Algorithme génétique: application au problème du voyageur de commerce.

Mathieu Mandret

Table des matières

1 Introduction

1.1 Le problème du voyageur de commerce

On énonce la situation suivante : Un commerçant doit se rendre dans une liste de villes données. Il doit passer une seule fois par chaque ville et revenir à sa ville de départ à la fin de son voyage. On veut pouvoir savoir dans quel ordre il doit visiter les villes pour parcourir le moins de distance possible. Mais il se pose un problème d'explosion combinatoire, en effet, pour n villes, il existe $n!$ ordres de parcours.

Quelques exemples :

Pour $n = 10$ on a $n! = 3628800$, donc pour un parcours contenant 10 villes, il existe plus de 3 millions de parcours possibles.

Pour $n = 30$ on a $n! \simeq 2.65 \times 10^{32}$

Une approche déterministe n'est donc pas envisageable, il faudrait générer toutes ces permutations puis les évaluer unes par une pour trouver la meilleure ce qui prendrait un temps considérable.

On observe que la fonction $f : x \to x!$ croît extrêmement vite :

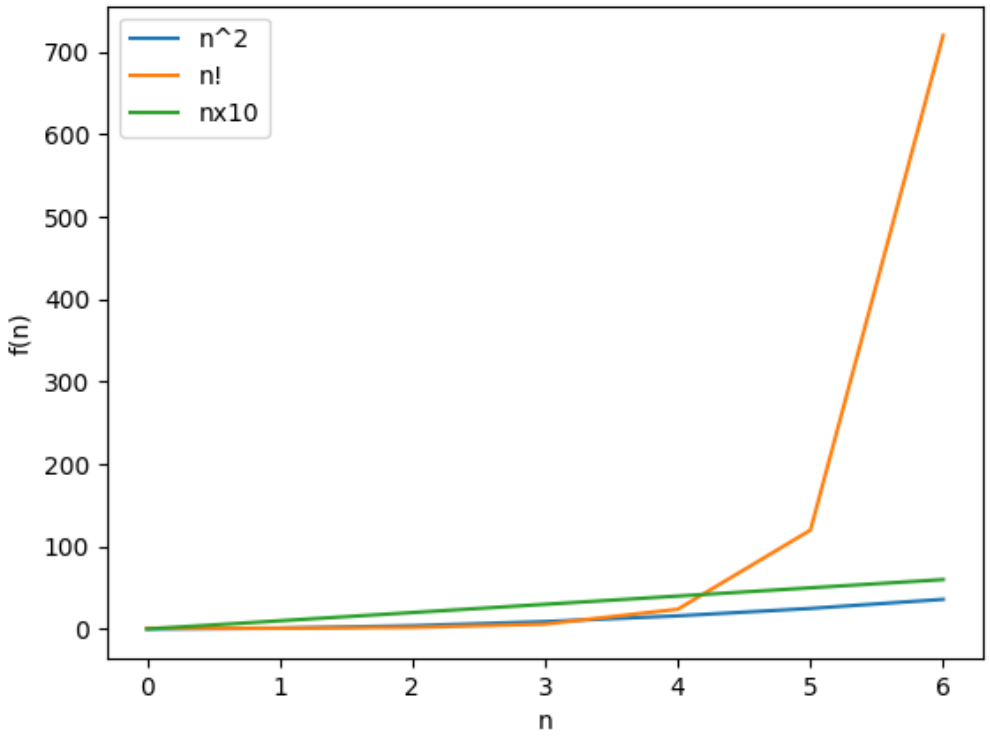


FIGURE 1 – Croissance des fonctions $n^2, n \times 10$ et $n!$

1.2 Les algorithme génétiques

On peut toutefois espérer trouver une solution approchée à ce problème avec un algorithme génétique.

C'est un type d'algorithme évolutionniste dont le but est de trouver une solution approchée à un problème d'optimisation. L'algorithme génétique est inspiré de la théorie de l'évolution qui dit que :

— Une espèce connaîtra forcément des variations aléatoires
— Si la variation est gênante pour l'individu, il ne se reproduira pas ou peu, et cette variation disparaîtras
— Si cette variation est avantageuse, il se reproduira plus et elle se diffusera dans les générations futures.

Dans un algorithme génétique, on retrouve toujours les composantes suivantes :

1.2.1 L'individu

C'est simplement une solution potentielle au problème.

1.2.2 La population

Une population est un ensemble d'individus divers. Analogiquement à la biologie, c'est une espèce.

1.2.3 La "fitness"

C'est une valeur associée à chaque individu, elle permet de quantifier à quel point une solution est adaptée au problème. Et des opérations permettant de faire évoluer une population vers une génération meilleure :

1.2.4 L'évaluation

Elle consiste à analyser tous les individus de la population pour associer à chacun une valeur de fitness.

1.2.5 La sélection

C'est la méthode qui permet de choisir dans la population 2 parents pour générer un individu fils. Si on fait le parallèle avec la théorie de l'évolution, cette opération représente la sélection naturelle, les individus avec les meilleures caractéristiques, et donc la meilleure fitness, on plus de chance de survivre, ce qui est matérialisé par le fait qu'ils ont plus de chance d'être sélectionnés pour se reproduire et transmettre leurs caractéristiques au générations futures.

1.2.6 Le croisement, ou "crossover"

Croiser 2 individus représente le processus de reproduction dans la nature. Il revient à créer un individu fils en combinant 2 parents, les caractéristiques du fils seront alors un mélange aléatoire de celles des parents.

1.2.7 La mutation

Un mutation est un changement aléatoire des caractéristiques d'un individu.

Pour générer une solution approchée, un algorithme génétique suit le déroulement suivant :

1. On génère une population d'individus.
2. On les évalue
3. On sélectionne les meilleurs individus qui seront les parents de la prochaine génération

4. On les croise pour créer les individus fils
5. On fait muter une partie de ces fils

On peut ensuite répéter ces étapes autant de fois qu'on le souhaite, jusqu'à obtenir un résultat satisfaisant, il faut alors une condition d'arrêt, qui peut être par exemple une valeur de fitness cible ou un nombre limite de générations. On peut modéliser ce déroulement avec un diagramme :

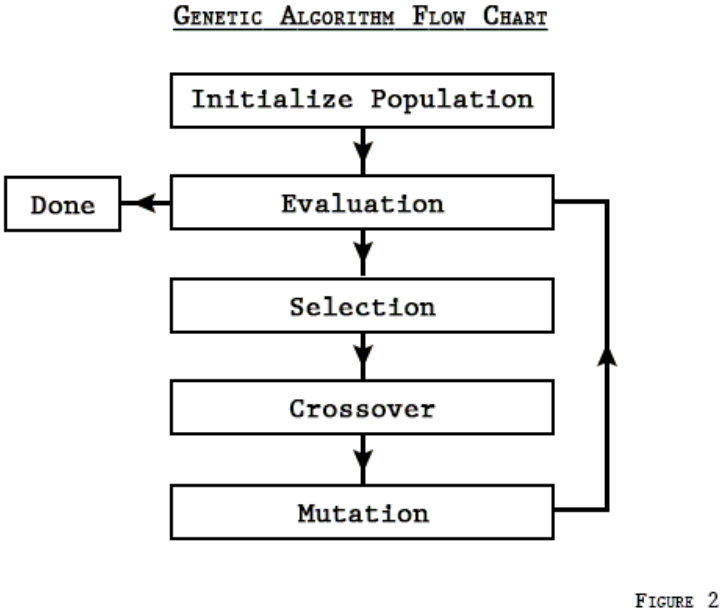


Figure 2 – Déroulement d'un algorithme génétique. Source :becominghuman.ai

2 Application au problème du voyageur de commerce.

On utilisera donc un algorithme génétique pour une approximation du chemin le plus courant reliant n villes. **L'individu** sera alors un chemin, et sa valeur de **fitness** sera sa longueur.

2.1 Représenter les entités

Une ville est représentée par ses coordonnées X et Y. Un chemin est une liste ordonnée de villes, sa fitness est sa longueur. Il est aussi possible de représenter chaque individu par une chaîne binaire, permettant de stocker un très grand nombre d'individus avec une chaîne de longueur relativement petite, par exemple, pour une longueur $l = 100$, on peut représenter $2^{100} = 1.27 \times 10^{31}$ individus. Mais pour des raisons de clarté et de simplicité d'implémentation, les solution à des problèmes de combinatoire utilisent en général directement des représentations directes des solutions. La population sera donc un ensemble de chemin.

L'algorithme est implémenté dans le paradigme orienté objet avec les classes suivantes :

— Ville
— Chemin
— Population
— Client

Où le client est l'application principale permettant de choisir les paramètres et de visualiser l'évolution de la population. Ce qui nous donne l'architecture suivante :

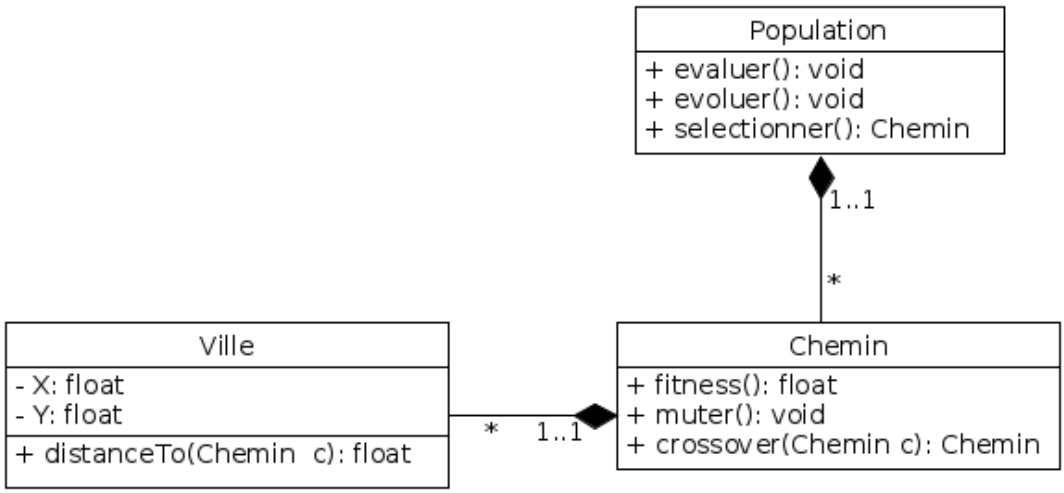


FIGURE 3 – Diagramme de classe UML

2.2 Quelques méthodes

Il existe plusieurs façons de faire chaque opération dans un algorithme génétique. Voici une liste de celles que j'ai implémenté.

2.2.1 La génération de la population

Afin d'avoir de bon résultat, il est primordial d'avoir une grande diversité dans les individus de la population initiale, autrement la population se stabiliserait très vite et on retrouverait toujours les mêmes éléments. Mais on doit aussi générer cette population aléatoirement, il faut alors contrôler cette génération afin qu'on ne retrouve jamais 2 fois le même chemin dans la population initiale. Ceci est plutôt simple grâce à l'opérateur *not in* proposé par Python qui permet de vérifier si un element appartient déjà à une liste. En définissant la méthode *__eq__* dans la classe chemin, on peut déterminer quand est ce que 2 chemins sont égaux et ainsi savoir si un chemin existe déjà dans la population.

2.2.2 La sélection

La sélection est implémentée par 2 méthodes : par roulette et par tournoi. La sélection par roulette à donner à chaque individu une change d'être sélectionné proportionnelle à sa fitness. Quant à la sélection par tournoi, elle consiste à prendre une sous partie de la population et d'en sélectionner le meilleur individu. Cette méthode, ou du moins la manière dont je l'ai implémentée pose un problème de performance, à chaque évolution, on doit sommer toutes les *fitness* de la population pour pouvoir connaître le proportion de cette somme que la *fitness* d'un individu représente.

2.2.3 La mutation

Il y a aussi 2 méthodes de mutation dans l'algorithme : la méthode *swap* qui échange juste la position de 2 villes dans un chemin, et la méthode *scramble* qui mélange toutes les villes entre 2 points d'un chemin.

2.2.4 Le croisement

Pour créer un chemin fils en combinant 2 parents, il faut une méthode de croisement. Celle utilisée ici est la *Partially Matched Crossover* ou *PMX*. Il consiste à choisir aléatoirement 2 points de découpe dans un chemin, et de remplir l'intérieur de ces points avec des composantes, ici des villes, du premier parent, ensuite, on parcoure touts les emplacement restés vides et on y place des villes du deuxième parent si elle n'y sont pas déjà.

2.2.5 L'évolution

La paramètre pouvant varier dans la méthode d'évolution est l'élitisme. Si l'élitisme est activé, on conserve une partie des meilleurs parents dans la génération suivante.

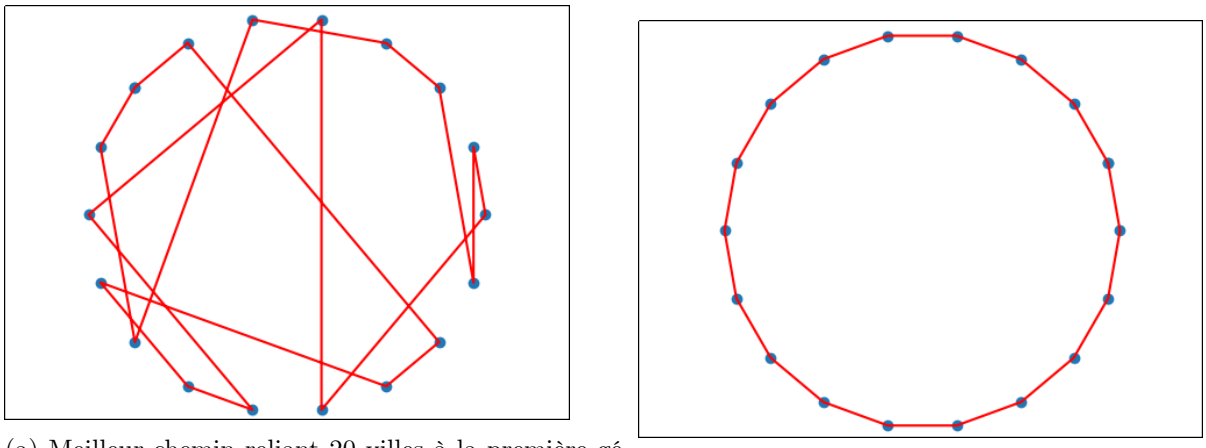
3 Le client

Lorsqu'on lance l'application avec le fichier principal *tk_ client.py*. On se retrouve face à cette fenêtre :

À partir d'ici, on peut choisir les villes que l'on cherche à relier depuis un fichier *csv* qui contient une liste de coordonnées. On peut aussi choisir la méthode de sélection, de mutation, le nombre d'individus dans la population, la condition d'arrêt, qui est ici un nombre de générations cible, puisqu'on ne connaît pas à l'avance le résultat que l'on veut obtenir. On peut aussi choisir si on veut de l'élitisme dans la sélection et si l'on veut enregistrer la trace de l'exécution, par défaut dans le fichier *data.csv*.

4 Les résultats

Pour un nombre de ville relativement petit, on arrive rapidement à un bon résultat, par exemple, voici le résultat pour 19 villes disposées le long d'un cercle afin que l'on puisse connaître à l'avance le chemin le plus court.



(a) Meilleur chemin reliant 20 villes à la première génération

(b) Meilleur chemin après 200 générations

FIGURE 4 – Évolution d'une population de 80 individus avec 3% de mutation

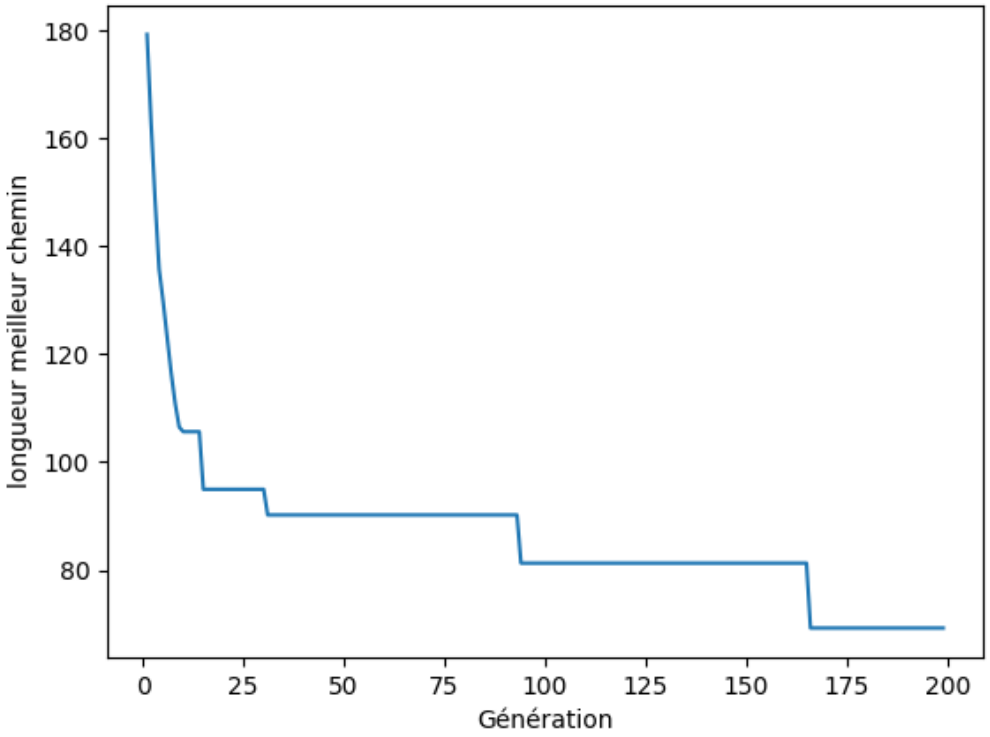
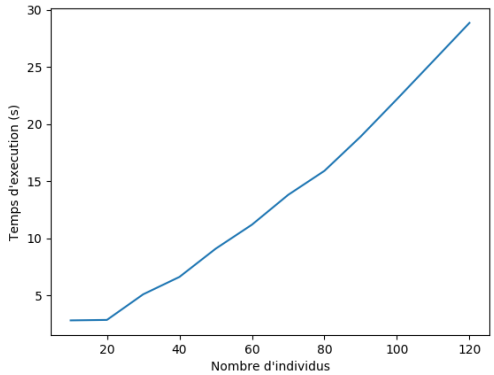


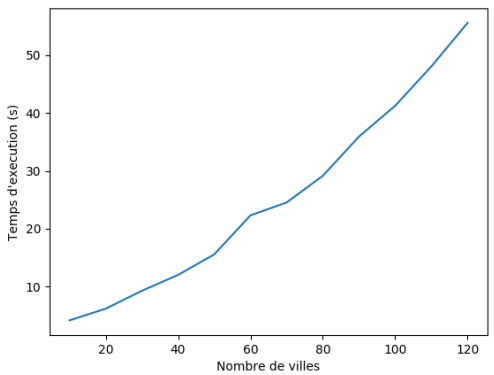
FIGURE 5 – Évolution de la longueur du meilleur chemin en fonction des générations

4.1 Performances

Le temps d'exécution pour un même nombre de générations varie en fonction du nombre de villes à relier et du nombre d'individus dans la population, pour évoluer à la génération suivante, on doit parcourir les n villes, pour évaluer la population et pour sélectionner 2 parents.



(a) En fonction du nombre d'individus.



(b) En fonction du nombre de villes

FIGURE 6 – Évolution d'une population de 80 individus avec 3% de mutation

On remarque que l'impact du nombre d'individus et de villes est linéaire et assez similaire. Toutefois, l'augmentation du nombre de villes à un influence plus le temps d'exécution plus importante que le nombre de villes.

5 Conclusion

5.1 Difficultés rencontrées

Bien que le concept général de l'algorithme génétique soit plutôt simple, l'implémentation de la fonction crossover m'a pris beaucoup de temps. J'essayais d'extraire un sous tableau de la liste de villes d'un chemin pour y placer les villes du parent et d'en suite réintégrer ce tableau à la liste. Alors qu'il suffisait d'utiliser un tableau sous sa forme canonique pour le fils, dont toutes les cases sont initialisées à *None* et de parcourir le fils avec une boucle *for* du type :

```
for i in range(point_de_decoupe_1, point_de_decoupe_2)
```

pour placer les villes du premier parent à l'intérieur du point de découpe. Pour remplir le reste, il faut ensuite parcourir toutes les cellules du fils jusqu'à rencontrer un *None*, puis parcourir toutes les villes du deuxième parent pour en trouver une qui ne figure pas déjà dans la fils, encore une fois grâce à l'opérateur *not in*.