邯郸市 2023－2024 学年第二学期期末质量检测

高一数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	D	A	C	A	C	C	B	D	ACD	BD	BCD

1. D　**解析**:由对称性可知三组数据的平均数相等,再结合数据的集中与离散程度可知选 D.

[命题意图] 考查方差的意义.

2. A　**解析**:设 $z=a+bi$,由已知得 $z=\bar{z}i$,即 $a+bi=(a-bi)i=b+ai$,∴$a=b$,故选 A.

[命题意图] 考查复数的运算及几何意义.

3. C　**解析**:∵$\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$,∴$|\boldsymbol{a}|=2$,∴$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=2|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle+|\boldsymbol{b}|^2=4\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle+1=3$,

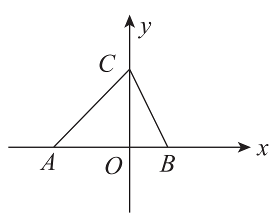
∴$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{1}{2}$,又$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\in[0,\pi]$,∴$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$,故选 C.

[命题意图] 考查向量的数量积.

4. A　**解析**:方法一:由 $A(-2\sqrt{2},0)$,$B(\sqrt{2},0)$,$C(0,2\sqrt{2})$,知 $AB=3\sqrt{2}$,$AC=4$,$BC=\sqrt{10}$,由余弦定理知

$\cos\angle ACB=\frac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC\cdot BC}=\frac{\sqrt{10}}{10}$,所以 $\sin\angle ACB=\frac{3\sqrt{10}}{10}$,故选 A.

方法二:如图,由 $A(-2\sqrt{2},0)$,$B(\sqrt{2},0)$,$C(0,2\sqrt{2})$,知$\angle ACO=\frac{\pi}{4}$,$\sin\angle BCO=\frac{\sqrt{5}}{5}$,$\cos\angle BCO=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,



∴$\sin\angle ACB=\sin(\angle ACO+\angle BCO)=\sin\angle ACO\cos\angle BCO+\cos\angle ACO\sin\angle BCO=\frac{3\sqrt{10}}{10}$,故选 A.

[命题意图] 考查余弦定理及同角三角函数关系.

5. C　**解析**:C 中由 $\alpha /\!/ \beta$,$m\subset\alpha$ 可得 $m/\!/\beta$,当 $m/\!/l$ 且满足 $l\subset\beta$ 时,不满足 $l/\!/\beta$,故 C 错误.

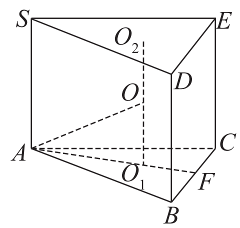
[命题意图] 考查空间直线、平面间的位置关系.

6. C　**解析**:在△ABC 中,由余弦定理知 $BC=\sqrt{AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cos 60^\circ}=\sqrt{3}AC$,∴$AC^2+BC^2=AB^2$,△$ABC$ 为直角三角形,又$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$,故外心 O 是斜边 AB 的中点,∴△AOC 为正三角形,由投影向量的几何意义,向量 $\overrightarrow{OC}$ 在向量 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为$-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$,故选 C.

[命题意图] 考查投影向量的定义.

7. B　**解析**:如图,将三棱锥 $S-ABC$ 补成三棱柱 $SDE-ABC$,则三棱锥 $S-ABC$ 和三棱柱 $SDE-ABC$ 的外接球相同,设 O_1,O_2 分别为△ABC 和△SDE 的外心,则三棱柱 $SDE-ABC$ 的外接球球心 O 为

O_1O_2 的中点，连接 AO_1 并延长交 BC 于点 F，则 F 为 BC 的中点，连接 AO，因为 $AB=AC$，所以 $AF\perp BC$，$\sin\angle ABC=\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，由正弦定理可得 $2AO_1=\dfrac{AC}{\sin\angle ABC}=\dfrac{16\sqrt{7}}{7}$，所以 $AO_1=\dfrac{8\sqrt{7}}{7}$，由 $V_{S\text{-}ABC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}BC\cdot AF\cdot SA=4\sqrt{7}$ 可得 $SA=4$，则 $OO_1=2$，$AO^2=AO_1^2+OO_1^2=\dfrac{92}{7}$，则外接球的表面积 $S=4\pi\cdot AO^2=\dfrac{368\pi}{7}$，故选 B.



[命题意图] 考查几何体的体积，外接球等综合问题.

8. D　**解析**：用 $x_i(i=1,2)$ 表示甲第 i 次抛掷的结果，那么甲抛掷两次的结果可以用 (x_1,x_2) 表示. 用 1 表示正面向上，0 表示反面向上，则样本空间 $\Omega=\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$，$M=\{(1,0),(1,1)\}$，$N=\{(0,0),(1,1)\}$，故 A，B 错误；对于事件 S，方法一：借助表格列举如下，

	(0,0,0)	(0,0,1)	(0,1,0)	(1,0,0)	(1,1,0)	(1,0,1)	(0,1,1)	(1,1,1)
(0,0)		√	√	√	√	√	√	√
(0,1)					√	√	√	√
(1,0)					√	√	√	√
(1,1)								√

$\therefore P(S)=\dfrac{7+4+4+1}{32}=\dfrac{1}{2}$，又 $P(M)=P(N)=\dfrac{1}{2}$，所以 C 错误，D 正确，故选 D.

方法二：设事件 T＝“甲得到的反面数比乙得到的反面数少”，则 $P(S)=P(T)$，下证事件 S 与事件 T 对立. 若事件 S 与事件 T 同时发生，那么甲的正面数和反面数都比乙的少，那么甲抛的次数至少比乙少两次，与题目矛盾；若事件 S 与事件 T 都不发生，那么甲的正面数和反面数都不比乙的少，那么甲抛的次数不比乙少，与题目矛盾；故事件 S 与事件 T 对立，$\therefore P(S)=P(T)=\dfrac{1}{2}$，故选 D.

[命题意图] 考查事件的互斥与相互独立的定义，考查古典概型概率的计算.

9. ACD　**解析**：若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}$，即 $|\boldsymbol{a}|^2=|\boldsymbol{b}|^2$，则 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，故 A 错误；由 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$ 知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 同向共线，则 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$，故 B 正确；由 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，设 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}=(\lambda,\lambda)$，又 $|\boldsymbol{a}|=2$，$\therefore\lambda^2+\lambda^2=4$，$\therefore\lambda=\pm\sqrt{2}$，$\therefore\boldsymbol{a}=(\sqrt{2},\sqrt{2})$ 或 $\boldsymbol{a}=(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$，故 C 错误；设与 $\boldsymbol{a}$ 垂直的单位向量的坐标为 (x,y)，则 $\begin{cases}x^2+y^2=1,\\3x+4y=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\dfrac{4}{5},\\y=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\dfrac{4}{5},\\y=\dfrac{3}{5},\end{cases}$ 故 D 错误，故选 ACD.

[命题意图] 考查向量数量积与模的运算、向量的共线与垂直的坐标运算.

10. BD **解析**:设 $z=\mathrm{i}$,则 $z^2=\mathrm{i}^2=-1<0$,故 A 错误;由复数的模的性质 $\frac{|zw|}{|z|}=\frac{|z||w|}{|z|}=|w|$,故 B 正确;设 $z=1+\mathrm{i}$,则 $\bar{z}=1-\mathrm{i}$,$|z+\bar{z}|=2$,而 $2|z|=2\sqrt{2}$,故 C 错误;$\left|\frac{z^2}{\bar{z}}\right|=\frac{|z^2|}{|\bar{z}|}=\frac{|z|^2}{|z|}=|z|$,又 $\left|\frac{\bar{z}^2}{z}\right|=\frac{|\bar{z}^2|}{|z|}=\frac{|\bar{z}|^2}{|z|}=\frac{|z|^2}{|z|}=|z|$,故 D 正确,故选 BD.

[命题意图] 考查复数及模的运算性质.

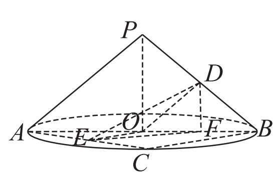
11. BCD **解析**:由题知内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,由正弦定理可知 $a:b:c=4:5:6$,不妨设 $a=4m$,则 $b=5m$,$c=6m$,对于 A,由上知 c 为最大边,故 C 为最大角,由余弦定理知 $\cos C=\frac{1}{8}>0$,故 C 为锐角,所以$\triangle ABC$ 为锐角三角形,故 A 错误;对于 B,由上知 A 为最小角,且 $\cos A=\frac{3}{4}$,又 $\cos C=\frac{1}{8}$,知 $\cos\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{\cos C+1}{2}}=\frac{3}{4}$,且 A,C 均为锐角,则 $A=\frac{C}{2}$,故 B 正确;对于 C,$2\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$,平方得 $4BD^2=c^2+a^2+2ac\cos\angle ABC=c^2+a^2+2ac\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=2(a^2+c^2)-b^2=79m^2$,$\therefore BD=\frac{\sqrt{79}}{2}m$,又 $AC=5m$,故 $BD:AC=\sqrt{79}:10$,故 C 正确;对于 D,由 $\cos B=\frac{9}{16}$ 得 $\sin B=\frac{5\sqrt{7}}{16}$,又 $\cos B=1-2\sin^2\frac{B}{2}=\frac{9}{16}$,所以 $\sin\frac{B}{2}=\frac{\sqrt{14}}{8}$,由 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle BCD}+S_{\triangle BAD}$,即 $\frac{1}{2}\times 4m\times 6m\times\sin B=\frac{1}{2}\times(4m+6m)\times BD\times\sin\frac{B}{2}$,故 $BD=3\sqrt{2}m$,故 D 正确,故选 BCD.

[命题意图] 考查三角函数、正余弦定理、解三角形、三角形中线、角平分线的应用.

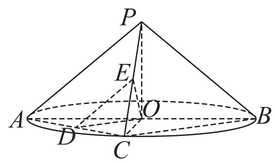
12. 324 **解析**:高一年级女生近视人数为 $1\ 250\times 60\%-390=360$,则高一年级近视学生的平均度数为 $\frac{390}{750}\times 300+\frac{360}{750}\times 350=324$.

[命题意图] 考查分层随机抽样的平均数.

13. $\frac{1}{2}$ **解析**:方法一:如图,连接 AC,分别取 PB,AC 的中点 D,E,连接 OD,OE,DE,则 $OD/\!/PA$,$OE/\!/BC$,则$\angle DOE$ 或其补角为异面直线 AP 与 BC 所成角,作 $DF\perp AB$ 于点 F,连接 EF,由 C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点可得 $AC=BC$,且 $AC\perp BC$,而 $AB=4$,则 $AC=BC=2\sqrt{2}$,$AE=\sqrt{2}$,$AF=3$,$\angle BAE=45°$,由余弦定理可得 $EF=\sqrt{5}$,$DF=\frac{1}{2}OP=1$,$DE=\sqrt{DF^2+EF^2}=\sqrt{6}$,$OE=OD=\sqrt{2}$,则 $\cos\angle DOE=\frac{OD^2+OE^2-DE^2}{2OD\cdot OE}=-\frac{1}{2}$,则异面直线 AP 与 BC 所成角的余弦值为$\frac{1}{2}$.



方法二:如图,连接 AC,PC,分别取 AC,PC 的中点 D,E,连接 OD,DE,OE,则 $DE/\!/PA$,$OD/\!/BC$,则 $\angle ODE$ 或其补角为 PA 与 BC 所成角,$DE=\frac{1}{2}PA=\sqrt{2}$,$OD=\frac{1}{2}BC=\sqrt{2}$,Rt$\triangle POC$ 中,$OE=\frac{1}{2}PC=\sqrt{2}$,则$\triangle ODE$ 为等边三角形,则$\angle ODE=60°$,即异面直线 AP 与 BC 所成角的余弦值为$\frac{1}{2}$.



[命题意图] 考查异面直线所成的角.

14. $\frac{2}{3}$　2　**解析**:方法一:$\overrightarrow{PF}=x\overrightarrow{PA}+y\overrightarrow{PB}+z\overrightarrow{PE}=x\overrightarrow{PA}+y\overrightarrow{PB}+\frac{z}{2}\overrightarrow{PD}$,$\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AP}=(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA})+\frac{1}{2}(\overrightarrow{PD}-\overrightarrow{PA})-\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PD}$,又 P,F,C 三点共线,即存在实数 λ,使得 $\overrightarrow{PF}=\lambda\overrightarrow{PC}$,故 $x=-\frac{1}{2}\lambda$,$y=\lambda$,$\frac{z}{2}=\frac{1}{2}\lambda$,又 $x+y+z=1$,所以 $\lambda=\frac{2}{3}$,故 $x=-\frac{1}{3}$,$y=\frac{2}{3}$,$z=\frac{2}{3}$,$\therefore\frac{PF}{PC}=\lambda=\frac{2}{3}$,$y+z-2x=2$.

方法二:过 P 作 $l/\!/AD$,延长 AE 交 l 于点 G. $\because AD/\!/BC$,$AD/\!/l$,$\therefore BC/\!/l$,连接 BG,与 PC 的交点即为 F,$\therefore\frac{PF}{FC}=\frac{PG}{BC}=\frac{PG}{AD}\cdot\frac{AD}{BC}=\frac{PE}{ED}\cdot\frac{AD}{BC}=2$,$\therefore\frac{PF}{PC}=\frac{2}{3}$,$\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AP}=(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA})+\frac{1}{2}(\overrightarrow{PD}-\overrightarrow{PA})-\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PD}$,$\therefore\overrightarrow{PF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{PC}=\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PD}\right)=-\frac{1}{3}\overrightarrow{PA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{PB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{PE}$,$\therefore y+z-2x=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-2\times\left(-\frac{1}{3}\right)=2$.

注:确定 F 位置的方法不唯一.

[命题意图] 考查立体几何与向量的综合运用.

15. **解**:(1)$(0.01+0.02+0.07+0.17+a+0.07+0.04+0.01)\times2=1$,$\therefore a=0.11$ ………………… (4 分)

该校学生一周体育运动时间的平均数的估计值为

$1\times0.02+3\times0.04+5\times0.14+7\times0.34+9\times0.22+11\times0.14+13\times0.08+15\times0.02=8.08$. ……………………………… (7 分)

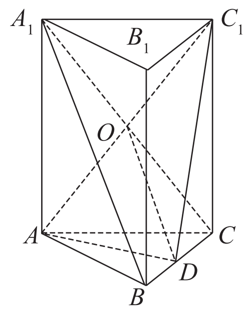
(2)不能. ……………………………… (9 分)

$8+\frac{0.22-[0.3-(0.02+0.08+0.14)]}{0.22}\times2=8+\frac{16}{11}\approx9.45>9.4$.

故小华不能获得奖励. ……………………………… (13 分)

[命题意图] 考查频率分布直方图及平均数、百分位数的计算.

16. **解**:(1)证明:如图,连接 A_1C 交 AC_1 于点 O,连接 OD,则 OD 为$\triangle A_1BC$ 的中位线,$\therefore OD/\!/A_1B$,



又 $OD\subset$ 平面 AC_1D，$A_1B\not\subset$ 平面 AC_1D，$\therefore A_1B//$ 平面 AC_1D. ……（6 分）

(2) $\because AB=AC=BC=2$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，$V_{A_1B_1C_1\text{-}ABC}=\sqrt{3}AA_1=4\sqrt{3}$，$\therefore AA_1=4$，……（8 分）

$\because D$ 为 BC 的中点，$\therefore AD\perp BC$，又 $BB_1\perp$ 平面 ABC，$\therefore BB_1\perp AD$，

又 $BB_1\cap BC=B$，$\therefore AD\perp$ 平面 BCC_1B_1，

$\therefore \angle AC_1D$ 为直线 AC_1 与平面 BCC_1B_1 所成角，……（11 分）

$AC_1=\sqrt{AC^2+CC_1^2}=2\sqrt{5}$，

又 $AD=\sqrt{3}$，……（13 分）

$\therefore \sin\angle AC_1D=\dfrac{AD}{AC_1}=\dfrac{\sqrt{15}}{10}$. ……（15 分）

[**命题意图**] 考查线面平行的判定和线面角.

17. **解**：(1) 由已知及正弦定理知 $\sin\angle BAC\cdot\sin\angle CBA=\sqrt{3}\sin\angle CBA\cdot\cos\angle BAC$，

因为 $\sin\angle CBA\neq 0$，故 $\tan\angle BAC=\sqrt{3}$，

又 $0<\angle BAC<\pi$，所以 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，所以 $\sin\angle BAC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……（5 分）

(2) 由(1)知 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，又 $AB=AC$，故 $\triangle ABC$ 为等边三角形，

设 $\angle ADC=\theta$，$\theta\in(0,\pi)$.

$S_{平面四边形ABCD}=S_{\triangle ADC}+S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}CD\cdot AD\cdot\sin\theta+\dfrac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin\angle BAC$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times1\times\sin\theta+\dfrac{1}{2}\times AC^2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sin\theta+\dfrac{\sqrt{3}}{4}AC^2$，……（9 分）

在 $\triangle ADC$ 中，由余弦定理知 $AC^2=CD^2+AD^2-2CD\cdot AD\cdot\cos\theta=5-4\cos\theta$，……（11 分）

所以 $S_{平面四边形ABCD}=\dfrac{5\sqrt{3}}{4}+\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=\dfrac{5\sqrt{3}}{4}+2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$，……（13 分）

又 $\theta-\dfrac{\pi}{3}\in\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$，所以当 $\theta-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$，即 $\theta=\dfrac{5\pi}{6}$ 时，平面四边形 $ABCD$ 的面积最大，

最大值为 $\dfrac{5\sqrt{3}}{4}+2$. ……（15 分）

[**命题意图**] 考查正余弦定理解三角形、三角形面积公式、三角函数求最值.

18. **解**：(1) 设方式①的样本空间为 Ω_1，方式②的样本空间为 Ω_2，方式③的样本空间为 Ω_3，

则 $n(\Omega_1)=8\times8=64$，$n(\Omega_2)=8\times7=56$，$n(\Omega_3)=4\times4+4\times4=32$，

设事件 A＝"抽到一张红 10 和一张红 K"，A＝{(红桃 10，红桃 K)，(红桃 10，方块 K)，(方块 10，红桃 K)，(方块 10，方块 K)，(红桃 K，红桃 10)，(方块 K，红桃 10)，(红桃 K，方块 10)，(方块 K，方块 10)}，

故 $p_1=\frac{n(A)}{n(\Omega_1)}=\frac{8}{64}=\frac{1}{8}$，$p_2=\frac{n(A)}{n(\Omega_2)}=\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$，$p_3=\frac{n(A)}{n(\Omega_3)}=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$. ………………………………（6 分）

（每个 2 分）

(2)(i)记三次抽取至少有一次成功为事件 B，

则 $p(B)=1-(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)=1-\frac{7}{8}\times\frac{6}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{7}{16}$. ………………………………（9 分）

(ii)有关，按方式②③①或①③②抽取概率最大. ………………………………（11 分）

方法一：设三次抽取成功的概率分别为 a,b,c（即 a,b,c 为 p_1,p_2,p_3 不同顺序的一个排列），

则 $p=ab(1-c)+(1-a)bc=b(a+c)-2abc$， ………………………………（14 分）

又 $p_3>p_2>p_1$，∴$p_3(p_1+p_2)>p_2(p_1+p_3)>p_1(p_2+p_3)$，

故此概率与三种方式的先后顺序有关，按方式②③①或①③②抽取概率最大. ………………（17 分）

方法二：若按①②③的顺序，$p=\frac{1}{8}\times\frac{1}{7}\times\frac{3}{4}+\frac{7}{8}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{112}$，

同理①③②、②①③、②③①、③①②、③②①顺序下的概率分别为$\frac{13}{224}$，$\frac{9}{224}$，$\frac{13}{224}$，$\frac{9}{224}$，$\frac{5}{112}$，（每个顺序的概率值 1 分）

故此概率与三种方式的先后顺序有关，按方式②③①或①③②抽取概率最大. ………………（17 分）

[命题意图] 考查古典概型，相互独立事件及其概率运算.

19. **解：**(1)证明：∵$PD\perp$平面 $ABCD$，∴$PD\perp AB$，

在正方形 $ABCD$ 中，$AB\perp AD$，$PD\cap AD=D$，∴$AB\perp$平面 PAD，

∵$AB\subset$平面 HAB，

∴平面 $HAB\perp$平面 PAD. ………………………………（4 分）

(2)如图，在平面 PCD 内过点 H 作 $HG\perp CD$ 于点 G，则 $HG/\!/PD$，

又 $PD\perp$平面 $ABCD$，∴$HG\perp$平面 $ABCD$，

过 G 作 $GE\perp BD$ 于点 E，连接 HE，

∴$HE\perp BD$，则$\angle GEH$ 为二面角 $H-BD-C$ 的平面角，

连接 AC 交 BD 于点 O，则有$\frac{GE}{OC}=\frac{DG}{CD}=\frac{PH}{CP}=\frac{2}{3}$，

设 $PD=a$，易得 $OC=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，则 $GE=\frac{\sqrt{2}}{3}a$，

∴$\tan\angle GEH=\frac{GH}{GE}=\frac{\frac{1}{3}a}{\frac{\sqrt{2}}{3}a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ………………………………（9 分）

(3)∵$PB/\!/$平面 $MHQN$，平面 $MHQN\cap$平面 $PBC=HQ$，

∴$PB/\!/HQ$，同理 $PB/\!/MN$，∴$HQ/\!/MN$，

又 $CD\parallel$平面 $MHQN$，同理可得 $MH\parallel NQ$，即四边形 $MHQN$ 为平行四边形. …………………（11 分）

方法一：$\therefore S_{\square MHQN}=MH\cdot MN\sin\angle HMN$，

$\because PB\parallel MN, MH\parallel AB$，$\therefore \sin\angle HMN=\sin\angle PBA$，

$\therefore S_{\square MHQN}=MH\cdot MN\sin\angle PBA$，而 $\sin\angle PBA=\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

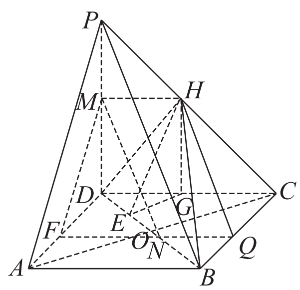
设$\dfrac{PH}{PC}=\lambda\left(\dfrac{1}{3}\leqslant\lambda\leqslant\dfrac{2}{3}\right)$，则 $MH=3\lambda$，

$\because \dfrac{HQ}{PB}=\dfrac{CH}{PC}=1-\lambda$，$\therefore MN=HQ=3\sqrt{3}(1-\lambda)$，……………………………………………………（13 分）

$\therefore S_{\square MHQN}=9\sqrt{2}(\lambda-\lambda^2)=-9\sqrt{2}\left(\lambda-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. ………………………………………（15 分）

又$\dfrac{1}{3}\leqslant\lambda\leqslant\dfrac{2}{3}$，$\therefore S_{\square MHQN}\in\left[2\sqrt{2},\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\right]$. ……………………………………………………（17 分）

方法二：如图，延长 QN 交 AD 于点 F，连接 MF，



由(1)得 $AB\perp$平面 PAD，$\because QF\parallel AB$，

$\therefore QF\perp$平面 PAD，$\therefore QF\perp MF$，$\therefore S_{\square MHQN}=MH\cdot MF$，

设$\dfrac{PH}{PC}=\lambda\left(\dfrac{1}{3}\leqslant\lambda\leqslant\dfrac{2}{3}\right)$，又 $PD=3$，$\therefore PM=MH=3\lambda$，

则 $MD=3-3\lambda$，$DF=CQ=3-3\lambda$，

$MF=\sqrt{MD^2+DF^2}=3\sqrt{2}(1-\lambda)$，………………………………………………………………（13 分）

$\therefore S_{\square MHQN}=3\lambda\cdot 3\sqrt{2}(1-\lambda)=9\sqrt{2}(\lambda-\lambda^2)=-9\sqrt{2}\left(\lambda-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$，…………………………（15 分）

又$\dfrac{1}{3}\leqslant\lambda\leqslant\dfrac{2}{3}$，$\therefore S_{\square MHQN}\in\left[2\sqrt{2},\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\right]$. ……………………………………………………（17 分）

[**命题意图**] 考查面面垂直的判定、二面角以及线面平行的性质.