Introduction à la Trigonométrie en 3ème

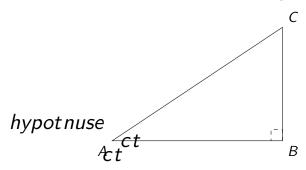
Votre Nom

Votre Établissement

11 avril 2025

Rappel: Le Triangle Rectangle

- Un triangle rectangle possède un **angle droit** (90 degrés) [voir notions de triangle rectangle dans les sources, par exemple, le cours de 3ème mentionne triangle rectangle [1, 2]].
- Le côté opposé à l'angle droit est l' **hypoténuse** (le côté le plus long) [voir définition dans le plan de leçon généré précédemment].
- Les deux autres côtés sont les **côtés adjacents à l'angle droit** [voir définition dans le plan de leçon généré précédemment].



Introduction à la Trigonométrie

La trigonométrie est une branche des mathématiques qui étudie les relations entre les angles et les côtés des triangles, particulièrement les triangles rectangles [voir introduction dans le plan de leçon généré précédemment].

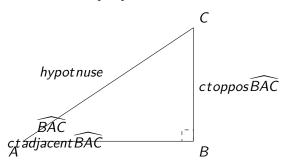
Elle nous permet de :

- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle si l'on connaît la mesure d'un angle aigu et la longueur d'un autre côté [voir objectif de la leçon dans le plan de leçon généré précédemment, et exemple de calcul de longueur avec la trigonométrie dans le cours de 3ème [1]].
- Calculer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle si l'on connaît la longueur de deux de ses côtés [voir objectif de la leçon dans le plan de leçon généré précédemment, et exemple de calcul d'angle avec la trigonométrie dans le cours de 3ème [1]].

Définitions : Côté Opposé et Côté Adjacent

Considérons un angle aigu \widehat{BAC} dans un triangle rectangle ABC (rectangle en B).

- Le côté opposé à l'angle BAC est le côté qui ne touche pas cet angle : [BC].
- Le **côté adjacent** à l'angle \widehat{BAC} est le côté qui touche cet angle, autre que l'hypoténuse : [AB].



Attention : Le côté adjacent dépend de l'angle considéré!

Les Rapports Trigonométriques

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu lpha :

ullet Le **cosinus** de lpha est le rapport du côté adjacent à l'hypoténuse :

$$cos(\alpha) = \frac{Côté Adjacent}{Hypoténuse}$$

• Le **sinus** de α est le rapport du côté opposé à l'hypoténuse :

$$\sin(\alpha) = \frac{\mathsf{C\^{o}t\'{e}\ \mathsf{Oppos\'{e}}}}{\mathsf{Hypot\'{e}nuse}}$$

• La tangente de α est le rapport du côté opposé au côté adjacent :

$$tan(\alpha) = \frac{\text{Côt\'e Oppos\'e}}{\text{Côt\'e Adjacent}}$$

Moyen mnémotechnique : SOH CAH TOA

- Sinus = Opposé / Hypoténuse
- Cosinus = Adjacent / Hypoténuse
- Tangente = Opposé / Adjacent

Calcul de Longueurs avec la Trigonométrie

Pour calculer la longueur d'un côté inconnu :

- Identifier l'angle connu et le côté connu.
- Identifier le côté que l'on cherche.
- Choisir le rapport trigonométrique approprié (cosinus, sinus ou tangente) [voir les définitions précédemment].
- Écrire l'équation et la résoudre.
- Utiliser la calculatrice (en mode degré!).

Exemple:

[Sinus, Propor, Figure Seule, Angle = 30, Echelle = 1cm] ABC530

Calculer la longueur de BC. On connaît l'angle $\widehat{A}=30^\circ$ et l'hypoténuse AB=5 cm. On cherche le côté opposé BC. On utilise le sinus : $\sin(\widehat{A})=\frac{BC}{AB}\sin(30^\circ)=\frac{BC}{5}$ $BC=5\times\sin(30^\circ)=5\times0.5=2.5$ cm. [Exemple similaire au format des exercices du cours de 3ème utilisant la trigonométrie pour calculer une longueur [1]].

Calcul de Mesures d'Angles avec la Trigonométrie

Pour calculer la mesure d'un angle inconnu :

- Identifier le triangle rectangle et l'angle que l'on cherche.
- Identifier les deux côtés dont les longueurs sont connues.
- **1** Choisir le rapport trigonométrique approprié.
- Écrire l'équation.
- Utiliser la fonction inverse de la calculatrice $(\cos^{-1}, \sin^{-1}, \tan^{-1})$ en mode degré.

Exemple:

[Tangente, Propor, Figure Seule, Angle = -60, Echelle = 1cm] KSO 614

Calculer la mesure de l'angle \widehat{K} . On connaît le côté opposé SO=14 et le côté adjacent KS=6. On cherche l'angle \widehat{K} . On utilise la tangente : $\tan(\widehat{K})=\frac{SO}{KS}=\frac{14}{6}$ $\widehat{K}=\arctan\left(\frac{14}{6}\right)\approx 66.8^{\circ}\approx 67^{\circ}$ (arrondi au degré près). [Exemple similaire au format des exercices du cours de 3ème utilisant la trigonométrie pour calculer un angle [1]].

Utilisation de la Calculatrice

- Assurez-vous que votre calculatrice est en mode degré (DEG ou D).
 [Le cours de 3ème mentionne l'utilisation de la calculatrice TI-Collège Plus [3]].
- Pour calculer le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle, utilisez les touches cos, sin ou tan suivies de la mesure de l'angle.
- Pour calculer la mesure d'un angle à partir de son cosinus, sinus ou tangente, utilisez les touches de fonctions inverses :
 - \cos^{-1} (ou arccos, acos ou 2nd + cos) pour trouver un angle à partir de son cosinus.
 - \bullet sin $^{-1}$ (ou arcsin, asin ou 2nd + sin) pour trouver un angle à partir de son sinus.
 - \tan^{-1} (ou arctan, atan ou 2nd + \tan) pour trouver un angle à partir de sa tangente.

Exercices (Exemples)

• Dans le triangle ABC rectangle en B tel que $\widehat{A}=40^\circ$ et AB=7 cm, calculer la longueur de AC. (Utiliser le cosinus).

[Cosinus, Propor, Figure Seule, Angle = 40, Echelle = 1cm] ABC7

• Dans le triangle DEF rectangle en E tel que DE=5 cm et DF=9 cm, calculer la mesure de l'angle \widehat{F} . (Utiliser le cosinus inverse).

[Cosinus Inverse, Propor, Figure Seule] DEF 59

ge [?? ou en créant des figures avec TikZ].

Conclusion

La trigonométrie est un outil puissant pour étudier les triangles rectangles. En connaissant les définitions du cosinus, du sinus et de la tangente, ainsi que l'utilisation des fonctions inverses sur la calculatrice, vous pouvez calculer des longueurs de côtés et des mesures d'angles inconnus.

Références I

- Cours3eme2024.pdf [1-3]
- ProfCollege.pdf [4-6]
- Améliorer son utilisation de 2.5 LaTeX et quelques erreurs à éviter -Infomath [7]
- Cours 9 La classe beamer Exposés sur LaTeX [8]
- Faire des présentations en LaTeX avec beamer Les tuteurs [9]
- LATEX, un peu, beaucoup ORBi [10]
- Des théorèmes personnalisés en LaTeX Bibliothèque Zeste de Savoir [11]
- beamer-math-template Overleaf, Éditeur LaTeX en ligne [12]
- beameruserguide.pdf [13]
- Cours4eme2024.pdf [14]
- DefimathsCollege.pdf [15]

Références II

- Des théorèmes personnalisés en LaTeX Bibliothèque Zeste de Savoir [11]
- Écrire des maths avec LaTeX IMT Mines Albi [16]
- profmaquette-doc.pdf [17]