

## Logique des prédicats

1. On considère le langage logique composé de

**constantes** :  $a, b, c, d, e, f, g$  ;

**prédicats** :  $P$  /unaire,  $Q$  /unaire ;  $R$  /binaire

**variables** :  $x, y, z, u, v, w$

l'interprétation  $I$  définie par

**domaine**  $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$I(a) = 1, I(b) = 2$ , etc.

$I(P) = \{(1), (2), (3)\}$

$I(Q) = \{(4), (5), (6), (7)\}$

$I(R) = \{(1, 4), (2, 4), (3, 7)\}$

Donnez la valeur des expressions suivantes selon l'interprétation  $I$  :

- (a)  $P(b)$
- (b)  $\neg Q(g)$
- (c)  $R(a, b) \vee P(a)$
- (d)  $\exists x Q(x)$
- (e)  $\exists x R(x, g)$
- (f)  $\forall x P(x)$
- (g)  $\forall x (P(x) \vee Q(x))$
- (h)  $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow P(x))$
- (i)  $\forall x \exists y R(x, y)$
- (j)  $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow (R(x, y) \wedge Q(y)))$
- (k)  $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (R(x, y) \wedge Q(y)))$
- (l)  $\forall z (Q(z) \rightarrow \exists u R(u, z))$

2. Recherche de modèles

On considère un langage logique formé des symboles de constantes  $a, b, c, d, e, e_1, e_2, e_3$  et des symboles de prédicats  $P$  (unaire),  $S$  (binaire),  $E$  (unaire),  $G$  (binaire).

On prendr comme domaine d'interprétation les nombres entiers.

(a) Trouvez une modèle  $M$  pour l'ensemble de formules :

$$\{P(a); P(b); S(b, a); S(c, b); E(a) \vee E(b); G(a, a)\}$$

(b) Trouvez une modèle  $N$  pour l'ensemble de formules suivant :

$$\begin{aligned} \{ & \forall x (S(x, y) \rightarrow P(y)) , \\ & \exists z S(z, z), \\ & \forall y \forall z ((P(y) \wedge P(z)) \rightarrow S(x, y)) , \\ & S(a, b) \wedge S(a, c) \wedge S(b, d) \end{aligned}$$

(c) Trouvez une modèle  $K$  pour l'ensemble de formules suivant :

$$\begin{aligned} \{ & P(a), P(b), \\ & S(b, a), \\ & T(c, b), T(d, b), T(e, b), T(e_1, a), \\ & \forall x \forall y \forall u (S(x, y) \wedge T(u, x)) \rightarrow T(u, y), \\ & \exists x T(x, e_2) \end{aligned} \}$$