

Analyse Spectrale - TP n3

Mathieu Chalvidal

January 2019

1 Localisation de sources

1.1 Présentation du problème

1.1.1 Géométrie du réseau de capteurs

On considère un réseau de capteurs (R) composés de deux sous réseaux linéaires uniformes ($R1$ et $R2$) chacun de N capteurs décalés d'une distance D (cf. figure 1). Les capteurs sont supposés omnidirectionnels uniformément espacés d'une demi longueur d'onde ($\Delta = \lambda/2$). A l'aide de ce système, on désire estimer les directions d'arrivée des sources et d'en séparer les signaux.

1.1.2 Modélisation et réponse spatiale

L'hypothèse des signaux sinusoïdaux à bande étroite en champ lointain nous permet d'écrire que pour chaque réseaux de capteur, le signal reçu $\mathbf{y}_i[l]$ s'écrit sous la forme

$$\mathbf{y}_i[l] = \mathbf{A}b_i[l] + n_i[l]$$

Il vient donc le résultat compact en concaténant les vecteur $b_1[l]$ et $b_2[l]$ et les vecteurs bruit $n_1[l]$ et $n_2[l]$ de la manière suivante:

$$\begin{aligned} b[l] &= [b_1^T[l], b_2^T[l]] \\ n[l] &= [n_1^T[l], n_2^T[l]] \end{aligned}$$

Nous rappelons que la réponse à un signal $y[l]$ d'un filtre à réponse impulsionnelle finie s'écrit:

$$z[l] = h^H y[l]$$

où H désigne le produit hermitien)

L'expression des coefficients du filtre basé sur la formation de voies est la solution d'un problème de minimisation sous contrainte donnant:

$$h_{\theta_f} = \frac{1}{M} \mathbf{a}(\theta_f)$$

où $\mathbf{a}(\theta_f)$ correspond au signal sinusoïdal paramétré par l'angle θ proposé dans l'énoncé.

Nous traçons dans la figure suivante, la réponse spatiale du filtre basé sur cette méthode.

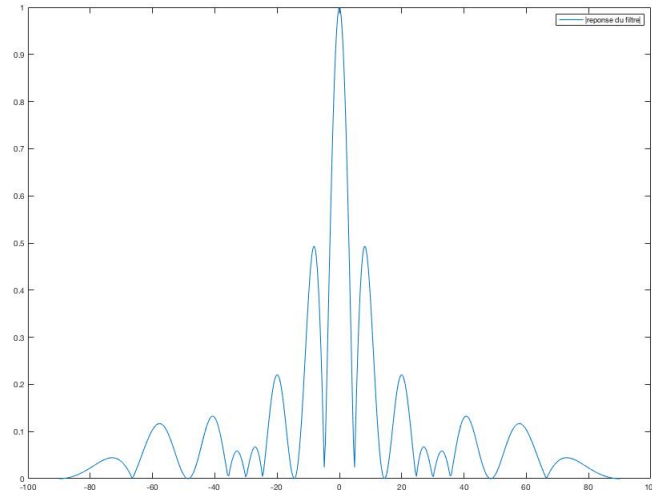


Figure 1: Gain du filtre par la méthode de formation de voie

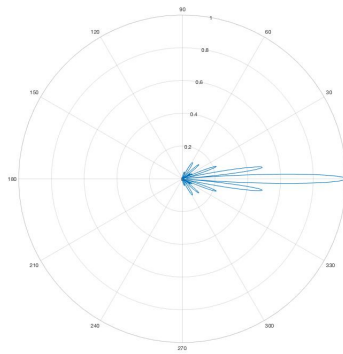


Figure 2: Gain du filtre par la méthode de formation de voie en coordonnées polaires

La résolution angulaire de la formation de voie standard pour un signal d'incidence normale

2 Estimation des directions d'arrivées

Cette section s'intéresse à la détection du nombre de source du signal Y .

2.1 Formtion de voie standard

Nous proposons l'utilisaions du critère de puissance suivant:

$$S(\theta) = a(\theta)^H Ra(\theta)$$

Ce qui nous donne le tracé de la figure 3 en coordonnées polaires. Nous discernons 4 5 voies porteuses d'énergie.

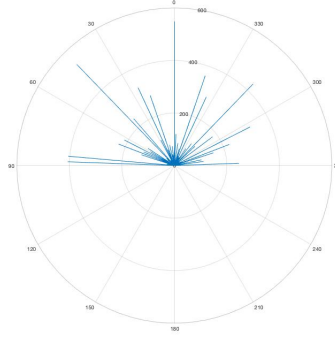


Figure 3: Puissance estimée sur le domaine $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

2.2 Music

Ici nous adaptons le critère de Music à la géométrie du problème en utilisant notre formulation de la section 1. Nous estimons la matrice de Correlation \mathbf{R} et nous construisons le sous-espace bruit E_N . Le seuil de séparation sous-espace bruit et sous-espace signal semble évident en traçant les valeurs propres de la matrice de corrélation. Nous traçons par la suite le pseudo spectre de MUSIC en échelle logarithmique et coordonnées polaires.

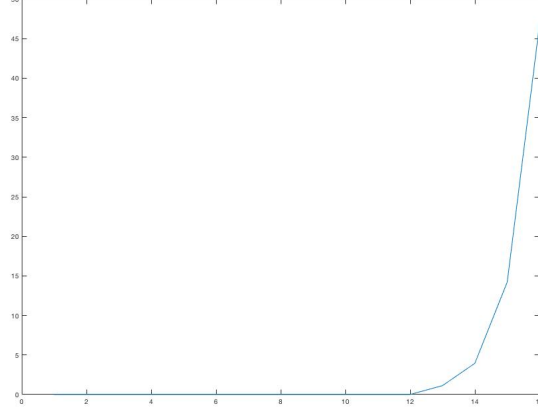


Figure 4: Valeurs propres ordonnées de la matrice de corrélation

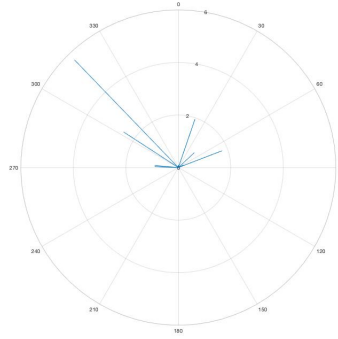


Figure 5: Pseudo Spectre de Music sur le domaine $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

2.3 Esprit

Enfin, nous comparons les critères précédants avec le critère ESPRIT. En effet nous pouvons utiliser les 2 réseaux de capteurs décalés pour générer les sous-espaces propres associées aux fréquences réduites des sources sinusoïdales sachant

$$a_2(\theta) = a_1(\theta)e^{-2\pi i \frac{D}{\lambda} \sin(\theta)}$$

Nous construisons les sous-espaces propres E1 et E2 des 2 réseaux de capteurs et résolvons par la méthode des moindres carrés le problème de translation qui possède une forme close.

$$F_{LS} = E_S^{1\dagger} E_S^2$$

Nous calculons alors la vecteurs propres de la matrice F . pour estimer les directions θ_i d'arrivée.

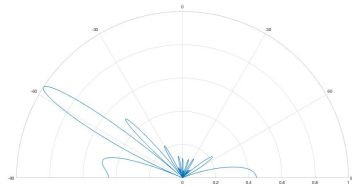
0.0336
0.0280
-0.1697
0.0642

2.4 Filtrage spacial

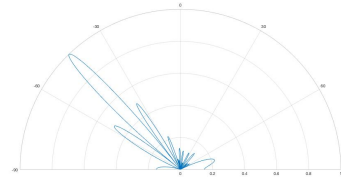
Nous traçons à l'aide de la fonction:

$$f_{\text{filtre}_h}(\theta, \theta_{\text{filtre}}, Y)$$

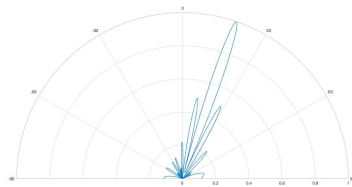
les réponses impulsionnelles des filtres orientés dans les quatres directions où nous avons relevé des sources.



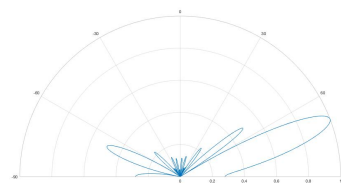
(a) filtre orienté à -57



(b) filtre orienté à -44

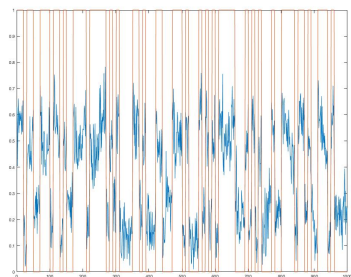


(a) filtre orienté à 19

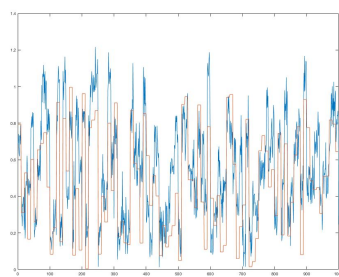


(b) filtre orienté à 69

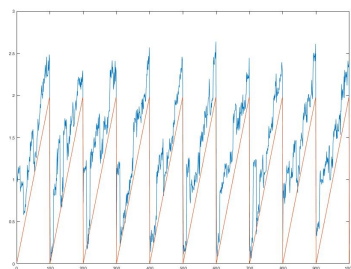
Nous appliquons par la suite ces filtres et les comparons au signaux du fichier `antenne.mat`. Il vient finalement:



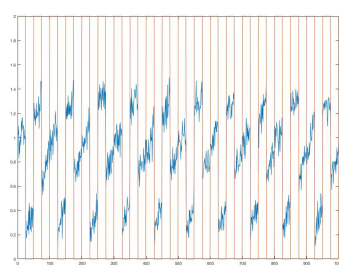
(a) signal recomposé par filtrage à -57



(b) signal recomposé par filtrage à -44



(a) signal recomposé par filtrage à 19



(b) signal recomposé par filtrage à 69