

ENSTA PARIS - INSTITUT POLYTECHNIQUE DE PARIS

MS210 - ANALYSE PROBABILISTE DES STRUCTURES

PROJET DE FIN DE MODULE

Optimisation d'un hélicoptère en papier

Auteur

Mathilde DUTREUILH

Enseignant

Guillaume PERRIN

Rendu du projet le 11 mai 2020

Note : Tous les codes qui accompagnent ce rapport sont disponibles ici
https://github.com/mathildtrh/MS210_projet_helico

<https://synapses.ensta-paris.fr/catalogue/2019-2020/ue/4282/MS210-analyse-probabiliste-des-structures>



Table des matières

1	Introduction	2
2	Mise en place d'un modèle prédictif d'hélicoptère en papier	2
2.1	Étape A : Définition du problème	3
2.1.1	Modèle mathématique et résolution numérique	3
2.1.2	Calibration de la valeur de C_x	4
2.2	Étape B et C : Sources d'incertitudes et propagation	6
2.2.1	Incertitudes épistémiques	6
2.2.2	Incertitudes aléatoires	7
2.2.3	Incertitudes sur les sorties	7
2.2.4	Propagation des incertitudes	7
2.3	Regard critique sur les résultats obtenus	7
3	Phase 2 : Optimisation du design sous incertitudes	8
3.1	Plan One-At-a-Time : influence individuelle des paramètres	8
3.2	Première phase d'optimisation	8
3.2.1	Exploration du plan (Rw, Rr)	8
3.2.2	Maximisation du temps de chute	8
3.3	Améliorations envisagées	9
3.4	Vérification, validation	12
4	Conclusion	13
5	Annexes	14
5.1	Lancer d'un hélicoptère - Plans d'expérience	14
5.2	Résultats d'analyse de sensibilité par un plan OAT	14

1 Introduction

Le présent rapport de projet rassemble de la manière la plus exhaustive possible les différentes étapes de réalisations, expériences, simulations et interprétations qui ont rendu possible l'optimisation d'un hélicoptère en papier. Les méthodes utilisées pour ce projet suivent le plus fidèlement possibles celles enseignées dans le module électif MS210 - Analyse probabiliste des structures, dispensé à l'ENSTA Paris en 2ème année. Les codes de simulation et d'optimisation sont, eux aussi, très largement inspirés de ceux de M. Guillaume Perrin, responsable de ce cours.

L'argumentation qui suit est divisée en deux grandes parties, comme conseillé par le sujet. La première concerne essentiellement la modélisation de l'hélicoptère avec prise en compte des incertitudes liées aux mesures et au "constructeur" tandis que la deuxième se base sur les résultats de la première pour choisir un design optimal d'hélicoptère.

2 Mise en place d'un modèle prédictif d'hélicoptère en papier

On se propose de réaliser un hélicoptère en papier comme indiqué sur la figure 1. Les paramètres ajustables sont rassemblés dans un vecteur $x = (R_w, R_r, Bl, Tl, Tw)$ et, en modifiant ces paramètres, il est possible de modifier la chute de l'hélicoptère. Il tournera (ou pas) à une certaine fréquence et aura une chute plus ou moins rapide. On cherche à trouver le design qui donnerait le temps de chute le plus long possible, en se limitant à une feuille A5 (21×15 cm) pour découper l'hélicoptère. Pas de scotch ou de colle : seul un trombone est attaché à la queue de l'hélicoptère pour le stabiliser et le rendre un peu plus massif. Le sujet du projet suggère l'utilisation de feuilles A4 mais des restrictions budgétaires domestiques dues à l'impression massive d'attestations dérogatoires de sortie m'ont contraintes à l'utilisation de demi-feuilles.

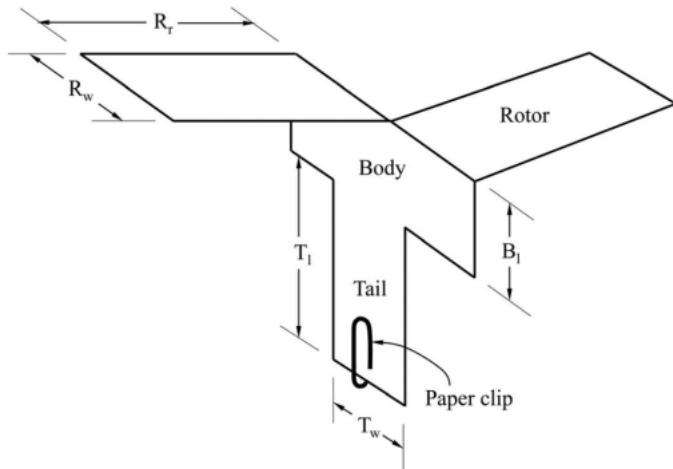


FIGURE 1 – Schéma de l'hélicoptère et notations

Mon premier travail a été de poser les bases d'un modèle mathématique puis numérique de l'expérience, tout en étant consciente de ses limites, quitte à revenir dessus, dans une démarche d'amélioration itérative. La seconde étape a été d'identifier les plus grandes sources d'incertitudes et enfin il m'a fallu les propager dans le modèle employé dans un troisième temps. Cette démarche m'a permis de définir un modèle dit "prédictif" du comportement de tous les hélicoptères basés sur la forme de la figure 1. L'intérêt est bien entendu de pouvoir réduire le nombre d'expériences à réaliser pour trouver le design optimal.

2.1 Étape A : Définition du problème

2.1.1 Modèle mathématique et résolution numérique

Notre problème est ici :

"Lorsqu'on le lâche d'une hauteur H , au bout de combien de temps un hélicoptère de dimensions R_w, R_r, B_l, T_l et T_w touche-t-il le sol ?"

Cette question met en évidence à la fois la quantité d'intérêt, le temps de chute de l'hélicoptère, et les paramètres variables de notre modèle, R_w, R_r, B_l, T_l et T_w . La façon la plus simple de déterminer le temps de chute d'un hélicoptère de masse connue est de développer un modèle de mécanique du point, c'est-à-dire en ramenant toutes les caractéristiques du solide en son centre de gravité, qu'on appellera ici G_h . La figure 2 résume les hypothèses physiques faites pour ce problème et le bilan des forces retenu. J'ai supposé ici que l'hélicoptère n'était soumis qu'à son poids et à une force de frottements quadratiques.

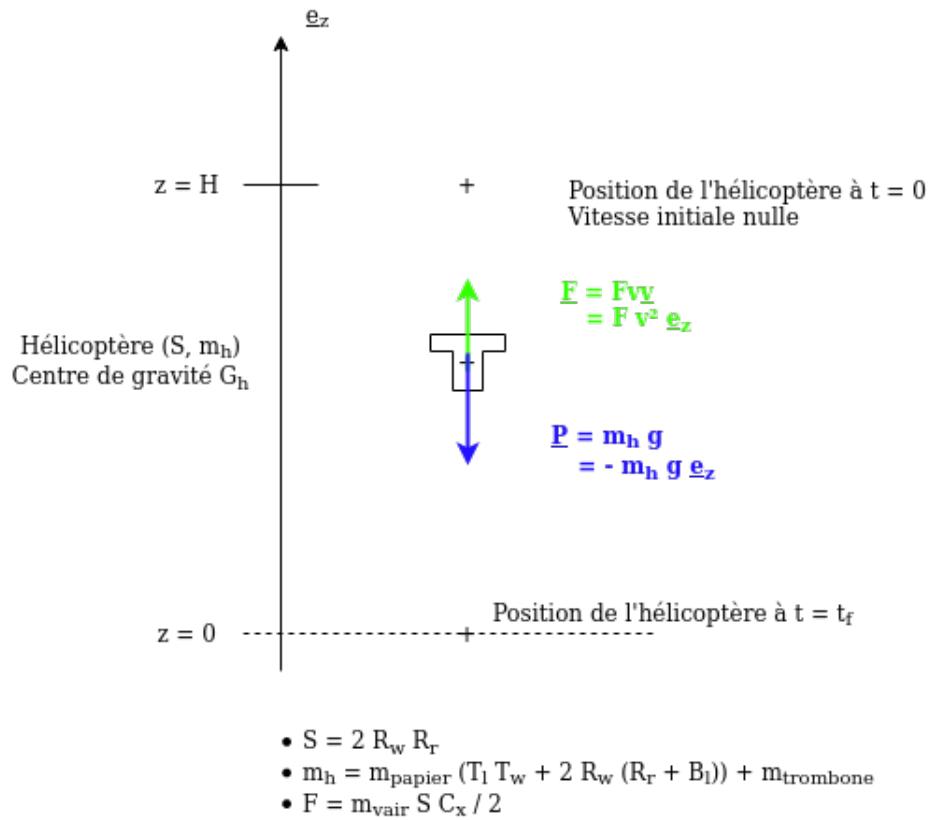


FIGURE 2 – Schéma du problème - Bilan des forces

L'application du principe fondamental de la dynamique, projeté sur l'axe e_z , donne l'équation suivante :

$$\ddot{z} - \frac{F}{m_h} (\dot{z})^2 = -g \quad (1)$$

Accompagnée des conditions aux limites suivantes :

$$z(t=0) = H \quad (2)$$

$$\dot{z}(t=0) = 0 \quad (3)$$

Je ferai ici quelques remarques valables pour toute la suite de ce rapport. J'ai pris la masse surfacique du papier qui constitue l'hélicoptère $m_{papier} = 80g/m^2$ et la masse d'un trombone $m_{trombone} = 0.71g$. Pour ce qui est du coefficient F de la force de frottements, la masse volumique de l'air est prise à $m_{vair} = 1.3kg/m^3$ et S est le "maître-couple" de l'hélicoptère : j'ai choisi de prendre simplement la surface de ses pales pour modéliser sa capacité à "flotter". Enfin, il nous reste un coefficient inconnu pour notre problème, C_x , qui dépend d'un grand nombre de paramètres que ma modélisation ne prend pas en compte. Je cherche donc à estimer ce paramètre inconnu en réalisant quelques expériences.

Pour mener cette étape à bien, j'ai décidé d'implémenter un modèle numérique du problème mathématique ci-dessus. Une résolution par une méthode d'Euler me permettra d'obtenir des résultats satisfaisants, rapidement, avec une erreur numérique bien connue.

D'un problème d'ordre 2, je passe à un problème d'ordre 1 en posant $Z = (z, \dot{z})$ et donc $\dot{Z} = (\dot{z}, \ddot{z}) = (\dot{z}, -g + \frac{F}{m_h}(\dot{z})^2)$. En choisissant un pas de temps dt pour la résolution, on peut atteindre le temps t_f pour lequel $Z[1] = z = 0$ avec une erreur locale en dt^2 et une erreur globale sur le temps final proportionnelle à dt . Il a fallu arbitrer entre le temps de calcul du modèle numérique et la précision souhaitée. La méthode d'Euler étant relativement rapide et connaissant la précision que je pouvais atteindre sur mes mesures, il m'a semblé pertinent de choisir un pas de temps $dt = 0.001$.

2.1.2 Calibration de la valeur de C_x

Ma préoccupation suivante a été de déterminer une valeur cohérente de C_x , le coefficient de frottements inconnu de mon modèle mathématique. Connaitre cette valeur me permettrait en effet d'obtenir un modèle prédictif, utile pour la suite. J'ai donc adopté une méthode de calage dit "bayésien" qui se base sur la vraisemblance de notre paramètre inconnu. On peut retenir l'algorithme suivant pour calculer la valeur de C_x la plus "vraisemblante" vis-à-vis d'un jeu d'expériences.

Notations : on appelle y_{obs} les temps de chutes relevés pour les hélicoptères de dimensions x_{obs} . Pour les simulations, on appelle y_{test} les temps de chute calculés via la fonction "modèle" pour ces mêmes dimensions x_{obs} et pour le paramètre inconnu à calibrer, noté β . N est le nombre de valeurs de β que l'on souhaite tester sur une certaine plage de valeurs.

Algorithm 1 Calcul de la répartition de vraisemblance du paramètre inconnu β

```

 $\beta[k] \leftarrow [\beta_k]_{1 \leq k \leq N}$ 
 $Vrais \leftarrow [0] \times N$ 
for  $1 \leq i \leq N$  do
     $y_{test} \leftarrow modele(x_{obs}, \beta[i])$ 
     $Vrais[i] \leftarrow$  cohérence de  $y_{test}$  par rapport aux  $y_{obs}$ 
end for
Normalisation du tableau  $Vrais[k]_{1 \leq k \leq N}$ 
 $\beta_{calibre} \leftarrow indexMAX(Vrais)$ 
Tracé de  $Vrais$  en fonction de  $\beta$ 

```

J'ai implémenté cet algorithme en R, sur le modèle du TD 4 de MS210, (voir `calibration.R` et `modele.R`).

Les expériences sur lesquelles se base cette calibration ont suivi pour commencer le plan d'expérience 1, décrit en annexe 1. L'hélicoptère utilisé est visible en figure 10. Ce premier jeu d'une cinquantaine de lancer m'a permis d'ajuster la plage de valeurs de β pour laquelle je calculais la vraisemblance. Cependant, j'ai rapidement pris conscience du caractère biaisé

de cette calibration, qui s'appuie sur un ensemble de données relativement uniforme : il m'est impossible avec ces expériences de déterminer si mon C_x est très dépendant, ou non, de la forme de l'hélicoptère et de la hauteur de lancement par exemple. J'ai donc apporté deux modifications au programme initial.

- J'ai réalisé d'autres expériences, avec des designs d'hélicoptères plus variés et des hauteurs de lancers différentes afin d'explorer un plus grand nombre de possibilité de dépendances de C_x . Le choix des designs reste cependant tout à fait arbitraire et ne suit pas nécessairement un plan d'expérience canonique.
- J'ai pris en compte les incertitudes de mesure du temps de chute et de découpe des hélicoptères. En ajoutant un bruit gaussien (avec un écart-type de l'ordre de l'imprécision pour chaque grandeur) aux valeurs expérimentales, j'ai ainsi pu modéliser l'erreur commise lors de l'expérimentation. Cette amélioration m'a permis aussi de percevoir l'influence de ces imprécisions sur le résultat obtenu pour β .

Le second plan d'expérience mis en place est décrit en annexe 1 et les différents designs d'hélicoptères l'accompagnent, en figure 11. Les améliorations apportées n'ont fait que confirmer ma première démarche. On trouvera en figure 3 la répartition de vraisemblance pour la plage $\beta \in [1.75, 1.80]$. En cyan apparaît la valeur de $\beta = C_x$ pour laquelle le maximum de vraisemblance est atteint.

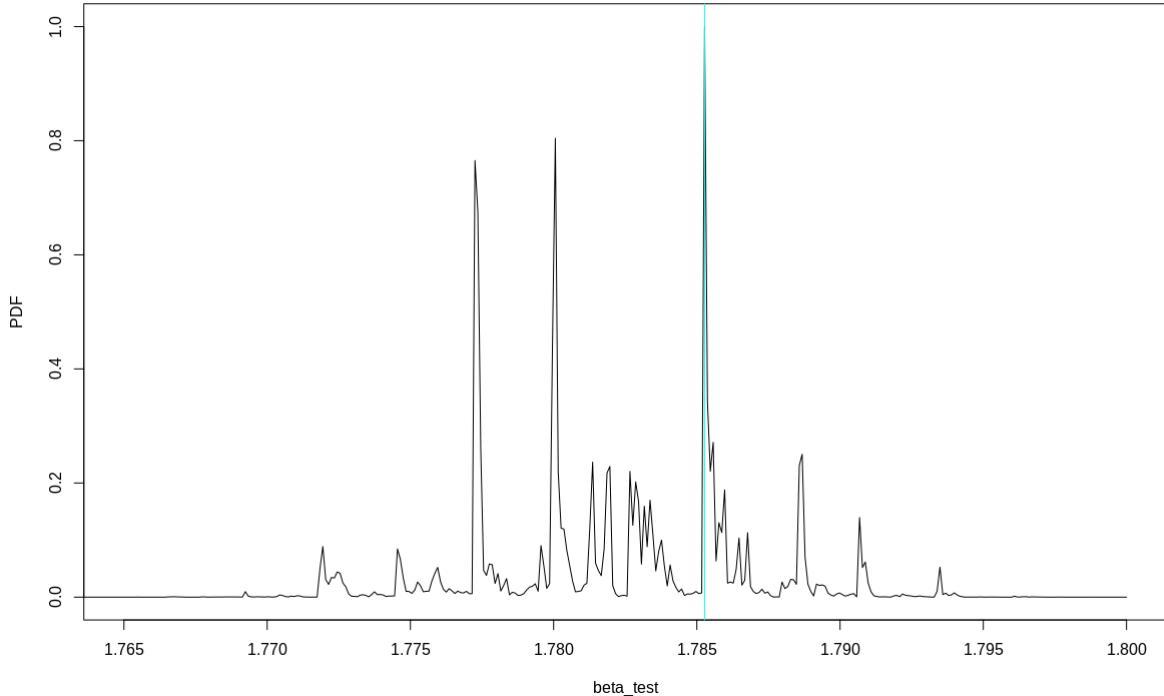


FIGURE 3 – Répartition de la vraisemblance pour 500 valeurs de beta comprises entre 1.75 et 1.80. En cyan, maximum de vraisemblance pour $\beta = 1.785$

On y perçoit bien plusieurs pics de vraisemblance, qui correspondent aux différentes expériences menées et les pics plus faibles correspondent aux incertitudes de mesure injectées artificiellement. Grâce à cette courbe, j'ai pris l'initiative d'approcher la valeur "vraie" de $\beta = C_x$ par une distribution connue. De manière tout à fait arbitraire, j'ai défini une loi normale de

paramètre μ le β qui maximise la vraisemblance et de paramètre σ la moyenne des valeurs de β pour lesquelles la vraisemblance atteint $\frac{1}{2}$. Pour plus de clarté, voir `calibration.R`. On voit en figure 4 la correspondance entre la répartition de vraisemblance réelle et l'approximation gaussienne des β .

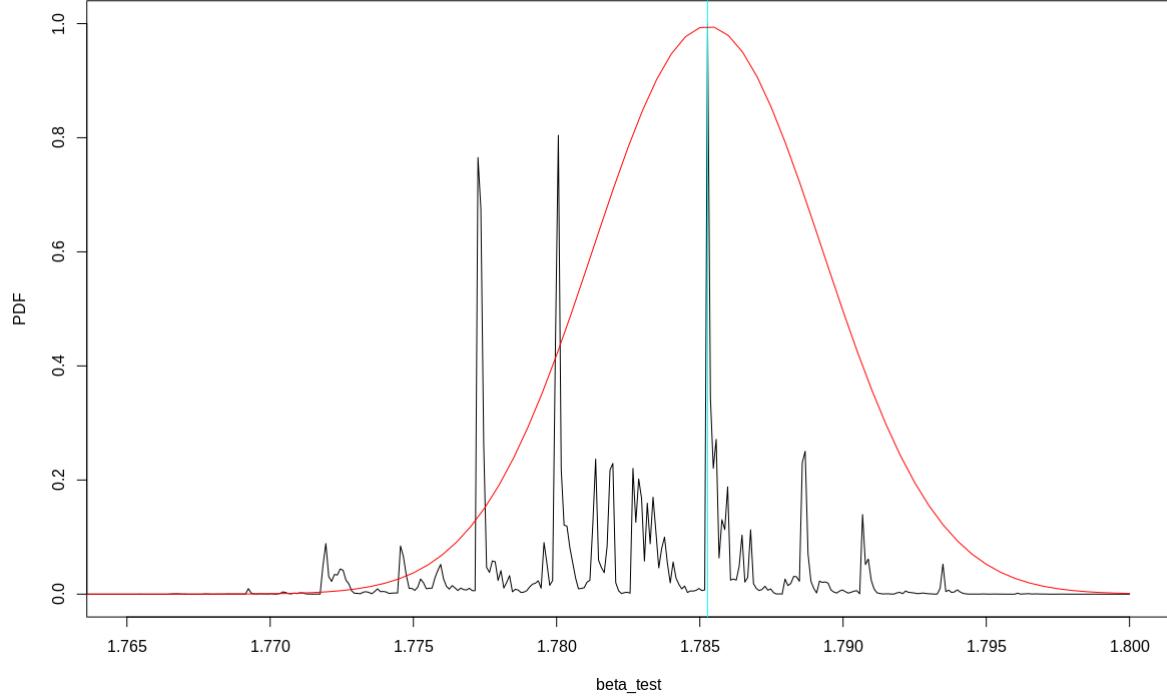


FIGURE 4 – Approximation normale de la répartition des β les plus vraisemblants

L'intérêt d'une telle approximation est avant tout sa facilité de manipulation. En sauvegardant, l'espace de travail de RStudio (ensemble des variables, données et leurs valeurs), il devient simple de les charger à nouveau pour obtenir la répartition normale des β sans avoir à effectuer à nouveau la calibration.

2.2 Étape B et C : Sources d'incertitudes et propagation

La partie précédente résume de manière chronologique la démarche adoptée lors de cette première phase de mise en place d'un modèle prédictif pour l'hélicoptère. Je m'attarderai ici quelques lignes pour mettre en valeur la prise en compte des incertitudes du problème et les solutions retenues pour leur propagation.

2.2.1 Incertitudes épistémiques

Ces sources d'incertitudes sont les moins complexes à traiter. La grandeur étudiée a une valeur vraie et il existe simplement une certaine répartition des erreurs sur la mesure qui en est faite. Par exemple, tous les paramètres physiques comme la masse du trombone, la masse surfacique du papier, la masse volumique de l'air ou la constante de gravité g ont des incertitudes épistémiques : j'ai choisi délibérément de négliger leur incertitude et d'agir comme si leur valeur exacte était parfaitement connue.

Par ailleurs, bien que ça ne soit pas l'usage, j'ai traité les erreurs sur les dimensions de l'hélicoptère comme des incertitudes épistémiques. Les erreurs dites "constructeur" sont généralement des erreurs aléatoires. En revanche, ici une seule occurrence de chaque design a été construite : elle a donc une valeur vraie et l'incertitude sur cette valeur est épistémique.

2.2.2 Incertitudes aléatoires

Il existe un autre type d'incertitudes, appelé incertitudes aléatoires : il n'existe pas une unique valeur du paramètre mais bien plusieurs. C'est le cas des hauteurs de lancers H , qui sont déterminées à chaque nouvelle expérience, par l'opérateur qui commet donc une erreur. Non seulement il y a imprécision sur la lecture de la hauteur de lancer mais en plus toutes les hauteurs de lancers ne sont pas identiques.

2.2.3 Incertitudes sur les sorties

Parmi les sorties de l'expérience et du modèle, seuls la quantité d'intérêt "temps de chute" et le paramètre inconnu $\beta = C_x$ nous intéressent. Les incertitudes sur la mesure du temps de chute sont nécessairement aléatoires puisque H est aléatoire. Les incertitudes sur la valeur du temps de chute obtenue numériquement sont elles aussi aléatoires puisqu'elles prennent en compte toutes les incertitudes précédentes (paramètres physiques et dimensions des hélicoptères) ainsi que celle sur la valeur de C_x .

L'incertitude sur la valeur de C_x est quant à elle plus difficile à nommer puisqu'elle dépend à la fois des erreurs expérimentales, des erreurs sur les entrées et sorties du modèle numérique et des erreurs numériques elles-mêmes. Puisqu'elle est déduite d'un modèle, l'incertitude sur la valeur de C_x sera dite aléatoire.

2.2.4 Propagation des incertitudes

Pour ce qui est de la propagation des incertitudes, mon modèle simpliste rend la tâche assez aisée : faiblement non linéaire, monotone par rapport aux différents paramètres et surtout aux équations bien connues, une simple analyse dimensionnelle permet d'envisager les influences de chaque paramètre en fonction de leurs erreurs respectives.

Afin d'inclure dans mon modèle les incertitudes expérimentales, j'ai défini une répartition gaussienne des erreurs pour chaque variable et les ai directement injectées sur les mesures faites. De la même manière, cette méthode naïve reste convenable au vu de la simplicité de mon modèle, dont je discuterai plus tard.

2.3 Regard critique sur les résultats obtenus

En guise de conclusion partielle, je souhaiterai m'arrêter sur le nombre d'expériences réalisé pour cette partie de l'étude. Une cinquantaine de lancer pour le plan d'expérience 1 puis 140 autres pour le plan d'expérience 2 (certaines mesures du plan 1 ont été reprises et aggrégées aux mesures du plan 2) représentent un temps expérimental total d'environ une heure, installation et désinstallation du matériel comprises. Cependant, le retraitement des vidéos (relevé des temps de chute en image par image) m'a pris au total plus de trois heures. Il devient donc pertinent de se demander si un tel temps était allowable à ces expériences. A mon avis, il était nécessaire d'effectuer le plan d'expérience 2 puisqu'il m'a permis d'accéder à une grande variété de données et d'avoir confiance en la valeur de β déterminée par calibration. En revanche, effectuer autant d'expériences pour le plan 1 n'était pas nécessaire et aurait pu m'éviter une perte de temps.

La rapidité de calcul du modèle que j'ai utilisé a permis de bien compenser le temps passé à retraiter les vidéos d'expériences.

3 Phase 2 : Optimisation du design sous incertitudes

Pour la phase 2 de ce projet, il s'agit d'utiliser le modèle prédictif construit plus haut pour optimiser la forme de l'hélicoptère : je cherche à maximiser la quantité d'intérêt "temps de chute" en tenant compte des incertitudes sur les valeurs des différents paramètres du modèle.

Pour réaliser cette partie, j'ai commencé par étudier mon modèle de plus près pour réduire le nombre de paramètres à prendre en compte dans l'optimisation. J'ai ensuite réalisé cette optimisation sur 2 paramètres au lieu de 5, en première approximation. Par manque de temps, je n'ai pas pu aller plus loin dans la démarche mais je propose en fin de partie des pistes d'amélioration de ma méthode.

3.1 Plan One-At-a-Time : influence individuelle des paramètres

Dans une volonté d'analyse de sensibilité du temps de chute par rapport aux dimensions de l'hélicoptère, à $H = 3m$ fixé, j'ai observé la dépendance de ma quantité d'intérêt aux variables. En supposant C_x indépendant des proportions de l'hélicoptère, on remarque que le temps de chute devrait augmenter lorsque le maitre-couple (i.e. la surface des pales) augmente et il devrait diminuer lorsque la masse de l'hélicoptère augmente. Un plan OAT (calcul du temps de chute en faisant varier un seul paramètre à la fois) me donne les résultats suivants, récapitulés en figures 12, 13, 14, 15 et 16 de l'annexe 2.

Ces figures confirment la première intuition que j'ai eu, cependant elles ne permettent pas de percevoir les effets croisés des différentes variables : lorsqu'on augmente le maitre couple, la masse de l'hélicoptère augmente également, comment tenir compte de cette information ? Une analyse de sensibilité qualitative, grâce à une méthode de Morris devrait permettre d'identifier ces dépendances croisées. Je n'ai malheureusement pas eu le temps d'aller plus loin dans la démarche.

3.2 Première phase d'optimisation

Grâce à la réflexion menée précédemment, j'ai choisi de me concentrer sur les paramètres Rw et Rr : en effet, en prenant Bl , Tl et Tw égaux à leur borne inférieure, je suis sûre d'atteindre la plus petite masse possible pour un maitre-couple donné. Il ne me reste plus qu'à trouver le couple (Rw, Rr) qui donne le temps de chute le plus grand possible : il s'agit d'un équilibre relativement subtil entre ajout de maitre-couple, donc de portance, et ajout de masse.

3.2.1 Exploration du plan (Rw, Rr)

Afin de bien visualiser l'ensemble des valeurs que j'explore, je trace, comme cela a été fait dans le TD 5 de MS210, 20 isoniveaux de temps de chute, pour $Rw \in [2cm; 7.5cm]$ et $Rr \in [2cm; 17cm]$, comme représenté en figure 5. Le code qui a permis un tel tracé est disponible dans le fichier `optimisation.R`.

Cette étape me permet de voir que, si on limite les dimensions de l'hélicoptère à celles d'une feuille A5, le point de basculement attendu, pour quel l'augmentation de la surface des pales n'est plus favorable, n'est pas atteint.

3.2.2 Maximisation du temps de chute

Le tracé des isoniveaux précédents a requis l'évaluation de mon modèle sur les différents points d'une grille (soit une discréttisation du plan (Rw, Rr)). Ces évaluations sont donc utilisées afin de déterminer les coordonnées du point maximum de la grille.

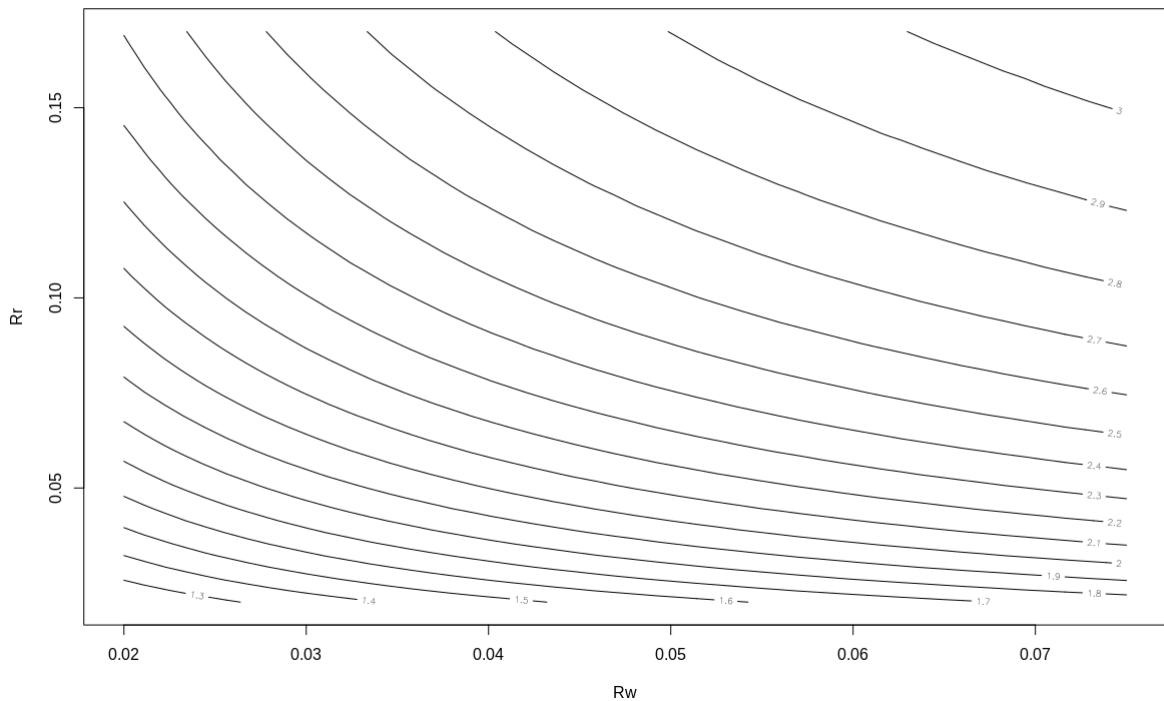


FIGURE 5 – Isoniveaux du temps de chute dans le plan (Rw, Rr) pour une feuille A5

Pour une hauteur de $H = 3m$ et des paramètres de queue fixés à $Bl = Tl = Tw = 2cm$, les dimensions qui permettent de maximiser le temps de chute de l'hélicoptère découpé dans une feuille A5 sont : $Rw = 7.5cm$ et $Rr = 17cm$. On trouvera en figure 6 une photographie de l'hélicoptère optimal ainsi déterminé.

La dernière étape de cette démarche est la validation des calculs menés jusque-là. Après découpe de l'hélicoptère aux dimensions optimales, vingt lancers ont été réalisés afin de relever les temps de chute réels de cet hélicoptère et de les comparer aux temps de chute prédits par le modèle. On trouvera en figure 7 la répartition des temps de chute pour l'hélicoptère réel et la répartition des temps de chute pour 1000 lancers numériques de ce même hélicoptère, pour des paramètres calibrés C_x compris dans la répartition gaussienne déterminée plus haut.

Comme on pouvait s'y attendre, les deux résultats présentent un écart conséquent. Pour ce problème-ci, la "chance" est du côté de l'expérience puisque le modèle ne prend pas en compte nombre de phénomènes qui ralentissent la chute de l'hélicoptère. Le temps de chute réel de l'hélicoptère est bien meilleur que celui-ci prédit par le modèle.

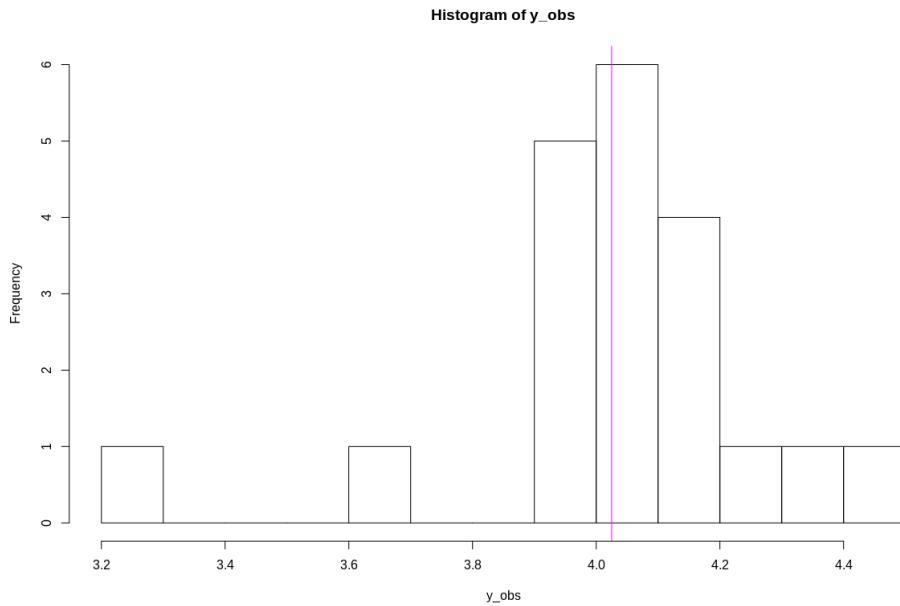
3.3 Améliorations envisagées

Arriver à cette conclusion m'encourage à mener une démarche itérative : il faudrait améliorer le modèle physique pour prendre en compte la rotation de l'hélicoptère, par exemple. Cela conduirait à un autre modèle numérique, plus complexe, pour lequel la propagation des incertitudes sera moins aisée mais qui donnera des résultats plus proches de la réalité. Le nombre de paramètres inconnus à calibrer est susceptible d'augmenter lui aussi.

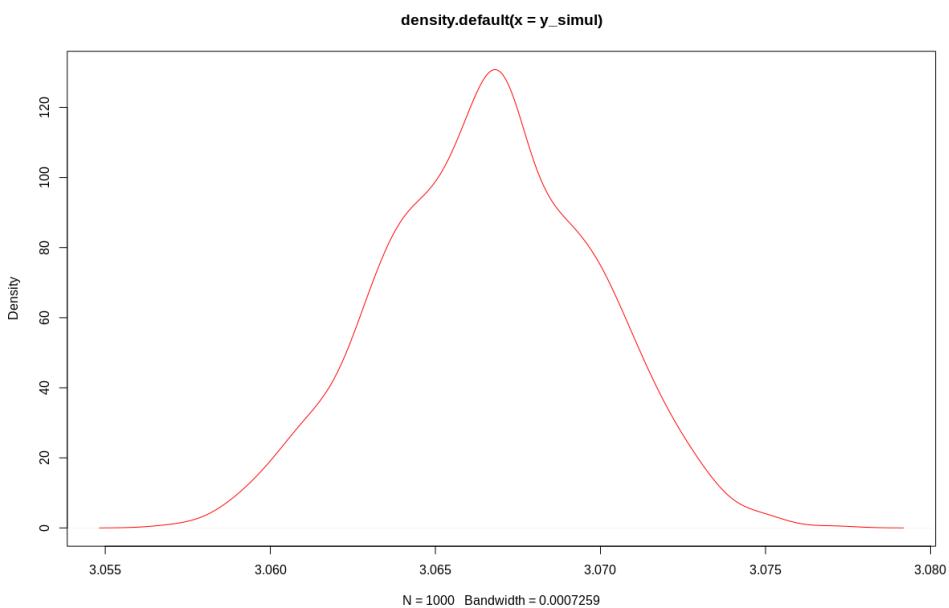
Mais avant de mener de telles modifications, un certain nombre d'améliorations peuvent



FIGURE 6 – Hélicoptère optimal



(a) Répartition des temps de chute pour 20 lancers de l'hélicoptère réel. En magenta, la moyenne de ces temps de chute $t_f =$



(b) Répartition des temps de chute pour 1000 lancers de l'hélicoptère numérique

FIGURE 7 – Validation du design optimal

être apportées au programme que j'ai construit. Pour commencer, je ne tiens compte de la dispersion des valeurs de C_x que pour la validation de mon code : il faudrait l'inclure dans la phase d'optimisation afin de rendre celle-ci plus pertinente. Je pourrais également essayer d'augmenter les plages de valeurs atteignables pour Rw et Rr (feuille A4) afin de vérifier si le point de basculement mentionné plus haut est bien atteint.

J'ai pris la liberté de recalculer les isoniveaux en élargissant la plage de valeurs explorées pour le maître-couple mais il se trouve que le point de basculement n'est toujours pas atteint (cf figure 8).

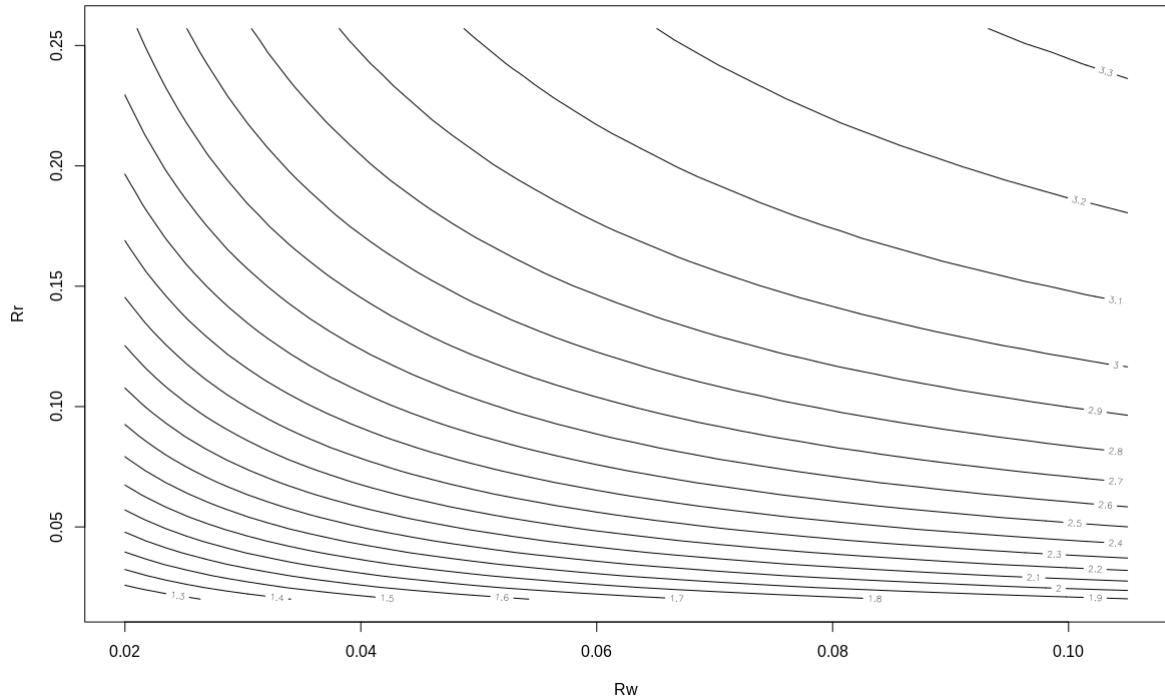


FIGURE 8 – Isoniveaux du temps de chute dans le plan (Rw, Rr) pour une feuille A4

Enfin, il est possible de mener une analyse de sensibilité plus poussée afin de déterminer si vraiment les valeurs de Bl , Tl et Tw ont une influence significative. Si cela se révèle être le cas, il peut être nécessaire d'élargir l'optimisation à plus de deux paramètres. Il devient alors difficile de représenter les isoniveaux graphiquement et la démarche devient plus abstraite, mais elle n'en reste pas moins intéressante.

3.4 Vérification, validation

Le modèle numérique tel qu'il est présenté est vérifié puisque les erreurs liées à la méthode d'Euler sont tout à fait maîtrisées dans le cas présent. En revanche, on ne peut pas dire que ce code soit validé. En effet, malgré la satisfaction de trouver un temps de chute plus grand dans l'expérience que dans la simulation, on ne peut pas dire que le modèle développé soit prédictif en termes de valeurs. On ne peut pas utiliser ce modèle si on cherche à atteindre un temps de chute cible, par exemple. Il a tout de même le mérite d'être utilisable dans le cas présent puisque le temps de calcul est compétitif par rapport à l'expérience et que la tendance d'évolution du

temps de chute est respectée.

4 Conclusion

Je conclurai ce travail sur quelques considérations pratiques. Il aurait été par exemple particulièrement intéressant de réaliser une analyse de sensibilité de l'hélicoptère réel aux dimensions choisies car il semblerait que la forme de la queue de l'hélicoptère ait un pouvoir stabilisant sur son vol, ce que le modèle ne prend pas du tout en compte. De la même manière, la position initiale des pales de l'hélicoptère est d'une importance capitale pour la stabilité de son vol : si elles ne sont pas horizontales au départ, l'hélicoptère risque de se retourner ou bien de voler comme une simple feuille de papier.

Ces remarques ont émergé lors des expériences et auraient difficilement pu être anticipées ; mieux comprendre les phénomènes en jeu aurait requis un plus grand nombre d'expériences, pour lequelles je n'avais ni le budget, ni le temps nécessaire, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi.

Pour terminer sur une remarque plus personnelle, ce projet était tout à fait intéressant vis-à-vis du cours et de l'enseignement dispensé : j'ai pu reprendre une à une les notions abordées et me les approprier sur un exemple simple mais efficace. J'espère avoir bien compris les tenants et aboutissants de la discipline car ce projet m'a semblé très instructif.

5 Annexes

5.1 Lancer d'un hélicoptère - Plans d'expérience

J'ai réalisé ces expériences dans le but de calibrer mon modèle numérique. Mon principal objectif était d'avoir des mesures précises du temps de chute d'un design d'hélicoptère, tout en réduisant au maximum le temps passé à faire des expériences et à retraiter les résultats obtenus. J'ai donc élaboré le protocole expérimental suivant pour un lancer d'hélicoptère, comme illustré en figure 9.

- Mesure de la hauteur de lancer grâce à une marque nette sur le mur ;
- Démarrage de la vidéo (60 ips), dont le cadre englobe le point de départ et le point d'arrivée de l'hélicoptère.
- Depuis une échelle, regard placé en face de la marque, lâché de l'hélicoptère verticalement, pales horizontales, sans vitesse initiale ;
- Arrivée de l'hélicoptère au sol ;
- Arrêt de la vidéo ;
- Retraitements de la vidéo en image par image pour en déduire le temps de chute.

Un unique lancer étant bien entendu insuffisant pour réaliser un traitement statistique des données, j'ai mis en place deux plan d'expériences différents, qui m'ont servi à deux moments différents de l'étude, comme expliqué dans le rapport qui précède.

1. Premier plan d'expérience : un design et une hauteur de lancer

Pour ce premier ensemble d'expériences, j'ai réalisé 50 répétitions d'une même expérience, c'est-à-dire avec le même hélicoptère ($Rw = 3.5 \text{ cm}$; $Rr = 5.5 \text{ cm}$; $Bl = 3.5 \text{ cm}$; $Tl = 2.5 \text{ cm}$ et $Tw = 5 \text{ cm}$) et depuis la même hauteur $H = 3\text{m}$. Cela m'a permis de bien mettre en place la phase de calibration avant de passer à un plan d'expériences plus complet et ambitieux.

2. Deuxième plan d'expérience : cinq designs et trois hauteurs de lancer

Pour ce deuxième ensemble d'expériences, j'ai réalisé quatre designs d'hélicoptère aléatoire supplémentaires et ai réalisé mes lâchers depuis trois hauteurs distinctes : $H = 3, 2.5$ et 2m . Les dimensions (en cm) des cinq designs utilisés ici sont résumées dans le tableau 1 :

Design	Rw	Rr	Bl	Tl	Tw
1	3.5	5.5	3.5	2.5	5
2	5	5	5	5	5
3	2	7	7	7	4
4	7	10	3	8	5
5	4	4	9	4	2

TABLE 1 – Récapitulatif des designs d'hélicoptères utilisés dans le plan d'expérience 2

5.2 Résultats d'analyse de sensibilité par un plan OAT

On trouvera en figures 12, 13, 14, 15 et 16 ci-après les courbes obtenues en faisant varier une seule des dimensions de l'hélicoptère pour le calcul numérique du temps de chute.



FIGURE 9 – Protocole expérimental

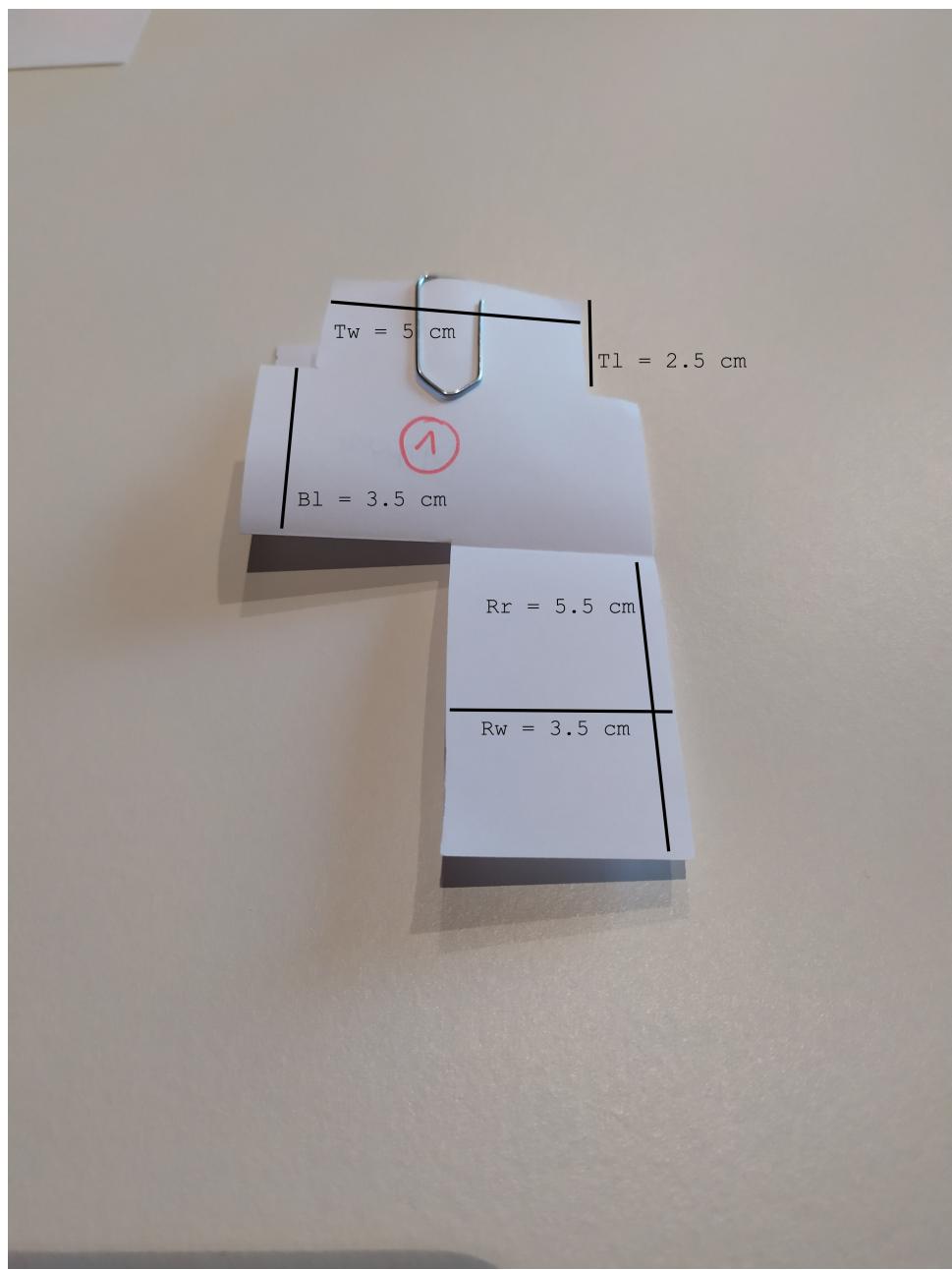


FIGURE 10 – Plan d’expérience 1

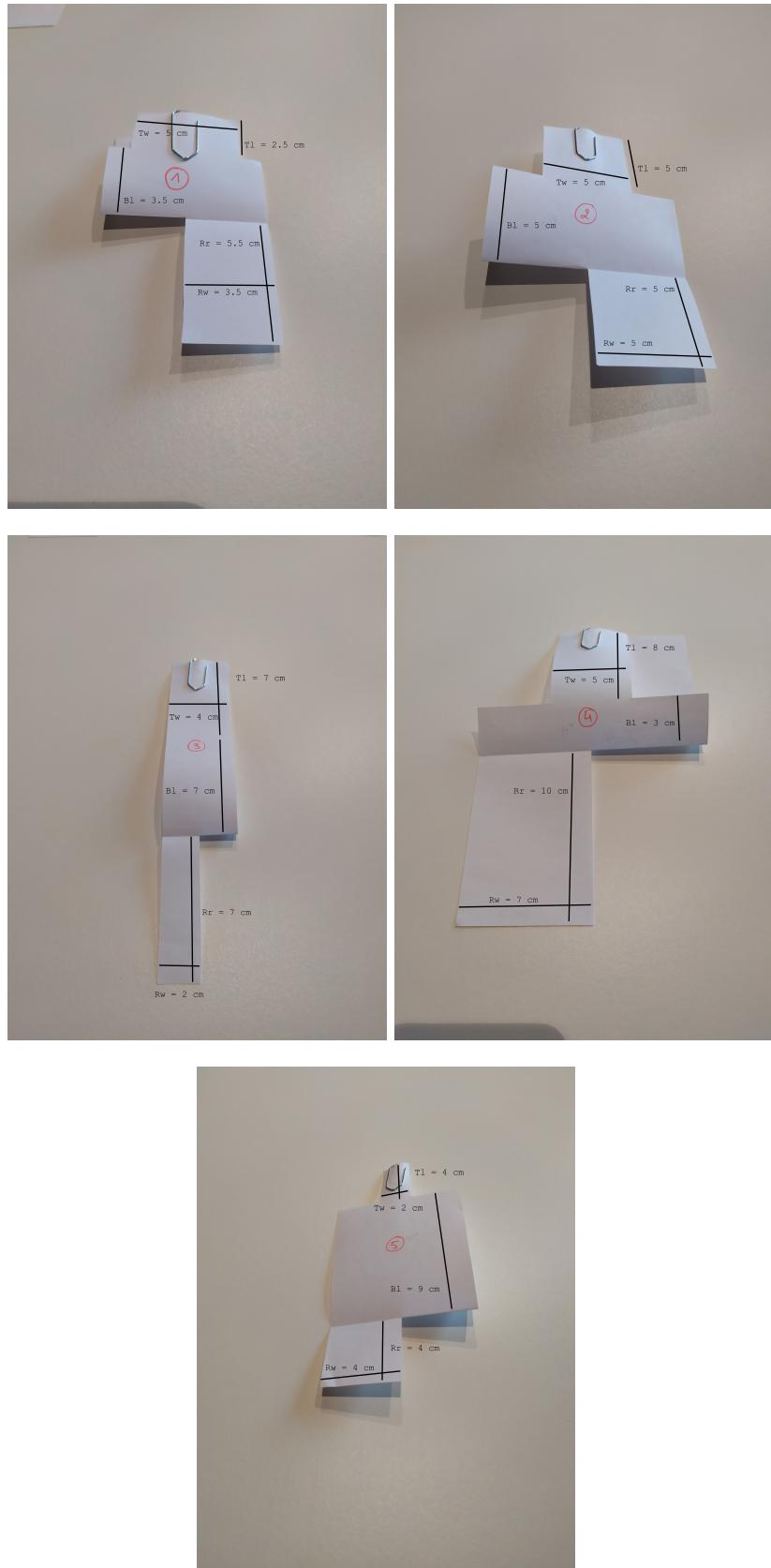


FIGURE 11 – Plan d’expérience 2

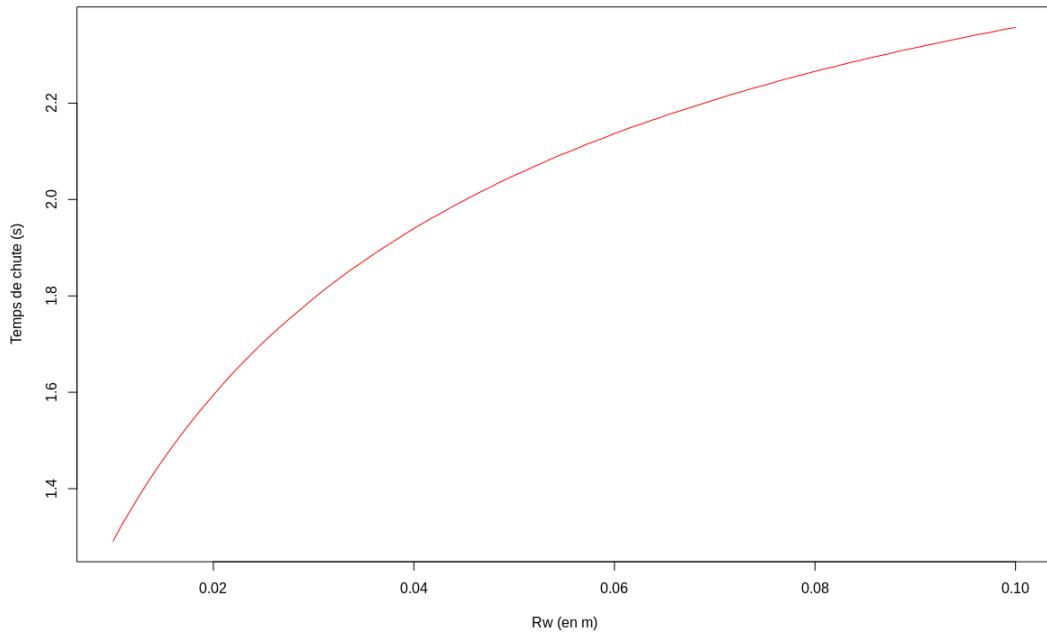


FIGURE 12 – Evolution du temps de chute avec la largeur des pales Rw

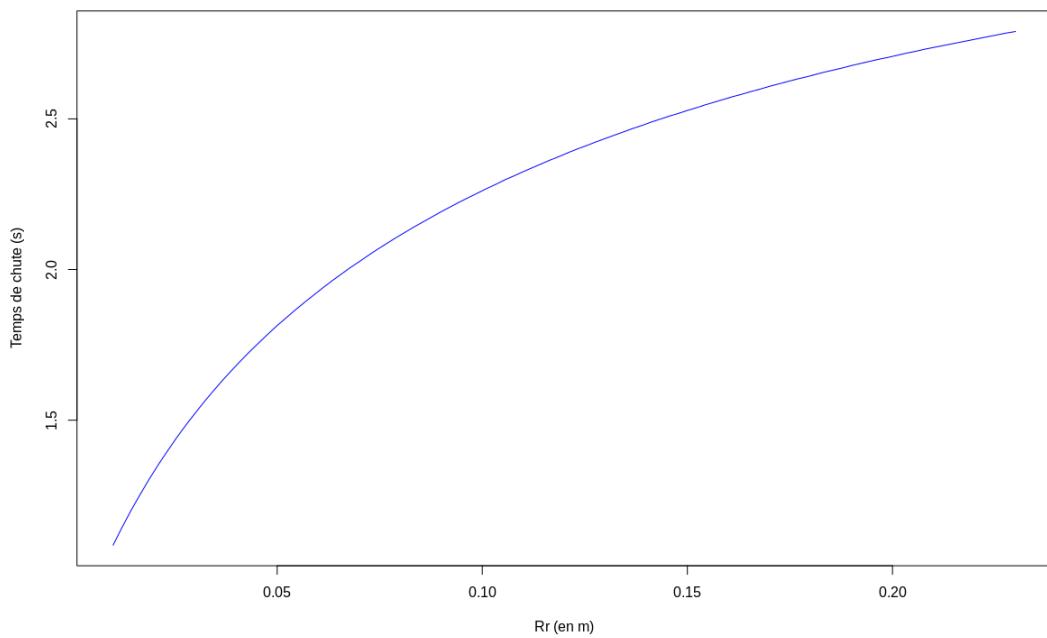


FIGURE 13 – Evolution du temps de chute avec la longueur des pales Rr

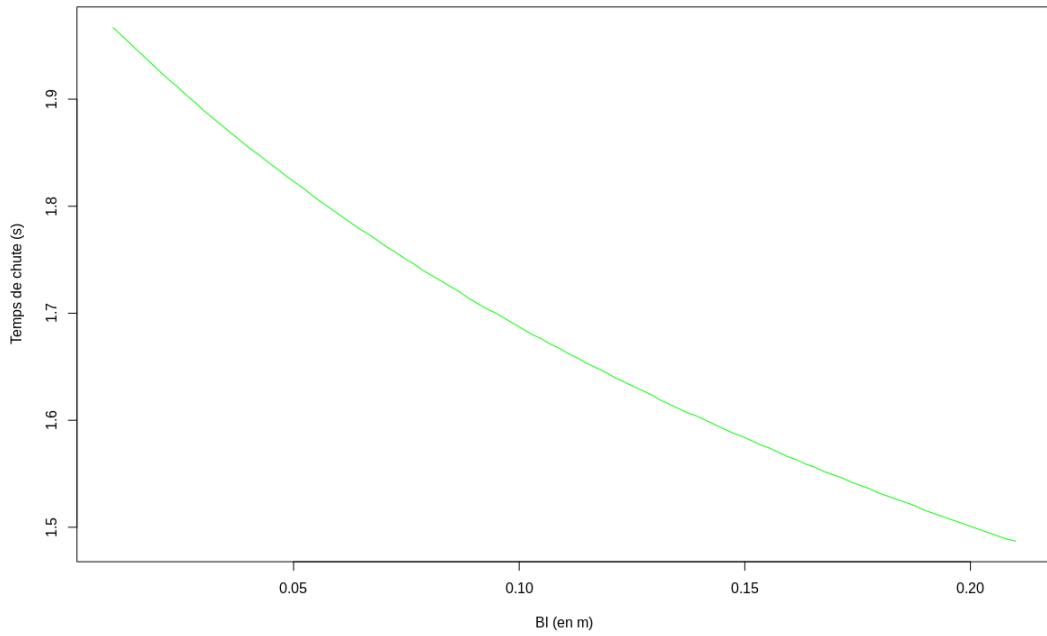


FIGURE 14 – Evolution du temps de chute avec la longueur du corps Bl

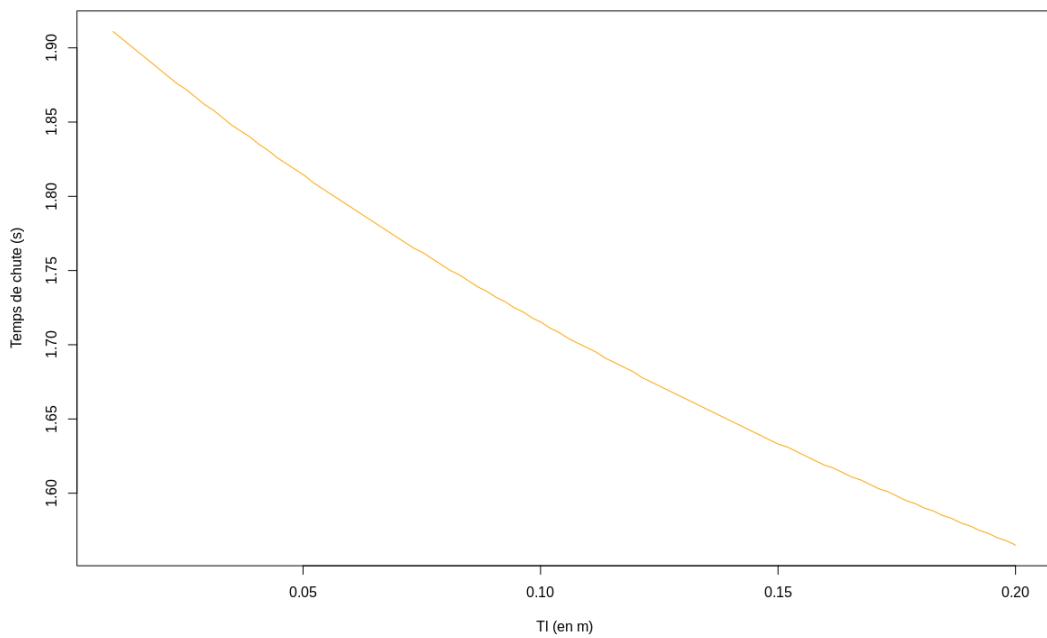


FIGURE 15 – Evolution du temps de chute avec la longueur de la queue Tl

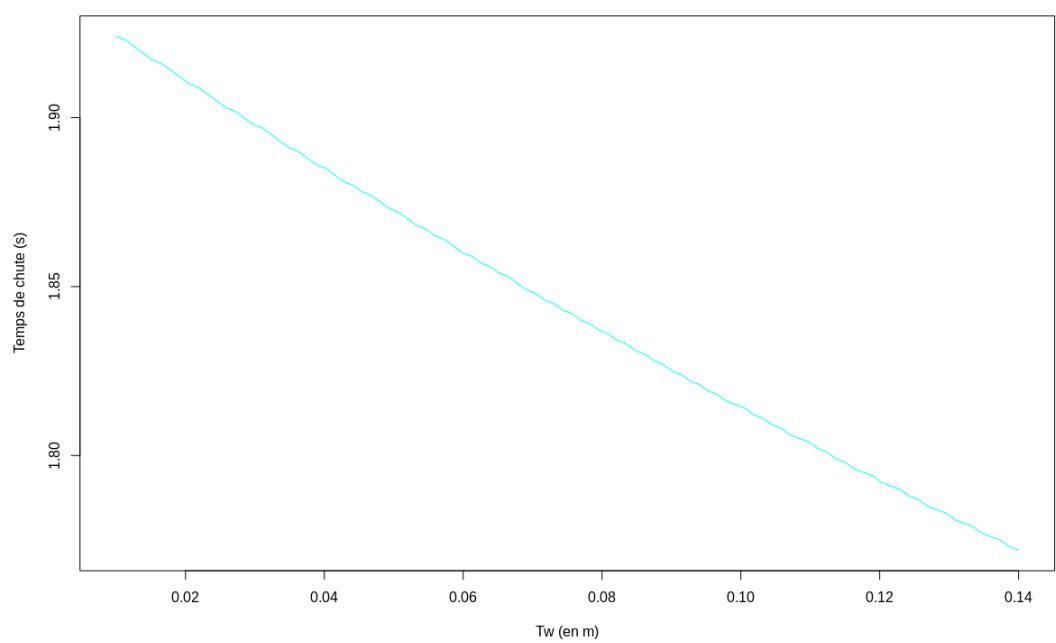


FIGURE 16 – Evolution du temps de chute avec la largeur de la queue Tw