

Matemática no enem

aprendizagem
autônoma

AW

Monitoria

Lucas de Almeida Felinto

Marcelo Raimundo de Araújo Júnior

Matheus Jonatha Bernardo dos Santos

Copyright © 2020 Monitoria AnnWay

Publicado por Matheus Jonatha

Orientado por Francisco Medeiros

Autores:

Lucas de Almeida Felinto

lucas_felinto@hotmail.com

Marcelo Raimundo de Araújo Júnior

marcellojunior005@gmail.com

Matheus Jonatha Bernardo dos Santos

mthsjonatha@gmail.com

Orientador:

Francisco Batista de Madeiros

francisco.medeiros@ifrn.edu.br

Visite <http://annway.github.io/>

Este material está sob a licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil (CC BY-NC-SA 3.0 BR), você não pode usar este arquivo, exceto em conformidade com a licença, para obter uma cópia da licença acesse <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/br/>, tendo concordado com os termos da licença você tem o direito de copiar e redistribuir o material em qualquer suporte ou formato. O modelo utilizado para criação é um modificação e você pode encontrar em <http://www.latextemplates.com/template/the-legrand-orange-book>, este modelo foi criado originalmente por Mathias Legrand com inspiração no material encontrado em <http://pgoutet.free.fr/latex>.

Este arquivo foi atualizado a última vez em 7 de julho de 2020



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Sumário

Sobre o projeto 5

Habilidades e competências 5

I

Matemática Básica

1	Aritmética	11
1.1	Introdução	11
1.1.1	Conjuntos dos Números Naturais	11
1.1.2	title	11
2	Sistemas de Unidades de Medidas	13
2.1	Medidas de comprimento	13
2.1.1	Múltiplos de metro	13
2.1.2	Submúltiplos de metro	13
2.2	Medidas de Superfície	13
2.2.1	Múltiplos de metro quadrado(m^2)	13
2.2.2	Submúltiplos de metro quadrado	14
2.3	Medidas Agrárias	14
2.4	Medidas de Volume	14
2.4.1	Múltiplos do Metro Cubico:	14
2.4.2	Submúltiplos de metros cúbicos (m^3)	14
2.5	Medidas de Capacidade	14
2.5.1	Múltiplos de litro:	15
2.5.2	Submúltiplos de Litro:	15
2.6	Medidas de Massa	15
2.6.1	Múltiplos de Grama:	15
2.6.2	Submúltiplos de Grama:	15
2.7	Exercícios	15

3	Proporcionalidade	17
3.1	Razão	17
3.2	Proporção	17
3.2.1	Propriedades da Proporção	18
3.3	Escalas	18
3.4	Porcentagem	18
4	Tabelas e gráficos	21
4.1	Introdução	21
5	Estatística	23
5.1	Introdução	23
5.1.1	Medidas de posição	23

II**Geometria****III****Conjuntos****IV****Funções**



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Sobre o projeto

Sabemos que os assuntos abordados no ENEM são vastos, afinal são muitas as disciplinas que os estudantes têm contato durante a vida escolar. Mesmo uma única disciplina como história, por exemplo, cobra uma gama enorme de informação e conhecimento por parte dos estudantes. Portanto, nada melhor que organizar e priorizar seu tempo de estudo.

Por isso, Elaboramos este documento com o intuito de lhe ajudar. Elencamos os 10 assuntos que possuem maior número de questões no ENEM na área do conhecimento da Matemática e suas Aplicações. Além de você saber quais são os assuntos mais exigidos, também saberá o que é preciso pra estudá-los. A lista segue do assunto mais cobrado ao mesmo cobrado.



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Habilidades e competências

Competência de área 1

Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais

- H1** - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.
- H2** - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.
- H3** - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.
- H4** - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.
- H5** - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2

Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

- H6** - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
- H7** - Identificar características de figuras planas ou espaciais.
- H8** - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
- H9** - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3

Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

- H10** - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
- H11** - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.
- H12** - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.
- H13** - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.
- H14** - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4

Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5

Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6

Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7

Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.



Matemática Básica

1	Aritmética	11
1.1	Introdução	
2	Sistemas de Unidades de Medidas	13
2.1	Medidas de comprimento	
2.2	Medidas de Superfície	
2.3	Medidas Agrárias	
2.4	Medidas de Volume	
2.5	Medidas de Capacidade	
2.6	Medidas de Massa	
2.7	Exercícios	
3	Proporcionalidade	17
3.1	Razão	
3.2	Proporção	
3.3	Escalas	
3.4	Porcentagem	
4	Tabelas e gráficos	21
4.1	Introdução	
5	Estatística	23
5.1	Introdução	

1. Aritmética

1.1 Introdução

Estudaremos nesta parte a base matemática que você necessita para a continuidade aos próximos tópicos, vamos iniciar te explicando conjuntos numéricos, logo após faremos uma breve revisão das operações básicas e a importância de compreender em qual conjunto estamos realizando as operações, vamos começar?

1.1.1 Conjuntos dos Números Naturais

O conjunto dos números naturais foi o primeiro que surgiu, representamos ele por \mathbb{N} e assim como todos os outros ele é infinito, porém, possui um início. Veja a sua representação abaixo:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

Os detalhes acima que você precisa fixar são as chaves ($\{\}$), que representa a ideia de conjunto, as reticências (\dots), que passa a ideia de continuidade, nesse caso, que o conjunto continua infinitamente, por último o zero (0) que demonstra o início do conjunto.

Também podemos representar [FIGURA DO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS]

Subconjuntos dos Números Naturais

Pense no subconjunto como sendo um grupo de alguns elementos pertencentes a um conjunto e que em geral esses elementos possuem alguma particularidade em comum ou excluem uma característica, vejamos alguns exemplos:

■ Exemplo 1.1

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}$$

Por vezes, você pode encontrar esse mesmo subconjunto sendo representado por $\mathbb{N} - \{0\}$, veja que é bem intuitivo (*conjunto dos naturais - 0*).

IMPORTANTE: Conjunto vazio O próprio conjunto dos naturais

1.1.2 title

conjuntos numéricos operações e operações em diferentes conjuntos

2. Sistemas de Unidades de Medidas

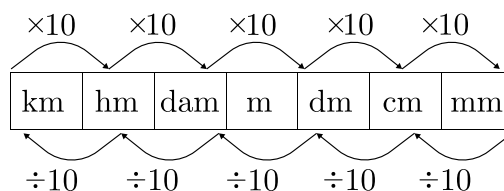
O Sistema Métrico é um sistema internacional de medições que determina as unidades a serem utilizadas por cada uma das medidas, além de suas transformações. A unidade fundamental desse sistema é o metro (m), porém, cada medida tem sua unidade padrão, de acordo com o Sistema Internacional de Unidades.

2.1 Medidas de comprimento

As medidas de comprimento são os mecanismos de medição mais utilizados. A unidade fundamental das medidas de comprimento é o metro (m).

2.1.1 Múltiplos de metro

- Quilômetro (km) = $1000m = 10^3m$
- Hectômetro (hm) = $100m = 10^2m$
- Decâmetro (dam) = $10m$



2.1.2 Submúltiplos de metro

- Decímetro (dm) = $0,1m = 10^{-1}m$
- centímetro (cm) = $0,01m = 10^{-2}m$
- Milímetro (mm) = $0,001m = 10^{-3}m$

2.2 Medidas de Superfície

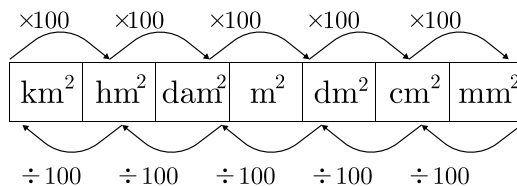
As medidas de superfície são as utilizadas na medição de áreas. Sua unidade fundamental é o metro quadrado (m^2).

2.2.1 Múltiplos de metro quadrado(m^2)

- Quilômetro quadrado (km^2) = $1.000.000m^2 = 10^6m^2$
- Hectômetro quadrado (hm^2) = $10.000m^2 = 10^4m^2$
- Decâmetro quadrado (dam^2) = $100m^2 = 10^2m^2$

2.2.2 Submúltiplos de metro quadrado

- Decímetro quadrado (dm^2) = $0,01m^2 = 10^{-2}m^2$
- centímetro quadrado (cm^2) = $0,0001m^2 = 10^{-4}m^2$
- Milímetro quadrado (mm^2) = $0,000001m^2 = 10^{-6}m^2$



2.3 Medidas Agrárias

Dentre as medidas de superfícies, existem as medidas agrárias, que são mais utilizadas para medir áreas rurais. Sua unidade fundamental é o are (a).

- Centiare (ca) = $1m^2 = 10^0m^2$
- Are (a) = $100m^2 = 10^2m^2$
- Hectare (ha) = $10000m^2 = 10^4m^2$

2.4 Medidas de Volume

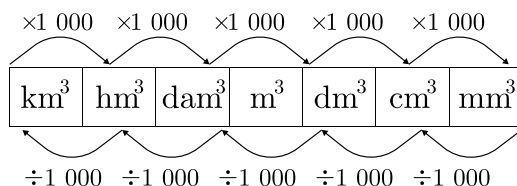
As medidas de volume são utilizadas g para medir o espaço ocupado por um corpo tridimensional ou a sua capacidade de armazenar alguma substância. Em química, as medidas de volume geralmente aparecem quando medimos quantidades de líquidos. A unidade métrica tradicional de volume usada nesse caso é o litro (l). Em termos do SI, um litro é definido exatamente como 14 decímetro cúbico.

2.4.1 Múltiplos do Metro Cúbico:

- Quilômetro cúbico (Km^3) = $1.000.000.000m^3 = 10^9m^3$
- Hectômetro cúbico (hm^3) = $1.000.000m^3 = 10^6m^3$
- Decâmetro cúbico (dam^3) = $1.000m^3 = 10^3m^3$

2.4.2 Submúltiplos de metros cúbicos (m^3)

- Decímetro cúbico (dm^3) = $0,001m^3 = 10^{-3}m^3$
- Centímetro cúbico (cm^3) = $0,000001m^3 = 10^{-6}m^3$
- Milímetro cúbico (mm^3) = $0,000000001m^3 = 10^{-9}m^3$



2.5 Medidas de Capacidade

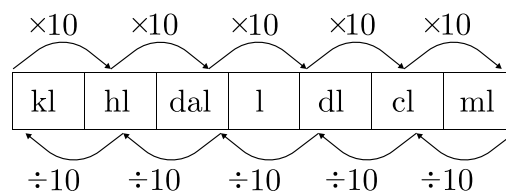
As medidas de capacidade são utilizadas para representarem as grandezas que definem o volume contido em um certo reservatório. A mais utilizada é o litro (l).

Importante:

- $1l = 1dm^3$
- $1ml = 1cm^3$
- $10^3l = 1m^3$

2.5.1 Múltiplos de litro:

- Quilolitro (Kl) = $1000l = 10^3l$
- Hectolitro (hl) = $100l = 10^2l$
- Decalitro (dal) = $10l = 10^1l$

**2.5.2 Submúltiplos de Litro:**

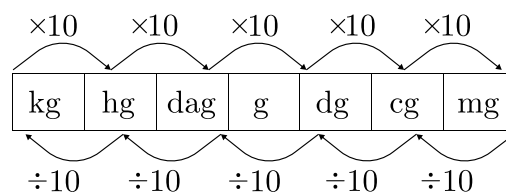
- Decilitro (dl) = $0,1l = 10^{-1}l$
- Centilitro (cl) = $0,01l = 10^{-2}l$
- Mililitro (ml) = $0,001l = 10^{-3}l$

2.6 Medidas de Massa

As medidas de massa são utilizadas para medir a quantidade de massa em um corpo. No SI, a unidade fundamental de massa é o quilograma (kg), embora o grama (g) seja a unidade mais conveniente para a maioria das medidas de laboratório.

2.6.1 Múltiplos de Grama:

- Quilograma (Kg) = $1000g = 10^3g$
- Hectograma (hg) = $100g = 10^2g$
- Decagrama (dag) = $10g = 10^1g$

**2.6.2 Submúltiplos de Grama:**

- Decigrama (dg) = $0,1g = 10^{-1}g$
- Centigrama (cg) = $0,01g = 10^{-2}g$
- Miligrama (mg) = $0,001g = 10^{-3}g$

Existe ainda a unidade especial: Tonelada (t) = $1000kg = 10^3kg = 10^6g$

2.7 Exercícios

Problema 2.1 — ENEM 2017. Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado $1,5ml$ desse produto para cada $1000l$ de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a $1,7m$, com largura e comprimento iguais a $3m$ e $5m$, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a $50cm$ da borda da piscina.

A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é :

- 11,25
- 27,00
- 28,80
- 32,25
- 49,50

Problema 2.2 — ENEM 2010. Um consumidor desconfia que a balança do supermercado não está aferindo corretamente a massa dos produtos. Ao chegar a casa resolve conferir se a balança estava descalibrada. Para isso, utiliza um recipiente provido de escala volumétrica, contendo $1,0$ litro d'água. Ele coloca uma porção dos legumes que comprou dentro do recipiente e observa que a água atinge a marca de $1,5$ litro e também que a porção não ficara totalmente submersa, com $1/3$ de seu volume fora d'água. Para concluir o teste, o consumidor, com ajuda da internet, verifica que a densidade dos legumes, em questão, é a metade da densidade da água, onde, $\rho \cdot \text{água} = 1g/cm^3$.

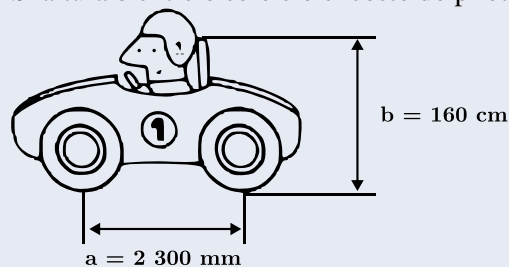
No supermercado a balança registrou a massa da porção de legumes igual a $0,500kg$ (meio quilograma). Considerando que o método adotado tenha boa precisão, o consumidor concluiu que a balança estava

descalibrada e deveria ter registrado a massa da porção de legumes igual a:

- a) 0,073 *kg*
- b) 0,167 *kg*
- c) 0,250 *kg*
- d) 0,375 *kg*
- e) 0,750 *kg*

Problema 2.3 — ENEM 2011. Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- a distância *a* entre os eixos dianteiro e traseiro;
- b altura *b* entre o solo e o encosto do piloto.



Ao optar pelas medidas *a* e *b* em metros, obtêm-se, respectivamente,

- a) 0,23 e 0,16
- b) 2,3 e 1,6
- c) 23 e 16
- d) 230 e 160
- e) 2300 e 1600

Problema 2.4 — ENEM 2011. Um aluno de Ensino Médio vai até o açougue, a pedido de seus pais, comprar 5 *kg* de carne para um churrasco em sua casa. Além da carne, ele compra 8 litros de refrigerante para oferecer aos convidados. Qual das alternativas a seguir possui os valores da quantidade de carne e de refrigerante, respectivamente, nas unidades tonelada (*t*) e mililitro (*ml*)?

- a) 0,005 *t* e 0,008 *ml*
- b) 5000 *t* e 0,008 *ml*
- c) 0,005 *t* e 8000 *ml*
- d) 5000 *t* e 8000 *ml*
- e) 0,005 *t* e 0,8 *ml*

3. Proporcionalidade

Este tópico é fundamental, não apenas em Matemática, como na Matemática Financeira, na Física na Química. Toda vez que trabalhamos com comparação de grandezas, algo comum na Física por exemplo, estamos utilizando os conceitos básicos da proporção.

3.1 Razão

Definição 3.1.1 Razão pode ser definida como o quociente (divisão ou fração) entre dois números reais, sendo o quociente do primeiro número com o segundo número. Desta forma, a razão entre os números “a” e “b” será o quociente:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b, \text{ para } (b \neq 0). \text{ Sendo lida da seguinte forma: “a” está para “b”}$$

■ **Exemplo 3.1** A razão $\frac{2}{3}$ é lida da seguinte forma: 2 está para 3.

Ou seja, basicamente vamos ter numa razão a divisão entre um número real “a” e um número real “b” que resultará em um número real “c”. Isto é:

$$\frac{a}{b} = c$$

■ **Exemplo 3.2** $\frac{3}{2} = 1,5$

3.2 Proporção

Definição 3.2.1 Proporção é definida como a igualdade entre duas ou mais razões. Isto é:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ para } (b \text{ e } d \neq 0)$$

Onde “a” e “d” são denominados extremos da proporção, “b” e “c” são os meios da proporção.

A leitura da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é lida da seguinte forma: “a” está para “b”, assim como “c” está para “d”.

■ **Exemplo 3.3** $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, pois $\frac{3}{5} = 0,6$ e $\frac{6}{10} = 0,6$

OBSERVAÇÃO: Perceba, por exemplo, que se multiplicar por 2 o primeiro lado da igualdade teremos que, necessariamente, multiplicar por 2 o outro lado da igual, ou seja, estamos mantendo a proporcionalidade. Isto é:

■ **Exemplo 3.4** $\frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{2 \cdot 6}{10}$. Assim, manteremos a igualdade verdadeira.

3.2.1 Propriedades da Proporção

1) Em uma Proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$$

2) Em uma Proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

3.3 Escalas

- Escala

Definição de escala

Escala de ampliação

Escala de redução

3.4 Porcentagem

Toda a razão (termo explicado no capítulo anterior) que tem como denominador o número 100, dar-se o nome de razão centesimal. Por exemplo:

$$\frac{7}{100}, \frac{1}{100}, \frac{33}{100}$$

Veja outras formas de representação de razões centesimais:

$$\frac{7}{100} = 0,07 = 7\% \text{ (se lê "sete por cento")}$$

$$\frac{1}{100} = 0,01 = 1\% \text{ (se lê "um por cento")}$$

$$\frac{33}{100} = 0,33 = 33\% \text{ (se lê "trinta e três por cento")}$$

Essas expressões podem ser chamadas de taxas centesimais ou taxas percentuais.

Definição 3.4.1 Porcentagem é o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

Exemplo 3.5 João vendeu 60% dos seus 100 cavalos. Quantos cavalos ele vendeu?

Para solucionar esse problema, devemos aplicar a taxa percentual (60%) sobre o total de cavalos.

$$60\% \text{ de } 100 = \frac{60}{100} \cdot 100 = \frac{6000}{100} = 60$$

Portanto, João vendeu 60 cavalos dos 100 que ele tinha.

É possível encontrar a porcentagem sendo utilizada em diversas situações como as de decréscimos, descontos, aumentos, acréscimos, diminuição, redução ou inflação podemos utilizar o **fator de multiplicação** (FM).

Definição 3.4.2 O fator de multiplicação é diferente para aumento e desconto e a taxa percentual em ambos os casos sempre deverá ser um número decimal, ou seja, um número que possui vírgula. Veja as fórmulas referentes ao fator de multiplicação.

Fator de multiplicação para aumento

$$FM = 1 + \text{taxa de aumento}$$

Fator de multiplicação para desconto

$$FM = 1 - \text{taxa de desconto}$$

Exemplo 3.6 O salário-mínimo no ano de 2015 sofreu um aumento de 8,84%. Sabendo que no ano de 2014 o salário-mínimo era de R\$ 724,00, qual será o valor do salário-mínimo para 2015?

RESPOSTA: Note que na situação esta ocorrendo um aumento, portanto usaremos a formula de taxa de aumento para resolver esse problema, veja:

$$FM = 1 + \text{taxa de aumento}$$

$$FM = 1 + 8,84\%$$

$$FM = 1 + \frac{8,84}{100}$$

$$FM = 1 + 0,0884$$

$$FM = 1,0884$$

O valor em reais do salário-mínimo em 2015 será dado pelo produto do fator de multiplicação por R\$724,00.

$$724,00 \cdot 1,0884 = R\$788,00$$

Portanto, o valor do salario mínimo em 2015 será de R\$788,00

OBSERVAÇÃO: Caso seja necessário utilizar a taxa de desconto, o procedimento é análogo ao feito acima, mudando apenas a formula de taxa de aumento para taxa de desconto.

4. Tabelas e gráficos

4.1 Introdução

5. Estatística

5.1 Introdução

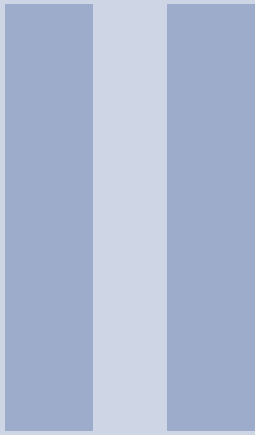
Neste capítulo estudaremos um assunto bastante abordado no enem, de início iremos entender como é um estudo estatístico e compreender suas etapas, logo após veremos o uso da matemática para organizar e extrair informações de diferentes formas acerca dos dados coletados. Antes veremos alguns conceitos básicos para melhor compreensão do tema, sendo o primeiro deles **medidas de posição** e **medidas de tendência central**.

$$\begin{aligned}(x + 1)^3 &= (x + 1)(x + 1)(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 + 2x + 1) \\ &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1\end{aligned}$$

5.1.1 Medidas de posição

■ Definição 5.1.1

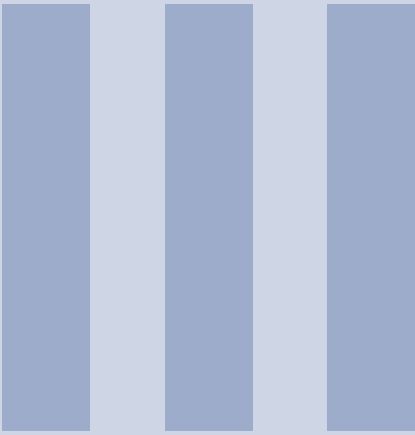
- Rol
- Classe
- Moda, Média e mediana



Geometria

Geometria

Conjuntos



IV

Funções

