

## 第五章 不定积分

### 一、选择题（选择正确的选项）

1.  $\int f(x)dx = x^2 \ln x + C$ , 则  $f(x) = ( \quad )$ .  
(A)  $2x \ln x$  (B)  $x$  (C)  $x \ln x$  (D)  $x(2 \ln x + 1)$
2. 设  $f(x)$  是连续函数,  $F(x)$  是  $f(x)$  的原函数  $( \quad )$ .  
(A) 当  $f(x)$  是奇函数时,  $F(x)$  必为偶函数  
(B) 当  $f(x)$  是偶函数时,  $F(x)$  必为奇函数  
(C) 当  $f(x)$  是周期函数时,  $F(x)$  必为周期函数  
(D) 当  $f(x)$  是单调增函数时,  $F(x)$  必为单调增函数
3. 已知  $f'(\cos x) = \sin x$ , 则  $f(\cos x) = ( \quad )$ .  
(A)  $-\cos x + C$  (B)  $\cos x + C$   
(C)  $\frac{1}{2}(\sin x \cos x - x) + C$  (D)  $\frac{1}{2}(x - \sin x \cos x) + C$
4. 若  $\int f(x)e^{x^2} dx = e^{x^2} + C$ , 则  $f(x) = ( \quad )$ .  
(A) 1 (B)  $e^{x^2}$  (C)  $x^2$  (D)  $2x$
5. 下列各式中, 与  $\int \sin 2x dx$  不相等的是  $( \quad )$ .  
(A)  $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$  (B)  $\sin^2 x + C$  (C)  $-\cos^2 x + C$  (D)  $\frac{1}{2}\cos 2x + C$
6. 在区间  $(-\infty, +\infty)$  内, 如果  $f'(x) = g'(x)$ , 则下列各式中一定成立的是  $( \quad )$ .  
(A)  $f(x) = g(x)$  (B)  $f(x) = g(x) + 1$   
(C)  $\int f'(x)dx = \int g'(x)dx$  (D)  $\left(\int f(x)dx\right)' = \left(\int g(x)dx\right)'$

7. 函数  $2(e^{2x} - e^{-2x})$  的原函数有 ( ).

- (A)  $(e^x + e^{-x})^2$  (B)  $2(e^x - e^{-x})^2$  (C)  $e^x + e^{-x}$  (D)  $4(e^{2x} + e^{-2x})$

8. 若  $\int f(x) dx = e^x \sin x + C$ , 则  $f(x)$  等于 ( ).

- (A)  $e^x \sin(x + \frac{\pi}{4})$  (B)  $\sqrt{2}e^x \sin(x + \frac{\pi}{4})$  (C)  $\sqrt{2}e^x \cos(x + \frac{\pi}{4})$  (D)  $e^x \cos(x - \frac{\pi}{4})$

9. 设  $e^{-x}$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int x f(x) dx = ( )$

- (A)  $e^{-x}(1-x) + C$  (B)  $e^{-x}(1+x) + C$  (C)  $e^{-x}(x-1) + C$  (D)  $-e^{-x}(x+1) + C$

10. 若  $\int f(x) dx = x^2 e^{2x} + C$ , 则  $f(x)$  等于 ( ).

- (A)  $2xe^{2x}$  (B)  $2x^2 e^{2x}$  (C)  $xe^{2x}$  (D)  $2x(1+x)e^{2x}$

## 二、填空题 (请将答案写在横线上)

1. 不定积分  $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 2}{1+x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

2. 不定积分  $\int \frac{1+x e^{5x}}{x} dx =$  \_\_\_\_\_.

3. 不定积分  $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx =$  \_\_\_\_\_.

4. 不定积分  $\int 5^x e^x dx =$  \_\_\_\_\_.

5. 不定积分  $\int x \ln x dx =$  \_\_\_\_\_.

6. 不定积分  $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx =$  \_\_\_\_\_.

7. 不定积分  $\int 5^x e^x dx$  等于 \_\_\_\_\_.

## 三、计算题 (请给出必要的步骤)

1. 求不定积分  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx$ .

2. 求不定积分  $\int \frac{x^2}{1+x^2} \arctan x \, dx$ .

3. 求不定积分  $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} \, dx$ .

4. 设  $f(\ln x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$ , 求不定积分  $\int f(x) \, dx$ .

5. 求不定积分  $\int \frac{1+\ln x}{2+(x \ln x)^2} \, dx$ .

6. 已知  $f(x)$  的一个原函数是  $e^{-x^2}$ , 求  $\int x f'(x) \, dx$ .

7. (本题 10 分) 求不定积分  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} \, dx$ .

8. 设  $f(x)$  的一个原函数为  $x^2 \sin x$ , 计算不定积分  $\int x f'(x) \, dx$ .

9. 求曲线  $y^3 = (x^2 + 1)^{\sin x}$  上  $x = 0$  处的切线方程.

10. 求  $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} \, dx$ .

11. 设  $e^{-x}$  是  $f(x)$  的一个原函数, 求  $\int x f(x) \, dx$ .

(A 班) 求  $\int x f''(2x) \, dx$ .

12. 求不定积分  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}} \, dx$ .

13. 已知  $\frac{\sin x}{x}$  是  $f(x)$  的一个原函数, 求不定积分  $\int x f'(x) \, dx$ .

14. 求不定积分  $\int \frac{2}{x(3+2 \ln x)} \, dx$ .

15. 求不定积分  $\int (\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})dx$ .

16. 设  $f(\ln x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$ , 试求  $\int f(x)dx$ .

17. 求不定积分  $\int \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}}dx$

18. 求不定积分  $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}dx$

19. 求不定积分  $\int x^2 \arctan x dx$

20. 求  $\int \frac{x^3}{1+x^2}dx$ .

21. 设函数  $f(x)$  的一个原函数是  $\frac{\sin x}{x}$ , 试求  $\int x f'(x)dx$ .