

Matemática no enem

aprendizagem
autônoma

WAV

Monitoria

Lucas de Almeida Felinto

Marcelo Raimundo de Araújo Júnior

Matheus Jonatha Bernardo dos Santos

Copyright © 2020 Monitoria AnnWay

Publicado por Matheus Jonatha

Orientado por Francisco Medeiros

Autores:

Lucas de Almeida Felinto

lucas_felinto@hotmail.com

Marcelo Raimundo de Araújo Júnior

marcellojunior005@gmail.com

Matheus Jonatha Bernardo dos Santos

mthsjonatha@gmail.com

Orientador:

Francisco Batista de Madeiros

francisco.medeiros@ifrn.edu.br

Visite <http://annway.github.io/>

Este material está sob a licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil (CC BY-NC-SA 3.0 BR), você não pode usar este arquivo, exceto em conformidade com a licença, para obter uma cópia da licença acesse <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/br/>, tendo concordado com os termos da licença você tem o direito de copiar e redistribuir o material em qualquer suporte ou formato. O modelo utilizado para criação é um modificação e você pode encontrar em <http://www.latextemplates.com/template/the-legrand-orange-book>, este modelo foi criado originalmente por Mathias Legrand com inspiração no material encontrado em <http://pgoutet.free.fr/latex>.

Este arquivo foi atualizado a última vez em 8 de agosto de 2020



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Sumário

Sobre o projeto 5

Habilidades e competências 5

I

Matemática Básica

1	Aritmética	11
1.1	Conjuntos dos Números Naturais	11
1.2	Operação com Números Naturais	11
1.2.1	Adição	12
1.2.2	Subtração	12
1.2.3	Multiplicação	12
1.2.4	Divisão	13
1.2.5	Potenciação	13
1.2.6	Radiciação	13
1.2.7	13
1.3	Conjunto dos Números Inteiros	13
2	Sistemas de Unidades de Medidas	15
2.1	Medidas de Comprimento	15
2.1.1	Múltiplos de Metro	15
2.1.2	Submúltiplos de Metro	15
2.2	Medidas de Superfície	15
2.2.1	Múltiplos de Metro Quadrado (m^2)	15
2.2.2	Submúltiplos de Metro Quadrado	16
2.3	Medidas Agrárias	16
2.4	Medidas de Volume	16
2.4.1	Múltiplos do Metro Cubico:	16
2.4.2	Submúltiplos de Metros Cúbicos (m^3)	16

2.5	Medidas de Capacidade	16
2.5.1	Múltiplos de Litro:	17
2.5.2	Submúltiplos de Litro:	17
2.6	Medidas de Massa	17
2.6.1	Múltiplos de Grama:	17
2.6.2	Submúltiplos de Grama:	17
2.7	Exercícios	17
3	Divisibilidade	19
3.1	Critérios de Divisibilidade	19
3.1.1	Divisibilidade por 2	19
3.1.2	Divisibilidade por 3	19
3.1.3	Divisibilidade por 4	20
3.1.4	Divisibilidade por 5	20
4	Proporcionalidade	21
4.1	Razão	21
4.2	Proporção	21
4.2.1	Propriedades da Proporção	22
4.3	Escalas	22
4.4	Porcentagem	22
5	Tabelas e gráficos	25
5.1	Introdução	25
6	Estatística	27
6.1	Introdução	27
6.1.1	Medidas de Posição	27



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Sobre o projeto

Sabemos que os assuntos abordados no ENEM são vastos, afinal são muitas as disciplinas que os estudantes têm contato durante a vida escolar. Mesmo uma única disciplina como história, por exemplo, cobra uma gama enorme de informação e conhecimento por parte dos estudantes. Portanto, nada melhor que organizar e priorizar seu tempo de estudo.

Por isso, Elaboramos este documento com o intuito de lhe ajudar. Elencamos os 10 assuntos que possuem maior número de questões no ENEM na área do conhecimento da Matemática e suas Aplicações. Além de você saber quais são os assuntos mais exigidos, também saberá o que é preciso pra estudá-los. A lista segue do assunto mais cobrado ao mesmo cobrado.



Monitoria AnnWay
@monitoriaanway

Habilidades e competências

Competência de área 1

Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais

- H1** - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.
- H2** - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.
- H3** - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.
- H4** - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.
- H5** - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2

Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

- H6** - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
- H7** - Identificar características de figuras planas ou espaciais.
- H8** - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
- H9** - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3

Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

- H10** - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
- H11** - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.
- H12** - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.
- H13** - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.
- H14** - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4

Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5

Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6

Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7

Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.



Matemática Básica

1	Aritmética	11
1.1	Conjuntos dos Números Naturais	
1.2	Operação com Números Naturais	
1.3	Conjunto dos Números Inteiros	
2	Sistemas de Unidades de Medidas	15
2.1	Medidas de Comprimento	
2.2	Medidas de Superfície	
2.3	Medidas Agrárias	
2.4	Medidas de Volume	
2.5	Medidas de Capacidade	
2.6	Medidas de Massa	
2.7	Exercícios	
3	Divisibilidade	19
3.1	Critérios de Divisibilidade	
4	Proporcionalidade	21
4.1	Razão	
4.2	Proporção	
4.3	Escalas	
4.4	Porcentagem	
5	Tabelas e gráficos	25
5.1	Introdução	
6	Estatística	27
6.1	Introdução	

1. Aritmética

Acho melhor falar o que é aritmética e depois de como o capítulo vai se desenvolver e talvez como surgiu os números Estudaremos nesta parte a base matemática que você necessita para a continuidade aos próximos tópicos. vamos iniciar te explicando conjuntos numéricos, logo após faremos uma breve revisão das operações básicas e a importância de compreender em qual conjunto estamos realizando as operações, vamos começar?

1.1 Conjuntos dos Números Naturais

O conjunto dos números naturais foi o primeiro que surgiu, representamos ele por \mathbb{N} e assim como todos os outros ele é infinito, porém, possui um início. Veja a sua representação abaixo:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

Os detalhes acima que você precisa fixar são as chaves ($\{ \}$), que representa a ideia de conjunto, as reticências (\dots), que passa a ideia de continuidade, nesse caso, que o conjunto continua infinitamente, por último o zero (0) que demonstra o início do conjunto.

Também podemos representar [FIGURA DO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS]

Subconjuntos dos Números Naturais

Pense no subconjunto como sendo um grupo de alguns elementos pertencentes a um conjunto e que em geral esses elementos possuem alguma particularidade em comum ou excluem uma característica, vejamos alguns exemplos:

■ Exemplo 1.1

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}$$

Por vezes, você pode encontrar esse mesmo subconjunto sendo representado por $\mathbb{N} - \{0\}$, veja que é bem intuitivo (*conjunto dos naturais - 0*).

Observação 1 Conjunto vazio é o próprio conjunto dos naturais

1.2 Operação com Números Naturais

Agora que você já conhece o conjunto e os subconjuntos dos números naturais, veja como podemos operar com eles. Possivelmente você já conheça as operações básicas, porém vamos estudá-las somente dentro dos números naturais...final existem outros conjuntos numéricos que veremos futuramente...ops, spoiler.

1.2.1 Adição

A adição de dois números ou mais números naturais sempre resultará num número natural. Desta forma, o conjunto dos números naturais é fechado para a adição, ou seja, somando dois ou mais números naturais ainda estaremos dentro do conjunto dos números naturais.

■ **Exemplo 1.2** $5 + 2 = 7$

Observe que os números 5 e 2 formam a parcela da adição, o símbolo $+$ indica a operação da adição e o 7 chamamos de soma. Portanto, adição é a operação onde obtemos a soma.

Propriedade Comutativa

A ordem das parcelas não altera a soma, isto é:

$$a + b = b + a = c$$

■ **Exemplo 1.3** $5 + 2 = 2 + 5 = 7$

Propriedade Associativa

A soma de várias parcelas pode ser obtida reunindo-se duas a duas em qualquer ordem, isto é:

$$a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c = d$$

■ **Exemplo 1.4** $3 + 7 + 1 = 3 + (7 + 1) = (3 + 7) + 1 = 11$

Elemento Neutro

O número zero é o elemento neutro da adição, pois qualquer número adicionado com o zero resulta no próprio número, ou seja, não muda nada. Isto é:

$$a + 0 = 0 + a = a$$

■ **Exemplo 1.5** $15 + 0 = 0 + 15 = 15$

1.2.2 Subtração

Podemos dizer que a subtração é a operação inversa da adição (informação importante para o estudo da **álgebra ou equações**). Porém, o conjunto dos números naturais não é fechado em relação a operação subtração, pois a subtração de dois números naturais nem sempre resulta em um número natural.

■ **Exemplo 1.6** $5 - 2 = 3$

Observe que no exemplo acima o número 5 é o minuendo, o número 2 é o subtraendo, o símbolo $-$ indica a operação da subtração e o número 3 é a diferença. Portanto, subtração é a operação onde obtemos a diferença.

A subtração não é comutativa

$$5 - 2 = 3, \text{ porém } 2 - 5 = -3, \text{ logo } 5 - 2 \neq 2 - 5$$

OBSERVAÇÃO: Logo mais estudaremos o conjunto dos números inteiros. Este conjunto surgiu da necessidade de escrevermos os números negativos resultantes de subtrações como $2 - 5 = -3$, o que não é possível utilizando somente os números naturais.

1.2.3 Multiplicação

O conjunto dos números naturais é fechado em relação a esta operação, pois a multiplicação de dois ou mais números naturais sempre resultará num número natural. Podemos imaginar inicialmente a multiplicação de números naturais como a operação associada a adição de parcelas iguais.

■ **Exemplo 1.7** $2 \cdot 14 = 28$

Observe que no exemplo acima o número 5 é o minuendo, o número 2 é o subtraendo, o símbolo $-$ indica a operação da subtração e o número 3 é a diferença. Portanto, subtração é a operação onde obtemos a diferença.

1.2.4 Divisão**1.2.5 Potenciação****1.2.6 Radiciação****1.2.7****1.3 Conjunto dos Números Inteiros**

conjuntos numéricos operações e operações em diferentes conjuntos

2. Sistemas de Unidades de Medidas

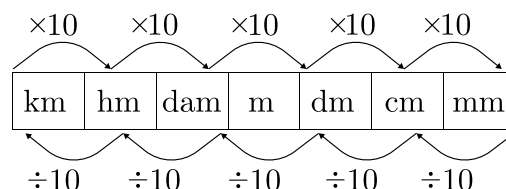
O Sistema Métrico é um sistema internacional de medições que determina as unidades a serem utilizadas por cada uma das medidas, além de suas transformações. Nesse capítulo você verá que cada medida tem sua unidade padrão, de acordo com o Sistema Internacional de Unidades.

2.1 Medidas de Comprimento

As medidas de comprimento são os mecanismos de medição mais utilizados. A unidade fundamental das medidas de comprimento é o metro (m).

2.1.1 Múltiplos de Metro

- Quilômetro (km) = 1000m = 10^3 m
- Hectômetro (hm) = 100m = 10^2 m
- Decâmetro (dam) = 10m



2.1.2 Submúltiplos de Metro

- Decímetro (dm) = 0,1m = 10^{-1} m
- Centímetro (cm) = 0,01m = 10^{-2} m
- Milímetro (mm) = 0,001m = 10^{-3} m

2.2 Medidas de Superfície

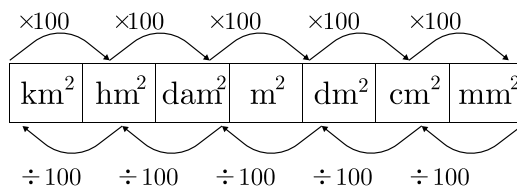
As medidas de superfície são as utilizadas na medição de áreas. Sua unidade fundamental é o metro quadrado (m^2).

2.2.1 Múltiplos de Metro Quadrado (m^2)

- Quilômetro quadrado (km^2) = 1.000.000 m^2 = 10^6m^2
- Hectômetro quadrado (hm^2) = 10.000 m^2 = 10^4m^2
- Decâmetro quadrado (dam^2) = 100 m^2 = 10^2m^2

2.2.2 Submúltiplos de Metro Quadrado

- Decímetro quadrado (dm^2) = $0,01\text{m}^2 = 10^{-2}\text{m}^2$
- centímetro quadrado (cm^2) = $0,0001\text{m}^2 = 10^{-4}\text{m}^2$
- Milímetro quadrado (mm^2) = $0,000001\text{m}^2 = 10^{-6}\text{m}^2$



2.3 Medidas Agrárias

Dentre as medidas de superfícies, existem as medidas agrárias, que são mais utilizadas para medir áreas rurais. Sua unidade fundamental é o are (a).

- Centiare (ca) = $1\text{m}^2 = 10^0\text{m}^2$
- Are (a) = $100\text{m}^2 = 10^2\text{m}^2$
- Hectare (ha) = $10000\text{m}^2 = 10^4\text{m}^2$

2.4 Medidas de Volume

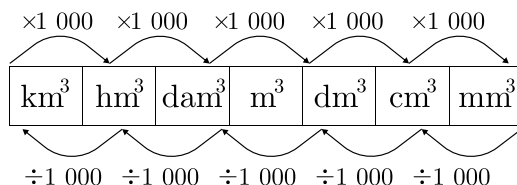
As medidas de volume são utilizadas para medir o espaço ocupado por um corpo tridimensional ou a sua capacidade de armazenar alguma substância. Você pode observar que essa medição é bastante usual em outras disciplinas, como por exemplo em química, as medidas de volume geralmente aparecem quando medimos quantidades de líquidos ou outras substâncias. A unidade métrica tradicional de volume usada nesse caso é o litro (l). Em termos do SI, um litro é definido exatamente como 14 decímetro cúbico.

2.4.1 Múltiplos do Metro Cúbico:

- Quilômetro cúbico (km^3) = $1.000.000.000\text{m}^3 = 10^9\text{m}^3$
- Hectômetro cúbico (hm^3) = $1.000.000\text{m}^3 = 10^6\text{m}^3$
- Decâmetro cúbico (dam^3) = $1.000\text{m}^3 = 10^3\text{m}^3$

2.4.2 Submúltiplos de Metros Cúbicos (m^3)

- Decímetro cúbico (dm^3) = $0,001\text{m}^3 = 10^{-3}\text{m}^3$
- Centímetro cúbico (cm^3) = $0,000001\text{m}^3 = 10^{-6}\text{m}^3$
- Milímetro cúbico (mm^3) = $0,000000001\text{m}^3 = 10^{-9}\text{m}^3$



2.5 Medidas de Capacidade

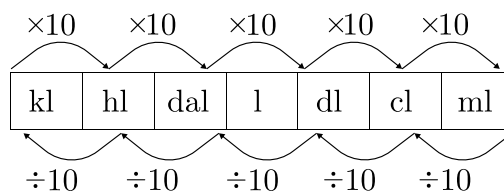
As medidas de capacidade são utilizadas para representarem as grandezas que definem o volume contido em um certo reservatório. A mais utilizada é o litro (l).

Importante:

- $1\text{l} = 1\text{dm}^3$
- $1\text{ml} = 1\text{cm}^3$
- $10^3\text{l} = 1\text{m}^3$

2.5.1 Múltiplos de Litro:

- Quilolitro (kl) = 1000l = 10^3 l
- Hectolitro (hl) = 100l = 10^2 l
- Decalitro (dal) = 10l = 10^1 l

**2.5.2 Submúltiplos de Litro:**

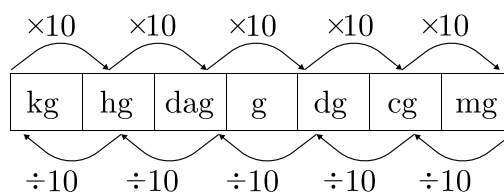
- Decilitro (dl) = 0,1l = 10^{-1} l
- Centilitro (cl) = 0,01l = 10^{-2} l
- Mililitro (ml) = 0,001l = 10^{-3} l

2.6 Medidas de Massa

As medidas de massa são utilizadas para medir a quantidade de massa em um corpo. No SI, a unidade fundamental de massa é o quilograma (kg), embora o grama (g) seja a unidade mais conveniente para a maioria das medidas de laboratório.

2.6.1 Múltiplos de Grama:

- Quilograma (kg) = 1000g = 10^3 g
- Hectograma (hg) = 100g = 10^2 g
- Decagrama (dag) = 10g = 10^1 g

**2.6.2 Submúltiplos de Grama:**

- Decigrama (dg) = 0,1g = 10^{-1} g
- Centigrama (cg) = 0,01g = 10^{-2} g
- Miligrama (mg) = 0,001g = 10^{-3} g

Existe ainda a unidade especial: Tonelada (t) = 1000kg = 10^3 kg = 10^6 g

2.7 Exercícios

Problema 2.1 — ENEM 2017. Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5ml desse produto para cada 1000l de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7m, com largura e comprimento iguais a 3m e 5m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50cm da borda da piscina.

A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é :

- 11,25
- 27,00
- 28,80
- 32,25
- 49,50

Problema 2.2 — ENEM 2010. Um consumidor desconfia que a balança do supermercado não está aferindo corretamente a massa dos produtos. Ao chegar a casa resolve conferir se a balança estava descalibrada. Para isso, utiliza um recipiente provido de escala volumétrica, contendo 1,0 litro d'água. Ele coloca uma porção dos legumes que comprou dentro do recipiente e observa que a água atinge a marca de 1,5 litro e também que a porção não ficara totalmente submersa, com $1/3$ de seu volume fora d'água. Para concluir o teste, o consumidor, com ajuda da internet, verifica que a densidade dos legumes, em questão, é a metade da densidade da água, onde, $\rho \cdot \text{água} = 1\text{g/cm}^3$.

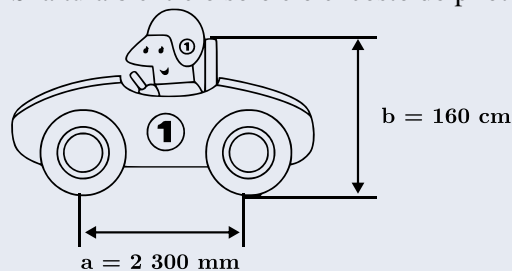
No supermercado a balança registrou a massa da porção de legumes igual a 0,500kg (meio quilograma). Considerando que o método adotado tenha boa precisão, o consumidor concluiu que a balança estava

descalibrada e deveria ter registrado a massa da porção de legumes igual a:

- a) 0,073kg
- b) 0,167kg
- c) 0,250kg
- d) 0,375kg
- e) 0,750kg

Problema 2.3 — ENEM 2011. Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- a) distância a entre os eixos dianteiro e traseiro;
- b) altura b entre o solo e o encosto do piloto.



Ao optar pelas medidas a e b em metros, obtêm-se, respectivamente,

- a) 0,23 e 0,16
- b) 2,3 e 1,6
- c) 23 e 16
- d) 230 e 160
- e) 2300 e 1600

Problema 2.4 — ENEM 2011. Um aluno de Ensino Médio vai até o açougue, a pedido de seus pais, comprar 5kg de carne para um churrasco em sua casa. Além da carne, ele compra 8 litros de refrigerante para oferecer aos convidados. Qual das alternativas a seguir possui os valores da quantidade de carne e de refrigerante, respectivamente, nas unidades tonelada (t) e mililitro (ml)?

- a) 0,005t e 0,008ml
- b) 5000t e 0,008ml
- c) 0,005t e 8000ml
- d) 5000t e 8000ml
- e) 0,005t e 0,8ml

3. Divisibilidade

Sem dúvidas, a divisão é a que os alunos sentem mais dificuldade das quatro operações básicas, mesmo ela está tão presente em nossas vidas quanto as outras três. E de fato, sempre que você sai com os amigos para comer e divide a conta, está usando divisão, ou quando prepara uma receita de bolinho para receber alguém especial e tem que dividir os ingredientes, também utiliza divisão e entre tantas outras coisas.

Em uma prova como o ENEM, saber dividir é primordial, pois a divisão pode se encaixar como pré-requisito de qualquer assunto, não só de matemática como também das disciplinas de ciências da natureza. Então se liga nesse capítulo que temos várias dicas legais para você.

Definição 3.0.1 A divisibilidade, nada mais é do que a capacidade que a matéria tem de ser dividida em partes menores e iguais sem que sobre algo, ou matematicamente falando, se você pode dividir um número P por um número Q , sem resto, dizemos que P é divisível por Q .

3.1 Critérios de Divisibilidade

Esses critérios vão te ajudar muito a melhorar o seu tempo de resolução de questões que envolvem divisão, com eles você poderá identificar se um número é divisível por outro com mais facilidade.

Antes de iniciar, note que todo número é divisível por 1, veja:

(FAZER IMAGEM DO ALGORITMO DE EUCLIDES PROVANDO ISSO)

3.1.1 Divisibilidade por 2

Para determinar se um dado número é divisível por 2, precisamos apenas verificar se ele é par, isto é, todo número que termina em 0, 2, 4, 6 ou 8 é divisível por 2.

(TABELA DE DIVISIBILIDADE POR 2)

3.1.2 Divisibilidade por 3

A regra de divisibilidade para o três, é um pouco mais complicada que a anterior, pois não teremos uma característica específica no número para distinguir se é ou não divisível por 3. Nesse caso, você precisa somar os dígitos do número de forma individual, por exemplo, a soma dos dígitos de 273 é $2 + 7 + 3 = 12$ se 12 for múltiplo de 3, 273 também é. Note que ao fazer isso, você terá um número menor que o anterior, logo fica mais fácil de saber se ele é múltiplo de 3, caso continue com problemas, some os dígitos de novo e terá um número menor ainda.

(TABELA COM MÚLTIPLO DE 3)

3.1.3 Divisibilidade por 4

Para saber se um número é divisível por 4, você precisa ver se ele tem duas metades, ou seja, se ele pode ser dividido por 2 duas vezes, por exemplo, o 48 é divisível por 4 pois é pá , logo o 2 divide 48 e tem 24 como resultado, como 24 é pá ainda pode ser dividido por 2 o que satisfaz nosso critério.

Você pode ainda, usar outro critério que diz que se $abcd$ é divisível por 4, ele terá os dois últimos dígitos sendo divisíveis por 4, Ou seja, cd é divisível por 4. (TABELA)

3.1.4 Divisibilidade por 5

O critério do 5 é bem simples, ele diz que, todo número que é divisível por 5 tem o 5 ou 0 como ultimo dígito, por exemplo 10, 35, 100 e 2020. (TABELA)

4. Proporcionalidade

Este tópico é fundamental, não apenas em Matemática, como em áreas como Matemática Financeira, Física e Química. Toda vez que trabalhamos com comparação de grandezas, algo comum na Física, por exemplo, estamos utilizando os conceitos básicos de razão e proporção.

4.1 Razão

Definição 4.1.1 Razão pode ser definida como o quociente (divisão ou fração) entre dois números reais, sendo o quociente do primeiro número com o segundo número. Desta forma, a razão entre os números a e b será o quociente:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b, \text{ para } (b \neq 0). \text{ Sendo lida da seguinte forma: } a \text{ está para } b$$

■ **Exemplo 4.1** A razão $\frac{2}{3}$ é lida da seguinte forma: 2 está para 3.

Ou seja, basicamente vamos ter numa razão a divisão entre um número real a e um número real b que resultará em um número real c . Isto é:

$$\frac{a}{b} = c$$

■ **Exemplo 4.2** $\frac{3}{2} = 1,5$

4.2 Proporção

Definição 4.2.1 Proporção é definida como a igualdade entre duas ou mais razões. Isto é:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ para } b \text{ e } d \neq 0$$

Os números a e d são denominados extremos da proporção, enquanto b e c são os meios da proporção.

A proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ pode ser lida da seguinte forma: a está para b , assim como c está para d .

■ **Exemplo 4.3** $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, pois $\frac{3}{5} = 0,6$ e $\frac{6}{10} = 0,6$

OBSERVAÇÃO: Perceba, por exemplo, que se multiplicar por 2 o primeiro lado da igualdade teremos que, necessariamente, multiplicar por 2 o outro lado da igual, ou seja, estamos mantendo a proporcionalidade. Isto é:

■ **Exemplo 4.4** $\frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{2 \cdot 6}{10}$. Assim, manteremos a igualdade verdadeira.

4.2.1 Propriedades da Proporção

1) Em uma Proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$$

COLOCAR IMAGEM MOSTRANDO OS MEIOS E OS EXTREMOS

2) COLOCAR AS OUTRAS PROPRIEDADES

4.3 Escalas

- Escala
 - Definição de escala
 - Escala de ampliação
 - Escala de redução

4.4 Porcentagem

Toda a razão (termo explicado na seção 4.1) que tem como denominador o número 100, dar-se o nome de razão centesimal. Por exemplo:

$$\frac{7}{100}, \frac{1}{100}, \frac{33}{100}$$

Veja outras formas de representação de razões centesimais:

$$\frac{7}{100} = 0,07 = 7\% \text{ (se lê "sete por cento")}$$

$$\frac{1}{100} = 0,01 = 1\% \text{ (se lê "um por cento")}$$

$$\frac{33}{100} = 0,33 = 33\% \text{ (se lê "trinta e três por cento")}$$

Essas expressões podem ser chamadas de taxas centesimais ou taxas percentuais.

Definição 4.4.1 Porcentagem é o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

■ **Exemplo 4.5** João vendeu 60% dos seus 100 cavalos. Quantos cavalos ele vendeu?

Para solucionar esse problema, devemos aplicar a taxa percentual (60%) sobre o total de cavalos.

$$60\% \text{ de } 100 = \frac{60}{100} \cdot 100 = \frac{6000}{100} = 60$$

Portanto, João vendeu 60 cavalos dos 100 que ele tinha.

É possível encontrar a porcentagem sendo utilizada em diversas situações como as de decréscimos, descontos, aumentos, acréscimos, diminuição, redução ou inflação podemos utilizar o **fator de multiplicação** (FM).

■ **Definição 4.4.2** O fator de multiplicação é diferente para aumento e desconto e a taxa percentual. Em ambos os casos sempre deverá ser um número decimal, ou seja, um número que possui vírgula. Veja as fórmulas referentes ao fator de multiplicação.

Fator de multiplicação para aumento

$$FM = 1 + \text{taxa de aumento}$$

Fator de multiplicação para desconto

$$FM = 1 - \text{taxa de desconto}$$

■ **Exemplo 4.6** O salário-mínimo no ano de 2015 sofreu um aumento de 8,84%. Sabendo que no ano de 2014 o salário-mínimo era de R\$ 724,00, qual será o valor do salário-mínimo para 2015?

RESPOSTA: Note que na situação esta ocorrendo um aumento, portanto usaremos a formula de taxa de aumento para resolver esse problema, veja:

$$FM = 1 + \text{taxa de aumento}$$

$$FM = 1 + 8,84\%$$

$$FM = 1 + \frac{8,84}{100}$$

$$FM = 1 + 0,0884$$

$$FM = 1,0884$$

O valor em reais do salário-mínimo em 2015 será dado pelo produto do fator de multiplicação por R\$724,00.

$$724,00 \cdot 1,0884 = R\$788,00$$

Portanto, o valor do salario mínimo em 2015 será de R\$788,00

Observação 2 Caso seja necessário utilizar a taxa de desconto, o procedimento é análogo ao feito acima, mudando apenas a formula de taxa de aumento para taxa de desconto.

5. Tabelas e gráficos

5.1 Introdução

6. Estatística

6.1 Introdução

Neste capítulo estudaremos um assunto bastante abordado no enem, de início iremos entender como é um estudo estatístico e compreender suas etapas, logo após veremos o uso da matemática para organizar e extrair informações de diferentes formas acerca dos dados coletados. Antes veremos alguns conceitos básicos para melhor compreensão do tema, sendo o primeiro deles **medidas de posição** e **medidas de tendência central**.

$$\begin{aligned}(x + 1)^3 &= (x + 1)(x + 1)(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 + 2x + 1) \\ &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1\end{aligned}$$

6.1.1 Medidas de Posição

■ Definição 6.1.1

- Rol
- Classe
- Moda, Média e mediana