

Bin packing problem with fragile objects

Soit $I = \{1, \dots, n\}$ un ensemble d'objets. A chaque objet $i \in I$ est associé un poids $w_i \in \mathbb{N}$ et une fragilité $f_i \in \mathbb{N}$. On désire chercher le nombre minimum de paquets d'objets permettant de ranger tous les objets de I de manière à ce que pour chaque paquet, le poids total des objets contenus dans un paquet ne dépasse pas la valeur de fragilité de l'objet le plus fragile du paquet.

Ce problème apparaît dans le domaine des télécommunications où l'on doit associer les appels mobiles à des canaux de transmission tout en assurant que le bruit total de chaque canal ne dépasse pas la limite acceptable de bruit de chaque appel affecté au canal.

Première formulation.

Question 1. Donnez une borne supérieure sur le nombre de paquets dont on a besoin.

Question 2. Modélisez le problème sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers en utilisant les variables suivantes :

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si l'objet } i \text{ est affecté au paquet } k, \forall i \in I, \forall k \in K, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$y_k = \begin{cases} 1 & \text{si on utilise le paquet } k, \forall k \in K, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Si votre formulation fait apparaître des constantes M , essayez d'optimiser leur valeur.

Question 3. Implémentez votre formulation sous python en utilisant les jeux de données fournis sous Moodle. Si votre formulation fait apparaître des constantes M , testez-la avec différentes valeurs valides de M . Quelle serait la meilleure valeur de M ?

Question 4. En remarquant que toutes les boîtes sont identiques, est-il possible d'améliorer la formulation en indiquant un ordre de remplissage des boîtes ? Si oui, quelles contraintes faut-il ajouter au modèle ?

Question 5. Faites une rapide analyse des solutions obtenues.

Seconde formulation.

Supposons maintenant que les objets de I sont triés par ordre croissant de fragilité ($f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_n$). Dans la suite, les objets placés dans un même paquet seront représentés par l'objet le plus fragile (ayant la plus petite valeur de fragilité) du paquet.

Question 6. Modélisez le problème sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers en utilisant les variables suivantes :

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si l'objet } j \text{ est affecté au paquet représenté par l'objet } i, \\ & \text{(et donc } i \text{ est l'objet le plus fragile de son paquet)} \forall i \in I, \forall j \in I, i < j, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$r_i = \begin{cases} 1 & \text{si l'objet } i \text{ représente un paquet, } \forall i \in I, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Si votre formulation fait apparaître des constantes M , essayez d'optimiser leur valeur.

Question 7. Implémentez votre formulation sous python en utilisant les jeux de données fournis sous Moodle. Si votre formulation fait apparaître des constantes M , testez-la avec différentes valeurs valides de M .

Question 8. Faites une rapide analyse des solutions obtenues.

Question 9. Comparez les résultats obtenus avec ceux de la formulation précédente.