a estrutura *For Loop* (*All Functions* → *Structures* → *For Loop*). Posicione o cursor do mouse sobre o ícone *i*, selecionando com o botão direito o item *Criação de Indicador (Create Indicator)*, conforme exemplo da Figura 7.66.
- Ligue os dispositivos tal como mostra a Figura 7.67(a) e rode o programa.
- O resultado apresentado na Figura 7.67(b) está correto?
- h. Implemente um programa no LabVIEW para cálculo do imposto de renda, levando em conta que a renda bruta anual (considere apenas valores inteiros) é obtida por um dispo-

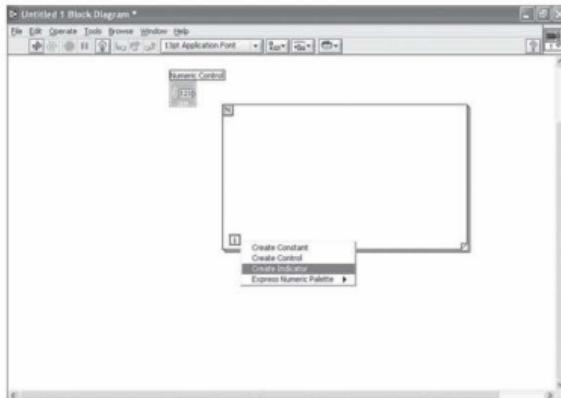


Figura 7.66 Criação de um dispositivo de saída para contagem. Cortesia da National Instruments.

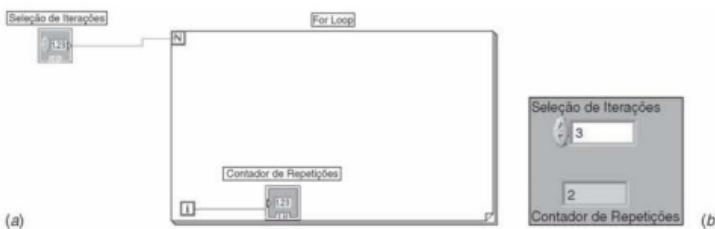


Figura 7.67 Programa para exemplificar o *For Loop*: (a) diagrama de blocos e (b) painel frontal.

tivo de entrada. Cada dependente tem direito a um abatimento de R\$100,00. O plano de saíde particular dá direito a um abatimento de R\$50,00, assim como o plano de aposentadoria complementar. Os limites para o cálculo do imposto são:

| Faixa salarial líquida anual | Percentual de desconto |
|------------------------------|------------------------|
| Até R\$2.500                 | Isento                 |
| De R\$2.501 a R\$5.000       | 10%                    |
| De R\$5.001 a R\$10.000      | 20%                    |
| De R\$10.001 a R\$20.000     | 30%                    |
| Acima de R\$20.001           | 40%                    |

- Utilizando um conversor ADC de múltiplos canais, implemente um programa de aquisição no LabVIEW para controlar e salvar em arquivos os dados dos diferentes canais do ADC. Sugestão: utilize os instrumentos virtuais *Acquire Waveforms.vi* e *Export Waveforms to Spreadsheet File.vi*.

## ¶ 7.15 — Séries de Fourier e Análise no Domínio de Frequência

### ¶ 7.15.1 Objetivos

Utilizar a ferramenta MATLAB para descrever sinais periódicos através das séries de Fourier. Aplicar e verificar o potencial da análise de Fourier em sinais reais e em sinais simulados.

### ¶ 7.15.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente à análise de Fourier no domínio de frequência.

### ¶ 7.15.3 Bibliografia adicional

- DORF, S. *Introdução aos circuitos elétricos*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.  
 HAYT, H. W. *Análise de circuitos em engenharia*. New York: McGraw-Hill, 1975.  
 OPPENHEIM, A. V. *Discret time signal processing*. New York: Prentice-Hall, 1999.

### ¶ 7.15.4 Materiais e equipamentos

- 1 analisador de energia (com verificação de harmônicas)  
 1 analisador de espectro ou um osciloscópio com FFT  
 1 gerador de funções  
 1 licença do software MATLAB

### ¶ 7.15.5 Procedimentos experimentais

- Calcule os coeficientes das séries de Fourier para as formas de onda quadrada, triangular e dente de serra e, utilizando o

MATLAB, faça um gráfico mostrando o efeito dos sete primeiros componentes. O problema do sinal quadrado já foi resolvido e servirá de exemplo (segue o arquivo fonte) (utilize valor de pico a 1 e período T = 2):

```
fs = 100;
t = -2.5:1/fs:2.5;
x = 0.5*square(pi*t)+0.5;
a = 0.5;
b = (2/pi)*sin(pi*t);
c = (2/(3*pi))*sin(3*pi*t);
d = (2/(5*pi))*sin(5*pi*t);
e = (2/(7*pi))*sin(7*pi*t);
y = 0.5 + (2/pi)*sin(pi*t) + (2/(3*pi))*sin(3*pi*t) +
(2/(5*pi))*sin(5*pi*t) + (2/(7*pi))*sin(7*pi*t);
plot(t,x), axis([0 2.5 -1 1.5]);
hold;
plot(t,a), axis([0 2.5 -1 1.5]);
plot(t,b), axis([0 2.5 -1 1.5]);
plot(t,c), axis([0 2.5 -1 1.5]);
plot(t,d), axis([0 2.5 -1 1.5]);
plot(t,e), axis([0 2.5 -1 1.5]);
plot(t,y), axis([0 2.5 -1 1.5])
```

Ao se digitar este código no editor do MATLAB e rodá-lo (*Debug-Save and Run*), deverá surgir o gráfico da onda quadrada e seus sete primeiros componentes, bem como a soma dos mesmos, conforme a Figura 7.68. Repita esta mesma análise para uma onda triangular com período 2 e amplitude 1 e ainda para uma onda dente de serra com período 1 e amplitude 1.

- Visualize no MATLAB com o comando FFT um sinal que contenha mais de um componente de frequência ( $\sin(2\pi 15t) + \sin(2\pi 40t)$ ). Adicione um ruído e rode a FFT para visualizar o espectro de frequências que compõem o sinal. Utilize o seguinte código (observe que o caractere % indica comentário, e que o ruído está inicialmente apenas como um comentário):

```
t = 0:1/100:10-1/100;
x = sin(2*pi*15*t) + sin(2*pi*40*t);
%plot(t,x);
%y1 = x + 2*randn(size(t));
%y = fft(y1);
y = fft(x);
m = abs(y);
p = unwrap(angle(y));
f = (0:length(y)-1)*100/length(y);
subplot(2,1,1), plot(f,m);
ylabel('Amplitude');
grid on;
subplot(2,1,2), plot(f,p*180/pi);
ylabel('fase [Graus]');
grid on;
xlabel('Frequencia [Hertz]');
```

- Ligue o analisador de energia em uma carga variável, de modo que as formas de onda da corrente variem sensivelmente. (Leia atentamente as instruções do manual do equipamento para fazer as ligações corretamente.) Por exemplo, essa carga pode ser um motor ou um quadro com reatores de lâmpadas

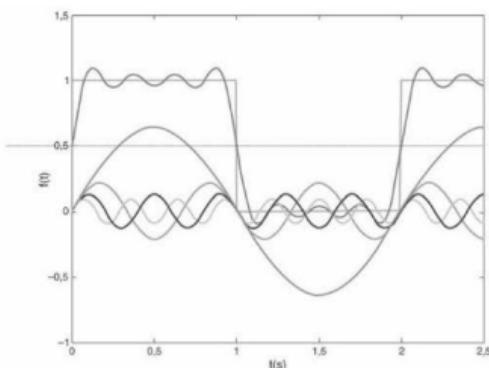


Figura 7.68 Decomposição de uma onda quadrada em seus componentes harmônicos.

fluorescentes. Mostre os componentes harmônicos presentes na corrente analisada.

4. O analisador de espectro deve ser ligado em um sinal de tensão do gerador de funções. Explique as formas de onda verificadas quando é feita a análise de FFT em um sinal: de onda sinusoidal, de onda quadrada, de onda triangular. Utilize valor de pico igual a 1 e período igual a 2.

#### 7.15.6 Questões

- No Exercício 1, analise o que acontece com a amplitude das harmônicas quando o período do sinal (quadrado, triangular ou dente de serra) é aumentado.
- Interprete os gráficos do Exercício 2.
- Qual é a relação da forma de onda da corrente com a amplitude das harmônicas vistas no Exercício 3?
- Interprete as formas do sinal visualizado no Exercício 4 e conclua sobre eles.

### 7.16 Lab. 16 — Controle de Portas de Entrada e Saída pelo LabVIEW

#### 7.16.1 Objetivos

Apresentar os conceitos relacionados ao controle de instrumentos no LabVIEW através das funções denominadas *Virtual Instrumentation Software Architecture* (VISA).

#### 7.16.2 Conceitos teóricos adicionais

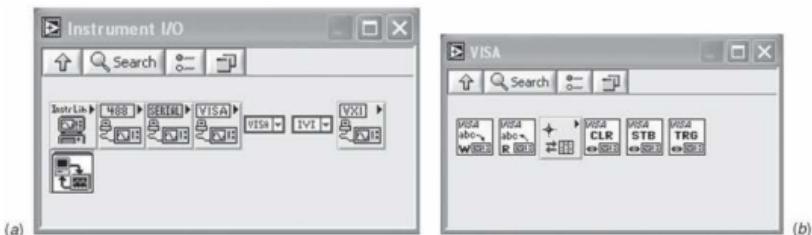
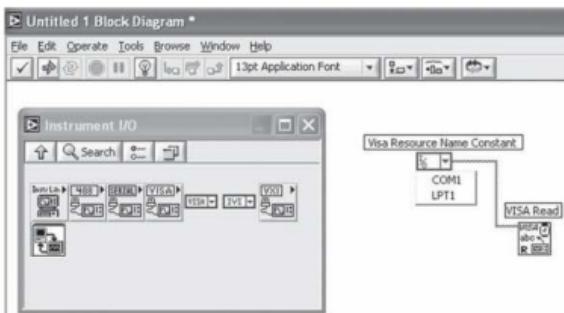
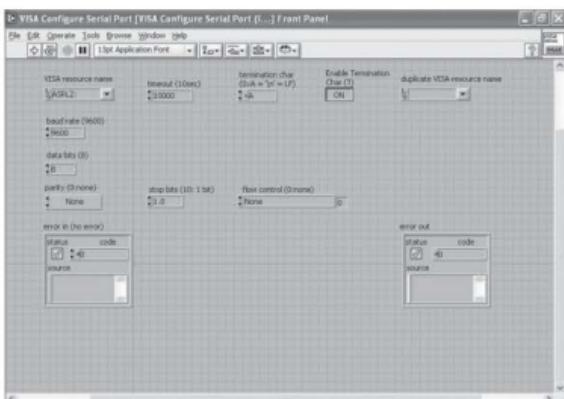
O LabVIEW contém funções especializadas para se gerenciar diferentes tipos de protocolos de comunicação, entre eles GPIB (*General Purpose Interface Bus*), Porta Serial (RS232), Porta

Paralela (IEEE-1284), VXI (*Versa-Modular Eurocard eXtensions for Instrumentation*), PXI (*Peripherical Component Interconnect [PCI] eXtensions for Instrumentation*). Além disso, diferentes tipos de placas conversoras (ADC, DAC, específicas para aquisição de imagens etc.) apresentam drivers para o LabVIEW, possibilitando o gerenciamento de I/O. Para facilitar o uso em sistemas de instrumentação, foram desenvolvidas as funções genéricas VISA que permitem a programação padronizada de I/O. A Figura 7.69 apresenta a janela geral das funções VISA.

Em termos sucintos, as principais subfunções VISA são:

- VISA Write:** permite a escrita (o envio) de dados para o dispositivo especificado pelo VISA *resource name* (pino superior de entrada);
- VISA Read:** operação inversa do VISA Write, ou seja, permite a leitura de dados do dispositivo especificado pelo VISA *resource name* (pino superior de entrada);
- VISA Read STB (SStatus Byte):** permite a leitura do byte de status do dispositivo.

O dispositivo é especificado por meio do pino de entrada denominado VISA *resource name*, que é similar a um canal de uma placa conversora de dados. Existem diversas formas para se determinar o VISA *resource name*, tal como a utilização da função *VISA Resource Name Constant* da janela *Instrument I/O* (Figura 7.69a). Como exemplo, a Figura 7.70 apresenta a utilização das funções anteriores. Pode-se verificar a possibilidade de seleção entre porta serial (COM) ou porta paralela (LPT). Cabe observar que na máquina utilizada só existiam disponíveis essas duas portas de I/O. É possível utilizar as funções especializadas para gerenciamento de I/O (Figura 7.69a), como, por exemplo, serial, 488 (GPIB), VXI, entre outras. Selecionando-se a função *VISA Configure Serial Port* (das funções especializadas para comunicação serial), é possível configurar a comunicação, conforme exemplo da Figura 7.71.

Figura 7.69 Janela geral das funções: (a) *Instrument I/O* e (b) *VISA*. Cortesia da National Instruments.Figura 7.70 Exemplo do uso das funções *VISA*. Cortesia da National Instruments.Figura 7.71 Seleção da função por meio de duplo clique sobre *VISA Configure Serial Port*. Cortesia da National Instruments.

### ¶ 7.16.3 Acessando a porta paralela

A porta paralela pode ser acessada, como exemplificamos anteriormente, pela função VISA genérica ou por meio dos VIs especializados para porta serial. Para comunicação por meio da porta paralela, é importante alterar os endereços: o endereço da porta COM1 é 0, da porta COM2 é 1, da LPT1 é 10, da LPT2 é 11 e assim sucessivamente para o sistema operacional Windows.

### ¶ 7.16.4 Bibliografia adicional

- JOHNSON, G. W. *LabVIEW Graphical programming: practical applications in instrumentation and control*. New York: McGraw-Hill, 1997.
- NATIONAL INSTRUMENTS. *LabVIEW 7 Express*: user manual. National Instruments Corporation, 2003.
- \_\_\_\_\_. *LabVIEW 7 Express*: getting started with LabVIEW. National Instruments Corporation, 2003.
- \_\_\_\_\_. *LabVIEW 7 Express*: measurements manual. National Instruments Corporation, 2003.
- \_\_\_\_\_. *LabVIEW quick reference card* ([www.ni.com/labviewzome](http://www.ni.com/labviewzome)). National Instruments Corporation, 2003.
- TRAVIS, J. *LabVIEW for everyone*. New York: Prentice-Hall PTR, 2002.

### ¶ 7.16.5 Materiais e equipamentos

- Ferramenta LabVIEW, versão 7.0 Express da National Semiconductors
- 1 matriz de contato
  - 1 placa padrão
  - 1 fonte de alimentação DC
  - 1 conversor analógico para digital: ADC0804 (saída paralela)
  - 1 conversor analógico para digital: AD57824 (saída paralela)
  - 1 conversor analógico para digital (pesquisar) com saída serial
  - 1 amplificador operacional LF356 ou equivalente
  - 1 amplificador *sample and hold* AD582, AD389 ou equivalente
  - 1 potenciômetro de precisão de 10 kΩ
  - 8 resistores de 1 kΩ-1/8 W
  - 9 resistores de 10 kΩ-1/8 W
  - 3 resistores de 1 MΩ-1/8 W
  - 1 trimpot multivoltas de 50 kΩ

- 1 capacitor eletrolítico de 0,1 µF
- 1 capacitor eletrolítico de 10 µF
- 1 capacitor eletrolítico de 150 pF
- 2 capacitores de tântalo de 2,2 µF
- 1 capacitor de poliéster de 100 nF
- 2 soquetes de 20 pinos
- 1 soquete de 28 pinos
- 1 circuito integrado 74LS241 (*buffer three-state*)
- 8 leds vermelhos
- 1 led incolor
- 1 cabo para comunicação com a porta paralela (DB25)
- 1 cabo para comunicação com a porta serial (DB9)
- 1 multimetro digital de boa qualidade
- 1 osciloscópio digital, como, por exemplo, o TDS210 da Tektronix
- 1 microcomputador compatível com a família IBM PC

### ¶ 7.16.6 Procedimentos experimentais

- Monte o cabo de comunicação para a porta serial.
- Monte o cabo de comunicação para a porta paralela.
- Implemente um programa utilizando o LabVIEW para os conversores ADC com saída paralela.
- Utilizando o conversor ADC com saída serial escolhido, implemente um sistema de aquisição para temperatura (selecione sensor e condicionador) controlado pelo LabVIEW. Em poucas palavras, os passos para o desenvolvimento do sistema são: configuração da porta serial (Figura 7.72) que permita a seleção de parâmetros essenciais, como, por exemplo, endereço e taxa de comunicação, entre outros. É interessante finalizar a comunicação, a fim de que a porta serial não fique indisponível, garantindo-se assim a segurança do sistema, conforme exemplo da Figura 7.73.
- Pesquise sobre os seguintes parâmetros relacionados à comunicação serial: taxa de transferência (*bauds*), paridade e configurações da pinagem.
- Desenvolva um sistema para comunicação serial que possibilite a conversão de níveis RS232 para dispositivos TTL (MAX232). Todo o sistema deve ser controlado pelo LabVIEW.

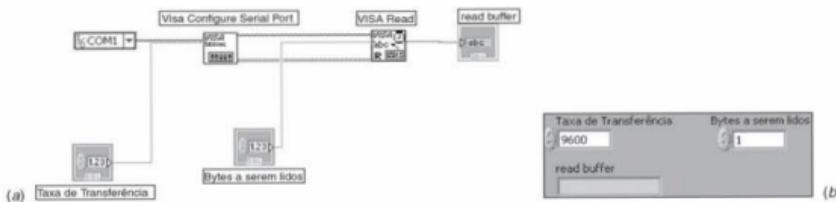


Figura 7.72 Configuração da porta serial: (a) diagrama de blocos e (b) painel frontal. Cortesia da National Instruments.

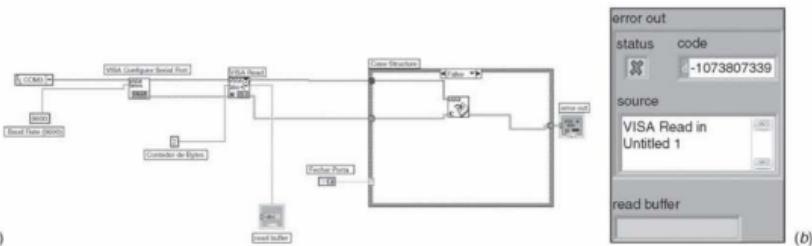


Figura 7.73 Diagrama de blocos com leitura e finalização da comunicação serial: (a) diagrama de blocos e (b) painel frontal. Cortesia da National Instruments.

## ¶ 7.17 Lab. 17 — Filtros Digitais

### ¶ 7.17.1 Objetivos

Implementar filtros digitais utilizando o LabVIEW ou o MATLAB.

### ¶ 7.17.2 Conceitos teóricos adicionais

Relembando, frequência é dada em hertz (Hz) ou ciclos por segundo. Normalmente, em sistemas digitais utiliza-se o conceito de frequência digital ou frequência normalizada, cuja unidade é ciclos/amostra: frequência digital = frequência analógica dividida pela frequência de amostragem. A Tabela 7.14 apresenta características básicas que nos possibilitam comparar os filtros IIR.

Um procedimento para ajudar na decisão de qual classe de filtro utilizar encontra-se no fluxograma da Figura 7.74.

Tabela 7.14 Características básicas de alguns filtros IIR

| Filtro IIR  | Características          | Ordem necessária |
|-------------|--------------------------|------------------|
| Butterworth | Sem ripple               | Alta             |
| Chebyshev   | Ripple na banda passante | Baixa            |

### ¶ 7.17.3 Bibliografia adicional

JOHNSON, G. W. *LabVIEW Graphical Programming: practical applications in instrumentation and control*. New York: McGraw-Hill, 1997.

NATIONAL INSTRUMENTS. *LabVIEW 7 Express: user manual*. National Instruments Corporation, 2003.

\_\_\_\_\_. *LabVIEW 7 Express: getting started with LabVIEW*. National Instruments Corporation, 2003.

\_\_\_\_\_. *LabVIEW 7 Express: measurements manual*. National Instruments Corporation, 2003.

\_\_\_\_\_. *LabVIEW quick reference card (www.ni.com/labviewzone)*. National Instruments Corporation, 2003.

TRAVIS, J. *LabVIEW for everyone*. New York: Prentice-Hall PTR, 2002.

### ¶ 7.17.4 Materiais e equipamentos

Ferramenta LabVIEW versão 7.0 Express da National Semiconductors.

### ¶ 7.17.5 Procedimentos experimentais

1. Implemente um programa no LabVIEW conforme o diagrama de blocos da Figura 7.75 e o painel frontal da Figura 7.76. Para criar a Constante de Tipo Filtro (*Type Filter Constant*) (ligação superior no VI *Butterworth Filter*), basta clicar com o botão direito do mouse no terminal *Filter Type* e selecionar *Create Constant*.
2. Implemente um programa no LabVIEW conforme o diagrama de blocos da Figura 7.77 e o painel frontal da Figura 7.78.
3. Implemente um programa no LabVIEW que possibilite indicar a resposta de filtros FIR. O painel frontal deve indicar a magnitude e a fase do filtro. Além disso, deve ter interface com o usuário e chaves que permitam alterar a frequência de amostragem e as frequências de corte. Sugerimos que você utilize o VI *FIR Windowed Filter*.
4. Rode os exemplos preexistentes no LabVIEW: Median Filtering.vi; IIR Filter Design.vi; FIR Filtering and Response.vi; Narrowband Filtering.vi; Nyquist Plot of a Filter.vi; Signal Generation and Processing.vi (selecione o menu Help, Find Examples).

### ¶ 7.17.6 Questões

- a. Simule o Experimento 1 alterando os parâmetros de entrada do programa: amplitude, amostras, frequência de corte, ordem do filtro. Explique as alterações ocorridas.
- b. Altere o tipo de filtro de Butterworth para Chebyshev e explique as alterações ocorridas no experimento.
- c. Realize os mesmos procedimentos anteriores para o experimento 2. Além disso, altere o tipo de filtro: passa-baixas, passa-altas etc.
- d. Analise os diagramas de blocos das simulações do experimento 4, explicando suas funções e os resultados apresentados.

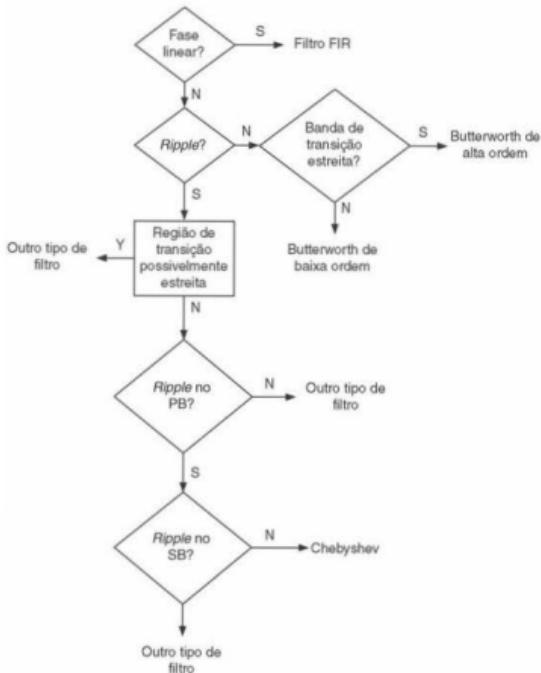


Figura 7.74 Fluxograma para escolha do filtro digital.

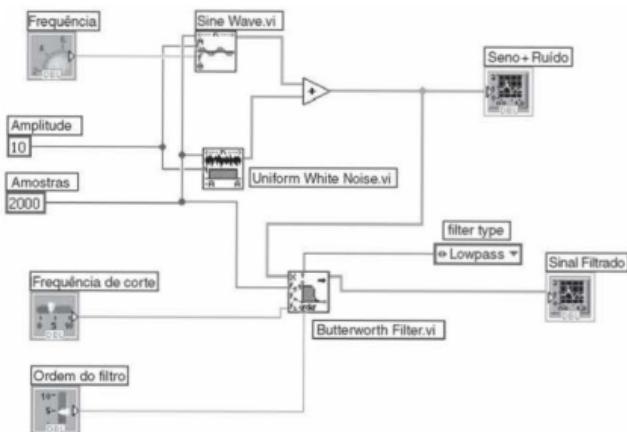


Figura 7.75 Diagrama de blocos do Experimento 1.

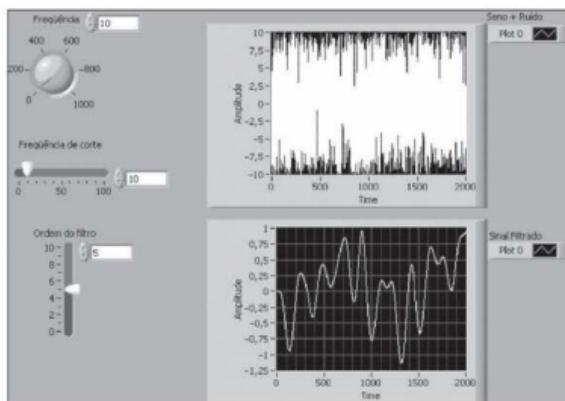


Figura 7.76 Painel de controle do diagrama de blocos do Experimento 1 apresentando um dos resultados simulados.

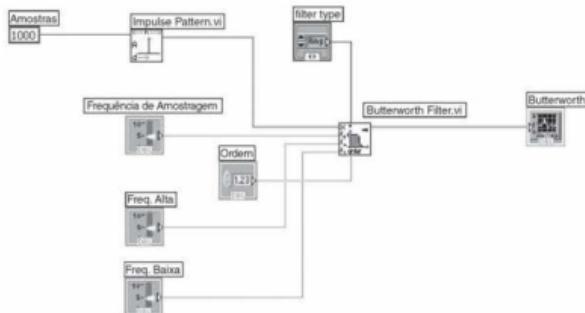


Figura 7.77 Diagrama de blocos do Experimento 2.

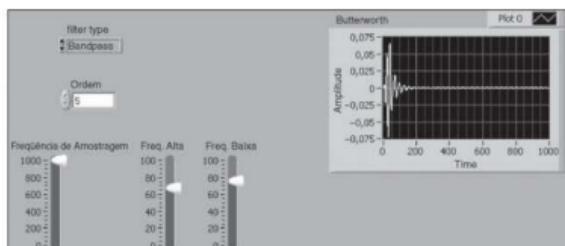


Figura 7.78 Painel de controle do diagrama de blocos do Experimento 2 apresentando um dos resultados simulados.

## 4.7.18 Lab. 18 — Utilização de Sensores de Temperatura

### 4.7.18.1 Objetivos

Verificar o funcionamento de maneira prática nos sensores de temperatura mais populares, como o NTC, o PT100 e o termopar.

### 4.7.18.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes no capítulo referente a medição de temperatura.

### 4.7.18.3 Bibliografia adicional

Ver capítulo correspondente a medição de temperatura.

### 4.7.18.4 Materiais e equipamentos

1 recipiente com gelo

1 aquecedor de água

1 termômetro de referência com escala de 0 °C a 100 °C (eletrônico ou de vidro)

1 sensor do tipo NTC

1 sensor do tipo PT100

1 sensor do tipo termopar (tipo K)

1 multímetro 4½ dígitos

1 copo de Béquer

2 chapas de alumínio escurecidas de 1 mm de espessura e 30 mm de diâmetro (1 dessas chapas deve ser conformada a modo a flutuar sobre o líquido)

1 termômetro de radiação (D:S = 6 : 1) com faixa incluindo 0 °C a 100 °C

### 4.7.18.5 Procedimentos experimentais

- Fixe uma das placas de alumínio ao lado externo do copo de Béquer, enquanto a outra deve ser fixada no interior do recipiente, em contato com a água, conforme a Figura 7.79. Com os recursos disponíveis — gelo, aquecedor, termômetro de referência e recipientes —, você deve escolher 10 a 15 pontos entre aproximadamente 0 °C (com o gelo) e aproximadamente 100 °C (água fervente). Com o termômetro de referência, anote o valor desses pontos e depois faça uma medida de resistência com o PT100 e o NTC e uma medida de tensão na escala de mV com o termopar. Posicione o termômetro infravermelho a uma distância de 150 mm (preferencialmente, fixe o termômetro de radiação) das duas placas e meça a temperatura delas.

- Faça os gráficos das variáveis medidas  $\Omega \times {}^\circ\text{C}$  para o NTC e para o PT100 e  $\text{mV} \times {}^\circ\text{C}$  para o termopar.
- Com os pontos do PT100, determine o coeficiente  $\alpha$ , considerando a relação  $\Omega \times {}^\circ\text{C}$  uma reta  $R = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$ .

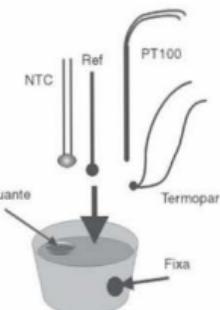


Figura 7.79 Experimento com recipiente e sensores de temperatura com detalhe das chapas de alumínio.

- Com os pontos do NTC, determine o coeficiente  $\beta$ , considerando a curva  $\Omega \times {}^\circ\text{C}$  exponencial:  $R = R_0 e^{\beta \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$ . Considere  $R_0$  e  $T_0$  uma de suas medidas. Não esqueça que a escala utilizada deve ser a absoluta, e portanto  $T_k \equiv T_{^\circ\text{C}} + 273$ .
- Com os valores de tensão medidos com o termopar e ainda medindo a temperatura ambiente, faça a compensação dos dados com:  $V_{\text{posta}} = V_{\text{medido}} + V_{\text{temp. ambiente}}$ . Para isso, você deve utilizar a tabela do termopar. Primeiramente, verifique qual é a tensão que corresponde à temperatura ambiente e some o valor em todas as medidas feitas.
- Faça um gráfico da temperatura lida com o termômetro de radiação  $\times$  temperatura lida com termômetro de referência, para os dois casos.

### 4.7.18.6 Questões

- Compare os resultados dos três sensores e conclua sobre eles.
- Para os três sensores, utilize os dados para fazer uma regressão linear simples. Observe que para o NTC ainda é possível utilizar um procedimento de linearização conforme aplicado no Lab 2. Conclua sobre os resultados obtidos.
- Com os valores de resistência medidos com o NTC, sugira uma linearização utilizando um resistor em paralelo. Calcule esse resistor e repita o experimento de 0 °C a 100 °C para esse sensor.
- Calcule os resistores para uma linearização do NTC (série-paralelo).
- Analice os resultados de temperatura lidos com o termômetro de radiação e compare-os com o termômetro de referência e com os outros sensores.
- Com o sistema ainda aquecido, pegue o termômetro de radiação na mão e, mantendo-o apontado para a placa de alumínio, vá afastando o instrumento. Interprete os valores lidos pelo instrumento. Verifique a razão distância  $\times$  alvo e embase sua conclusão.

## 7.19 Lab. 19 — Condicionadores de Temperatura

### 7.19.1 Objetivos

Aplicar os conceitos de eletrônica analógica na medição de temperatura.

### 7.19.2 Conceitos teóricos adicionais

Os conceitos explorados nesse laboratório são aqueles presentes nos capítulos referentes à temperatura e ainda de eletrônica analógica. Os circuitos serão montados com amplificadores operacionais OP07 e ainda um componente dedicado (*Analog Devices*) AD595, o qual possui internamente uma compensação de temperatura.

### 7.19.3 Bibliografia adicional

DATASHEETS e notas de aplicação dos componentes utilizados.  
MANCINI, R. *Op amps for everyone*. Texas Instruments, 2003.  
PERTENCE, A. J. *Amplificadores operacionais e filtros ativos: teoria, projetos, aplicações e laboratório*. New York: McGraw-Hill, 1988.

### 7.19.4 Materiais e equipamentos

- 1 osciloscópio
- 5 amplificadores operacionais OP07
- 1 AD595
- Resistores diversos
- 1 recipiente com gelo
- 1 aquecedor de água
- 1 termômetro de referência com escala de 0 °C a 100 °C (eletrônico ou de vidro)
- 2 sensores do tipo termopar (tipo K)
- 1 multímetro de 4½ dígitos
- 1 copo de Béquer
- 1 diodo IN4148
- 1 diodo zener 4V7
- 1 LM35

### 7.19.5 Procedimento experimental

Monte os circuitos das Figuras 7.80, 7.81, 7.82, 7.83 e 7.84. Com os recursos disponíveis — gelo, aquecedor, termômetro de referência e recipientes —, você deve escolher 10 a 15 pontos entre aproximadamente 0 °C (com o gelo) e aproximadamente 100 °C (água fervente). Com o termômetro de referência, anote o valor desses pontos e depois faça uma medida de tensão com o osciloscópio na saída de cada um desses circuitos. Os termopares devem ser desmontados de um circuito para outro para que todo o experimento possa ser executado com apenas dois termopares.

### 7.19.6 Questões

- Os circuitos das Figuras 7.80 e 7.81 foram implementados com um diodo IN4148 e um LM35. Levante as curvas de resposta desses dois casos e determine a sensibilidade do sensor e do sistema (na saída do amplificador).

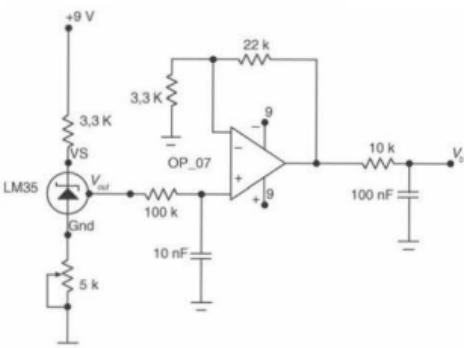


Figura 7.81 Termômetro eletrônico com sensor LM35.

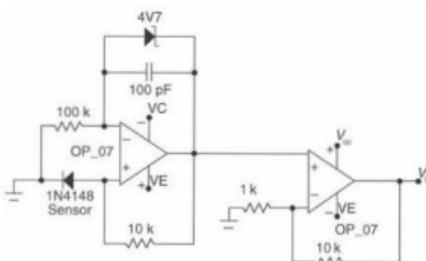


Figura 7.80 Termômetro eletrônico com sensor a diodo IN4148.

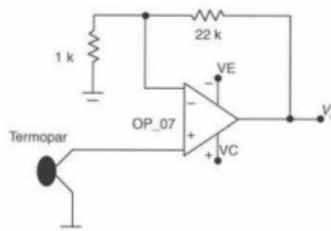


Figura 7.82 Termômetro eletrônico com termopar (1).

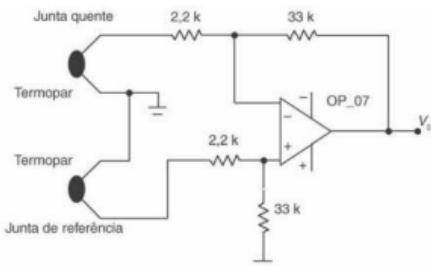


Figura 7.83 Termômetro eletrônico com termopar (2).

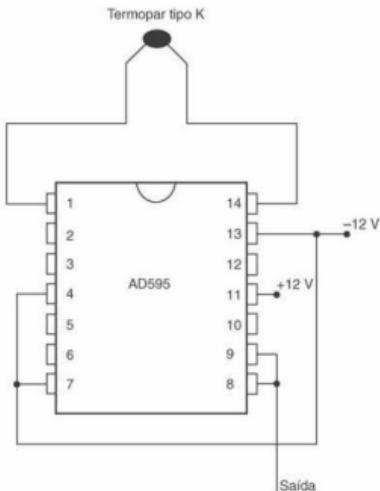


Figura 7.84 Termômetro eletrônico com termopar (3).

- b. Explique, a partir dos resultados, as diferenças entre as configurações das Figuras 7.82 e 7.83. Qual dos dois circuitos faz a compensação de temperatura ambiente? Como essa compensação é feita?
- c. Compare os resultados do circuito da Figura 7.84 com o circuito da Figura 7.83.
- d. Utilizando os circuitos das Figuras 7.80 e 7.81, sugira um novo circuito de compensação de temperatura para a configuração montada com um termopar da Figura 7.82. Observe que, para se implementar essa compensação, os ganhos devem estar todos ajustados.

# Índice

## A

Abscissas(s)  
eixo das, logarítmicas, 13

linhas, 12

Achómetro, certificado de calibração de um, 24  
ACK (ACKnowledge), 135

Acoplamento

capacitivo, 172  
com condutor 2 blindado, 173  
entre dois condutores, 172  
redação, 172

indutivo, 173

ADC

comerciais, alguns, 206  
de 8 ou 12 bits interfaceado com a porta paralela, 356  
dupla rampa, diagrama de blocos do, 201  
flash, 202  
integrador, 200  
*pipelined*, 204  
por aproximações sucessivas, 197  
sobreamortecimento, conversores, 204  
subfaixa, 203  
tracking, 200

ALE (Addressable Local Enable), 130

Algoritmos significativos, 25

Álgebra booleana

identidades básicas da, 122  
portas lógicas e, 121

Aliasing, 190

Amortecimento, fator de, 30

Amortegor, 188

Amperímetro, 11

analogico, 243

digital, 246

do tipo alicate, 246

ligado em série, 244

Amplificador(es), 101

de diferença, 116

de instrumentação, 116, 347

aplicação, 117

diferencial, 116

em cascata, ruído em, 180

inversor, 113

não inversor, 113

operacional(is), 111

circuitos lineares básicos com, 115

com as fontes de ruído, 179

esquema interno de um, 112

OPA2652, circuito exemplo com o, 179

resposta em frequência de um, 114

ruído intrínseco dos, 178

ruído em, estratégias para redução do, 180

Amplitude

controle de, 261

escala de, 261

Análogo, termo, 11

Anodo

de aceleração, 259

de corrente, 259

ANOVA, projeto de experimento, 87

Arrouba, 3

Arry e cluster, 367

Atenuação, 213

Aterramento

de sinais, 175

minimização do ruído pelo, 175

seguro, 178  
Atrasos, 188  
equalizadores de, 210

Atuadores, 10

Autocorrelação, 52

Autocovariância, 52

## B

Baliani, Giovanni Battista, 3

Balômetros, 315

Banho de gelo, 297

Barnard, 297

de escala circular, 4

de Torricelli, 4

histórico, 3

Base de tempo, controle de, 260

Blindagem, 173

básica, 181

de amplificadores, 176

de guard, 183

Bobina(s)

bilífar metálica, 284

cruzadas, método das, 271

móvel, 235

Brilho, 262

Buffer, 122

*three-state* 373, 133

Bureau International des Poids et Mesures, 10

Butterworth, característica, 209

## C

Cabeamento, procedimentos para redução de ruído em, 172

Cabo coaxial blindado, 174

Cadeia

de medição, 21

margem dinâmica de uma, 191

Calibração, 24

certificado de, um acelerômetro, 24

de manômetros industriais, 25

de parâmetro com escala de Vernier ou Nônio, 74

de um multímetro digital, 72

de um resistor-padrão de valor nominal, 71

Campo de visão, 316

Capacidade

de reflexão de uma superfície, 309

de transmissão, 309

Capacitância, medidores de, 256

Capacitor(es)

gráfico em barras para os, 40

massa dos, 40

símbolo, 97

Cardinal dei Medici, 279

Catodo, 259

Celsius, Anders, 5

Célula de carga, 12, 34

Certificado de calibração de um acelerômetro, 24

Chaves(s)

de modo de sincronismo, 263

de seleção de modo de entrada, 263

seletora

de fonte de sincronismo, 263

de ganho, 263

de tempo, 263

Chebyshev, característica, 209

Círculo(s)

análise de, 98

análogos

boas práticas no projeto de, 185

portões lógicos e, 123

balanceado, 254

básico para uma ponte extensométrica, 185

blocos de, 101

condicionadores, alguns exemplos, 304

DC, medição de potência em, 265

de polarização direta do transistor, 107

de ponte, 254

de Seebeck, 291

diferenciador, 115

em paralelo, 333

integrador, 116

pelo método

das malhas, 99

dos nós, 99

regulador com diodo Zener, 104

*sample and hold*, 186

somador, 115

índices decorrentes das leis de Kirchhoff, 99

Condutor(es), 126

binária decimal, 127

códigos utilizados em, 191

Coeficiente(s)

de atrito viscoso, 31

de temperatura

negativo, 287

positivo, 287

para implementação do filtro de dois polos, 229

para os temporares E, J, K e T, 295

Coletor aberto, 123

Combração de distribuições, 77

Compatibilidade eletrromagnética, 166

Comunicação entre transmissor e receptor, 136

Condicionador(es)

de sinais, 101

de temperatura, 379

Condutor blindado, circuito equivalente do, 174

Conexão remota com um hospedeiro, 141

Conferência Internacional de Pesos e Medidas, 5

Confiabilidade, 20

Conflunto, intervalos de, 52

Conformantes, base de, 85

Constante

de Hoole, 31

de tempo, 30

Controle, 132

de amplitude, 261

de portas de entrada e saída pelo LabVIEW, 372

sequencial, 133

xy, 262

Conversão

análogica para digital, 197

digital para análogica, 194

Conversor(es)

AD, código do software para um, 244

análogo

digital. Veja ADC

para digital, 188

D/A

ponderado, 195

R-2R, 196

DAC comerciais, 196

- DAMON, 196  
de coligos, 256  
Constituinte, sequência de propriedade, 149  
Corpo negro, 106  
Corrente, 3  
Covariância cruzada, 52  
Covariância, 237  
Crain, Tom Price, 5  
Cronônomo, 15  
Cresce, 15  
ajuste por mínimos quadrados generalizado, 84  
características de operação, 293  
de calibração de um acelerômetro termosensor, 293  
OC, 59
- D**
- Dados  
distribuição de, 37  
sistemas dequisição de, 166
- Datayogh, 122
- Decodificadores, 125
- Deleuze, Gaston, 200
- Delâmbur, Jean-Baptiste Joseph, 3
- Deley, 181
- Demulheradores, 125, 126
- Denisidade  
de erros, 160
- de energia, 166
- de potência, 166
- Derivada, 20
- Desaceleração, 4
- Desaceleração linear, 271
- Desenvolvimento, 10
- diálogos, 314
- Diagramas, 314
- Diagramas  
de blocos, 121
- do microcontrolador 8051, 134
- do sistema  
sequencial, 125
- genérico, 125
- Digital, 11
- Dinâmico, 31
- Dióxido, 102
- múltiplas, 176
- Zener, 104, 170
- Desjardins, estrelo e seu bendito, 281
- Depois  
máscara, 13
- Desvio-padrão, 123
- Densidade  
de carbono, 77
- de Fisher-Snedecor, 86
- de Poisson, 44
- de probabilidade, 41
- estatística, 42
- estatística, 42
- bivariada, 42
- curva de, 40
- de Poisson, 44
- de Weibull, 47
- normal, 48
- normal e exponencial, 46
- índices percentuais, 56
- Divisão de escala, 13
- Divisor, 13
- de crescimento, 99
- de risco, 99
- de tempo, 149
- do tempo, 148
- Dress, fato, 124
- Dref, 20
- Dupla rampa, 240
- E**
- ECP (Extended Capability Port), 136
- Efeitos  
passo-alto, 212
- implementação, 219
- passo-fixa, 212
- projeto de, 219
- resposta impulsiva
- física, 226
- infinita, 227
- digitais, 230, 335
- Hanning, 226
- integráveis, 230
- não recorrentes, 225
- na, 227
- normal, 220
- passe, 220
- implementação, 216
- passe-bomba, 216
- passe-bomba, 208
- passe-fixa, 208
- passos, 212
- norm, 215
- passe-alto, 214
- passe-bomba, 213
- passe-fixa, 214
- pofimétrica, 226
- principais, 226
- recursivas, 225
- FIR, 226
- Fir-flop
- Básico, 130
- sensível a borda, 131
- a borda, 131
- ao nível, 130
- J**
- SR, 126
- básico, 128
- sensível a borda ou subida ou descida, 129
- altíssimo, 129
- Foco, 262
- Fonte(s)  
de corrente, 340
- de tensão, 340
- linear estocástica, 104
- Força, 313
- Fourier
- análise de, 159
- integral de, 159
- integral de, 150
- transformada
- discreta de, 163
- rápida de, 163
- Frequência de ressonância, 212
- Frm, código Sc, 180
- Funções  
básicas, 121
- com período N, 10, 162
- com simetria linear de media-zero, 156
- de transferência, 26
- densidade de probabilidade, 41
- de probabilidade, 41
- exemplo, 156
- pares, 154
- exemplo, 155
- pulso amostrado, seqüência finita, 164
- Fundo de escala, 19
- rápida de, 163
- Galois-Galilei, 3
- Galvanômetros, 234
- Gráfica, 195
- Grade (Graph Paper Interface Bar), 138, 139
- Gradebras (Gradebras)
- elétricas, mediadores de, 234-278
- definição, 7
- físicas, 7
- Grans de liberado, 49
- Guard afrodis, 183
- H**
- Hanning, filtro, 226, 53
- Hipóteses, teste de, 52, 53
- Histerese, 19
- Hooke, Robert, 4

- I**
- Identidade de Euler, 160
  - IEEE 488, 138
  - Iluminação de retícula, 262
  - Impedância de entrada, 114
  - Impulso, 161
  - Incerteza
    - cáculo, procedimento passo a passo, 69
    - combinada, 62
    - de medição, 15
    - de medida expandida, 68
    - de saída, 62
    - propagação geral da equação geral para, 64
    - incerteza-padrão, 36
    - covariâncias, 67
    - de medições do tipo B, avaliação, 61
    - determinação de, exemplos práticos, 70
    - tipo A, avaliação da, 60
  - Independência, 41
  - Indicadores(s)
    - digital, 13
    - utilização de, 338
  - Indutância, mediidores de, 258
  - Indutores, símbolo, 98
  - Immetro (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial), 22
  - Instrumentação
    - amplificador de, 116
    - breve história da, 1-5
    - conceitos, 6-35
      - algoritmos significativos, 25
      - análise de sistema de ordens zero, primeira e segunda, 29
      - grandezas físicas, 7
      - método analítico, 6
      - resposta dinâmica, 25
      - transformada de Laplace, 26
        - inversa de Laplace, 28
      - uniões de medida, 8
    - para um termopar, estudo de caso, 184
    - para uma ponta extensométrica, estudo de caso, 183
    - sistema não remoto para, 139
    - virtual, 141
  - Instrumentos(s)
    - analógicos, 234
    - condições de utilização de um, 20
    - de medição, 11
      - características, 14
      - exatidão de um, 15
      - típico, estrutura de, 14
    - digitais, 236
  - Integral, 240
  - Integral de Fourier, 157
  - Interface(s), 133
    - cartão-memória controladora, 140
    - comuns, comparação entre, 137
    - periférica programável, 135
  - International Bureau of Weights and Measures, 21
  - Intervalos de confiança, 52
    - determinação do tamanho da amostra e, 57
    - para a média, 57
  - J**
  - JFET (*Junction field effect transistor*), 109
    - polarização dos, 110
    - ruido intrínseco dos, 177
  - Junta
    - de referência, 296
    - fria, compensação da, 296
  - K**
  - Kelvin
    - grau, 5
    - William Thomson, 5
  - L**
  - Lago, 175
  - Laplace, transformada de, 26
  - Len(s)
    - de Kirchhoff
      - das correntes, 98
      - das tensões, 99
    - dos metais intermediários, 293
  - Liberdade, graus de, 49
  - Ligação de wattímetros em linhas de alimentação, 268
  - Limiar de mobilidade, 17
  - Linearidade, 18
  - Linearização, 289
  - Loop de corrente, 175
  - M**
  - Mãos, unidade, 2
  - Massa
    - amostra da, 40
    - dos capacitores, 40
  - Material de referência, 23
    - certificado, 23
  - Média
    - geométrica, 37
    - harmônica, 37
    - quadrática, forma de onda para exemplificar, 39
  - Mediana, 37
  - Medição(s)
    - cadeia, 21
    - de barra com uma régua graduada, 25
    - de grandezas elétricas, utilização de instrumentos de, 331
    - de pesos e medições, 2
    - de resistência elétrica, 249
      - definição, 8
      - do fator de potência, 269
      - do tempo histórico, 1
    - exatidão de, 15
    - incerteza de, 15
    - instrumento de, 11
    - métodos de, 9
    - precisão intermediária de, 16
    - procedimento de, 9
    - resultado de uma, 15
    - sinal de, 9
  - Medida(s)
    - de dispersão, 40
    - de energia DC, 272
    - de fatores
      - elétronicos por meio de detecção de passagem por zero, 271
      - por meio de um osciloscópio, 270
    - de tendência central, 36
      - média, 36
        - geométrica, 37
        - harmônica, 37
        - mediana, 37
        - moda, 37
        - raiz média quadrática, 39
      - materializada, 13
      - padrões de, curiosidades de, 3
      - série, 15
    - Medidor(es)
      - de ângulo utilizando efeito resistivo, 98
      - de capacitância, 256
      - de corrente, 243
        - eletrônicos, 247
      - de grandezas elétricas, 234-278
      - de indutância, 258
      - de pH, 11
      - de potência elétrica, 264
      - de temperatura
        - bidimensionais, 317
        - com funções itéricas, 320
        - unidimensionais, 317
      - de tensão, 237
        - eletrônicos, 241
    - Mégómetro, 251
    - Meh-ta, 3
    - Meio-somador, 128
    - Memória, 132
      - de I/O, mapeamento, 135
    - Mensurando, 9
    - Metal-oxide semiconductor, 124
    - Método(s)
      - científico, 6
        - procedimento genérico, 7
      - das bobinas cruzadas, 171
      - das malhas, análise de circuito pelo, 99
        - de comparação, 285
        - de desenvolvimento para filtros de dois polos, 228
        - de Kelvin, 253
        - de Monte Carlo, avaliação da incerteza utilizando, 75
        - de ponto fixo, 285
        - dos nós, análise de circuito pelo, 99
        - dos três voltmetros, 265
    - Metro, 3
    - Meteorologia, 8
    - Microcontrolador, 133
    - Minimização
      - do ruído pelo aterrramento, 175
      - técnica de, 166
    - Mobilidade, limiar de, 17
    - Modo, 37
    - Modelo(s)
      - de Ebers-Moll, 106
      - do circuito amplificador inversor com ganho, 179
      - do OPAMP OP-A2652 com fontes de ruído, 179
      - matemático, 67
        - no processo
          - de amostragem, 120
          - de quantização, 120
    - Modo de operação, 11
    - Montagem com RTD's, 285
    - MOS, transistor, 125
    - MOSFET, ruído intrínseco dos, 177
    - Mostrador analógico, 13
    - Multímetros, 234
    - Multiplexadores, 125, 126
    - N**
    - NAND, 124
    - National Institute of Standard and Technology, 10
    - NOR, 124
    - O**
    - Olímetro, 249
    - Olfato, 9
    - Olhos, 9
    - Ondas, formas na entrada e saída do circuito comparador, 112
    - OPAMPS, Vje, Amplificadores operacionais, circuitos lineares básicos com, 224
    - Osciloscópio(s), 259
      - analógicos, 259
      - digitais, 262
      - utilização do, 336
    - Oversampling, 204
    - Overshoot, 31, 149
    - P**
    - Padrão(s)
      - conservação de um, 22
      - de pesos, 22
      - de referência, 21
      - de trabalho, 22
      - de transferência, 22
      - internacional, 21
      - iterante, 22
      - nacional, 21
      - secundário, 21
    - Paladar, 9
    - Papimetro, 11, 12
    - Pé, unidade, 2
    - Peso, padrões de, 22
    - PET (*field effect transistor*), 109
      - aplicações, 111
      - biotecnologia, 109
      - pH, medidor de, 11
    - PJO, Vje Interface periférica programável
    - Pipelining, surgimento do conceito de, 204
    - Pirômetro, 309
      - ópticos, 312
    - Placas de deflexão, 260
    - Plano Z, 225
    - Poisson, distribuição de, 44
    - Polarização
      - direta, 102
      - reversa, 102
    - Pontas de prova, 263
    - Ponto(s)
      - capacitivas, 256
      - circuito de, 254
      - de Wheatstone, 254
      - dúpla de Kelvin, 254, 255
      - indutivas, 258
      - para medição de resistores, capacitores e indutores, 348
      - fixo, método de, 285

- mídia, 11  
 Porta(s)  
 de I/O, 133  
 lógicas  
     álgebra booleana e, 121  
     circuitos analógicos, 123  
     ícones, 122  
 paralela, 135, 350  
     ícone, 135  
 serial RS-232, 136  
     esboço do padrão, 137  
 universais NAND e NOR, 124  
 Potência  
 de dissipação, 123  
 elétrica, medições de, 264  
 fator de, 264, 265  
 Precisão, 15  
 de medição, 16  
 intermediária, condição de, 16  
 Probabilidade  
 condicional, 41  
 função de, 41  
 fundamentos sobre, 41  
 Procedimentos experimentais, 331-380  
 ADC de 8 ou 12 bits interfaceado com a porta paralela, 356  
 amplificadores de instrumentação, 347  
 conceitos de eletricidade, 337  
 condensadores de temperatura, 379  
 controle de portas de entrada e saída pelo LabVIEW, 372  
 filtros  
     análogicos, 341  
     digitais, 375  
 fontes de tensão e fontes de corrente, 340  
 pontes para medição de resistores, capacitores e indutores, 348  
 porta paralela como entrada e saída, 350  
 projeto de experimentos, 335  
 regressão linear e propagação de incertezas, 333  
 séries de Fourier e análise no domínio de frequência, 371  
 sistemas combinacionais e sequenciais, 349  
 uso da ferramenta LabVIEW 7 express, 349  
 procedimentos básicos para, 361  
 utilização  
     de indicadores, 338  
     de instrumentos de medição de grandezas elétricas, 331  
     de sensores de temperatura, 378  
     do osciloscópio, 336  
 Projeto de experimentos, 84, 335  
 Propriedades físicas, variáveis de, 7  
 PS/2, 136  
 Pulsilogio, 5  
 Pulso  
     finito, 160  
     periódico, 159  
  
**Q**  
 Quantização, modelo matemático do processo de, 120  
 Quantizador, 189  
  
**R**  
 Radiação  
     térmica, 306  
     termômetros de, 305  
     variáveis de, 7  
 Raiz média quadrática, 39  
 Range, 19  
 Rastreabilidade, 22  
 Razão distância/alvo, 316  
 Realimentação negativa, 101  
 Redução de ruído  
     pela média do sinal, 181  
     utilizando a realimentação para, 180  
 Registradores, 132  
     do 80x86, 133  
 Regra(s)  
     da adição, 41  
     de multiplicação, 41  
     da probabilidade total, 41  
 Regressão  
     linear, 81  
         propagação de incertezas e, 333  
 Relação  
     entre resolução de *display* e contagens, 237  
     normalizada, 51  
 sinal/ruído, 20, 170  
 Relógio do sol, 2  
 Remen duplo, 3  
 Repetitividade  
     condições, 16  
     de medição, 16  
     de um instrumento, 16  
 Resistência  
     de medição, 249  
     medida de, 249  
 Resistores, 96  
 ruído intrínseco dos, 176  
     ícone, 96  
     variáveis, 97  
 Resolução, 17  
 Resposta  
     dinâmica, 25  
     em frequência, 25, 26, 210  
     tempo de, 25  
 Ressonância, frequência em, 212  
 Reta iluminação de, 262  
 Retificador de meia-onda, 39  
     esboço do, 39  
 Ruidos(s)  
     avalanche, 170  
     branco, 167  
         gaussiano, 168  
     burst, 168  
         caracterização do, 166  
         condição, 167  
         de interferência, 170  
         de modo  
             comum, 172  
             série, 172  
         de quantização, 191  
         rms, 208  
     equipamento eletrônico sujeito a, 167  
     flicker, 169  
     fundamentos sobre, 166  
     incremento, 168  
     infiltração do, formas, 172  
     intrínseco, 168  
         dos componentes eletrônicos, 176  
         dos diodos, 176  
         dos MOSFET, 177  
         dos resistores, 176  
         dos transistores de junção bipolares, 176  
     marrom, 167  
     minimização pelo aterramento, 175  
     para a tensão e corrente do amplificador operacional, 175  
     curva de densidade, 178  
     por imperfeições nos processos, 170  
     rosa, 167  
     shot, 168  
     tensão e corrente de, 177  
     térmico, 169  
         diodo com fontes de, 177  
     tipos, 167  
         quanto a suas cores, 167  
     transmitido, 168  
     vermelho, 167  
  
**S**  
 Salto unitário de tensão, 27  
 Sensações  
     tátiles, 9  
     térmicas, 9  
 Sensibilidade, 17  
     estática, 29  
     relacionada à alimentação, 195  
 Sensor(es)  
     ativos, 10  
         de radiação infravermelha, 315  
         CMOS de campo magnético, 246  
         de deflexão, 11  
         de efeito Hall, 246  
         de estado sólido, 324  
         de radiação térmica, 313  
         de temperatura, 281  
             parte externa de, 284  
             utilização de, 378  
     implementados com transformadores de corrente, 246  
     industriais, 10  
     naturais, 9  
 passivo, 10  
 resistivos, 246  
 self-generating, 291  
 semicondutores para temperatura, 323  
 Série(s)  
     de Fourier  
         amplitude, 163  
         análise no domínio de frequência e, 371  
         coeficientes da, fase dos, 163  
 Símbolo(s)  
     capacitores, 97  
     diodo, 103  
     dos indutores, 98  
     PET, 109  
     portas lógicas, 122  
     relacionados a trigger, 130  
     resistor, 96, 97  
 Sinal(is)  
     ACK, 135  
     aleatório, 147  
     amostrado no tempo, exemplo de seqüência, 162  
     aterramento de, 175  
     com forma de onda quadrada, 153  
     condicionador de, 101  
     de alta frequência, medição de potência em, 267  
     de baixa frequência sobreposto com ruído de alta frequência, 21  
     de dente de serra, 154  
     de energia, 166  
     de medição, 9  
     de potência, 166  
     determinísticos, 146  
     digital  
         amostras de um, representação, 119  
         discreto, 161  
         eletrônico/gráfico, 54  
             representação, 119  
         em forma de onda dente de serra, 154  
         estático, 146  
             com tensão de 1,5 V, 148  
         mais ruído, soma, 33  
     no domínio  
         de frequência, 150  
             seno puro, ruído branco gaussiano e somatório de ambos, 151  
         do tempo, 150  
     periódicos, 146  
         exemplo, 147  
         onda quadrada, 149  
         sinal, 148  
     ruído e, 146-233  
     senoidal, 54  
         frequência fundamental 10 Hz, 151  
     transientes, 146  
         exemplo, 147  
     vertical, entrada de, 263  
 Sincronismo  
     chave de fonte de, 263  
     controle do nível de, 263  
 Sistema(s)  
     análogicos *versus* digitais, 118  
     arquitetura dos, 140  
     com laço de malha fechada, 102  
     combinacionais, 125, 349  
     criticamente amortecido, 32  
     de aquisição de dados, 186  
     de controle  
         *closed-loop*, 133  
         *open-loop*, 133  
     de digitalização de voz, 120  
     de medição, 21  
     de medida, margem dinâmica, 191  
     de ordem(n) zero, 29  
         primeira e segunda, 29  
     de primeira ordem, 29  
     de segunda ordem, 30  
     de sensoramento distribuído de temperatura, 321  
     digitais, 125  
         conceito, 118  
         internacional (SI) de medida, 2  
     invariantes no tempo, 161  
     lineares, 26, 161  
     mecânicos, 34  
     metrológico, hierarquia, 23  
     microprocessadores, 132  
     não remoto para instrumentação, 139  
     que interliga controladores/*loggers* distribuídos, 140  
     sem amortecimento, 32  
     sequenciais, 126, 349

- subamortecido, 32  
superamortecido, 32  
*Syphon*, 4  
SNR (*Signal to noise ratio*), 20  
SOC (*Sound Conversion*), 191  
Som, 9  
Somador  
  binário, 126  
  completo, 128  
Somatório dos primeiros componentes da SF  
  do sinal de dente de serra, 154  
  que compõem o sinal da onda  
  dente de serra, 155  
  quadrada, 154  
Sombra, vareta de projeção, 1  
*Span*, 19  
SPP (*Standard Parallel Port*), 135  
Subtraidores binários, 126  
*Sumifull*, 2  
Superposição  
  de efeitos, 100  
  teorema da, 100
- T**
- Tabela ANOVA para o projeto fatorial, 91  
Taxa de variáveis, 7  
Temperatura  
  estabilidade de, 195  
  medição de, 279-330  
  ruído, 171  
Tempo  
  constante de, 30  
  domínio do, 148  
Tendência, 14  
Tensão  
  CC, fonte de, 103  
  de Seebeck, 293  
  de Thévenin, 100  
  do termopar, medição, 296  
  medidores de, 237  
  salto unitário de, 22  
  senoidal, 39  
Teorema  
  da superposição, 100  
  de Bayes, 41  
  de Nyquist, 189  
  de Parseval, 160  
  de Thévenin, 100  
  aplicado ao amplificador a transistor, 108  
Termistores, 286  
  aplicações, 289  
  limitações dos, 288  
Termógrafo(s)  
  bidimensionais, 318  
  de linha, 317  
Termômetro(s), 11, 12  
  bimétricos, 280  
  com resolução de 0,1 °C, 17  
  de expansão de líquidos em bulbos de vidro, 280  
  de imersão  
    parcial, 280  
    total, 280  
  de radiação, 305  
  banda  
    estreita, 311
- larga, 311  
  de duas cores, 311  
tipos, 311
- de resistência  
  elétrica, 282  
  metálica, calibração de, 285  
de vidro com líquido, 280  
histórico, 4
- infravermelhos, 309  
metálicos, 282  
monométricos, 281
- Termopar(es), 291  
  comerciais, principais, 294  
  curva de calibração de um determinado, 293  
  do tipo cimentado, 299  
  infravermelhos, 315  
  medição da tensão do, 296  
tipos(s)  
  de coberturas protetoras para, 299  
K, 11
- Termopilhas, 314  
Termoscópio, 279  
Termostato, 281  
Terras, problema de dois, 182  
Teste(s)  
  de hipóteses, 52, 53  
  potência do, 55  
   $r$  e dois ensaios, 55
- Thévenin  
  tensão de, 100  
  teorema de, 100  
Three-state, 124  
Timpano, 9  
Tolerância, 16  
Tomada de tempo, 15  
Torricelli, 4  
Totem pole, 123  
Transdutores, 9  
  de medida, 10
- Transformada  
  de Laplace, 26  
    de algumas funções, 27  
    propriedades da, 28  
  discreta de Fourier, 163  
  inversa de Laplace, 28  
  rápida de Fourier, 150, 160  
Z, 222
- Transistor(es)  
  bipolares, 105  
  como inversor, 124  
  operação de um, 122  
  corrente  
    em um, relação entre, 106  
    para saturar, 107  
  de efeito de campo, 109  
  de junção bipolares, ruído intrínseco dos, 176  
  de metal-óxido semicondutor, 124  
  efeito, 106  
  funcionando como amplificador, 108  
  implementando diferentes fontes de corrente, 108  
  MOS, 125  
  NPN, 105  
  PNP, 105  
  simulando uma chave, 107
- Transmissividade, 309  
Trigger dos flip-flops, 126  
True RMS, 241
- U**
- Unidade(s)  
  de amostragem, 161  
  de medida, 8  
  fundamentais do SI, 8  
padrões de, adotados no antigo Egito, 3
- V**
- Vareta de projeção de sombra, 1  
Valores(s)  
  compatível, 8  
  conveniente, 8  
  de uma grandeza, 7  
  nominal, 19  
  verdadeiro, 8
- Variância  
  análise de  
    classificação  
      dupla, 90  
      simples, 86  
    fundamentos sobre 84
- Variável(s)  
  aleatória  
    contínua, 41  
    discreta, 41  
  booleanas, 121  
  de composição química, 7  
  de força, 7  
  de propriedades físicas, 7  
  de quantidade, 7  
  de radiação, 7  
  elétricas, 7  
  por características físicas, classificação, 7  
  térmicas, 7
- Vibração  
  de dois assentos automotivos, 55  
  de um chassi, 38
- Viviani, Vincenzo, 4
- Voltímetro(s)  
  analogico, 238  
  digital, 240  
  método dos três, 265  
  vetorial, 240  
    para a medição de fase, 272
- W**
- Wattímetro(s)  
  analogico, 265  
  baseados em  
    efeito Hall, 266  
    multiplicadores  
      analogicos, 266  
      digitais, 267  
  eletrônicos, 266  
  térmicos, 266
- Weibull, distribuição de, 47
- Z**
- Z, transformada, 222  
Zona morta, 19



A marca FSC é a garantia de que a madeira utilizada na fabricação do papel com o qual este livro foi impresso provém de florestas gerenciadas, observando-se rigorosos critérios sociais e ambientais e de sustentabilidade.

## ROTAPLAN

BRAFICA E EDITORA LTDA

Rua Álvaro Seixas 165 parte  
Engenho Novo - Rio de Janeiro - RJ  
Tel/Fax: 21-2201-1444  
E-mail: rotaplanrio@gmail.com

