

Matemática no enem

aprendizagem
autônoma

AW

Monitoria

Lucas de Almeida Felinto

Marcelo Raimundo de Araújo Júnior

Matheus Jonatha Bernardo dos Santos

Copyright © 2020 Monitoria AnnWay

PUBLICADO POR MATHEUS JONATHA

Visite <http://annway.github.io/>

Licenciado sob a Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil (a “Licença”). Você não pode usar este arquivo, exceto em conformidade com a Licença. Você pode obter uma cópia da licença em <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/br/>. A menos que exigido pela lei aplicável ou acordado por escrito, o software distribuído sob a Licença é distribuído em uma base "COMO ESTÁ", SEM GARANTIAS OU CONDIÇÕES DE QUALQUER TIPO, expressas ou implícitas.

Este arquivo foi atualizado a última vez em 3 de julho de 2020



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Sumário

Sobre o projeto 7

Habilidades e competências 7

I

Matemática Básica

1	Aritmética	13
1.1	Operações básicas	13
1.1.1	Conjuntos dos numero inteiros, naturais e racionais	13
2	Sistemas de Unidades de Medidas	15
2.1	Medidas de comprimento	15
2.1.1	Múltiplos de metro	15
2.1.2	Submúltiplos de metro	15
2.2	Medidas de Superfície	15
2.2.1	Múltiplos de metro quadrado(m^2)	15
2.2.2	Submúltiplos de metro quadrado	15
2.3	Medidas Agrárias	16
2.4	Medidas de Volume	16
2.4.1	Múltiplos do Metro Cubico:	16
2.4.2	Submúltiplos de metros cúbicos (m^3)	16
2.5	Medidas de Capacidade	16
2.5.1	Múltiplos de litro:	16
2.5.2	Submúltiplos de Litro:	16
2.6	Medidas de Massa	17
2.6.1	Múltiplos de Grama:	17
2.6.2	Submúltiplos de Grama:	17
2.7	Exercícios	17

3	Proporcionalidade	19
3.1	Razão	19
3.2	Proporção	19
3.3	Escalas	19
3.4	Porcentagem	20
3.5	Exercícios	21
4	Tabelas e gráficos	23
4.1	Introdução	23
5	Estatística	25
5.1	Introdução	25
5.1.1	Medidas de posição	25

II

Geometria

6	Geometria Plana	29
6.1	Classificação dos polígonos	29
6.2	Área dos polígonos	29
6.3	Exercícios	29
7	Geometria Espacial	31
8	Geometria Analítica	33

III

Conjuntos

IV

Geometria

V

Funções

9	Introdução	41
10	Função injetora ou injetiva	43
11	Função sobrejetora ou sobrejetiva	45
12	Função bijetora ou bijetiva	47
13	Função constante	49
14	Função par	51
15	Função ímpar	53
16	Função afim ou polinomial do primeiro grau	55

17	Função linear	57
18	Função crescente	59
19	Função decrescente	61
20	Função quadrática ou polinomial do segundo grau	63
21	Função modular	65
22	Função exponencial	67
23	Função logarítmica	69
24	Função trigonométrica	71
25	Função raiz	73



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Sobre o projeto

Sabemos que os assuntos abordados no ENEM são vastos, afinal são muitas as disciplinas que os estudantes têm contato durante a vida escolar. Mesmo uma única disciplina como história, por exemplo, cobra uma gama enorme de informação e conhecimento por parte dos estudantes. Portanto, nada melhor que organizar e priorizar seu tempo de estudo.

Por isso, Elaboramos este documento com o intuito de lhe ajudar. Elencamos os 10 assuntos que possuem maior número de questões no ENEM na área do conhecimento da Matemática e suas Aplicações. Além de você saber quais são os assuntos mais exigidos, também saberá o que é preciso pra estudá-los. A lista segue do assunto mais cobrado ao mesmo cobrado.



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Habilidades e competências

Competência de área 1

Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais

- H1** - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.
- H2** - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.
- H3** - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.
- H4** - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.
- H5** - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2

Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

- H6** - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
- H7** - Identificar características de figuras planas ou espaciais.
- H8** - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
- H9** - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3

Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

- H10** - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
- H11** - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.
- H12** - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.
- H13** - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.
- H14** - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4

Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5

Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6

Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7

Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.



Matemática Básica

1	Aritmética	13
1.1	Operações básicas	
2	Sistemas de Unidades de Medidas	15
2.1	Medidas de comprimento	
2.2	Medidas de Superfície	
2.3	Medidas Agrárias	
2.4	Medidas de Volume	
2.5	Medidas de Capacidade	
2.6	Medidas de Massa	
2.7	Exercícios	
3	Proporcionalidade	19
3.1	Razão	
3.2	Proporção	
3.3	Escalas	
3.4	Porcentagem	
3.5	Exercícios	
4	Tabelas e gráficos	23
4.1	Introdução	
5	Estatística	25
5.1	Introdução	

1. Aritmética

1.1 Operações básicas

1.1.1 Conjuntos dos numero inteiros, naturais e racionais

2. Sistemas de Unidades de Medidas

(LEMBRAR DE COLOCAR AS IMAGENS)

O Sistema Métrico é um sistema internacional de medições que determina as unidades a serem utilizadas por cada uma das medidas, além de suas transformações. A unidade fundamental desse sistema é o metro (m), porém, cada medida tem sua unidade padrão, de acordo com o Sistema Internacional de Unidades.

2.1 Medidas de comprimento

As medidas de comprimento são os mecanismos de medição mais utilizados. A unidade fundamental das medidas de comprimento é o metro (m).

2.1.1 Múltiplos de metro

- Quilômetro (km) = $1000m = 10^3m$
- Hectômetro (hm) = $100m = 10^2m$
- Decâmetro (dam) = $10m$

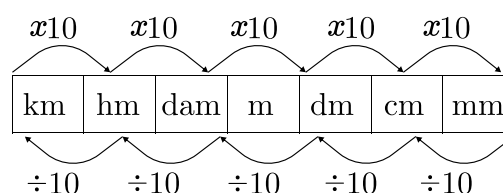


Figura 2.1: Múltiplos de metro

2.1.2 Submúltiplos de metro

- Decímetro (dm) = $0,1m = 10^{-1}m$
- centímetro (cm) = $0,01m = 10^{-2}m$
- Milímetro (mm) = $0,001m = 10^{-3}m$

2.2 Medidas de Superfície

As medidas de superfície são as utilizadas na medição de áreas. Sua unidade fundamental é o metro quadrado (m^2). OBS: COLOCAR UM QUADRADO AQUI

2.2.1 Múltiplos de metro quadrado(m^2)

- Quilômetro quadrado (km^2) = $1.000.000m^2 = 10^6m^2$
- Hectômetro quadrado (hm^2) = $10.000m^2 = 10^4m^2$
- Decâmetro quadrado (dam^2) = $100m^2 = 10^2m^2$

2.2.2 Submúltiplos de metro quadrado

- Decímetro quadrado (dm^2) = $0,01m^2 = 10^{-2}m^2$

- centímetro quadrado (cm^2) = $0,0001m^2 = 10^{-4}m^2$
- Milímetro quadrado (mm^2) = $0,000001m^2 = 10^{-6}m^2$

2.3 Medidas Agrárias

Dentre as medidas de superfícies, existem as medidas agrárias, que são mais utilizadas para medir áreas rurais. Sua unidade fundamental é o are (a).

- Centiare (ca) = $1m^2 = 10^0m^2$
- Are (a) = $100m^2 = 10^2m^2$
- Hectare (ha) = $10000m^2 = 10^4m^2$

2.4 Medidas de Volume

As medidas de volume são utilizadas g para medir o espaço ocupado por um corpo tridimensional ou a sua capacidade de armazenar alguma substância. Em química, as medidas de volume geralmente aparecem quando medimos quantidades de líquidos. A unidade métrica tradicional de volume usada nesse caso é o litro (L). Em termos do SI, um litro é definido exatamente como 1 decímetro cúbico.

2.4.1 Múltiplos do Metro Cúbico:

- Quilômetro cúbico (Km^3) = $1.000.000.000m^3 = 10^9m^3$
- Hectômetro cúbico (hm^3) = $1.000.000m^3 = 10^6m^3$
- Decâmetro cúbico (dam^3) = $1.000m^3 = 10^3m^3$

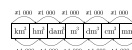


Figura 2.2: Figure caption

2.4.2 Submúltiplos de metros cúbicos (m^3)

- Decímetro cúbico (dm^3) = $0,001m^3 = 10^{-3}m^3$
- Centímetro cúbico (cm^3) = $0,000001m^3 = 10^{-6}m^3$
- Milímetro cúbico (mm^3) = $0,000000001m^3 = 10^{-9}m^3$

2.5 Medidas de Capacidade

As medidas de capacidade são utilizadas para representarem as grandezas que definem o volume contido em um certo reservatório. A mais utilizada é o litro (l).

Importante:

- $1l = 1dm^3$
- $1ml = 1cm^3$
- $10^3l = 1m^3$

2.5.1 Múltiplos de litro:

- Quilolitro (Kl) = $1000l = 10^3l$
- Hectolitro (hl) = $100l = 10^2l$
- Decalitro (dal) = $10l = 10^1l$

2.5.2 Submúltiplos de Litro:

- Decilitro (dl) = $0,1l = 10^{-1}l$
- Centilitro (cl) = $0,01l = 10^{-2}l$
- Mililitro (ml) = $0,001l = 10^{-3}l$

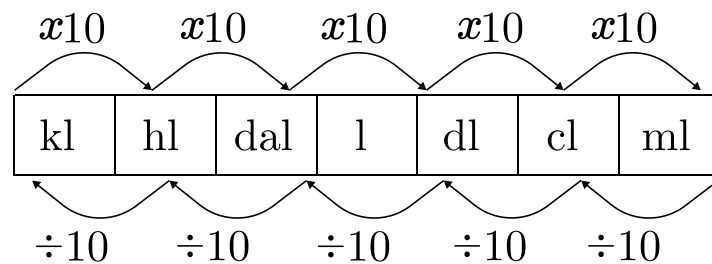


Figura 2.3: Tabela com múltiplos de litro

2.6 Medidas de Massa

As medidas de massa são utilizadas para medir a quantidade de massa em um corpo. No SI, a unidade fundamental de massa é o quilograma (kg), embora o grama (g) seja a unidade mais conveniente para a maioria das medidas de laboratório.

2.6.1 Múltiplos de Grama:

- Quilograma (Kg) = $1000g = 10^3g$
- Hectograma (hg) = $100g = 10^2g$
- Decagrama (dag) = $10g = 10^1g$

2.6.2 Submúltiplos de Grama:

- Decigrama (dg) = $0,1g = 10^{-1}g$
- Centigrama (cg) = $0,01g = 10^{-2}g$
- Miligrama (mg) = $0,001g = 10^{-3}g$

Existe ainda a unidade especial: Tonelada (t) = $1000kg = 10^3kg = 10^6g$

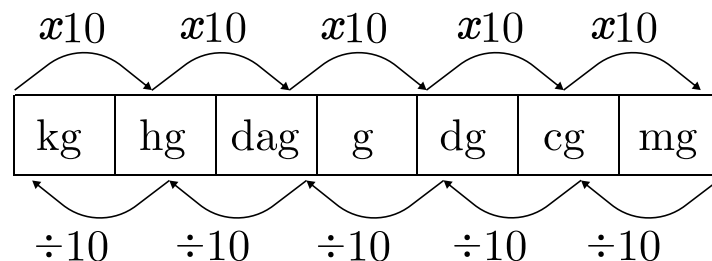


Figura 2.4: Tabela com múltiplos de grama

2.7 Exercícios

Esta é um exemplo de exercício.

Exercício 2.1 Este é um bom lugar para fazer uma pergunta para testar o progresso da aprendizagem ou cimentar mais as idéias na mente dos alunos. ■

3. Proporcionalidade

Este tópico é fundamental, não apenas em Matemática, como na Matemática Financeira, na Física na Química. Toda vez que trabalhamos com comparação de grandezas, algo comum na Física por exemplo, estamos utilizando os conceitos básicos da proporção.

3.1 Razão

Razão pode ser definida como o quociente (divisão ou fração) entre dois números reais, sendo o quociente do primeiro número com o segundo número. Desta forma, a razão entre os números "a" e "b" será o quociente:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b, \text{ para } (b \neq 0). \text{ Sendo lida da seguinte forma: "a" está para "b"}$$

■ **Exemplo 3.1** A razão $\frac{2}{3}$ é lida da seguinte forma: 2 está para 3. ■

Ou seja, basicamente vamos ter numa razão a divisão entre um número real "a" e um número real "b" que resultará em um número real "c". Isto é:

$$\frac{a}{b} = c$$

■ **Exemplo 3.2** $\frac{3}{2} = 1,5$ ■

3.2 Proporção

Proporção é definida como a igualdade entre duas ou mais razões. Isto é:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ para } (b \text{ e } d \neq 0)$$

Onde "a" e "d" são denominados extremos da proporção, "b" e "c" são os meios da proporção

3.3 Escalas

- Escala
 - Definição de escala
 - Escala de ampliação
 - Escala de redução

3.4 Porcentagem

Toda a razão (termo explicado no capítulo anterior) que tem como denominador o número 100, dar-se o nome de razão centesimal. Por exemplo:

$$\frac{7}{100}, \frac{1}{100}, \frac{33}{100}$$

Veja outras formas de representação de razões centesimais:

$$\frac{7}{100} = 0,07 = 7\% \text{ (se lê "sete por cento")}$$

$$\frac{1}{100} = 0,01 = 1\% \text{ (se lê "um por cento")}$$

$$\frac{33}{100} = 0,33 = 33\% \text{ (se lê "trinta e três por cento")}$$

Essas expressões podem ser chamadas de taxas centesimais ou taxas percentuais.

Definição 3.4.1 Porcentagem é o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

EXEMPLO: João vendeu 60% dos seus 100 cavalos. Quantos cavalos ele vendeu?

Para solucionar esse problema, devemos aplicar a taxa percentual (60%) sobre o total de cavalos.

$$60\% \text{ de } 100 = \frac{60}{100} \cdot 100 = \frac{6000}{100} = 60$$

Portanto, João vendeu 60 cavalos dos 100 que ele tinha.

É possível encontrar a porcentagem sendo utilizada em diversas situações como as de decréscimos, descontos, aumentos, acréscimos, diminuição, redução ou inflação podemos utilizar o **fator de multiplicação** (FM).

Definição 3.4.2 O fator de multiplicação é diferente para aumento e desconto e a taxa percentual em ambos os casos sempre deverá ser um número decimal, ou seja, um número que possui vírgula. Veja as fórmulas referentes ao fator de multiplicação.

Fator de multiplicação para aumento

$$FM = 1 + \text{taxa de aumento}$$

Fator de multiplicação para desconto

$$FM = 1 - \text{taxa de desconto}$$

EXEMPLO: O salário-mínimo no ano de 2015 sofreu um aumento de 8,84%. Sabendo que no ano de 2014 o salário-mínimo era de R\$ 724,00, qual será o valor do salário-mínimo para 2015?

RESPOSTA: Note que na situação está ocorrendo um aumento, portanto usaremos a fórmula de taxa de aumento para resolver esse problema, veja:

$$FM = 1 + \text{taxa de aumento}$$

$$FM = 1 + 8,84\%$$

$$FM = 1 + \frac{8,84}{100}$$

$$FM = 1 + 0,0884$$

$$FM = 1,0884$$

O valor em reais do salário-mínimo em 2015 será dado pelo produto do fator de multiplicação por R\$724,00.

$$724,00 \cdot 1,0884 = R\$788,00$$

Portanto, o valor do salário mínimo em 2015 será de R\$788,00

Caso seja necessário utilizar a taxa de desconto, o procedimento é análogo ao feito acima, mudando apenas a fórmula de taxa de aumento para taxa de desconto.

3.5 Exercícios

Esta é um exemplo de exercício.

Exercício 3.1 Este é um bom lugar para fazer uma pergunta para testar o progresso da aprendizagem ou cimentar mais as ideias na mente dos alunos. ■

4. Tabelas e gráficos

4.1 Introdução

5. Estatística

5.1 Introdução

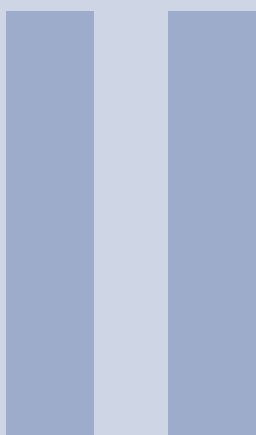
Neste capítulo estudaremos um assunto bastante abordado no enem, de início iremos entender como é um estudo estatístico e compreender suas etapas, logo após veremos o uso da matemática para organizar e extrair informações de diferentes formas acerca dos dados coletados. Antes veremos alguns conceitos básicos para melhor compreensão do tema, sendo o primeiro deles **medidas de posição** e **medidas de tendência central**.

$$\begin{aligned}(x + 1)^3 &= (x + 1)(x + 1)(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 + 2x + 1) \\ &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1\end{aligned}$$

5.1.1 Medidas de posição

■ Definição 5.1.1

- Rol
- Classe
- Moda, Média e mediana



Geometria

6	Geometria Plana	29
6.1	Classificação dos polígonos	
6.2	Área dos polígonos	
6.3	Exercícios	
7	Geometria Espacial	31
8	Geometria Analítica	33

6. Geometria Plana

6.1 Classificação dos polígonos

6.2 Área dos polígonos

6.3 Exercícios

Esta é um exemplo de exercício.

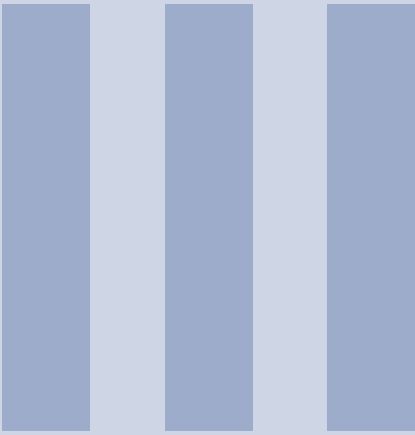
Exercício 6.1 Este é um bom lugar para fazer uma pergunta para testar o progresso da aprendizagem ou cimentar mais as ideias na mente dos alunos. ■

7. Geometria Espacial

8. Geometria Analítica

- Fatorial
- Arranjo simples
- Permutação simples
- Combinação simples

Conjuntos



IV

Geometria

Geometria



Funções

9	Introdução	41
10	Função injetora ou injetiva	43
11	Função sobrejetora ou sobrejetiva	45
12	Função bijetora ou bijetiva	47
13	Função constante	49
14	Função par	51
15	Função ímpar	53
16	Função afim ou polinomial do primeiro grau	55
17	Função linear	57
18	Função crescente	59
19	Função decrescente	61
20	Função quadrática ou polinomial do segundo grau	63
21	Função modular	65
22	Função exponencial	67
23	Função logarítmica	69
24	Função trigonométrica	71
25	Função raiz	73

9. Introdução

10. Função injetora ou injetiva

11. Função sobrejetora ou sobrejetiva

12. Função bijetora ou bijetiva

13. Função constante

14. Função par

15. Função ímpar

16. Função afim ou polinomial do primeiro grau

- O que é uma função
- Domínio e imagem de uma função
- Obtenção do domínio
- Construção do gráfico cartesiano
- Raízes de uma função
- Propriedades de uma função
- Função par e função ímpar
- Funções crescente e decrescente
- Função composta
- Função inversa

17. Função linear

18. Função crescente

19. Função decrescente

20. Função quadrática ou polinomial do segundo grau

21. Função modular

22. Função exponencial

23. Função logarítmica

24. Função trigonométrica

25. Função raiz