

第五章 不定积分

一、选择题（选择正确的选项）

1. $\int f(x)dx = x^2 \ln x + C$, 则 $f(x) = (\quad)$.
(A) $2x \ln x$ (B) x (C) $x \ln x$ (D) $x(2 \ln x + 1)$
2. 设 $f(x)$ 是连续函数, $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数 (\quad) .
(A) 当 $f(x)$ 是奇函数时, $F(x)$ 必为偶函数
(B) 当 $f(x)$ 是偶函数时, $F(x)$ 必为奇函数
(C) 当 $f(x)$ 是周期函数时, $F(x)$ 必为周期函数
(D) 当 $f(x)$ 是单调增函数时, $F(x)$ 必为单调增函数
3. 已知 $f'(\cos x) = \sin x$, 则 $f(\cos x) = (\quad)$.
(A) $-\cos x + C$ (B) $\cos x + C$
(C) $\frac{1}{2}(\sin x \cos x - x) + C$ (D) $\frac{1}{2}(x - \sin x \cos x) + C$
4. 若 $\int f(x)e^{x^2} dx = e^{x^2} + C$, 则 $f(x) = (\quad)$.
(A) 1 (B) e^{x^2} (C) x^2 (D) $2x$
5. 下列各式中, 与 $\int \sin 2x dx$ 不相等的是 (\quad) .
(A) $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$ (B) $\sin^2 x + C$ (C) $-\cos^2 x + C$ (D) $\frac{1}{2}\cos 2x + C$
6. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内, 如果 $f'(x) = g'(x)$, 则下列各式中一定成立的是 (\quad) .
(A) $f(x) = g(x)$ (B) $f(x) = g(x) + 1$
(C) $\int f'(x)dx = \int g'(x)dx$ (D) $\left(\int f(x)dx\right)' = \left(\int g(x)dx\right)'$

7. 函数 $2(e^{2x} - e^{-2x})$ 的原函数有 ().

- (A) $(e^x + e^{-x})^2$ (B) $2(e^x - e^{-x})^2$ (C) $e^x + e^{-x}$ (D) $4(e^{2x} + e^{-2x})$

8. 若 $\int f(x) dx = e^x \sin x + C$, 则 $f(x)$ 等于 ().

- (A) $e^x \sin(x + \frac{\pi}{4})$ (B) $\sqrt{2}e^x \sin(x + \frac{\pi}{4})$ (C) $\sqrt{2}e^x \cos(x + \frac{\pi}{4})$ (D) $e^x \cos(x - \frac{\pi}{4})$

9. 设 e^{-x} 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f(x) dx = ()$

- (A) $e^{-x}(1-x) + C$ (B) $e^{-x}(1+x) + C$ (C) $e^{-x}(x-1) + C$ (D) $-e^{-x}(x+1) + C$

10. 若 $\int f(x) dx = x^2 e^{2x} + C$, 则 $f(x)$ 等于 ().

- (A) $2xe^{2x}$ (B) $2x^2 e^{2x}$ (C) xe^{2x} (D) $2x(1+x)e^{2x}$

二、填空题 (请将答案写在横线上)

1. 不定积分 $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 2}{1+x^2} dx =$ _____.

2. 不定积分 $\int \frac{1+xe^{5x}}{x} dx =$ _____.

3. 不定积分 $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx =$ _____.

4. 不定积分 $\int 5^x e^x dx =$ _____.

5. 不定积分 $\int x \ln x dx =$ _____.

6. 不定积分 $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx =$ _____.

7. 不定积分 $\int 5^x e^x dx$ 等于 _____.

三、计算题 (请给出必要的步骤)

1. 求不定积分 $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx$.

2. 求不定积分 $\int \frac{x^2}{1+x^2} \arctan x \, dx$.

3. 求不定积分 $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} \, dx$.

4. 设 $f(\ln x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$, 求不定积分 $\int f(x) \, dx$.

5. 求不定积分 $\int \frac{1+\ln x}{2+(x \ln x)^2} \, dx$.

6. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 e^{-x^2} , 求 $\int x f'(x) \, dx$.

7. (本题 10 分) 求不定积分 $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} \, dx$.

8. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $x^2 \sin x$, 计算不定积分 $\int x f'(x) \, dx$.

9. 求曲线 $y^3 = (x^2 + 1)^{\sin x}$ 上 $x = 0$ 处的切线方程.

10. 求 $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} \, dx$.

11. 设 e^{-x} 是 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int x f(x) \, dx$.

(A 班) 求 $\int x f''(2x) \, dx$.

12. 求不定积分 $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}} \, dx$.

13. 已知 $\frac{\sin x}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 求不定积分 $\int x f'(x) \, dx$.

14. 求不定积分 $\int \frac{2}{x(3+2 \ln x)} \, dx$.

15. 求不定积分 $\int (\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})dx$.

16. 设 $f(\ln x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$, 试求 $\int f(x)dx$.

17. 求不定积分 $\int \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}}dx$

18. 求不定积分 $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}dx$

19. 求不定积分 $\int x^2 \arctan x dx$

20. 求 $\int \frac{x^3}{1+x^2}dx$.

21. 设函数 $f(x)$ 的一个原函数是 $\frac{\sin x}{x}$, 试求 $\int x f'(x)dx$.