（滚动篇）编号：6　永年二中高三上学期数学试题

一、单选题：

1. 已知集合$M=\{x|\ x^2-2x-3<0\}, N=\{x|\ x^2-a<0\}$，若集合$M\cap N=N$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,1]$　　B. $(-\infty,9]$　　C. $[1,9]$　　D. $[1,3]$

2. “数列$\{\log_3 a_n\}$是等差数列”是“数列$\{a_n\}$为等比数列”的（　　）条件

A. 充分不必要　　B. 必要不充分　　C. 既不充分也不必要　　D. 充要

3. 高速公路管理部门在某一测速点，测得 100 辆车辆的速度（单位：km/h）并汇总整理车速数据如下表，根据表中数据，下列结论中正确的是（　　）

车速	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$	$[100,110)$	$[110,120)$	$[120,130]$
频数	6	12	18	30	24	10

A. 100 辆车的车速的中位数小于100km/h

B. 100 辆车中车速低于110km/h 的车辆所占比例超过 80%

C. 100 辆车的车速的极差介于40km/h 至60km/h 之间

D. 100 辆车的车速的平均值介于80km/h 至100km/h 之间

4. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和．已知$S_7=S_{12}, a_5=5$，则$a_1=$（　　）

A. 10　　B. 9　　C. -9　　D. -10

5. 已知正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1, AB=4, A_1B_1=2$，二面角$A_1-BC-A$的正切值为 2，则正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的体积为（　　）

A. $\frac{56}{3}$　　B. 56　　C. $12\sqrt{5}+20$　　D. $12\sqrt{5}$

6. 已知 P 为抛物线$C: y^2=4x$上的一动点，过 P 作 y 轴的垂线，垂足为 B，点 Q 是圆$A: x^2+(y-4\sqrt{3})^2=1$上的一动点，则$|PQ|+|PB|$的最小值为（　　）

A　8　　B. 7　　C. 6　　D. 5

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln(a-x), x<0,\\ 2-x, x\geq 0\end{cases}$ 的图象上存在关于 y 轴对称的点，则实数 a 的取值范围为（　　）

A. $(-\infty,\mathrm{e})$　　B. $(-\infty,\mathrm{e}^2)$　　C. $[0,\mathrm{e})$　　D. $[0,\mathrm{e}^2)$

8. 在平面直角坐标系 xOy 内，将椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 绕原点 O 旋转得到椭圆 $C_1:x^2+y^2-xy=6$，点 $P(m,n)$ 是椭圆 C_1 上任意一点，则下列说法错误的是（　　）

A. 椭圆 C_1 的对称轴为 $y=\pm x$　　B. $m+n$ 的最大值为 $2\sqrt{6}$

C. 椭圆 C_1 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. n 的最大值为 $2\sqrt{2}$

二、多选题：本题共 3 小题，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知 $z_1,z_2\in\mathbf{C}$，下列说法正确的是（　　）

A. 若 $|z_1|=|z_2|$，则 $z_1^2=z_2^2$

B. 若 $z_1z_2=0$，则 z_1,z_2 中至少有一个为 0

C. $z_1\overline{z_1}=|z_1|^2$

D. 若 $|z_1|=1,|z_2|=1,|z_1-z_2|=1$，则 $|z_1+z_2|=\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x)=\cos x-\sin x+x-\dfrac{\pi}{4}$，则下列选项正确的是（　　）

A. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$ 对称

B. $\dfrac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的极大值点

C. $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=1-\dfrac{\pi}{4}$

D. $f(x)$ 在区间 $\left(\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{5\pi}{2}\right)$ 上单调递增

11. 某高校甲、乙两个班级举行团建活动，在活动中甲、乙两个班各派出由 6 人组成的一支队伍参加一项游戏．甲班的队伍由 2 个女生和 4 个男生组成，乙班的队伍由 4 个女生和 2 个男生组成，为了增加游戏的趣味性，先从甲班的队伍中抽取一名同学加入乙班的队伍，以 A_1,A_2 分别表示由甲班队伍中抽出的是女生和男生；再从乙班的队伍中随机抽取一名同学加入甲班的队伍，以 B 表示从乙班队伍中抽出的是女生，则下列结论正确的是（　　）

A. 事件 A_1 与事件 A_2 互斥　　B. 事件 A_1 与事件 B 相互独立

C. $P\left(B\middle|A_2\right)=\dfrac{4}{7}$　　　　　　　　D. $P(B)=\dfrac{13}{21}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知$\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{\tan\alpha}{\tan\beta}=5$，则$\sin(\alpha-\beta)=$______.

13. 设F_1，F_2是双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点，点A是$C$右支上一点，若$\triangle AF_1F_2$的内切圆的圆心为$M$，半径为$a$，且$\exists\lambda\in\mathbf{R}$，使得$\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{OM}=\lambda\overrightarrow{OF_2}$，则$C$的离心率为______.

14. 某校 100 名学生军训时进行队列训练，规则如下：从左到右按照序号 1 至 100 排列，进行 1 至 2 报数，报到 2 的同学向前一步；把向前走一步的 50 位同学从左到右按照序号 1 至 50 排列，进行 1 至 2 报数，报到 2 的同学向前一步；把向前走一步的 25 位同学从左到右按照序号 1 至 25 排列，进行 1 至 2 报数，报到 2 的同学向前一步；依次类推，直到剩下一位同学为止．问走到最前面的同学第一次的序号是__________号，如果这位同学把每次的序号记住，则这位同学的所有序号之和是__________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. 记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，面积为S，已知$b^2=2S+ab\cos C$

（1）求A；

（2）若BC边上的高为 1 且$3b\cos C=c\cos B$，求$\triangle ABC$的面积S.

16. 已知函数$f(x)=x-\dfrac{a}{x}-2\ln x(a\in\mathbf{R})$.

（1）已知$f(x)$在$x=3$处取得极小值，求 a 的值；

（2）对任意$x\geq1$，不等式$x-\dfrac{a}{x}-2\ln x-1+a\geq0$恒成立，求 a 的取值范围.

17. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，且$4S_n=3a_n+4$.

（1）证明：数列$\{S_n-1\}$为等比数列；

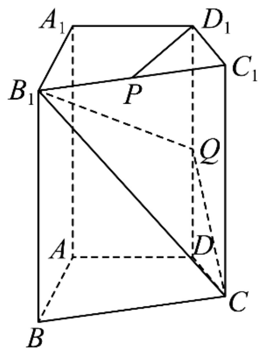
（2）求数列$\left\{(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{na_n}{4}\right\}$的前$n$项和；

（3）数列$\{b_n\}$的前 n 项和为T_n，且$b_n=\dfrac{(-1)^{n+1}(2n+3)}{n(n+1)a_{n+2}}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，求证：$T_n<\dfrac{1}{12}$.

18. 如图，在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，$AD\perp AB$，$BC\perp CD$，其中 $AB=AD=\sqrt{2}$，$AA_1=2\sqrt{5}$，P 是 B_1C_1 的中点，Q 是 DD_1 的中点.

（1）求证：$D_1P//$ 平面 CB_1Q；

（2）若异面直线 BC、B_1Q 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，求二面角 B_1-CQ-D 的余弦值.



19. 已知椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $\left(\sqrt{3},\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$，且离心率为 $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

（1）求椭圆 Γ 的标准方程;

（2）已知动圆 M 与椭圆 Γ 相交于 A、B、C、D 四个不同的点，直线 AB、CD 相交于点 $P(4,m)$，记直线 AB、CD 的斜率分别为 k_1、k_2.

①比较 $|PA|\cdot|PB|$ 与 $|PC|\cdot|PD|$ 的大小（不要给出证明）;

②试问 k_1+k_2 是否为定值，如果为定值，求出定值；如果不为定值，请说明理由.