高三二部数学错题重组（12.9）

姓名：__________ 班级：__________ 考号：__________

一、单选题

1. （5分）若$\{\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}，\boldsymbol{c}\}$构成空间的一个基底，则下列向量不共面的是( )

A. $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$　　B. $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$　　D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{c}$

【答案】 C

【解析】 因为$\{\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}，\boldsymbol{c}\}$构成空间的一个基底，所以向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$不共面.

对于A，因为$\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})+\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$，所以$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$三个向量共面；

对于B，同理可得，向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$共面；

对于C，若$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$共面，则

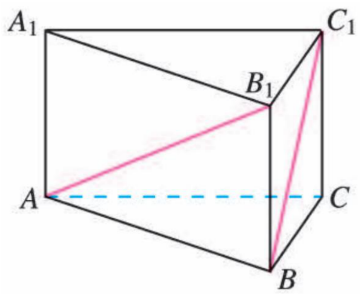
$\boldsymbol{c}=x(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+y(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=(x+y)\boldsymbol{a}+(x-y)\boldsymbol{b}$，

则$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$共面，与向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$不共面矛盾，所以$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$不共面，所以C正确；

对于D，因为$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}$，所以$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{c}$三个向量共面.

故选：C.

2. （5分）如图，在正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，若$AB=\sqrt{2}BB_1$，则AB_1与BC_1所成角的大小为( )



A. 60°　　B. 90°　　C. 105°　　D. 75°

【答案】 B

【解析】 设$BB_1=1$，则

$AB=\sqrt{2}$，$\overrightarrow{AB_1}=\overrightarrow{BB_1}-\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BC_1}=\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1C_1}=\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{BC}$，

$\therefore \overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=\left(\overrightarrow{BB_1}-\overrightarrow{BA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{BC}\right)=\overrightarrow{BB_1}^2+\overrightarrow{BB_1}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BB_1}\cdot\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

$=1-\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\cos60^\circ=0$，

$\therefore \overrightarrow{AB_1} \perp \overrightarrow{BC_1}$，$\therefore AB_1 \perp BC_1$.

$\therefore AB^1$与BC^1所成角的大小为90°.

故选：B.

3. （5分）已知点$A(2,-3), B(-2,1)$，若过点$P(1,2)$的直线l与线段AB相交，求直线l的斜率k的取值范围为（　）

A. $k \geq \frac{1}{3}$或$k \leq -5$

B. $k \geq \frac{1}{3}$或$k \leq -\frac{1}{5}$

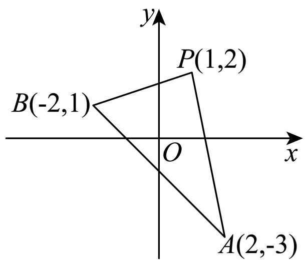
C. $-5 \leq k \leq \frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{5} \leq k \leq \frac{1}{3}$

【答案】 A

【解析】 直线l方程为$kx-y-k+2=0$转化为$k(x-1)-(y-2)=0$，

所以直线l过定点$P(1,2)$，且与线段AB相交，如图所示，



则直线PA的斜率是$k_{PA}=\frac{-3-2}{2-1}=-5$，直线$PB$的斜率是$k_{PB}=\frac{1-2}{-2-1}=\frac{1}{3}$，

则直线l与线段AB相交时，它的斜率k的取值范围是$k \geq \frac{1}{3}$或$k \leq -5$.

故选：A.

二、多选题

4. （6分）若l_1与l_2为两条直线，它们的倾斜角分别为α_1，α_2，斜率分别为k_1，k_2，则下列说法正确的是(　　)

A. 若$l_1 \parallel l_2$，则斜率$k_1=k_2$

B. 若斜率$k_1=k_2$，则$l_1 \parallel l_2$

C. 若$l_1 \parallel l_2$，则倾斜角$\alpha_1=\alpha_2$

D. 若倾斜角$\alpha_1=\alpha_2$，则$l_1 \parallel l_2$

【答案】 AC

【解析】 需考虑两条直线重合的情况，B，D都可能是两条直线重合，所以A，C正确.

5. （6分）已知直线$l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$和直线$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$，则下列说法正确的是（　）

A. 若$A_1=0$，则l_1表示与x轴平行或重合的直线

A. 若 $A_2=0$，则 l_2 表示与 x 轴平行或重合的直线

B. 直线 l_1 可以表示任意一条直线

C. 若 $A_1B_2-A_2B_1=0$，则 $l_1 \parallel l_2$

D. 若 $A_1A_2+B_1B_2=0$，则 $l_1 \perp l_2$

【答案】 ABD

【解析】 选项A：当$A_2=0$时，直线l_2方程为$B_2y+C_2=0$，可变形为$y=-\frac{C_2}{B_2}$（$B_2\neq 0$），

其斜率为0，此时l_2是与x轴平行或重合的直线，A正确.

选项B：对于直线$l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$，当$B_1=0$时，直线方程为$x=-\frac{C_1}{A_1}$（$A_1\neq 0$），

表示垂直于x轴的直线；

当$B_1\neq 0$时，可化为斜截式$y=-\frac{A_1}{B_1}x-\frac{C_1}{B_1}$，表示有斜率的直线，

所以直线l_1可以表示任意一条直线，B正确.

选项C：若$A_1B_2-A_2B_1=0$，当$A_1C_2-A_2C_1=0$且$B_1C_2-B_2C_1=0$时，两直线重合；

只有当$A_1C_2-A_2C_1\neq 0$或$B_1C_2-B_2C_1\neq 0$时，$l_1\parallel l_2$，C错误.

选项D：当$B_1B_2\neq 0$时，直线l_1斜率$k_1=-\frac{A_1}{B_1}$，直线l_2斜率$k_2=-\frac{A_2}{B_2}$，

由$A_1A_2+B_1B_2=0$可得$k_1k_2=-1$，则$l_1\perp l_2$；

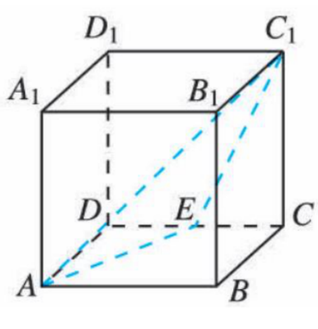
当$B_1=0$（此时$B_2=0$不成立）时，$A_1\neq 0$，l_1垂直于x轴，

由$A_1A_2+B_1B_2=0$得$A_2=0$，l_2平行于x轴，两直线垂直，D正确.

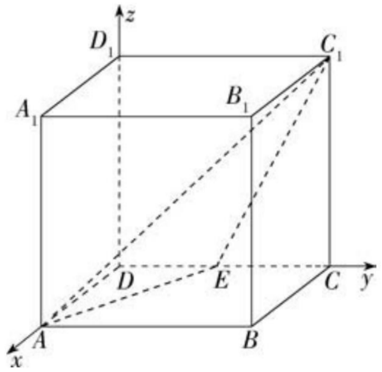
综上，答案选ABD.

三、解答题

6.（10分）如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，E为CD的中点，求点D_1到平面AEC_1的距离.



【答案】 解：在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，以D为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，



因为正方体的棱长为1，所以$A(1，0，0)$， $C_1(0,1,1)$， $E\left(0,\frac{1}{2},0\right)$， $D_1(0，0，1)$，

所以$\overrightarrow{AE}=\left(-1,\frac{1}{2},0\right)$， $\overrightarrow{AC_1}=\left(-1，1，1\right)$， $\overrightarrow{D_1A}=(1,0,-1)$，

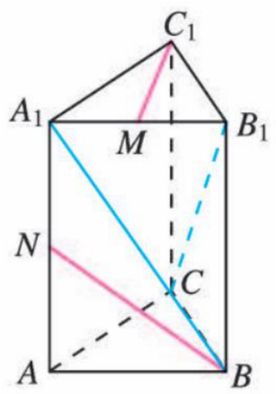
设$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$为平面AEC_1的法向量，

所以$\begin{cases} n\cdot\overrightarrow{AE}=-x+\frac{1}{2}y=0\text{，}\\ n\cdot\overrightarrow{AC_1}=-x+y+z=0\text{，}\end{cases}$

令$x=1$，则$y=2$， $z=-1$，所以$\boldsymbol{n}=(1,2,-1)$，

所以D_1到平面AEC_1的距离为$\frac{\left|\overrightarrow{D_1A}\cdot\boldsymbol{n}\right|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{|(1,0,-1)\cdot(1,2,-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

7. （12分）如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CA=CB=1$， $\angle BCA=90^\circ$， $AA_1=2$，M，N分别是A_1B_1， A_1A的中点.



(1)求BN的长；

(2)求$\cos\left\langle\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{CB_1}\right\rangle$的值；

(3)求证： $A_1B\perp C_1M$.

【答案】 解：建立如图所示的空间直角坐标系.

(1)由题意得$B(0，1，0)$，$N(1，0，1)$

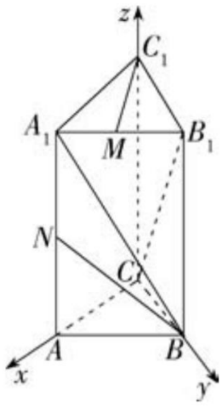
，$\therefore\left|\overrightarrow{BN}\right|=\sqrt{(1-0)^2+(0-1)^2+(1-0)^2}=\sqrt{3}$.

(2)由题意得$A_1(1，0，2)$，$B(0，1，0)$，$C(0，0，0)$，$B_1(0，1，2)$，

$\therefore \overrightarrow{BA_1}=(1,-1,2)$，$\overrightarrow{CB_1}=(0,1,2)$，

$\therefore \overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{CB_1}=3$，$\left|\overrightarrow{BA_1}\right|=\sqrt{6}$，$\left|\overrightarrow{CB_1}\right|=\sqrt{5}$，

$\therefore \cos\left\langle\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{CB_1}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{CB_1}}{\left|\overrightarrow{BA_1}\right|\left|\overrightarrow{CB_1}\right|}=\frac{\sqrt{30}}{10}$.



(3)证明：由题意得$C_1(0,0,2)$，$M\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},2\right)$.

$\therefore \overrightarrow{A_1B}=(-1,1,-2)$，$\overrightarrow{C_1M}=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0\right)$，

$\therefore \overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{C_1M}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+0=0$，

$\therefore \overrightarrow{A_1B}\perp\overrightarrow{C_1M}$，即$A_1B\perp C_1M$.