

第二章 极限与连续

一、选择题（选择正确的选项）

1. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 若 $\ln^\alpha(1+2x)$, $(1-\cos x)^{\frac{1}{\alpha}}$, 均是比 x 高阶无穷小量, 则 α 的取值范围是 ().

(A) $(2, +\infty)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(\frac{1}{2}, 1)$ (D) $(0, \frac{1}{2})$

2. 函数 $f(x) = \frac{(e^{\frac{1}{x}} + e)\tan x}{x(e^{\frac{1}{x}} - e)}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的第一类间断点是 $x = ()$.

(A) 0 (B) 1 (C) $-\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

3. 下列极限中, 极限不为0的是 ().

(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x}$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{x}$
(C) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$ (D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x^5 + x^3}$

4. 下列运算正确的是 ().

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sin x \cdot \cos \frac{1}{x} \right) = 0 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x} = 0$
(B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x}{x^3} = 0$
(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + 2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 0$
(D) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan 3x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$

5. 设函数 $f(x) = \frac{x \ln x^2}{|x-1|}$, 则 $f(x)$ 有 ().

(A) 两个可去间断点 (B) 一个可去间断点, 一个跳跃间断
(C) 两个无穷间断点 (D) 一个可去间断点, 一个无穷间断点

6. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sqrt{2+x^3}-\sqrt{2}$ 与 x^2 比较是 ().
 (A) 高阶无穷小量 (B) 等价无穷小量 (C) 低阶无穷小量 (D) 同阶无穷小量
7. 函数 $f(x)=\frac{\sin(x-1)}{x^2-1}$ 的第二类间断点是 ().
 (A) $x=1$ (B) $x=-1$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$
8. 函数 $f(x)=\frac{x}{\cos x}$ 的第一类间断点个数是 ().
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
9. 函数 $f(x)=\frac{x}{\tan x}$ 的第一类间断点是 ().
 (A) $x=2\pi$ (B) $x=-\pi$ (C) $x=0$ (D) $x=\pi$
10. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x-\sin x$ 是比 x^2 的 ().
 (A) 低阶无穷小 (B) 高阶无穷小
 (C) 等价无穷小 (D) 同阶但非等价无穷小
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x^2)}{x-1} = ()$
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) -2 (D) $\frac{1}{2}$
12. 下列函数在其定义域内连续的是 ()
- (A) $f(x)=\frac{1}{x}$

(C) $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(B) $f(x)=\begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(D) $f(x)=\begin{cases} \sin x, & x \neq 0 \\ \cos x, & x = 0 \end{cases}$
13. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)=a$, 则必有 ().
 (A) $f(x)$ 在点 x_0 的某一个去心领域内有定义;
 (B) $f(x)$ 在点 x_0 处有定义;
 (C) $f(x)$ 在点 x_0 的任意一个去心领域内有定义;
 (D) $a=f(x_0)$.

14. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sin x}$ 的第一类间断点是 ().

- (A) $x = \frac{\pi}{2}$; (B) $x = -\pi$; (C) $x = 0$; (D) $x = \pi$.

二、填空题 (请将答案写在横线上)

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (1 - \frac{3x}{2})^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 $A =$ _____.

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos kx$ 与 x^2 是等价无穷小量, 则 $k =$ _____.

3. 设 $f(x) = x \sin \frac{3}{x} + \frac{\sin x}{x}$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$ _____.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - e^{-x}} =$ _____.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} + x \sin \frac{1}{x} \right) =$ _____.

6. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{kx} = 9$, 则 $k =$ _____.

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin x}{x} + x \sin \frac{1}{x} \right)$ 等于 _____.

三、计算题 (请给出必要的步骤)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$.

2. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^{\sqrt{n}}$.