Oefeningen Matlab
Statistiek en wiskundige data-analyse

Een pargraaf in de handleiding wiskunde met Matlab die nuttig kan zijn.

1.1 Oefening 1

1.1

Bereken $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{11}$ in kommagetal.

Oplossing: 1.5470

1.2 Oefening 2

1.3

Ga na dat $e^{-i\,\pi/4}=\frac{\sqrt{2}}{2}-i\,\frac{\sqrt{2}}{2}$ en zoek de modulus en argument van $z=-\frac{\sqrt{2}}{3}-i\,\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Oplossing: r=1.2134 θ=-1.9698

1.3 Oefening 3

1.5
7.1
7.2

Maak een schatting van π via $4p$ waarbij 4 de oppervlakte is van het vierkant [-1,1]✕[-1,1] en p de kans voorstelt dat een willekeurig punt in dit vierkant gelegen is binnen de cirkel met straal 1 en middelpunt (0,0). p is het quotiënt van de oppervlaktes van cirkel en rechthoek en is gelijk aan $\frac{\pi}{4}$.

Oplossing:

Genereer bijvoorbeeld 1000 willekeurige punten binnen het vierkant. Gebruik een for-lus waarin je telt hoeveel punten binnen de cirkel gelegen zijn. Dan kan π geschat worden als dit aantal/1000 maal 4.

1.4 Oefening 4

1.3

Stel $z=\sqrt{2}\,e^{3\pi\,j/5}$. Bepaal het reëel en imaginair deel. Bepaal (in graden) het argument (=poolhoek) van het complex toegevoegde van ($z+1$).

Oplossing:

theta = -1.1744
r = 1.4581
ans = -67.2890

1.5 Oefening 5

1.5

Voer op de meest handige manier de matrix A in die 18 rijen bevat.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & 7 & 9\\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9\end{pmatrix}$$

1.6 Oefening 6

1.5

Voer op de meest handige manier de matrix B in.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 9 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & \cdots & 9^2 \\ 1 & 8 & 27 & \cdots & \cdots & 9^3 \\ 1 & 16 & 81 & \cdots & \cdots & 9^4 \\ 1 & 32 & \cdots & \cdots & \cdots & 9^5 \end{pmatrix}$$

1.7 Oefening 7

1.6, 2.1

Bereken op een efficiënte manier: $1^2 + 2^2 + \cdots + 100^2$

Oplossing: 338350

1.8 Oefening 8

1.6

Bereken de oppervlakte van de driehoek met hoekpunten a(1, 2, 0), b(3, 0, -3) en c(5, 2, 6).

Oplossing: 14

1.9 Oefening 9

1.6, 2.1

Bereken het gemiddelde van de elementen uit de verzameling $\{f(0), f(0.1), \ldots, f(1)\}$ met $f(t) = \frac{t}{1+\sqrt{t}}$. (Werk zonder lussen!)

Oplossing: 0.2772

1.10 Oefening 10

6.3

Een rechthoekige driehoek heeft een omtrek van 5 cm en de lengte van de schuine zijde is 2/3 van de som van de lengtes van de rechthoekszijden. Wat is de waarde van de zijden van deze driehoek?

Oplossing: geen oplossing

1.11 Oefening 11

7.2.1

Hoeveel van de volgende getallen zijn groter dan 0.5?

$$\sin(1), \sin(2), \sin(3), \ldots, \sin(1000)$$

Oplossing: 332

1.12 Oefening 12

7.2.1

Bouw de faculteitfunctie na met een for-lus (controleer voor 10!)

10!=3628800

1.13 Oefening 13 1.6

Bereken $\sum_{n=0}^{10} n!$

Oplossing: 4037914

1.14 Oefening 14 1.1

Bereken $\tan\left(2\ \mathrm{Bgcos}\left(-\frac{1}{5}\right)\right)$

Oplossing: 0.4260

1.15 Oefening 15 5.1

Een rechthoekige driehoek heeft een omtrek van 5 cm. Wat is de waarde van de zijden wanneer de driehoek maximale oppervlakte heeft.
Oplossing: b = 1.4645, oppervlakte = 1.0723

1.16 Oefening 16 6.1,6.3

Bepaal de snijpunten met de X-as van $\dfrac{x^3-5x^2+2x+8}{1+Bgtg(\frac{x}{2})}$.

Oplossing: -1, 2, 4

1.17 Oefening 17 6.1

Los op over $\mathbb{R}$: $2x^3-x^2-15x+18>0$

Oplossing: $x\in\,]-3,\frac{3}{2}\,[\,\cup\,]\,2,\infty[$

1.18 Oefening 18 6.1

Los op over $\mathbb{R}$: $x^5-5x=-2$.
Oplossing: $x=0.402$ of $x=1.37$ of $x=-1.5820$

1.19 Oefening 19 4.3

Bepaal de asymptoten van de kromme met vergelijking $y=\dfrac{x^4+3x^3}{8x^3+1}$

Maak daarbij gebruik van het commando ‘limit’ voor symbolische functies en maak een tekening. Voor het geval je geheugen je even in de steek laat:

- $x=a$ is een V.A. als $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$
- $y=\omega x+b$ is een N.V.A. als $\omega=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ en $b=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-\omega x\right)$

Oplossing: $y = \frac{1}{8}x + \frac{3}{8}$ is een SA voor $x \to +\infty$, $y = \frac{1}{8}x + \frac{3}{8}$ is een SA voor $x \to -\infty$

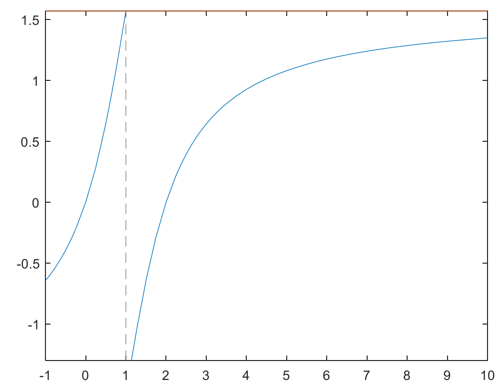
1.20 Oefening 20

4.3, 4.1

Schets de kromme $y = Bgtg\left(\frac{x-1}{2} - \frac{1}{2x-2}\right)$. Bepaal de limiet in 1 en in ∞.

Bepaal y'. Zoek punten waarin $y' = 2$. Verklaar de resultaten op de grafiek

Oplossing:



De linker- en rechterlimiet in x = 1 streven respectievelijk naar $\frac{\pi}{2}$ en $-\frac{\pi}{2}$. (zie figuur)

Als x naar + ∞ nadert, nadert f(x) naar $\frac{\pi}{2}$.

Als x naar - ∞ nadert, nadert f(x) naar $-\frac{\pi}{2}$.

Geen punten waarin y' = 2

1.21 Oefening 21

4.2, 4.1

a) Definieer de functie $f(x) = \frac{x^2}{3} - 4$
b) Bepaal de snijpunten van de kromme $y = f(x)$ met $y = 2$
c) Bepaal het punt (*x*, *y*) waarin de raaklijn evenwijdig is met de eerste bissectrice
d) Bepaal de oppervlakte van het vlak gebied ingesloten door de *X*-as, *x* = 4, *x* = 8 en *y* = *f* (*x*)

Oplossing:

b) $(-3\sqrt{2}, 2)$ & $(3\sqrt{2}, 2)$
c) (1.5, -3.25)
d) 33.8

1.22 Oefening 22

4.2, 3.1

Bereken de oppervlakte van het gebied begrensd door y = 6 x - x² en y = x² - 2 x. Maak een tekening.

Oplossing: 64/3

1.23 Oefening 23

4.2, 3.1

Schets de krommen $y = \frac{1}{1+x^2}$ en $y = \frac{x^2}{2}$.

Bepaal de snijpunten en bereken de oppervlakte van het gebied ingesloten door beide krommen. Gebruik verschillende kleuren voor de krommen.

Oplossing: π/2 - 1/3

1.24 Oefening 24

4.2

Bereken het volume van het deel van het cilinderoppervlak $x^2 + y^2 = 2x$ tussen z=0 en z=4. Wat verwacht je als resultaat. Vergelijk dit met de berekende Matlabwaarde via zowel CaCo als CiCo (zonder verschuiving) voor dit probleem.

<u>Oplossing</u>: 4 π

1.25 Oefening 25

3.1,4.1

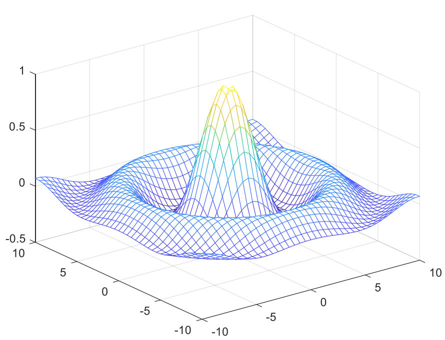
Schets de kromme met parametervoorstelling $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t-1} \\ y = 1+t^2 \end{cases}$ met de asymptoten $x = 0$ en $y = 2$.

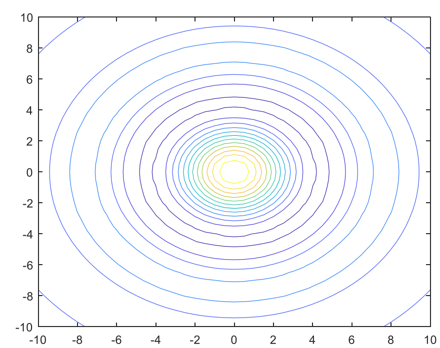
(gebruik verschillende kleuren voor grafiek en asymptoten).
Bepaal het punt met horizontale raaklijn.
<u>Oplossing</u>: (-1, 1)

1.26 Oefening 26

3.2

Maak een 3D plot en een contourplot van $z = \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}, -10 \leq x \leq 10, -10 \leq y \leq 10.$

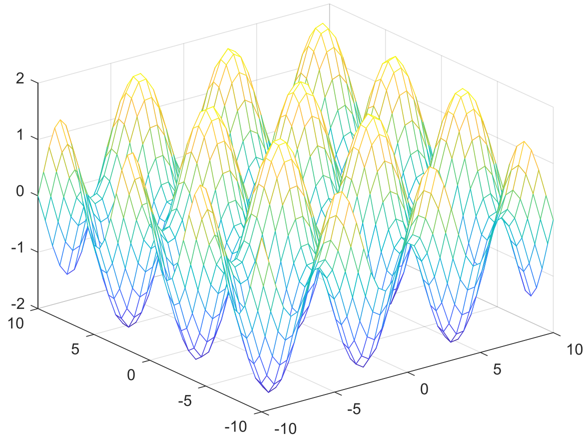


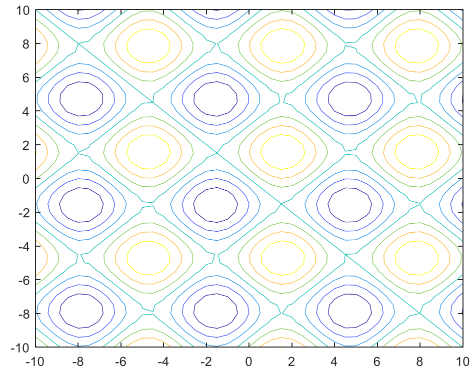


1.27 Oefening 27

3.2

Maak een 3D plot en een contourplot van $z = \sin(x) + \sin(y), -10 \leq x \leq 10, -10 \leq y \leq 10.$

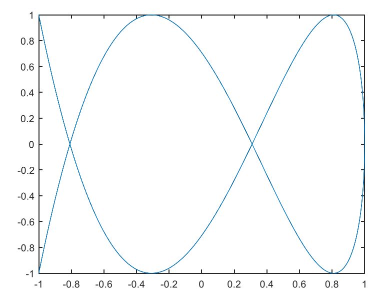




1.28 Oefening 28

Teken een gladde voorstelling van de kromme bepaald door

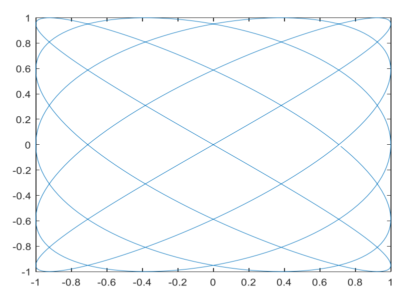
$$\begin{cases} x = \cos(2\ t) \\ y = \sin(5\ t) \end{cases}$$



1.29 Oefening 29

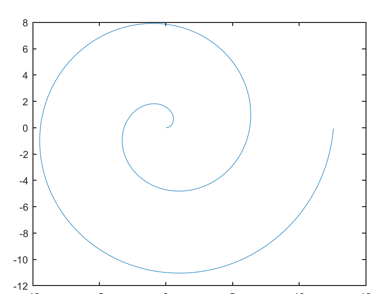
Teken een gladde voorstelling van de kromme bepaald door

$$\begin{cases} x = \cos(5\ t + \pi/4) \\ y = \sin(4\ t) \end{cases}$$



1.30 Oefening 30

Teken een kromme in het complexe vlak waarbij $z = t\ e^{i\,t}$, $0 \leq t \leq 4\pi$.

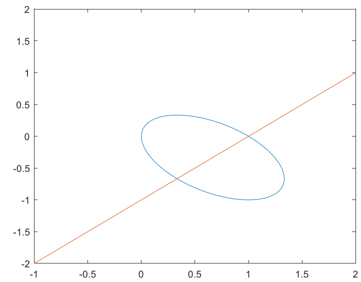


1.31 Oefening 31

3.1, 6.3

Schets de kromme met vergelijking $(y+1-x)\,.\,(x^2+xy+y^2-x)=0.$
Bepaal de snijpunten van de verschillende onderdelen.

Oplossing: (1/3, -2/3) en (1, 0)



1.32 Oefening 32

3.1, 6.3

Bepaal de oplossingen van het stelsel $\begin{cases} x^2+5y^2=25 \\ x+y=2 \end{cases}$

Schets de kromme en de rechte op één grafiek. Hoeveel snijpunten zijn er?

Oplossing: twee snijpunten

(- 0.234, 2.234)=$\left(\frac{5}{3}-\frac{\sqrt{130}}{6},\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{130}}{6}\right)$ en (3.567, -1.567)= $\left(\frac{5}{3}+\frac{\sqrt{130}}{6},\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{130}}{6}\right)$

1.33 Oefening 33

3.1, 6.3

Bepaal de reële oplossingen van $\begin{cases} x^2-2x+y^2=0 \\ 9x^2-18x+4y^2=27 \end{cases}$

Verklaar grafisch het resultaat.

Oplossing: geen

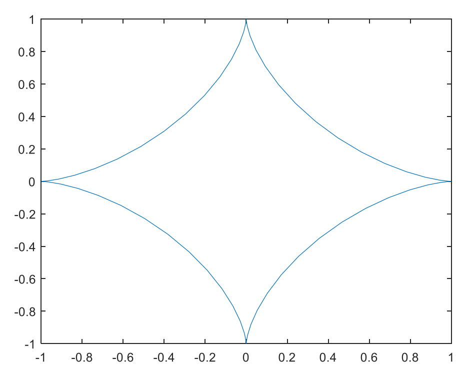
1.34 Oefening 34

4.2,3.1

Teken de astroïde met vergelijking $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}$. Bepaal omtrek en oppervlakte.

(omtrek = $\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$;

oppervlakte = $\int_{x_1}^{x_2} |y|\,dx$)



Oplossing:

omtrek = 6

opp = (3*pi)/8

1.35 Oefening 35

4.1,3.1

Maak met behulp van een tekening een schatting voor welke waarden van t de voerstraal van de punten van de kromme met parametervoorstelling (x = 2 sin(t) + cos(2t), y = - 2 cos(t) - sin(2t)) maximaal zal zijn en controleer via berekeningen.

Oplossing: De drie t-waarden waarvoor de voerstraal maximaal is: $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$ en $\frac{5\pi}{6}$

1.36 Oefening 36

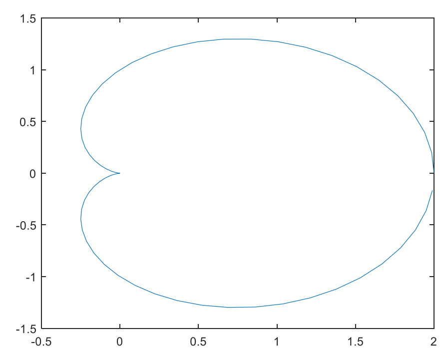
4.2,3.1

a) Teken de cardioide $r = 1 + cos\theta$.
b) Bereken de oppervlakte.
c) Bereken de omtrek.

TIP:

Oppervlakte in poolcoördinaten $S = \frac{1}{2}\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} r^2 d\vartheta$

Booglengte in poolcoördinaten $s = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sqrt{r^2 + r'^2}\ d\vartheta$.



Oplossing:

opp = (3*pi)/2
omtrek = 8

1.37 Oefening 37

3.1

Teken een cirkel met middelpunt (1,2) en straal 2 via de parametervoorstelling en de expliciete voorstelling.

1.38 Oefening 38

3.1,4.3

Onderzoek wat er gebeurt met de helling van de kromme $y = \frac{|x+2|}{(x+1)^2}$ rond x= -2. Werk met limieten en controleer via een tekening.

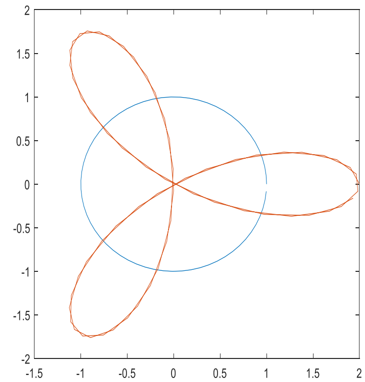
Oplossing: LL = -1 ,RL = 1

1.39 Oefening 39

4.2,3.1

a) Teken op één grafiek de krommen met vergelijking $r = 1$ en $r = 2\cos(3\theta)$.
b) Bereken de oppervlakte van het gemeenschappelijk deel binnen $r = 1$ en $r = 2\cos(3\theta)$.

Oplossing: 2/3 pi -1/2 3^(1/2)

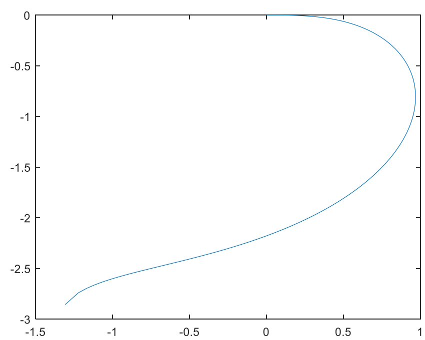


1.40 Oefening 40

3.1

Teken de kromme met poolcoördinatenvergelijking $r = Bgcos(\theta + 1)$

Oplossing:



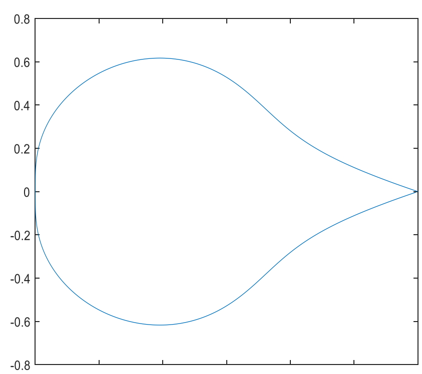
1.41 Oefening 41

3.1

Teken de poolkromme $r = \dfrac{1}{4\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos(2\theta)}$.

Oplossing:

.



1.42 Oefening 42

3.1,6.3

Ga na in welke punten de cirkel met middelpunt (1,1) en straal 2 en de kromme $r = 2 - \cos(2t)$ elkaar snijden in het vlak.

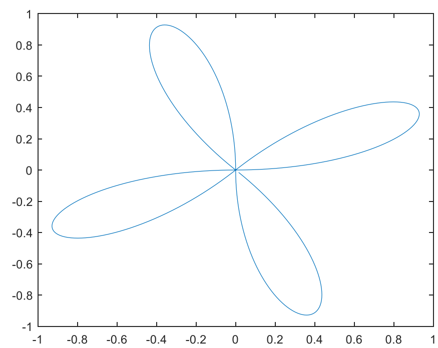
Oplossing: (1.3619, -0.9670) en (0.4442, 2.9212)

1.43 Oefening 43

3.1, 1.5

Teken de poolkromme $r = \sin(4t)$.

Oplossing:



1.44 Oefening 44

3.1, 4.2

Bereken de booglengte van de kromme $r = 1 - \cos(t)$ gelegen buiten de kromme $r + \sqrt{3}\sin(t) = 0$.

Oplossing: 6

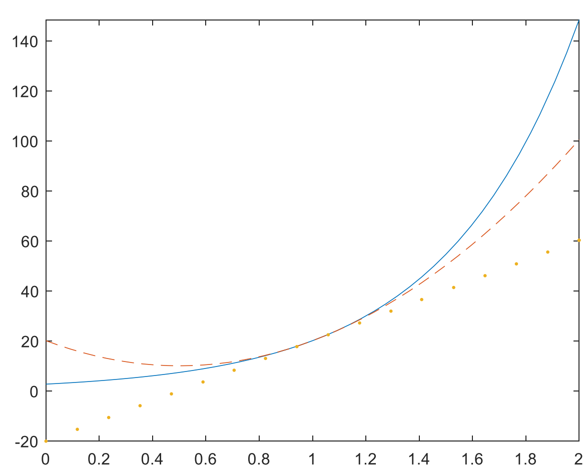
1.45 Oefening 45

2.4

a) Teken $f(x) = e^{2x+1}$ samen met zijn 2 afgekapte Taylorontwikkelingen rond x=1, resp. na de term in x en na de term in x^2 . Gebruik daarvoor het commando ‘taylor’.

b) Herhaal deze tekening voor $f(x) = x^2 - x$. Leg het resultaat uit.

Oplossing:



1.46 Oefening 46

Bepaal het inverse Laplacebeeld van $F(s) = \frac{2s^3+8s^2+12s+32}{s^4+4s^3+8s^2+16s+16}$ p.1

Oplossing: 2*exp(-2*t) + sin(2*t)/2 + 3*t*exp(-2*t)

1.47 Oefening 47

Bepaal het Laplacebeeld van $\begin{cases} \delta(t-1), & t<2 \\ e^{t-2}, t>2 & \end{cases}$ p.1

Oplossing: exp(-s) + exp(-2*s)/(s - 1)

1.48 Oefening 48

Bereken het Laplacebeeld van de functie die niet nul is tussen 1 en 2 en daar als functiewaarde 2-x aanneemt. Bereken van het resultaat het inverse Laplacebeeld en maak een tekening van de functie. p.1

Oplossing: exp(-2*s)/s^2 + (exp(-s)*(s - 1))/s^2

1.49 Oefening 49

Bereken de Laplacegetransformeerde van g, waarbij je g definieert via de functie f (gedefinieerd over [0,1]) als g(x)=f(x)+2*f(x-1)+3*f(x-2) en f samenvalt met de eerste bissectrice over [0,1] (anders functiewaarde 0). p.1

Oplossing: g = 1/s^2 - (exp(-s)*(s - 1))/s^2 - (3*exp(-3*s)*(s + 1))/s^2 - (exp(-2*s)*(2*s - 1))/s^2

1.50 Oefening 50

Bepaal eigenwaarden en eigenvectoren van de lineaire transformatie met transformatiematrix 1.5

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Controleer de volgende eigenschappen:

(1) het spoor van de matrix is de som van de eigenwaarden

(rekening houden met multipliciteit)

(2) de determinant is het product van de eigenwaarden (rekening houdend met de multipliciteit)

1.51 Oefening 51

Bepaal alle waarden van a zodat |A|= - 1 met $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 6 \\ 1 & 10 & 3 & 11 \end{pmatrix}$. 1.5,6.1

Oplossing: 3.8230

1.52 Oefening 52

6.2

Een oefening uit de cursus elektriciteit geeft aanleiding tot volgend stelsel:

$$\begin{cases} i_2 - i_1 - i_3 = 0 \\ i_3 - i_4 - i_5 = 0 \\ 30i_1 + 30i_2 = -60 \\ 30i_2 + 15i_3 + 30i_5 = 60 \\ -30i_5 + 10i_4 = 200 \end{cases}$$

Bepaal de stroomsterkten.

Oplossing: $i_1 = -4.2\ A, \quad i_2 = 2.2\ A, \quad i_3 = 6.4\ A, \quad i_4 = 9.8\ A \quad en \quad i_5 = -3.4\ A$

1.53 Oefening 53

6.2

Zoek een oplossing van het stelsel $\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ y - z = 1 \end{cases}$.

Oplossing: $x = \frac{5}{6}, \quad y = -\frac{1}{6} \quad en \quad z = -\frac{7}{6}$

1.54 Oefening 54

1.5

Bepaal een stel eigenvectoren van de lineaire transformatie
f: (x,y,z) → (y + z, x + z, x + y).

Oplossing: De eigenvectoren zijn:

- $k \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad met\ k \in \mathrm{IR}$
- $k_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + k_2 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad met\ k_1, k_2 \in \mathrm{IR}$

1.55 Oefening 55

1.5

Bepaal een orthonormaal stel eigenvectoren van de lineaire transformatie g: (x,y,z) → (-x, -y, -z).
Wat is de fysische interpretatie hiervan? Verklaar het resultaat.
Oplossing: IR^3.

1.56 Oefening 56

1.5

a) Bereken de eigenwaarden en eigenvectoren van $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Controleer de definitie van eigenwaarden en eigenvectoren.

c) Controleer dat de determinant van een matrix gelijk is aan het product van de eigenwaarden.

d) Controleer dat het spoor van een matrix gelijk is aan de som van de eigenwaarden.

Oplossing: Er is één eigenwaarde λ = 1 (met algebraïsche multipliciteit = 3)

Eigenvectoren: $k \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad met\ k \in IR$

1.57 Oefening 57

1.5

Zoek alpha zodat $f : (x, y, z) \to (\alpha y + z, x + z, x + y)$ een eigenwaarde 1 heeft.

Oplossing: a=-1

1.58 Oefening 58

Maak een simulatie met 100 steekproefwaarden van een variabele met een F(7,5 df)-verdeling. Herhaal dit 400 keer. Maak passende tekeningen om hierin de centrale limietstelling te herkennen.

1.59 Oefening 59

Creëer een nieuwe data-file met volgende gegevens: 24, 19, 14, 10, 7, 5, 6, 8, 12, 16, 21, 27.

(a) Maak een boxplot.

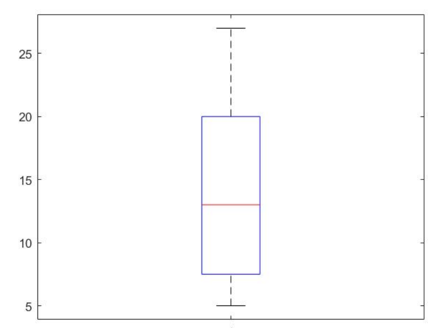
(b) Ga na of de gegevens uit een normaal verdeelde populatie komen.

(c) Ga na of de gegevens uit een normaal verdeelde populatie met gemiddeld 7 komen.

Oplossing:

De data zijn afkomstig van een normale verdeling (95% betrouwbaarheid).

De data zijn niet afkomstig is van een normale verdeling met gemiddelde 7 (95% betrouwbaarheid).

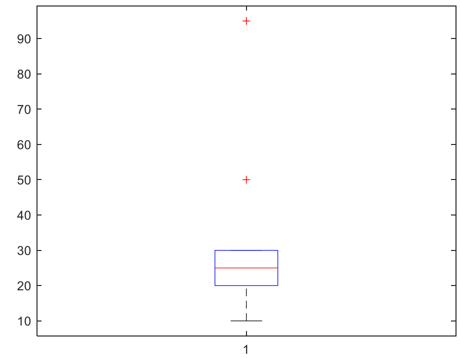


1.60 Oefening 60

(a) Geef de boxplot voor volgende data: 25, 50, 22, 10, 28, 95, 20, 14, 25, 30. Bepaal de uitschieter.

(b) Test of de gegevens normaalverdeeld zijn op 80%-niveau.

(c) Verwijder de uitschieter en test opnieuw.



Oplossing:

(b) Het normaal verdeeld zijn wordt niet aanvaard met 80% betrouwbaarheid.
De waarden 50 en 95 zijn blijkbaar uitschieters.
(c) Als we die weglaten, dan wordt het normaal verdeeld zijn aanvaard met 80% betrouwbaarheid.

1.61 Oefening 61

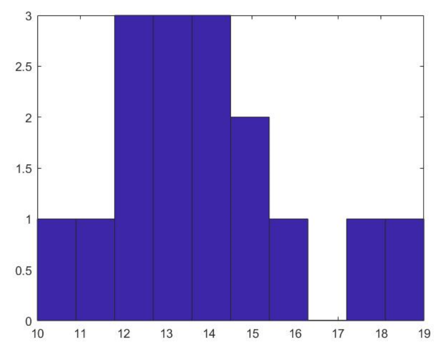
Bij een fabriek die klinkers maakt, wil men de maatvastheid onderzoeken van de geproduceerde klinkers. Daarvoor werd een steekproef gedaan en de lengte gemeten.

12, 13, 14, 16, 15, 18, 19, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 13, 14, 12.

(a) Presenteer een histogram van deze gegevens.
(b) Kunnen we aannemen dat deze gegevens normaal verdeeld zijn?
(c) Vind de mediaan, de interkwartielafstand, de modus, het gemiddelde, variantie, het 10% percentiel.

Oplossing:

mediaan = 13.5000
iqr = 3
modus = 12
gemiddelde = 13.8125
variantie = 5.7625
p_waarde = 11.1000
Er kan met 95% betrouwbaarheid worden aangenomen dat de gegevens uit een normale verdeling komen.



1.62 Oefening 62

In onderstaande tabel staan de maandelijkse nettolonen van een KMO in de bouwsector.

Maandloon	Aantal werknemers
[1050, 1200[	4
[1200, 1350[	7
[1350, 1500[	10
[1500, 1650[	12
[1650, 1800[	7
[1800, 1950[	3
[1950, 2100[	0
[2100, 2250[	2

(a) Schat het gemiddelde loon binnen deze KMO. Wat is de standaardafwijking?
(b) Bereken zelf het 95% betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde loon voor een KMO in de bouwsector op basis van deze gegevens.

Oplossing: Steekproefgemiddelde=1525, s= 247.7168, 95% BI voor µ =[1452.6, 1597.4]

1.63 Oefening 63

De resultaten (/100) behaald door een selectie van 10 studenten op het examen wiskunde en economie worden gegeven in onderstaande tabel.

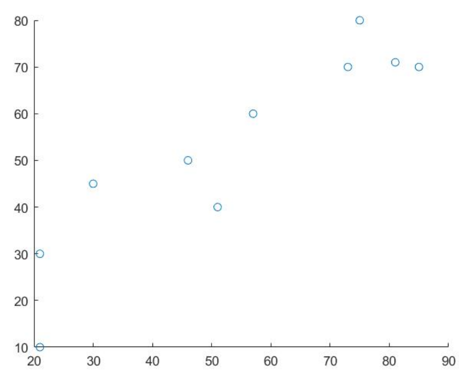
Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Score Wiskunde	30	73	51	57	81	21	75	46	85	21
Score Economie	45	70	40	60	71	30	80	50	70	10

(a) Wat is de gemiddelde score voor het examen wiskunde bij deze 10 studenten?
(b) Schat de verwachte score voor het examen economie. Wat is daarbij de standaardfout?
(c) Bij welk examen is de variantie het grootst voor deze groep studenten?
(d) Maak een scatterplot waarbij je de score voor wiskunde uitzet ten opzichte van de score voor economie.

Oplossing:

```
A=[30   73  51  57  81  21  75  46  85  21;
45  70  40  60  71  30  80  50  70  10];
gem=[mean(A(1,:));mean(A(2,:))]
variantie=[var(A(1,:));var(A(2,:))]
standaardfout=sqrt(variantie(2)/10)
scatter(A(1,:),A(2,:))
```

(a) 54
(b) 52.6, standaardfout = 6.9109
(c) variantie grootst bij wiskunde

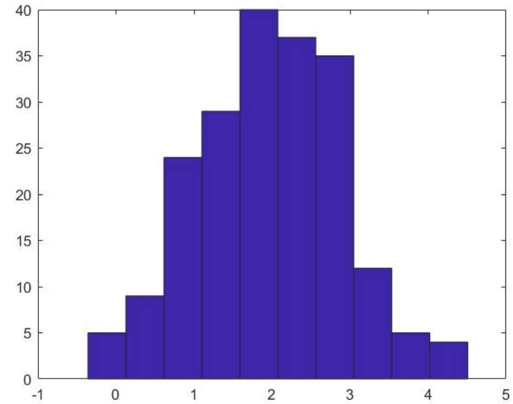


1.64 Oefening 64

Genereer een steekproef met 200 waarnemingen van een variabele met als verdeling N(2,1). Teken de histogram van deze steekproef.
Vind een interval waarin het steekproefgemiddelde van een dergelijke steekproef zal liggen met 80% betrouwbaarheid.

Oplossing:

80% BI = [1.9094,2.0906].



1.65 Oefening 65

Als x:F(5,12 d.f.), dan is P(x<2)= …..
Als y:t(10 d.f.), dan is P(y>1)= …..
Wat is a als P(y<a)=0.15?
Als z:Bin(500, 0.02 d.f.), dan is P(z<12)= …..
(controleer dit laatste ook met de normale verdeling en geef commentaar)

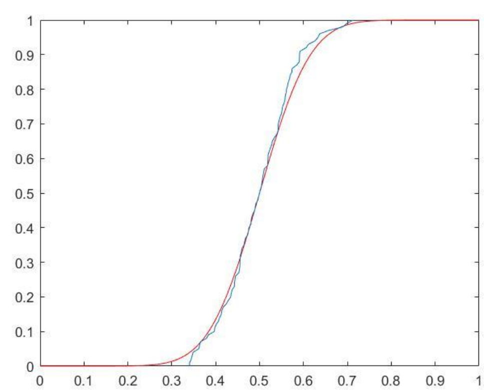
Oplossing:

P(x<2)=0.8491, P(y>1)=0.1704, P(y<-1.0931)=0.15, P(z<12)=0.6253 (bin) benaderd als 0.6841.

1.66 Oefening 66

Genereer zelf een steekproef met 100 waarnemingen van lengtes van planken. De leverancier stelt dat de lengtes normaal verdeeld zijn met gemiddelde 2 m en σ=9 cm. Onze zaagmachine zaagt van elke plank een deel af met een lengte die normaal verdeeld verondersteld wordt met gemiddelde 1.5 m en σ=1 cm. Simuleer dit. Welke verdeling verwacht je voor de lengtes van de overblijvende stukken van de planken als je weet dat de werking van de machine onafhankelijk is van de lengte van de plank. Controleer dit aan de hand van de grafieken van de cumulatieve distributiefuncties (theoretische functie in het rood).

Oplossing:



1.67 Oefening 67

De afdeling kwaliteitscontrole van een fabriek die microgolfovens maakt, meet bij 42 ovens wat de straling is van de oven met gesloten deuren.

(a) Ga na of we er kunnen vanuit gaan dat deze emissie normaal verdeeld is.

(b) Ga na of er uitschieters zijn. Welke zijn die?

(c) Test of $\mu = 0.10$ met $\alpha = 0.05$.

(d) Geef een 99% betrouwbaarheidsinterval voor μ .

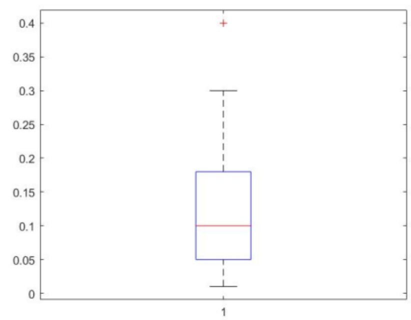
Data : **microgolf.dat**

Oplossing:

de normale verdeling wordt verworpen met 95% betrouwbaarheid.

Levert een boxplot op die de uitschieter 0.4 laat zien.

De nulhypothese $\mu = 0.10$ wordt dus aanvaard met 95% betrouwbaarheid.
Het 99% BI voor het gemiddelde =[0.0865, 0.1701].



1.68 Oefening 68

Een consumentenorganisatie evalueert de kwaliteit van zonnepanelen. Daarvoor werden op 15 daken panelen geplaatst, één van type A en één van type B. De geleverde stroom (in kWh) werd opgemeten gedurende 3 maanden. Kan op basis van deze gegevens worden geconcludeerd dat er een significant verschil is in opgewekte stroom tussen de twee soorten panelen?

Data : **zonnepaneel.txt**

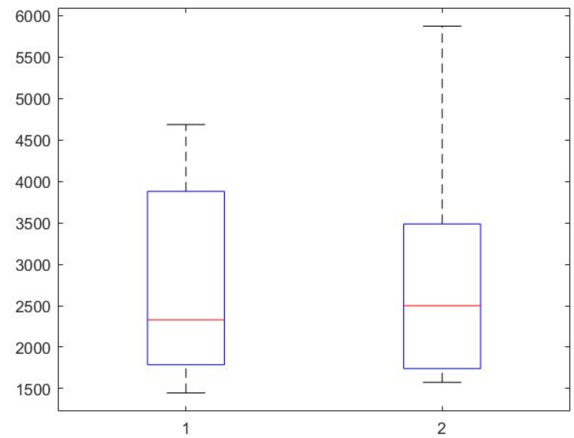
Oplossing:

De normaliteit voor de verschilvariabele wordt aanvaard met 95% betrouwbaarheid.
De gelijkheid van de geleverde stroom voor types A en B (in gepaarde vorm) wordt aanvaard met 95% betrouwbaarheid.

1.69 Oefening 69

Een consumentenorganisatie evalueert de kwaliteit van zonnepanelen. Daarvoor wordt op 30 daken één type zonnepaneel gelegd: ofwel type A ofwel type B. De geleverde stroom (in kWh) werd opgemeten gedurende 3 maanden. Kan op basis van deze gegevens worden geconcludeerd dat er een significant verschil is in opgewekte stroom tussen de twee soorten panelen? Maak voor beide groepen een box-and-Whisker plot en becommentarieer.

Data : **zonnepaneel.txt**



Oplossing:

De normaliteit wordt voor beide types panelen aanvaard met 95% betrouwbaarheid. Ook de voorwaarde van gelijkheid van varianties is voldaan (factor <2).
De gelijkheid van de geleverde stroom voor types A en B wordt aanvaard met 95% betrouwbaarheid.

1.70 Oefening 70

Van een partij wijn wordt verondersteld dat het gemiddeld alcoholgehalte gelijk is aan 12. Een steekproef van 10 flessen geeft volgend resultaat:

12.5 13.8 9.7 12.9 12.3 10.7 11.6 12.3

(a) Is de bewering juist op 90% niveau? (2-zijdige test) Kan je dit ook verklaren aan de hand van het betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde?

(b) Test of het gemiddeld alcoholgehalte van de partij wijn kleiner is dan 12.5 op 80% niveau. Kan je dit ook verklaren aan de hand van het betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde?

Oplossing:
Er kan met 95% betrouwbaarheid worden aangenomen dat er een normale verdeling aanwezig is. Er kan met 90% betrouwbaarheid worden gezegd dat het gemiddeld alcoholgehalte gelijk is aan 12. Er kan met 80% betrouwbaarheid worden gezegd dat het gemiddeld alcoholgehalte kleiner is dan 12.5.

1.71 Oefening 71

Voor het vervaardigen van synthetisch diamant wordt winst geboekt als de karaat-waarde > 0.5. Een steekproef van 6 diamanten geeft:

0.46 0.61 0.52 0.48 0.57 0.54

Is algemeen gesproken de productie de moeite waard? (test op 85% niveau)

Oplossing: De productie is de moeite waard met 85% betrouwbaarheid.

1.72 Oefening 72

De hartslag vóór en na het toedienen van een bepaalde medicatie bij zeven personen geeft volgende resultaten:

persoon:	1	2	3	4	5	6	7
vóór	55	59	60	58	61	62	65
na	57	62	62	62	60	64	64

Kan op basis van deze steekproef gesteld worden dat de hartslag op populatieniveau verhoogt (α = 0.05)?

Oplossing: Met 95% betrouwbaarheid kan gesteld worden dat er een verhoging is van de hartslag.

1.73 Oefening 73

De hartslag vóór en na het toedienen van een bepaalde medicatie bij zeven personen geeft volgende resultaten, waarbij 'hartslag sport' slaat op de resultaten van groep 1: personen die 2 uren sporten per week, en 'hartslag geen sport' slaat op de resultaten van groep 2: personen die geen sport doen.

hartslag	1	2	3	4	5	6	7
Sport	55	59	60	58	61	62	65
Geen sport	57	62	62	62	60	64	64

Kan op basis van deze steekproef gesteld worden dat de hartslag op populatieniveau hoger is voor de groep die geen sport doet (α = 0.05)?

Oplossing: Met 95% betrouwbaarheid kan gesteld worden dat er geen verhoging is van de hartslag.

1.74 Oefening 74

Machines produceren staafjes die een gemiddelde lengte van 12mm moeten hebben.
Een steekproef van 10 staafjes bij 2 machines geeft volgende resultaten:

Machine 1:	11.9	12.3	11.8	12.1	12.7	11.7	11.4	11.5	11.9	12.0
Machine 2:	13.1	13.3	13.4	12.9	13.6	13.3	12.8	13.1	13.4	12.9

(a) Bepaal voor beide steekproeven de gemiddelde lengte en het 90%-betrouwbaarheidsinterval.
(b) Test voor beide machines of de lengte inderdaad 12 is met 95%-betrouwbaarheid.
(c) Test of het gemiddelde voor machine 1 kleiner is dan 12 met 95%-betrouwbaarheid.
(d) Test of het gemiddelde voor machine 2 groter is dan 12 met 95%-betrouwbaarheid.
(e) Test of de gemiddelde lengte bij machine 2 meer dan 1 groter is dan bij machine 1 met 90%-betrouwbaarheid.

Oplossing:
gemiddelde = 11.9300 13.1800
normaliteit van lengte 1 wordt aanvaard met 95% betrouwbaarheid
normaliteit van lengte 2 wordt aanvaard met 95% betrouwbaarheid

90% betrouwbaarheidsinterval voor lengte 1=[11.71, 12.15]
90% betrouwbaarheidsinterval voor lengte 1=[13.03, 13.33]
gem_lengte1=12 wordt aanvaard (tweezijdig met 95% betrouwbaarheid)
gem_lengte2=12 wordt verworpen (tweezijdig met 95% betrouwbaarheid)
gem_lengte1<12 wordt verworpen (95% betrouwbaarheid)
gem_lengte2>12 wordt aanvaard (95% betrouwbaarheid)
gem_lengte2>gem_lengte1+1 wordt aanvaard (90% betrouwbaarheid)

1.75 Oefening 75

Een onderzoek werd opgericht om na te gaan of de leeftijd van de autobestuurder invloed heeft op zijn rijgedrag, met name het aantal auto-ongevallen waarin hij betrokken geraakt gedurende een jaar.
Test met een betrouwbaarheid van 95% of de leeftijd van de bestuurder invloed heeft op het aantal ongevallen ?
Data : **rijgedrag.dat**
<u>Oplossing:</u>

Met 95% betrouwbaarheid kan dus gesteld worden dat de leeftijd van de bestuurder een invloed heeft op het aantal ongevallen.

1.76 Oefening 76

Tijdens een verkeerscontrole werden 1024 automobilisten gecontroleerd op het al dan niet dragen van de gordel. Daarvan waren er 464 mannen en 560 vrouwen. Van de mannen droegen er in totaal 192 een gordel. Van de 560 vrouwen waren dit er 284.

(a) Onderzoek of er een significante samenhang bestaat tussen het geslacht van de bestuurder en het dragen van de gordel.
(b) Wat is bij de vrouwen het percentage dat een gordel draagt.
(c) Indien er absolute onafhankelijkheid zou zijn tussen het rij- en kolomcriterium, hoeveel mannen zouden er een gordel dragen?

<u>Oplossing:</u>

Met 95% betrouwbaarheid kan gesteld worden dat er een afhankelijkheid is tussen de gender van de bestuurder en het dragen van de gordel.
Indien er absolute onafhankelijkheid zou zijn tussen het rij- en kolomcriterium, zouden er 215.7 mannen een gordel dragen.

1.77 Oefening 77

Men wenst te onderzoeken wie kiest voor het bouwen van passieve woningen. Daarvoor heeft men gepeild naar het opleidingsniveau van de mensen die een woning bouwen. Er wordt onderscheid gemaakt volgens drie klassen (groep 1 = hoger opgeleiden, groep 2 = middengroep , groep 3 = laaggeschoolden). De aantallen staan genoteerd in volgende tabel.

	groep 1	groep 2	groep 3
Passieve woning	14	30	11
Geen passieve woning	44	142	257

(a) Ga je op basis van deze steekproef akkoord met de stelling dat er geen verschil is qua opleidingsniveau bij de keuze voor een passieve woning? (onbetrouwbaarheidsdrempel=5%)?
(b) Hoeveel procent van de passieve woningen worden gebouwd door laaggeschoolden?
(c) Hoeveel procent van de hoger opgeleiden kiest voor een passieve woning?

Oplossing:
Met 95% betrouwbaarheid kan gesteld worden dat er een afhankelijkheid is tussen het opleidingsniveau en het type woning.
20% procent van de passieve woningen wordt gebouwd door laaggeschoolden.
24.14% procent van de hoger opgeleiden kiest voor een passieve woning.

1.78 Oefening 78

De dienst volksgezondheid wenst na te gaan of mensen die veel in de omgeving vertoeven van rokers, maar zelf niet-roker zijn, daar nadelige effecten van ondervinden. Om hier uitsluitsel over te geven werden drie groepen mensen geselecteerd : een groep rokers (groep 1), een groep niet-rokers die passief meeroken (groep 2) en een groep niet-rokers (groep 3) die ook niet in de buurt van rokers verblijven. De data die verzameld werden bestaan uit gemeten cotininewaarden (in ng/ml). Deze stof is aanwezig in het bloed en vormt zich wanneer nicotine wordt opgenomen door het bloed. Vergelijk de drie groepen. Controleer of kan aangenomen worden dat de varianties van de verschillende groepen overeenstemmen. Zijn de onderliggende verdelingen normaal verdeeld ?

Data : **cotinine.dat**

Oplossing:

Met 95% betrouwbaarheid kan gesteld worden dat er verschil is in cotininewaarden tussen de groepen (p=9.0029e-05<0.05), meer bepaald tussen groep 1 en groep 2 en tussen groep 1 en groep 3.

Het controleren van de normaliteit voor elk van de groepen levert telkens een positief resultaat op met 95% betrouwbaarheid.

1.79 Oefening 79

Een onderzoeker is geïnteresseerd in de breeksterkte van verschillende gelamineerde balken gemaakt uit drie houtvariëteiten en drie verschillende soorten lijm. Om deze te vergelijken werden vijf balken van elk van de negen combinaties aangemaakt en daarna onderworpen aan een spanningstest. De data bestaat uit waarden voor de druk waarbij de balken braken. Maak een vergelijkend onderzoek en controleer eventuele assumpties.
Data : **balken.dat**

Oplossing:

Er is interactie tussen de lijm en de houtsoort (95% betrouwbaarheid).
Het controleren van de normaliteit voor elk van de groepen levert telkens een positief resultaat op met 95% betrouwbaarheid.

1.80 Oefening 80

Men wenst onderzoek te doen rond verschillende samenstellingen om het wegdek van de snelweg mee te bouwen. Bij een proefproject worden de vier verschillende types wegdek (die verschillen qua samenstelling van de asfalt) gebruikt op de E17, de E40, de R4 en de E413, telkens met een strook van 1 km. Na vijf jaar wordt geëvalueerd hoeveel herstellingen dienden te gebeuren (zie tabel). Maak een totale variantie-analyse voor wat betreft de types wegdek op de verschillende snelwegen.

	Type I	Type II	Type III	Type IV
E17	4	3	6	10
E40	10	8	5	16
R4	2	0	3	4
E413	1	2	3	4

Oplossing:

Zowel de rij (snelweg) als de kolom (soort asfalt) hebben een significante invloed (α=0.05). Tussen E40 en E413 is er een significant verschil, evenals tussen E40 en R4 (α=0.05). Tussen asfalt type 2 en asfalt type 4 is er ook een significant verschil (met 95% betrouwbaarheid).

1.81 Oefening 81

Op verschillende plaatsen worden watermonsters genomen en het zuurstofgehalte bepaald:
plaats 1: stroomopwaarts
plaats 2: nabij een fabriek
plaats 3: stroomafwaarts
Ga na of er een significant verschil is tussen de plaatsen.

Plaats	Gemiddelde zuurstof				
1	6.3	6.6	6.4	6.4	6.5
2	4.8	4.3	5.0	4.7	5.1
3	6.0	6.2	6.3	5.8	6.2

Oplossing:
Met 95% betrouwbaarheid kan een verschil gevonden worden in zuurstofgehalte volgens de locatie. (significant verschil tussen locatie 2 en 1 en tussen locatie 2 en 3)

1.82 Oefening 82

Er wordt een studie gedaan waarin de Fe-concentratie bepaald wordt in grondstalen. Op 3 verschillende plaatsen worden telkens zes stalen genomen en de metingen op elk staal worden uitgevoerd in 2 verschillende labo's, die elk een andere meettechniek gebruiken.
In de onderstande tabel worden de resultaten weergegeven.
Ga na in hoeverre het labo (factor A) en de plaats (factor B) effect hebben op de meting (α=0.1).

	plaats		
	1	**2**	**3**
Labo 1	5.59	5.67	5.75
	5.59	5.67	5.47
	5.37	5.55	5.43
	5.54	5.57	5.45
	5.37	5.43	5.24
	5.42	5.57	5.47
Labo 2	5.90	5.90	5.81
	5.75	6.01	5.90
	6.07	5.85	5.81
	5.90	5.54	5.81
	6.01	5.81	5.65
	6.06	5.70	5.75

Oplossing:
Met 90% betrouwbaarheid doet de plaats er niet toe voor de Fe-concentratie, maar wel het labo.

1.83 Oefening 83

Men veronderstelt dat de concentratie van een katalysator invloed heeft op de sterkte bij kunststof. Metingen van de sterkte geven volgend resultaat:

Concentratie	35%	40%	45%	50%
	5.9	9.9	6.8	7.2
	8.1	9.0	7.9	6.9
	5.6	8.6	8.4	7.7
	6.3	7.9	9.3	8.1
	7.7	8.7	8.2	7.5

Ga na of de bewering klopt op populatieniveau (α=0.05).

Oplossing:

Met 95% betrouwbaarheid kan er een verschil gevonden worden bij de sterkte van de kunststof volgens de concentratie. Meer bepaald tussen 35% en 40%.

1.84 Oefening 84

Beschouw volgende gegevens:

	Pol	Piet	Lena	Lies	Dirk	Sara	Miel	Kurt	Linda	Sven
Test 1	8	12	13	10	16	9	3	19	14	9
Test 2	5	13	12	14	17	10	1	14	12	7

(a) Bepaal het 90% betrouwbaarheidsinterval voor het populatiegemiddelde van het rekenkundig gemiddelde van de twee testen.

(b) Bepaal de correlatiecoëfficiënt tussen de twee testen en test of deze significant verschillend is van 0.

Oplossing:

(a) [8.2904, 13.5096]
(b) 0.8509, significant verschillend is van 0 (α=0.05)

1.85 Oefening 85

Het maximale debiet y van een rivier is een belangrijke parameter voor vele ontwerpproblemen voor civiele ingenieurs. Schattingen van deze parameter kunnen bekomen worden door deze te verbinden met de oppervlakte van de waterscheiding (x_1) (grens tussen twee stroomgebieden) en de gemiddelde waterscheidingshelling (x_2).

(a) Schat het verband door middel van meervoudige lineaire regressie.
(b) Test of elk van de coëfficiënten significant verschillend zijn van 0.
(c) Hoeveel procent van de variantie kan verklaard worden door het regressiemodel ? Interpreteer.
(d) Wat is de correlatiecoëfficiënt tussen de veranderlijken x_1 en x_2 ?

Data : **debiet.dat**

Oplossing:

(a-c) Een lineair model is niet aangewezen om het debiet te verklaren met x_1 en x_2.
(d) 0.4741=correlatiecoëfficiënt tussen de veranderlijken x_1 en x_2

1.86 Oefening 86

Bij een audit van de helpdesk-afdeling van een softwarebedrijf wordt 13 dagen lang het aantal binnenkomende tickets genoteerd. Men noteert ook elke dag het aantal beschikbare medewerkers en het aantal binnenkomende tickets dat die dag voor langere tijd in de wachtrij belandt (meer dan 1 uur wachttijd).

(a) Teken een boxplot van de variabele X die aanduidt hoeveel tickets minder dan 1 uur in de wachtrij staan na aankomst.

(b) In 75% van de gevallen is X kleiner dan …
(c) Zijn er uitschieters voor X?
(d) Is er een lineair verband tussen het aantal medewerkers en X?
(e) Hoe zijn X en het aantal medewerkers gecorreleerd? Bereken de gepaste coëfficiënt en ga na of deze significant verschillend is van nul.

Aantal inkomende tickets	**Aantal medewerkers**	**Langer dan 1 uur in wachtrij**
83	6	12
50	5	3
91	7	7
45	5	8
66	6	17
72	7	4
73	6	8
80	9	2
52	5	3
90	7	17
89	9	19
46	5	5
58	7	7

Oplossing:

In 75% van de gevallen is X kleiner dan 71.5.
De correlatiecoefficient = 0.7291 en die is significant verschillend van 0.
aantal werknemers=0.1050*X
Geen uitschieters voor X volgend uit de boxplot.

1.87 Oefening 87

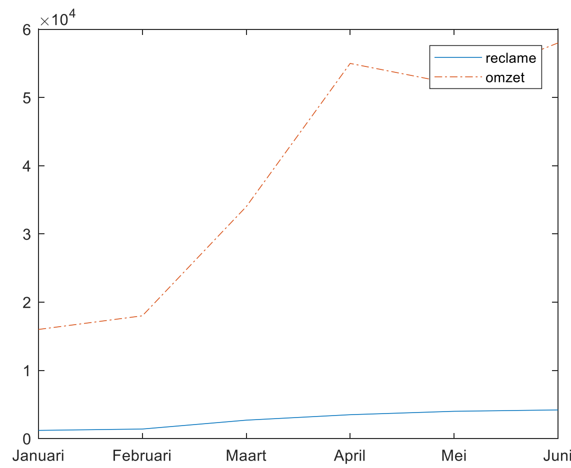
Een bedrijf wil het effect nagaan van hun advertenties op de verkoop. In een periode van 6 maanden vinden we de volgende cijfers voor omzet en uitgaven aan reclame.

maand	Uitgaven reclame	omzet
Januari	1200	16 000
Februari	1400	18 000
Maart	2700	34 000
April	3500	55 000
Mei	4000	52 000
Juni	4200	58 000

(a) Kunnen we stellen dat de grootte van het reclamebudget toelaat om het verkoopresultaat te voorspellen? Zo ja, hoe dan? Stel het model op op basis van deze gegevens. Bespreek.
(b) Wat verwacht je als omzet indien het bedrijf 20 000 euro uitgeeft aan reclame?
(c) Maak een grafische voorstelling waarbij je op één tekening de reclame-uitgaven en ook de omzet uitzet als functie van de tijd met een lijn (met een legende).

Oplossing:

(a) Het best passende lineaire model is
omzet= 13.7911 * reclame
(b) 275.822



1.88 Oefening 88

Gasmaatschappijen moeten voldoende gastoevoer voorzien om hun klanten het ganse jaar door te bevoorraden. Bij de planning wil men in staat zijn de benodigde hoeveelheid te voorspellen op basis van gegevens rond temperatuur van de dag zelf, van de voorbije dag, de windsnelheid, het feit of het weekend is of niet.

(a) Stel op basis van de data die voorhanden is, een lineair regressiemodel op dat ons in staat moet stellen om de nodige gashoeveelheid te modelleren.
(b) Hoeveel procent van de variantie kan verklaard worden door het regressiemodel ? Interpreteer.
(c) Wat is volgens het model de hoeveelheid gas die de maatschappij moet voorzien als de temperatuur van de dag (woensdag) gelijk is aan18 graden Celcius, de temperatuur van de dag ervoor 15 graden Celcius, de windsnelheid 10 bedraagt?
(d) Wat is volgens het model het 95% betrouwbaarheidsinterval voor de coëfficiënt bij de temperatuur van de dag ?

Data : **gasbedrijf.dat**

Oplossing:

(a) gastoevoer = 399.4760-6.7086 * temperatuur
(b) R^2=97.4%
(c) 278,72
(d) [-7.6026 , -5.8147]

1.89 Oefening 89

Opgave:

Twee wijnproevers werd gevraagd een rangschikking te maken van 9 gegeven wijnen.

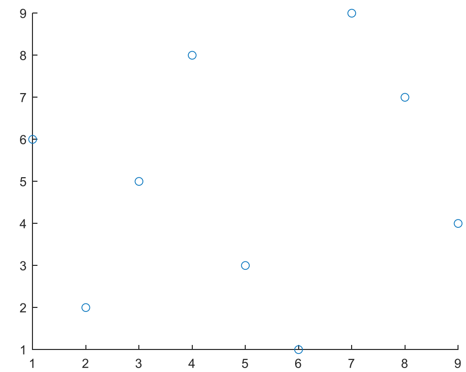
(a) Bereken de correlatiecoëfficiënt van de scores van beide wijnproevers en trek er je conclusies uit over de mening van de twee kenners.

(b) Maak een gepaste grafiek die het verband tussen de 2 beoordelingen weergeeft.

Data : **wijndegustatie.dat**

Oplossing:

De gemeten correlatiecoëfficiënt is 0.1333. We kunnen met 95% betrouwbaarheid stellen dat de correlatiecoëfficiënt op populatieniveau gelijk is aan 0.



1.90 Oefening 90

Het gewicht van personen wordt vergeleken met de systolische bloeddruk. Dit geeft:

Gewicht:	81	92	83	75	81	77	92	101	87
Bloeddruk:	122	144	138	145	152	110	118	160	108

Bepaal het lineair verband dat algemeen de bloeddruk uitdrukt in termen van het gewicht. Bespreek voor $\alpha = 0.05$.

Oplossing: Er is geen waardevol lineair model te vinden. R^2=8.83%.

1.91 Oefening 91

Gegeven zijn volgende meetresultaten:

x:	1.5	2	3.1	4.2	5	6.1	6.9	8.3	9.5	10.1
y:	7	20	65	64	187	430	600	1300	2000	3500

Bepaal op basis van deze gegevens het best passende lineair verband $y = \beta_0 + \beta_1 x$. Kan je het model verbeteren?

Oplossing: y= 71.68 *x^2 + -514.8 *x + 807

1.92 Oefening 92

Men onderzoekt de expansie van een grote winkelketen. Hieronder vind je een overzicht van het aantal geopende winkels (y) in de loop van 12 jaar. Vind het best passende veeltermmodel dat het aantal winkels verklaart in functie van de jaren. Argumenteer.

t in jaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
aantal winkels	1	2	2	6	10	16	25	41	60	97	150	211

Oplossing: y = 2.878 *x^2 + -21.05 *x + 32.7

1.93 Oefening 93

Men wil bestuderen hoe de weerstand van rubber tegen afschuren beïnvloed wordt door de hardheid en treksterkte van rubber. Twintig monsters rubber zijn getest op de hardheid (hoe hoger het getal des te sterker is het rubber) en treksterkte (in kg/cm²). Daarna is elk monster een uurlang afgeschuurd (elk monster op dezelfde manier) en is het afgeschuurde gewicht (in gram) aan rubber per uur (y) bepaald. Bepaal het meervoudige lineaire model $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$ en illustreer met een 3D tekening.

y	hardheid	treksterkte	y	hardheid	treksterkte
372	45	162	164	64	210
206	55	233	113	68	210
175	61	232	82	79	196
154	66	231	32	81	180
136	71	131	228	56	200
112	71	237	196	68	173
55	81	224	128	75	188
45	86	219	97	83	161
221	53	203	64	88	119
166	60	189	249	59	161

Oplossing:

model: y=721.7233-6.6207 x1 -0.6139 x2
goede kwaliteit, normaliteitsvw voor residues ok

1.94 Oefening 94

Er wordt nagegaan of de lengte van een pasgeboren baby afhankelijk is van de gewichtstoename van de moeder tijdens de zwangerschap en/of van de lengte van de vader.
10 steekproeven geven volgende resultaten:

gew toename:	12	13	15	20	14	13	10	19	12	8
lengte vader:	195	180	175	182	165	190	182	177	171	179
lengte baby:	52	52.5	50	51	50	53	52.5	52	49	50.5

Kan je een meervoudig lineair model bepalen dat de lengte van de baby voorspelt als de gewichtstoename van de moeder en de lengte van de vader gekend zijn. Verklaar.

<u>Oplossing:</u>

lengte baby = 31.3508 + 0.1108 * lengte vader