邯郸市 2024—2025 学年第一学期高二年级期末质量检测

数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. C 【解析】抛物线 $y^2=2024x$ 开口向右，$p=1012$，准线方程是 $x=-506$，故选 C.

2. B 【解析】因为 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=3$，$|\boldsymbol{m}|=\sqrt{6}$，$|\boldsymbol{n}|=\sqrt{5}$，所以 $\boldsymbol{m}$ 与 $\boldsymbol{n}$ 的夹角的余弦值是 $\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{3}{\sqrt{30}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}$，故选 B.

3. D 【解析】因为 y 轴的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{2}$，所以直线 l 的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{2\pi}{3}$，所以直线 l 的方程为 $y=-\sqrt{3}x$，故选 D.

4. C 【解析】因为 A,B,C 成等差数列，则 $A+C=2B$. 又 $A+B+C=\pi$，解得 $B=\dfrac{\pi}{3}$，所以 $2A+B+2C=5B=\dfrac{5\pi}{3}$，故选 C.

5. B 【解析】设该种水溶液的原浓度为 a，倒 1 次后浓度变为 $\dfrac{a}{2}$，倒 2 次后浓度变为 $\dfrac{a}{2^2}$，…，倒 n 次后浓度变为 $\dfrac{a}{2^n}$，令 $\dfrac{a}{2^n}<\dfrac{a}{10}$（$n$ 为正整数），所以 $n\geqslant4$，故选 B.

6. D 【解析】由题可知 $|PF_1|-|PF_2|\leqslant2c$，所以 $b\leqslant c$. 又因为 $a^2=c^2+b^2$，所以 $a^2\leqslant2c^2$，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\dfrac{c}{a}$，所以 C 的离心率的取值范围是 $\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$，故选 D.

7. A 【解析】过点 O 分别作 AB,CD 的垂线，垂足为 M,N，则四边形 $OMPN$ 为矩形，所以 $|OM|^2+|ON|^2=|OP|^2=2$. 设 $|OM|=d_1$，$|ON|=d_2$，则 $0\leqslant d_1\leqslant\sqrt{2}$，$0\leqslant d_2\leqslant\sqrt{2}$，所以 $|AB|=2\sqrt{4-d_1^2}$，$|CD|=2\sqrt{4-d_2^2}$，所以 $|AB|+|CD|=2(\sqrt{4-d_1^2}+\sqrt{4-d_2^2})$. 因为 $(\sqrt{4-d_1^2}+\sqrt{4-d_2^2})^2=6+2\sqrt{4-d_1^2}\cdot\sqrt{4-d_2^2}\leqslant6+4-d_1^2+4-d_2^2=12$（当且仅当 $d_1^2=d_2^2=1$ 时取得最大值），所以 $|AB|+|CD|$ 的最大值为 $4\sqrt{3}$，故选 A.

8. A 【解析】易得$|AB|=2$，$|AC|=|BC|=2\sqrt{3}$. $(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD})\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OD})=0$等价于$\overrightarrow{DA}\perp\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{OE}^2-(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC})\cdot\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=0$等价于$(\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OC})=0$，即$\overrightarrow{AE}\perp\overrightarrow{CE}$，因此，点$D$，$E$分别在以$AB$，$AC$为直径的球面上，两个球的半径分别为$r_1=1$，$r_2=\sqrt{3}$. 设点$O_1$，$O_2$分别是$AB$，$AC$的中点，则$|O_1O_2|=\sqrt{3}$，所以$|DE|$的最大值为$|O_1O_2|+r_1+r_2=2\sqrt{3}+1$，故选 A.

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. AC 【解析】若$P(3,4)$，则$|OP|=5$，又$PA\perp OA$，$PB\perp OB$，$|OA|=|OB|=1$，所以$|AP|=|BP|=2\sqrt{6}$，所以$S_{四边形OAPB}=S_{\triangle OAP}+S_{\triangle OBP}=2\sqrt{6}$，A 正确；四边形$OAPB$的外接圆直径是$OP$，若$P(6,8)$，则$|OP|=10$，故外接圆方程是$(x-3)^2+(y-4)^2=25$，B 不正确；因为原点$O$到直线$4x+3y-12=0$的距离为$\frac{12}{5}$，垂足为$P$，此时以$OP$为直径的圆的直径最小，为$\frac{12}{5}$，C 正确；若点$P$到圆心$O$的距离为$\sqrt{2}$，则四边形$OAPB$是正方形，此时$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$显然不是最小，D 不正确，故选 AC.

10. ACD 【解析】因为等差数列$\{\frac{1}{a_n}\}$的公差为 2，$a_1=1$，所以$\frac{1}{a_n}=2n-1$，即$a_n=\frac{1}{2n-1}$，A 正确，B 不正确；因为$b_n=a_n\cdot a_{n+1}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，所以$T_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$，$T_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$单调递增，所以$\frac{1}{3}\leqslant T_n<\frac{1}{2}$，C，D 都正确，故选 ACD.

11. ACD 【解析】在四面体$A-BCD$中，$\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$，$\angle BCA=30^\circ$，$\angle DCA=60^\circ$，$AD=BC=2\sqrt{3}$，外接球的球心在$AC$的中点处，且半径$R=2$，所以表面积为$16\pi$，A 正确；因为$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CD}=4\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-4\times2\times\frac{1}{2}=8$，又因为$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{BD}$所成的角为$45^\circ$，所以$\cos 45^\circ=\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{BD}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解得$|\overrightarrow{BD}|=2\sqrt{2}$，B 不正确；由勾股定理，得$\angle BDC=90^\circ$，又$\angle ADC=90^\circ$，所以$CD\perp BD$，$CD\perp AD$，又$AD\cap BD=D$，所以$CD\perp$平面$ABD$，C 正确；由勾股定理，得$\angle BDC=90^\circ$，$\angle ABD=90^\circ$，又$\angle ABC=90^\circ$，$\angle ADC=90^\circ$，所以四面体$A-BCD$的四个面都是直角三角形，易得$V_{四面体A-BCD}=V_{四面体C-ABD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot CD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}\times2=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，四面体$A-BCD$的表面积$S=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times2=$

$4(\sqrt{3}+\sqrt{2})$，设内切球的半径为 r，所以由等积法可得 $V_{四面体A-BCD}=\frac{1}{3}Sr$，解得 $r=\sqrt{6}-2$，D 正确，故选 ACD.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. $\frac{2}{5}$　【解析】易知 $a^2=20,b^2=4$，设椭圆中心为 O，则 OM 的斜率 $k_{OM}=-\frac{1}{2}$，由 $k_{OM}\cdot k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{5}$，解得 $k_{AB}=\frac{2}{5}$.

13. $n\cdot 3^n$　【解析】因为当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n-3a_{n-1}=3^n$，两边同时除以 3^n 得 $\frac{a_n}{3^n}-\frac{a_{n-1}}{3^{n-1}}=1$，则数列 $\{\frac{a_n}{3^n}\}$ 是首项为 $\frac{a_1}{3^1}=1$，公差为 1 的等差数列，所以 $\frac{a_n}{3^n}=n$，即 $a_n=n\cdot 3^n$.

14. $\sqrt{2}$　【解析】点 M 在侧面 BCC_1B_1 内的轨迹是以 B_1 为圆心，2 为半径的圆弧 $\overset{\frown}{BC_1}$. 以点 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DD_1 为 z 轴建立空间直角坐标系，设 $\angle MB_1B=\theta\left(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$，则 $M(2-2\sin\theta,2,2-2\cos\theta)$. 因为 $B_1N=\frac{\sqrt{2}}{2}B_1D$，所以 $N(2-\sqrt{2},2-\sqrt{2},2-\sqrt{2})$，所以 $\overrightarrow{MN}=(2\sin\theta-\sqrt{2},-\sqrt{2},2\cos\theta-\sqrt{2})$，所以 $|\overrightarrow{MN}|=\sqrt{10-4\sqrt{2}(\sin\theta+\cos\theta)}=\sqrt{10-8\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)}$.

当 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 时，$|\overrightarrow{MN}|$ 最小，最小值为 $\sqrt{2}$.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 解：（Ⅰ）当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2^2-2=2$. ………………………………………… 2 分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2^{n+1}-2^n=2^n$，显然 $a_1=2$ 也满足 $a_n=2^n$，所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^n$，………………………………………… 4 分

所以 $b_n=\log_2 a_n=n$，………………………………………… 5 分

故数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=n$. ………………………………………… 6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $d_n=a_nb_n=n\cdot 2^n$，则 $D_n=d_1+d_2+\cdots+d_n=1\times 2^1+2\times 2^2+\cdots+n\cdot 2^n$，…… 8 分

所以 $2D_n=1\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+n\cdot 2^{n+1}$，………………………………………… 11 分

两式相减可得 $-D_n=2^1+2^2+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}=2^{n+1}-2-n\cdot 2^{n+1}$，

所以 $D_n=(n-1)2^{n+1}+2$，故数列 $\{d_n\}$ 的前 n 项和 $D_n=(n-1)2^{n+1}+2$. ………………… 13 分

16. 解：（Ⅰ）若 $p=q$，则点 M 到直线 l_1,l_2 的距离相等，…………………………………… 2 分

点 M 的轨迹是 $\angle POQ$ 的平分线所在直线，轨迹方程为 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$ 和 $y=-\sqrt{3}x$. …………… 4 分

（Ⅱ）当 $p=1$ 时，点 M 在与直线 $l_1:y=\sqrt{3}x$ 平行且距离为 1 的两条平行线 $y=\sqrt{3}x+c$ 上，易得 $c=\pm 2$，所以方程为 $y=\sqrt{3}x\pm 2$. …………………………………………………………… 6 分

同理，当 $q=2$ 时，点 M 在与直线 l_2 平行的两条直线 $y=\pm 2$ 上. …………………………… 7 分

综上所述，$y=\sqrt{3}x\pm 2$ 与 $y=\pm 2$ 的交点有 4 个，即"距离坐标"为(1,2)的点 M 共有 4 个，其坐标为 $(0,2)$，$\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3},2\right)$，$(0,-2)$，$\left(-\dfrac{4\sqrt{3}}{3},-2\right)$. ……………………………………………… 9 分

（Ⅲ）"距离坐标"为(2,2)的点 M 满足 $|MP|=|MQ|=2$，…………………………………… 10 分

若 $\angle POQ=60°$，则 $\angle PMQ=120°$，由余弦定理得 $|PQ|=\sqrt{2^2+2^2-2\times 2\times 2\times\cos 120°}=2\sqrt{3}$，$OM$ 是四边形 $OPMQ$ 外接圆的直径，由正弦定理得 $|OM|=\dfrac{|PQ|}{\sin 120°}=4$. ………… 13 分

同理，当 $\angle POQ=120°$ 时，$\angle PMQ=60°$，$|PQ|=\sqrt{2^2+2^2-2\times 2\times 2\times\cos 60°}=2$，$|OM|=\dfrac{|PQ|}{\sin 60°}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………………………………………………………… 14 分

综上所述，"距离坐标"为(2,2)的点 M 到原点 O 的距离 $|OM|$ 为 4 或 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. ……………… 15 分

17. （Ⅰ）解：原点 $O(0,0)$，焦点 $F\left(\dfrac{p}{2},0\right)$，因为 $|PO|=|PF|$，所以点 P 在线段 OF 的垂直平分线上，故 $P\left(\dfrac{p}{4},\sqrt{2}\right)$，…………………………………………………………………… 2 分

代入抛物线方程可得 $p^2=4$. 又 $p>0$，所以 $p=2$，

所以抛物线方程为 $y^2=4x$. ………………………………………………………………… 4 分

（Ⅱ）（ⅰ）证明：设直线 AB 的方程为 $x=my+t$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

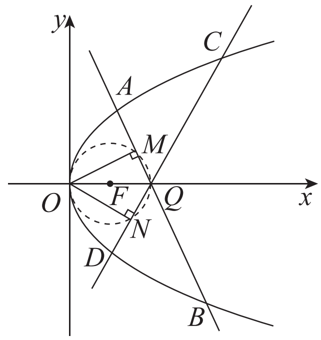
与 $y^2=4x$ 联立可得 $y^2-4my-4t=0$，且 $4x_1=y_1^2$，$4x_2=y_2^2$，………………………… 6 分

由韦达定理可得 $y_1y_2=-4t$.

又 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$，即 $x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{(y_1y_2)^2}{16}+y_1y_2=-4$，

所以 $t^2-4t+4=0$，解得 $t_1=t_2=2$，所以直线 $AB:x=my+2$ 经过定点 $Q(2,0)$，………… 8 分

同理，直线 CD 也经过定点 $Q(2,0)$. ……………………………………………………… 9 分



（ⅱ）解：由（ⅰ）知 $OM\perp MQ$，$ON\perp NQ$，所以 O,M,Q,N 四点在以 OQ 为直径的圆上，圆心即焦点 $F(1,0)$. …………………… 12 分

当 MN 经过圆心 F 且与 OQ 垂直时，四边形 $OMQN$ 的面积最大，此时四边形 $OMQN$ 的面积为 2，即四边形 $OMQN$ 面积的最大值为 2. …………………………………………………………… 15 分

18. 解：（Ⅰ）（ⅰ）由题设，$AB=AP=A_1B_1=A_1P=2$，$AA_1=BB_1=4$，$\angle BAA_1=60^\circ$，

所以 $\triangle ABP$ 为等边三角形，$\angle AA_1B_1=120^\circ$，所以 $BP=2$，所以 $\triangle BPC$ 为等边三角形. …… 1 分

在 $\triangle ACP$ 中，由余弦定理，得 $\cos\angle CAP=\dfrac{6+4-4}{2\times\sqrt{6}\times 2}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$，故 $\cos\angle PA_1C_1=-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$， ………… 3 分

在 $\triangle PA_1C_1$ 中，由余弦定理，得 $PC_1^2=A_1C_1^2+PA_1^2-2A_1C_1\cdot PA_1\cos\angle PA_1C_1=16$，所以 $PC_1=4$.

…………………………………………………………………………………………… 4 分

（ⅱ）直线 $PB_1\perp$ 平面 BCP. ………………………………………………………………… 5 分

证明如下：在 $\triangle PA_1B_1$ 中，由余弦定理，得 $PB_1=2\sqrt{3}$.

由 $BB_1^2=BP^2+PB_1^2$ 可得 $BP\perp PB_1$，

由 $PC_1^2=B_1C_1^2+PB_1^2$ 得 $B_1C_1\perp PB_1$.

又 $BC/\!/B_1C_1$，所以 $BC\perp PB_1$. …………………………………………………………… 7 分

又 $BP\perp PB_1$，$BP\cap BC=B$，所以直线 $PB_1\perp$ 平面 BCP. ………………………………… 8 分

（Ⅱ）由（ⅱ）知直线 $PB_1\perp$ 平面 BCP，又 $PB_1\subset$ 平面 ABB_1A_1，所以平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 BCP.

过点 P 作平面 ABB_1A_1 的垂线 PD，则 PB_1,PB,PD 两两垂直，故以点 P 为原点，PB_1,PB，PD 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立空间直角坐标系， ………………………………… 9 分

则点 $P(0,0,0)$，$B_1(2\sqrt{3},0,0)$，$C(0,1,\sqrt{3})$，$A_1(\sqrt{3},-1,0)$，所以 $\overrightarrow{PC}=(0,1,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{PA_1}=(\sqrt{3},-1,0)$，

$\overrightarrow{PB_1}=(2\sqrt{3},0,0)$. …………………………………………………………………… 10 分

设平面 A_1CP 与平面 B_1CP 的法向量分别为 $\boldsymbol{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，$\boldsymbol{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{PC}\cdot\boldsymbol{n_1}=0,\\ \overrightarrow{PA_1}\cdot\boldsymbol{n_1}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}y_1+\sqrt{3}z_1=0,\\ \sqrt{3}x_1-y_1=0,\end{cases}$

取 $x_1=1$，则 $y_1=\sqrt{3}$，$z_1=-1$，则 $\boldsymbol{n_1}=(1,\sqrt{3},-1)$. ………………………………… 12 分

同理，$\begin{cases}\overrightarrow{PC}\cdot \boldsymbol{n_2}=0,\\ \overrightarrow{PB_1}\cdot \boldsymbol{n_2}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}y_2+\sqrt{3}z_2=0,\\ 2\sqrt{3}x_2=0,\end{cases}$

则 $x_2=0$，取 $y_2=\sqrt{3}$，则 $z_2=-1$，则 $\boldsymbol{n_2}=(0,\sqrt{3},-1)$， …………………………………………… 14 分

所以 $|\cos\langle \boldsymbol{n_1},\boldsymbol{n_2}\rangle|=\dfrac{|\boldsymbol{n_1}\cdot \boldsymbol{n_2}|}{|\boldsymbol{n_1}||\boldsymbol{n_2}|}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$， …………………………………………………… 16 分

即平面 A_1CP 与平面 B_1CP 夹角的余弦值是 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. …………………………………………… 17 分

19.（Ⅰ）解：焦点 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$ 到渐近线 $bx\pm ay=0$ 的距离均为 b，故 $b=2\sqrt{3}$. ……… 1 分

由角平分线的性质可知 $||PF_1|-|PF_2||=|QF_2|=2a$，在 $\triangle QF_1F_2$ 中，OM 是中位线，则有 $|OM|=a$. ………………………………………………………………………………………… 3 分

又 $|F_1F_2|=4|OM|$，即 $c=2a$. 又 $a^2+b^2=c^2$，$a>0$，$b>0$，所以 $a=2$，$c=4$，所以双曲线的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$. ……………………………………………………………………………… 4 分

易知 $F_2(4,0)$，渐近线 $y=\pm\sqrt{3}x$ 的倾斜角分别为 $\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{2\pi}{3}$. …………………………………… 5 分

当 CD 是通径时，其倾斜角 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$；……………………………………………………………… 6 分

当 CD 不是通径时，可设其方程为 $y=k(x-4)$，代入双曲线方程，整理可得 $(k^2-3)x^2-8k^2x+16k^2+12=0$，$\Delta=(-8k^2)^2-4(k^2-3)(16k^2+12)=144(k^2+1)>0$.

由 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{k^2-3}>0$，$x_1x_2=\dfrac{16k^2+12}{k^2-3}>0$ 可得 $k^2>3$，所以 $k>\sqrt{3}$ 或 $k<-\sqrt{3}$.

综上所述，$\theta\in\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$. ………………………………………………………………… 8 分

（Ⅱ）（ⅰ）证明：设 C 在第一象限内，$\triangle CF_1F_2$ 内切圆与 CF_1，CF_2，F_1F_2 的切点分别为 R，S，T，则 $|CR|=|CS|$，$|F_1R|=|F_1T|$，$|F_2S|=|F_2T|$，所以 $|CF_1|-|CF_2|=|TF_1|-|TF_2|=2|OT|=2a=2|OB|$，因此，切点 T 是右顶点 B，所以圆心 O_1 在直线 $x=2$（即 $x=a$）上；同理，圆心 O_2 也在直线 $x=2$（即 $x=a$）上，从而 O_1，O_2 在直线 $x=2$（即 $x=a$）上. …………………………………… 13 分

（ⅱ）解：连接 O_1F_2，O_2F_2，O_1B，O_2B，由（ⅰ）知 O_1B，O_2B 都垂直于 F_1F_2，且 O_1F_2，O_2F_2 平分 $\angle CF_2F_1$，$\angle DF_2F_1$. 易知 $\angle CF_2F_1=\pi-\theta$，$\angle DF_2F_1=\theta\left(\dfrac{\pi}{3}<\theta<\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

当 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ 时，O_1，O_2 到右顶点 B 的距离之差为 0.

当 $\theta\neq\frac{\pi}{2}$时，在 $\mathrm{Rt}\triangle BO_1F_2$，$\mathrm{Rt}\triangle BO_2F_2$ 中，因为$|BF_2|=2$，所以$\frac{|O_1B|}{|BF_2|}=\tan\frac{\pi-\theta}{2}$，$\frac{|O_2B|}{|BF_2|}=\tan\frac{\theta}{2}$，

则$|O_1B|=2\tan\frac{\pi-\theta}{2}$，$|O_2B|=2\tan\frac{\theta}{2}$，所以$|O_1B|-|O_2B|=2\left(\tan\frac{\pi-\theta}{2}-\tan\frac{\theta}{2}\right)$.

因为 $\tan\frac{\pi-\theta}{2}-\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}-\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}=\frac{\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}=\frac{2\cos\theta}{\sin\theta}$，所以$|O_1B|-|O_2B|=\frac{4\cos\theta}{\sin\theta}$.

又$\frac{\pi}{3}<\theta<\frac{2\pi}{3}$，且 $\theta\neq\frac{\pi}{2}$，即 $\tan\theta>\sqrt{3}$或 $\tan\theta<-\sqrt{3}$，所以$-\frac{4\sqrt{3}}{3}<\frac{4\cos\theta}{\sin\theta}<0$ 或 $0<\frac{4\cos\theta}{\sin\theta}<\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

综上所述，O_1，O_2 到右顶点 B 的距离之差的取值范围是$\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$. ………………… 17 分