Aula 1

INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Norte
Campus
Natal - Zona Leste

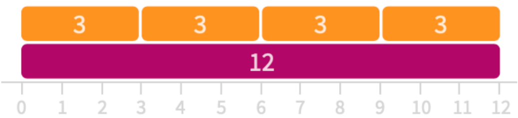
NOVOS CAMINHOS

Disciplina **Matemática Aplicada**
Profs. Francisco Medeiros & Helenice Lopes

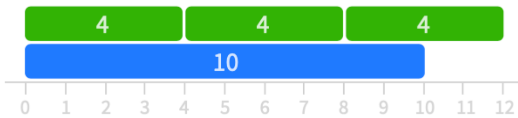
NOTAS DE AULAS | Fatores e Múltiplos

Agora que você já estar confortável com as operações fundamentais (*adição*, *subtração*, *multiplicação* e *divisão*) de números inteiros, podemos dar mais um passo.

Como você deve ter notado, a *divisão* é um pouco diferente das demais operações, porque você nem sempre pode dividir um número inteiro por outro. Por exemplo, 20 dividido por 3 não é um número inteiro – está entre 6 e 7. Você precisa fornecer um resto (2) ou expressar a resposta como um número decimal (6,666...). No exemplo, podemos escrever 20 = 3×6 + 2.



12 é divisível por 3



10 não é divisível por 4

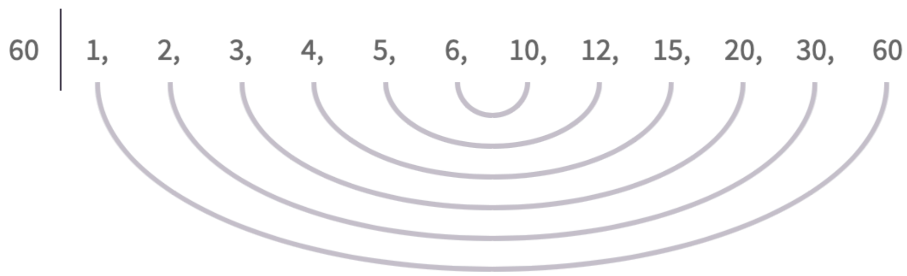
Se você pode dividir um número P por um número Q, sem resto, dizemos que Q é um **fator** (ou **divisor**) de P, e que P é **múltiplo** de Q. Na Figura acima vemos que 3 cabe 4 vezes em 12. Neste caso, 3×4 = 12 e, assim, 3 é um *fator* de 12. Analogamente, 12 é um *múltiplo* 3.

Atividade 1. Determine quais dos números abaixo são *fatores*, *múltiplos* ou *nno* (nenhum, nem outro).

a) 7 é ___________ de 63.
b) 8 é ___________ de 17.
c) 90 é __________ de 9.
d) 45 é __________ de 135.

Geralmente é útil encontrar todos os fatores de um número. Por exemplo, os fatores de 40 são 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40. Evidentemente, você não deveria "testar" todos os números de 1 a 40. Em vez disso, existe uma técnica simples que se baseia no fato de que os fatores aparecem sempre em pares.

Se tomarmos com exemplo 60, vemos que 60 = 1×60 = 2×30 = 3×20 = 4×15 = 5×12 = 6×10, conforme ilustrado abaixo.



Em termos práticos, para encontrarmos todos os fatores de um número d, simplesmente começamos nos dois estremos da listagem (1 e d, sempre) e avançamos até nos encontramos no meio. Por exemplo, os primeiros fatores de 42 são, simplesmente 1 e 42. Então escrevemos eles bem espaçados. Após, verificamos se 2 é um fator de 42. É o caso, pois 42÷2 = 21.

Assim, agora temos os pares de fatores 1, 2,   ,21 , 42.

Avançamos e testamos se 3 é um fator. Também é o caso, pois 42 ÷ 3 = 14.

Assim, agora temos os pares de fatores 1, 2, 3,   , 14, 21, 42.

O próximo número é o 4. Este, por sua vez, não é um fator de 42. O 5 também não o é. No entanto, 6 é um fator de 42, pois 42÷6 = 7. Assim, agora temos os pares de fatores **1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42**.

Note que a listagem acima está completa, pois o próximo número a ser testado seria o 7, já presente na lista dos fatores de 42. Isto é, não há necessidade de checarmos os prováveis fatores de 7 a 42, pois eles já estão listados.

Importante! Há um único caso especial nesse método: números quadrados (perfeitos). Nesse caso, você encontrará apenas um número no centro da listagem, como 36 = 6 × 6. Verifique com esse e outros exemplos.

Critérios (Regras) de Divisibilidade

Existem algumas regras diferentes que podem tornar mais fácil verificar se um número é divisível por outro. Nesta seção, veremos algumas delas. Antes de iniciar, note que todo número é divisível por 1, pois qualquer número n pode ser escrito na forma n = 1×n.

- **Divisibilidade por 2, 5 e 10**

Para determinar se um dado número é divisível por 2, precisamos apenas verificar se ele é **par**, isto é, **todo número que termina em 0, 2, 4, 6 ou 8 é divisível por 2**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	38	39	50

Fundo azul: números de 1 a 50 que são divisíveis por 2

Por outro lado, para ver se um número é divisível por 5, simplesmente, como anteriormente, precisamos apenas **verificar se seu último dígito é 0 ou 5**, conforme ilustrado na tabela abaixo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	38	39	50

Fundo verde: números de 1 a 50 que são divisíveis por 5

Mais fácil ainda é a regra de divisibilidade para 10: **basta verificar se o último dígito é 0 (zero)**, pois os múltiplos de 10 são forma 10×n, o qual sempre terá 0 no último dígito.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	38	39	50

Fundo verde-água: números de 1 a 50 que divisíveis por 10 = 2×5

Em resumo, um número será divisível por

- 2 se ele for par, isto é, se seu último dígito for 0, 2, 4, 6 ou 8;
- 5 se seu último dígito for 5 ou 0; e
- 10 se seu último dígito for 0.

- **Divisibilidade por 4 e 8**

Infelizmente 4 não é um fator de 10, então não podemos apenas olhar para o último dígito com antes. Mas 4 é um fator de 100 = 4×25, então basta modificarmos ligeiramente nossa regra de cima. Agora escrevemos **abcd** **=** **ab × 100** **+** **cd**. Sabemos que 4 será sempre um fator de **ab × 100** e, portanto, precisamos olhar os **dois** últimos dígitos para verificar se um número é divisível por 4.

Por exemplo, como **28** é divisível por 4, então **381328** também é divisível por 4. Por outro lado, e **18** não é divisível por 4, então **194718** também não é divisível por 4.

A regra de divisibilidade para 8 fica um pouco mais difícil, porque 100 não é divisível por 8. Em vez disso, temos que ir até 1000 e observar os últimos três dígitos de um número. Por exemplo, **120** é divisível por 8, então **271120** também é divisível por 8.

Em resumo, um número será divisível por

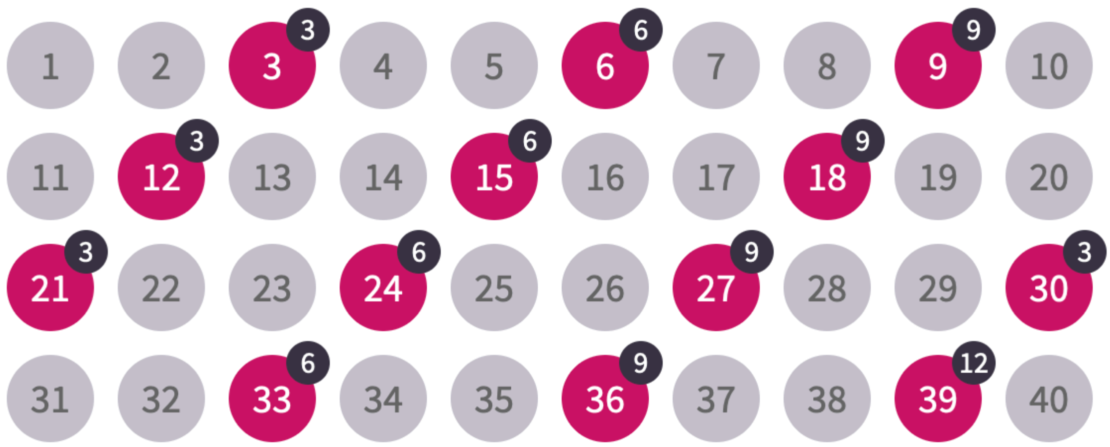
- 4 se o número formado pelos seus **dois** últimos dígitos for divisível por 4; e
- 8 se o número formado pelos seus **três** últimos dígitos for divisível por 8;

- **Divisibilidade por 3 e 9**

A regra de divisibilidade para 3 é pouco mais difícil que as anteriores. Isso porque 3 não é fator de 10, nem de 100, 1000 ou qualquer outra potência maior de 10, isto é, simplesmente olhar os últimos dígitos de um número não vai funcionar neste caso.

Em vez disso, precisamos usar a soma dos dígitos de um número, que é simplesmente a soma de todos os seus dígitos individuais. Por exemplo, a soma dos dígitos de 273 é 2 + 7 + 3 = 12 e a soma dos dígitos de 8521 é 16.

Abaixo destacamos todos os números que são múltiplos de três. Você observará que as somas dos dígitos (destacados em preto, acima do respectivo número) são sempre um múltiplo de 3.



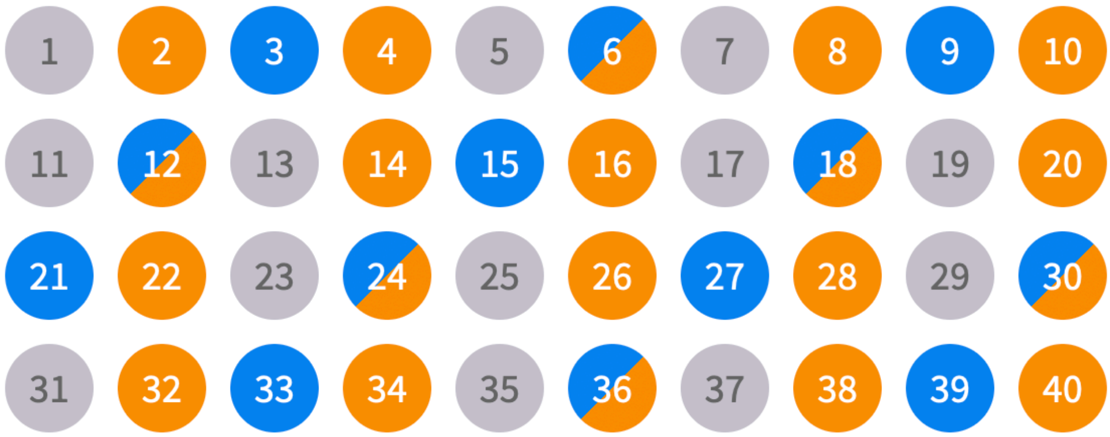
Portanto, para determinar se um número é divisível por 3, basta calcular a soma de seus dígitos e verificar se o resultado também é divisível por 3.

Em seguida, vemos os primeiros vinte múltiplos de 9:

Parece que todos os números divisíveis por 9 têm uma soma de dígitos que também é divisível por 9. Por exemplo, a soma dos dígitos de 4572 é 18, então 4572 é divisível por 9. Não apenas parece. É isso que ocorre em geral, ou seja, da mesma forma como ocorreu com o 3, **um número será divisível por 9 quando a soma de seus dígitos também for divisível por 9**.

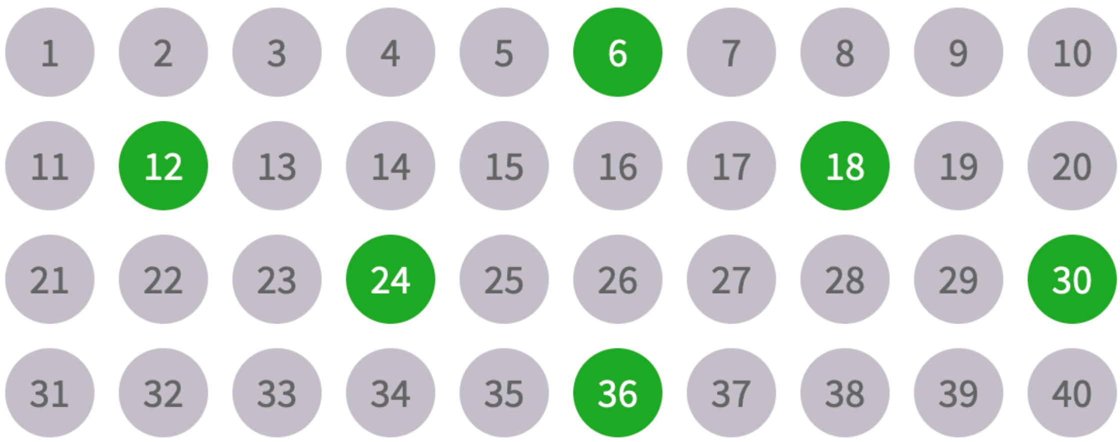
- **Divisibilidade por 6**

Parece que pulamos o número 6, mas já fizemos todo o trabalho duro. Do mesmo modo que usamos os critérios de 2 e 5 para obter o critério de divisibilidade do 10 = 2×5, podem raciocinar da mesma forma para 6. Basta lembrarmos que 6 = 2×3.



Laranja: múltiplos de 2; Azul: múltiplos de 3

Para verificar se um número é divisível por 6, basta, portanto, verificar se ele é divisível por 2 e por 3.



Os números em verde são divisíveis por 6

Observe que isso funcionou bem para 6 e 10, mas certamente não funcionará para qualquer número que é o produto de dois outros. Sobre isso, precisaríamos falar sobre números primos, que, infelizmente, não é objeto dessa disciplina.

Atividade 2.

1. Pesquise sobre o critério de divisibilidade por 7.

2. Uma lista possui 58 exercícios de matemática. Quatro alunos decidem dividir igualmente a quantidade de exercícios. É possível que isso seja feito? Justifique.

3. Complete o espaço com um algarismo no número abaixo, para que este seja divisível por 9.

44__

4. Repita o exercício anterior para que o número "seja divisível por 6".

5. Nas fichas abaixo estão representados alguns números.

12	30	48	80	99

   a) Quais deles são múltiplos de 3?
   b) Quais deles são múltiplos de 4?
   c) Quais deles são múltiplos de 5?
   d) Quais deles são múltiplos de 6?

6. Um nadador, em treinamento para as olimpíadas, treina em uma piscina de 25m de comprimento. Em um determinado dia, este atleta deu uma quantidade inteira de voltas. Qual a possível distância percorrida neste dia?
   a) 235m.
   b) 385m.
   c) 415m.
   d) 575m.

7. Um sapo salta sobre uma régua numerada em centímetros. Se ele inicia no ponto zero e salta de 7 em 7 centímetros, entre 50cm e 100cm ele pisa em quantos números?

8. Júlia quer fazer um bolo. Pesquisando na internet ela encontrou a seguinte receita.

BOLO DE CHOCOLATE INGREDIENTES
1 copo de leite 4 colheres de chocolate em pó3 colheres de farinha de trigo 2 ovos 1 pacote de fermento 1 pitada de sal

Ela viu que esta receita serve 6 pessoas. Como ela pretende fazer este bolo para repartir com seus colegas de sala, que são 42 ao todo, quais quantidades ela deverá usar de cada ingrediente?

9. Sabendo que João nasceu no dia 19 de fevereiro de 1995 e que no dia 11 de junho de 2020, uma quinta-feira, ele completou 1944 dias de vida, responda as questões seguintes.
   i. No dia 11 de junho de 2020, João completou ____ anos, ___ meses e ____ dias de vida.
   ii. Qual dia da semana João nasceu?

10. Você seria capaz de descobrir o dia da semana que você nasceu?
    Sugestão: Para descobrir quantos dias se passaram desde o seu nascimento, experiente colocar no *google.com* a seguinte mensagem "Contar dias dd/mm/aaaa" – sem as aspas e substituindo dd/mm/aaaa pelo dia, mês e ano de seu nascimento.

***Gabarito*: Atividade 1**: a) fator; b) nno; c) múltiplo; d) fator. **Atividade 2:** 8) i. 25 anos, 3 meses e 22 dias; ii. Domingo.