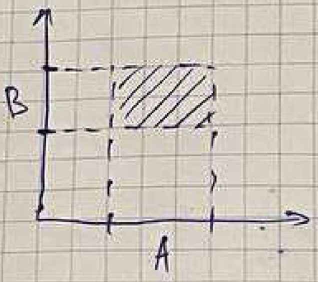

$A \times B := \{(a;b) \mid a \in A, b \in B\}$

Д/З: доказать формулу для суммы геом. прогрессии по индукции, доказать A15 на N и Z; и не вып. на Q

Кванторы:

$\exists$ - существует;

$\exists!$ - сущ. единств.

$\forall$ - любой, каждый;

$\Rightarrow$ - следование

$\Leftrightarrow$ - равносильность

$:=$ - перечисление элем. мн-ва

$f: A \to B$ - функция f отображает мн-во A в мн-во B

Числовые множества

- Натуральные числа N
- Целые числа Z
- Рациональные числа Q
- Действ. числа R
- Иррациональные числа

Метод мат. индукции (ММИ):
3 шага:
1) База индукции $n=1$
2) Предположение $n=k$ верно
3) Переход $n=k+1$

Геом. прогрессия; Докажем по мат. индукции $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

1) $n=1$, $b_1 = b_1 \cdot 1$, верно
2) $n=k$, $b_k = b_1 \cdot q^{k-1}$
3) $n=k+1$, $b_{k+1} = b_1 \cdot q^k$, $b_k \cdot q = b_1 \cdot q^k$, $b_k = b_1 \cdot q^{k-1}$, верно

Докажем ир-ость числа $\sqrt{2}$
Пусть $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ => можно представить в виде $\frac{m}{n}$; возведем в квадрат и перенесем $m^2 = 2n^2$, m - четное, тогда пусть $m = 2k$, $\sqrt{2} = \frac{2k}{n}$, $4k^2 = 2n^2$, n - тоже четное => противоречие $\lightning$

Веществ. числа - мн-во, в котором „работают" сложение, умножение, а также выполн. ряд аксиом:

A1) $\forall x, y, z \in R : (x+y)+z = x+(y+z)$ (ассоциативность)
A2) $\forall x, y, \in R : x+y = y+x$ (коммутативность)
A3) $\exists\, 0 \in R : \forall x \in R : x+0 = x$ (сущ. нуля)
A4) $\forall x \in R\ \exists!\, -x \in R : x+(-x) = 0$ (сущ. противоп.)
A5) $\forall x, y, z \in R : (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
A6) $\forall x, y \in R : x \cdot y = y \cdot x$
A7) $\exists\, 1 \in R,\ 1 \neq 0,\ \forall x \in R : x \cdot 1 = x$ (сущ. единицы)
A8) $\forall x \in R,\ x \neq 0,\ \exists!\, x^{-1} \in R : x \cdot x^{-1} = 1$ (сущ. обр. элем.)
A9) $\forall x, y, z \in R : (x+y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ (дистрибутивность)
A10) $\forall x, y, z \in R : (x \leq y) \wedge (y \leq z) \Rightarrow (x \leq z)$ (транзитивность)
A11) $\forall x, y \in R : (x \leq y) \wedge (x \geq y) \Rightarrow x = y$ (антисимметричность)
A12) $\forall x, y \in R : (x \leq y) \vee (x \geq y)$ (линейная упорядоченность)
A13) $\forall x, y, z \in R : (x \leq y) \Rightarrow x+z \leq y+z$ (связь слож. и порядка)
A14) $\forall x, y, z \in R : (0 \leq x) \wedge (0 \leq y) \Rightarrow x \cdot y \geq 0$ (связь умнож. и поряд
A15) Аксиома непрерывности (полноты)
$\forall$ непустых $X, Y \subset R$, $X \leq Y$ ($\forall x \in X, \forall y \in Y, x \leq y$)
$\Rightarrow \exists\, c : X \leq \{c\} \leq Y$;