FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR

# HOOFDSTUK 1

# KANSREKENEN


UNIVERSITEIT GENT

# KANSREKENEN

$$P(\text{gebeurtenis}) = \frac{\text{aantal gunstige gevallen}}{\text{aantal mogelijke gevallen}}$$

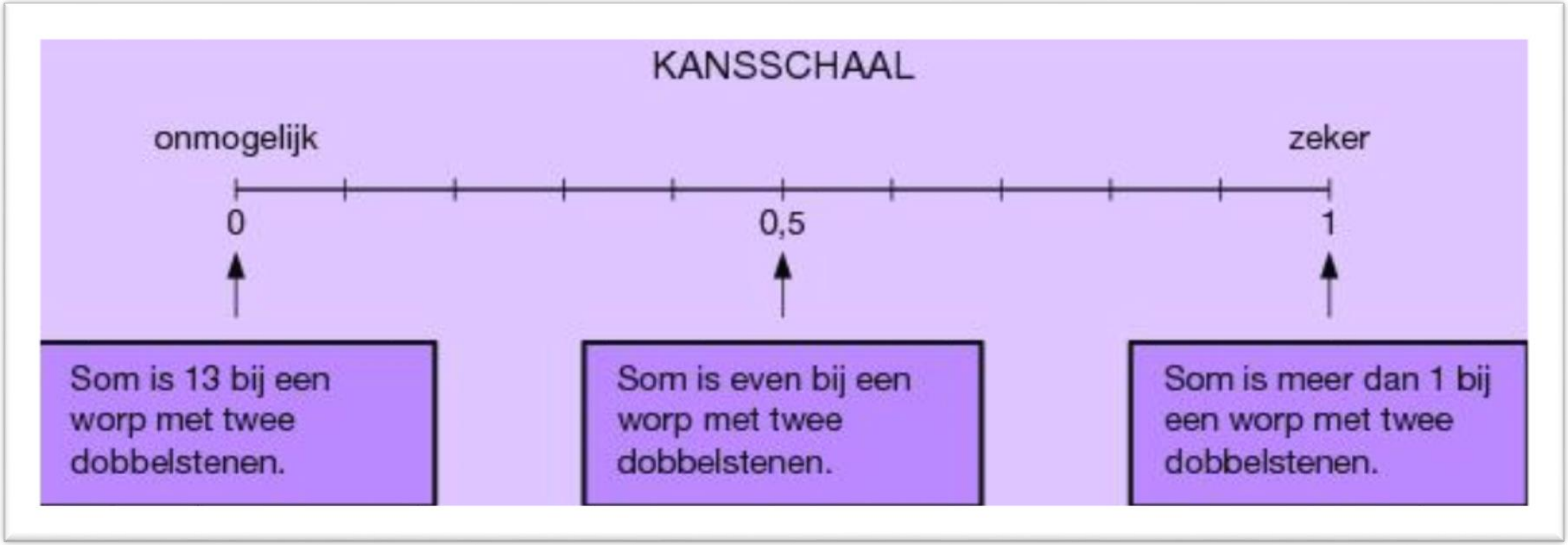
**Voorbeeld 1:** bij het gooien met een dobbelsteen is elk van de 6 uitkomsten even waarschijnlijk dus P(meer dan 4 ogen) = $^{2}/_{6} = \frac{1}{3}$

Je mag deze regel alleen gebruiken als alle uitkomsten even waarschijnlijk zijn

**Voorbeeld 2:** bij een verkeerslicht zijn de uitkomsten rood, oranje en groen niet even waarschijnlijk, want het verkeerslicht staat langer op rood dan op oranje, dus P(oranje) is niet gelijk aan $\frac{1}{3}$

# WELKE VAN DE DRIE BEN JIJ?

# EIGENSCHAPPEN VAN KANSEN




$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(A) = 0 \quad \text{(A is onmogelijk)}$$

$$P(A) = 1 \quad \text{(A is zeker)}$$

# BEWERKINGEN: UNIE EN DOORSNEDE

$A \cap B$: gebeurtenis A EN gebeurtenis B

Voorbeeld: A = een rode kaart trekken

B = een heer trekken

$P(A \cap B) = ....$

Bijzonder geval: A en B sluiten elkaar uit, $A \cap B = \varnothing$

$A \cup B$: gebeurtenis A OF gebeurtenis B

Voorbeeld: $P(A \cup B) = ....$

# VOORWAARDELIJKE KANS P(B/A)

| | A | niet-A | |
|---|---|---|---|
| B | ? | | P(B) |
| niet-B | | | |
| | P(A) | | 1 |

beperking tot een deelgroep:

‘Als’, ‘indien’, ‘op voorwaarde dat’, ‘in het geval dat’

Voorbeeld: P(rode kaart / heer) = ...

P(heer / rode kaart) = ...

A en B zijn **onafhankelijke** gebeurtenissen als

P(A/B) = P(A) en P(B/A)=P(B)

Voorbeeld: 2 kaarten trekken

A = eerste kaart is zwart

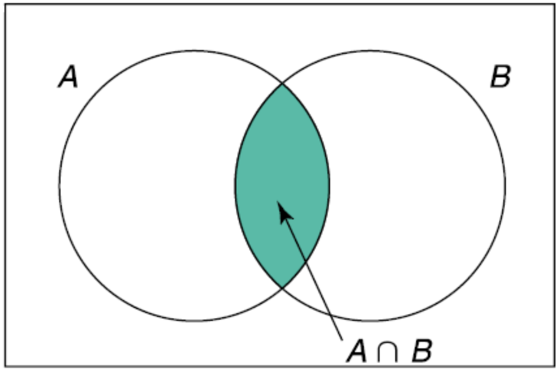
B = tweede kaart is zwart

Wat is P(B/A) bij trekking met teruglegging?

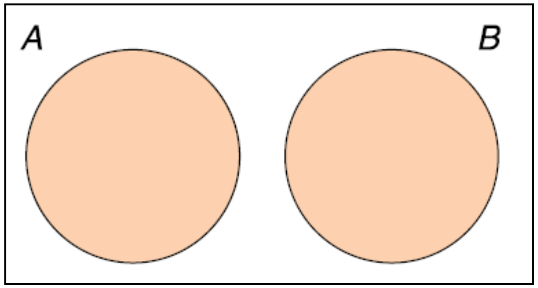
Wat is P(B/A) bij trekking zonder teruglegging?

# KANSWETTEN: OPTELLINGSWET

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$




Wat bij elkaar uitsluitende gebeurtenissen?




Voorbeeld:

A = een heer trekken

B = een rode kaart trekken

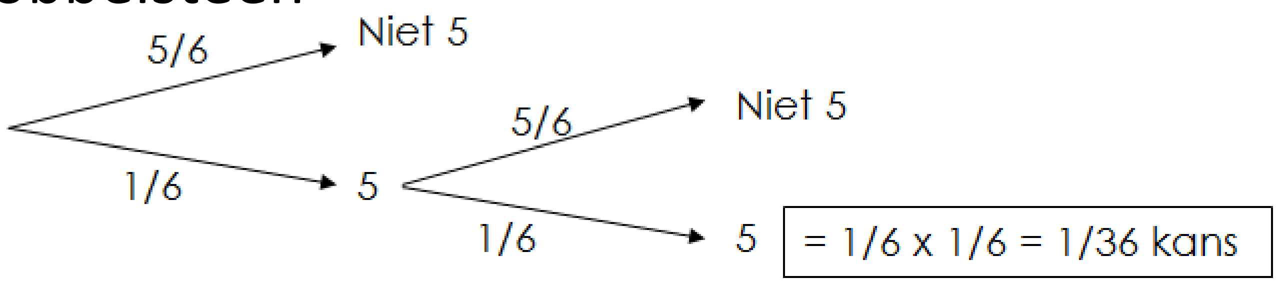
P(A U B)= ?

# KANSWETTEN: VERMENIGVULDIGINGSWET

$P(A \cap B) = P(A/B)\ P(B) = P(B/A)\ P(A)$

Wat bij onafhankelijke gebeurtenissen?

Voorbeeld 1: Kans om 2 keer na elkaar een 5 te gooien met een dobbelsteen




Voorbeeld 2: A = een heer trekken

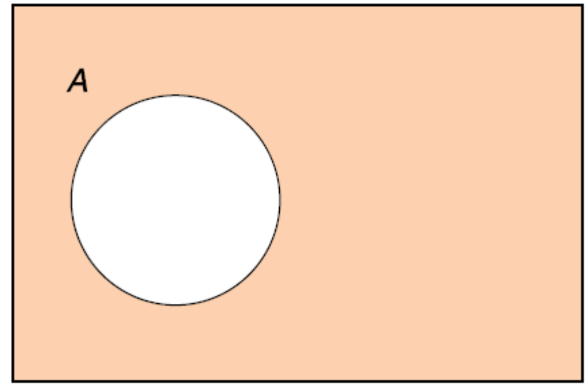
B = een rode kaart trekken

$P(A \cap B) = ?$

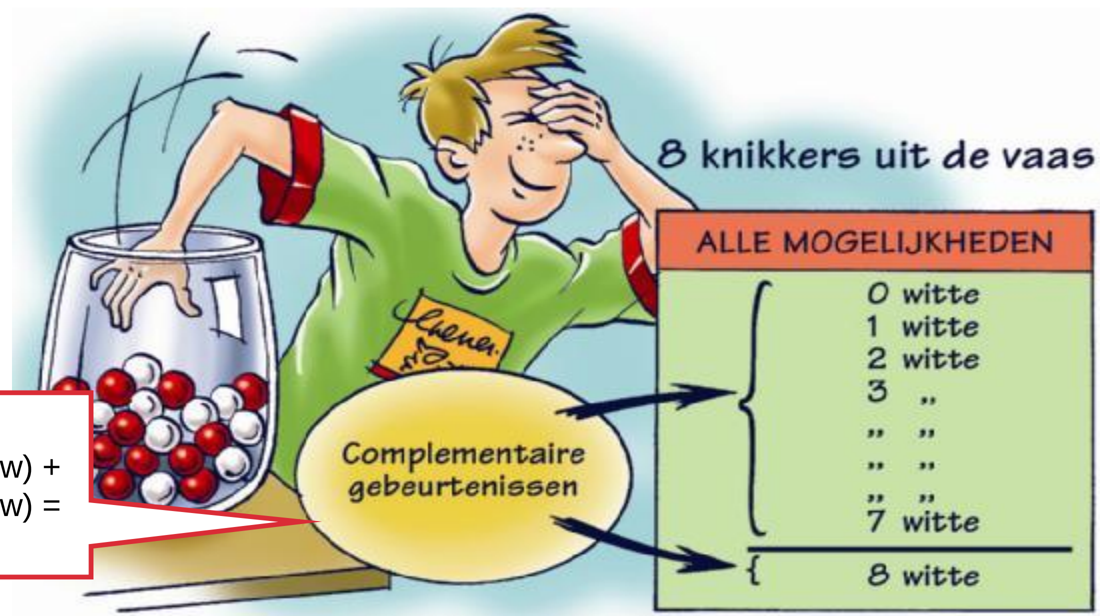
# COMPLEMENT Ā VAN GEBEURTENIS A

$P(A)+P(\bar{A})=1$

$\bar{A}$ = complement van A = niet A




Voorbeeld:
gezin met 2 kinderen
A = 2 jongens
Controleer $P(A) + P(\bar{A}) = 1$




P(minder dan 8 witte) =
P(0 w) + P(1 w) + P(2 w) + P(3 w) +
P(4 w) + P(5 w) + P(6 w) + P(7 w) =
1 – P(8 witte)

# EIGENSCHAPPEN

- Distributiviteit: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

- Wetten van Morgan: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ en $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

- $P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B)$

- Uitbreiding: $P(A \cap B \cap C) = \ldots$

  $P(A \cup B \cup C) = \ldots$

# PERMUTATIES

Het aantal verschillende manieren om *n* elementen te ordenen is

$$P_n = n!$$

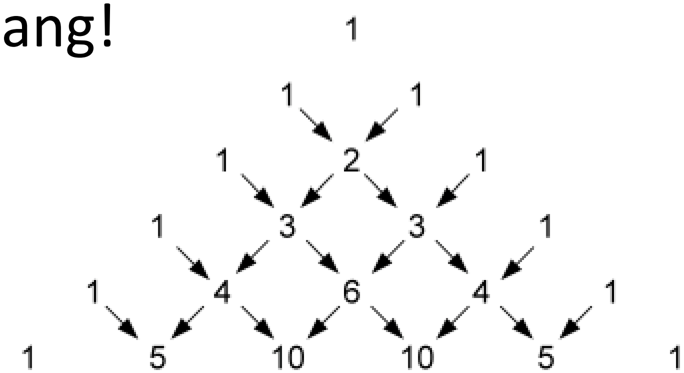
- Volgorde wel van belang!
- Voorbeeld : Op hoeveel verschillende manieren
  kunnen we 5 studenten plaatsen op 5 stoelen?

# COMBINATIES

Het aantal verschillende manieren om $p$ elementen te kiezen uit $n$ is

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \binom{n}{p}$$

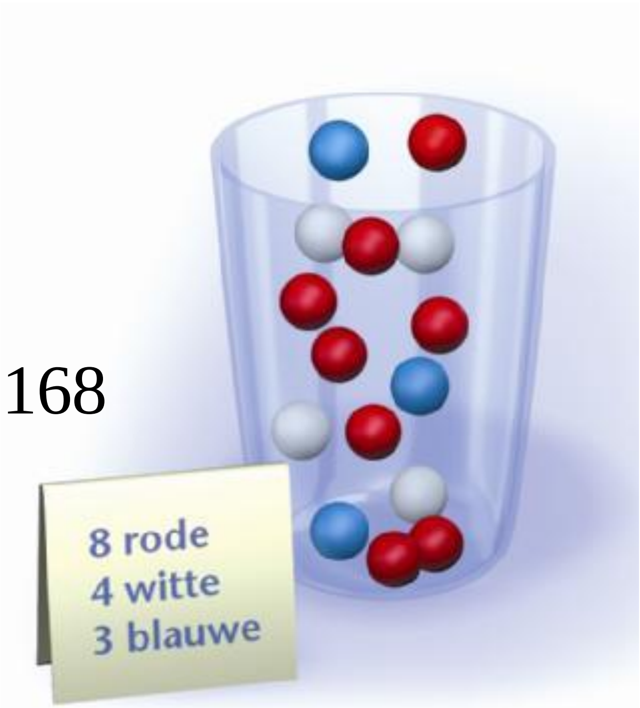
- Volgorde niet van belang!
- Driehoek van Pascal




- Voorbeeld : op hoeveel verschillende manieren kunnen we 2 studenten kiezen uit 5?

# VOORBEELD COMBINTATIES

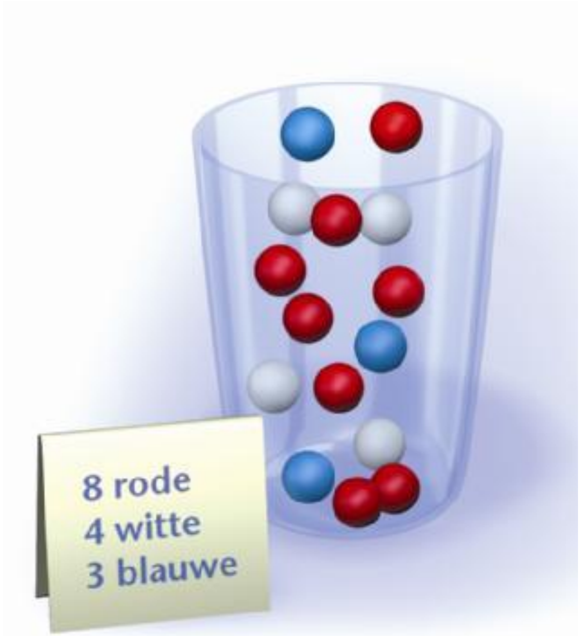
Wat is de kans om met trekken zonder teruglegging 2 rode, 2 witte en 1 blauwe knikkers te nemen?



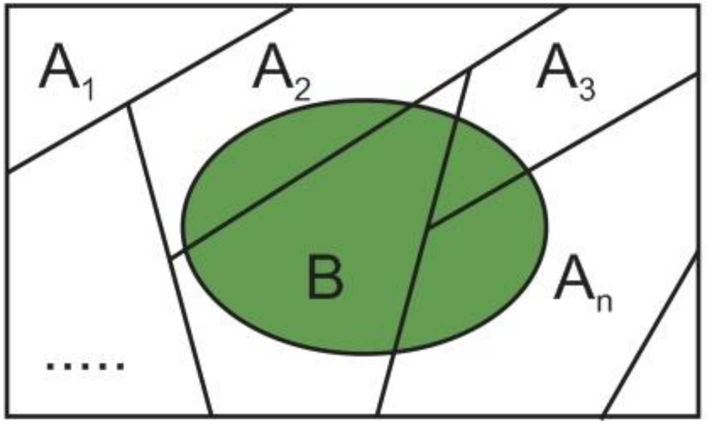

$$P(2r \cap 2w \cap 1b) = \frac{C_8^2 \; C_4^2 \; C_3^1}{C_{15}^5} \approx 0.168$$

# KANSEN BEREKENEN

Wat is de kans om met trekken met teruglegging exact 2 rode knikkers te nemen bij het trekken van 5 knikkers?



# REGEL VAN BAYES




$A_i$'s : elkaar uitsluitende gebeurtenissen die samen de totale uitkomstenruimte zijn

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_j P(B|A_j)P(A_j)}$$

Voorbeeld: $B$ = slagen voor wiskunde

$A_1$ = score voor chemie in [0,4 ]

$A_2$ = score voor chemie in [5,9 ]

$A_3$ = score voor chemie in [10,14 ]

$A_4$ = score voor chemie in [15,20]

# KANSEN BEREKENEN


In een jaszak zitten 2 munten:
één normaal en 1 vervalst (munt aan elke z

Een muntstuk wordt aselect gekozen en gegooid.
Munt komt bovenaan te liggen.
Wat is de kans dat dit het normale muntstuk is?

Dit muntstuk wordt opnieuw gegooid. Terug munt.
Wat is nu de kans dat dit het normale muntstuk is?

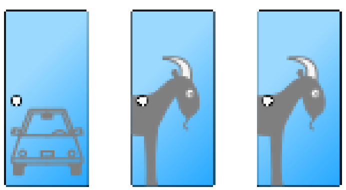
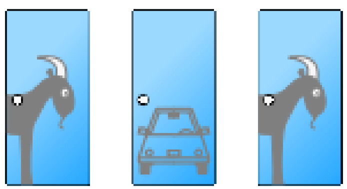
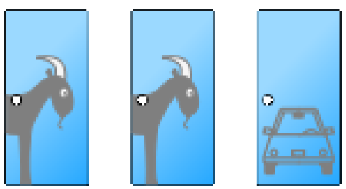
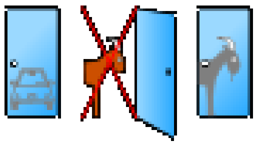
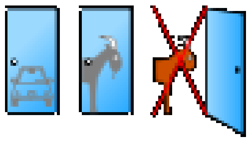
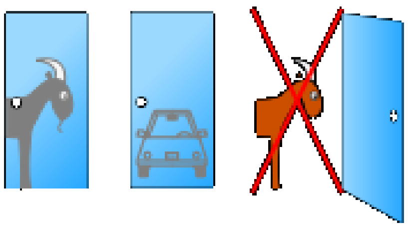
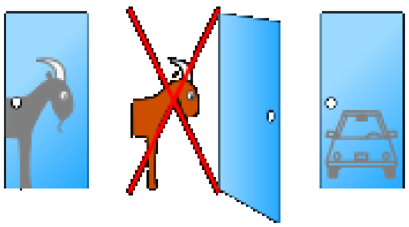
# A / B VERSUS A ∩ B

- 1 op 10000 nachten is er inbraak.
- Alarm wordt geactiveerd in geval van inbraak in 99% van de gevallen.
- Alarm gaat in 0.1% van de gevallen af als er geen inbraakpoging is.

Wat is de kans op dat op een nacht de politie onnodig gealarmeerd wordt?

Wat is de kans op dat in geval van alarm de politie onnodig gealarmeerd wordt?

# MONTY HALL PROBLEM

| Auto achter deur 1 | Auto achter deur 2 | Auto achter deur 3 |
|---|---|---|
| Speler kiest eerst deur 1 | | |
|  |  |  |
| Spelleider opent deur 2 or 3 | Spelleider opent deur 3 | Spelleider opent deur 2 |
|   |  |  |