琢名小渔® 2024-2025 学年高二年级 10 月月考

数学参考答案

1 A　2A　3.C　4.B　5.C　6.D　7.D　8.A

9. BCD　10. BCD　11.AB

12. $(3,5)$　13. $2\sqrt{17}$ 或 $2\sqrt{41}$　14. $\sqrt{5}$

15.解（1）由直线方程$(a-1)x+(2a+3)y-a+6=0$，

变形可得$a(x+2y-1)+(-x+3y+6)=0$，

则有$\begin{cases}x+2y-1=0\\-x+3y+6=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$，故直线$l$过定点$(3,-1)$——————————————————————6 分

（2）由$\begin{cases}-x+3y+6=0\\x-2y+3=0\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-21\\y=-9\end{cases}$，即 m 与 n 的交点为$(-21,-9)$.

当直线 l 过原点时，此时直线斜率为$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$，所以直线 l 的方程为 $3x-7y=0$；———————————8 分

当直线 l 不过原点时，设 l 的方程为$\frac{x}{b}+\frac{y}{-b}=1$，

将$(-21,-9)$代入得$b=-12$，所以直线 l 的方程为$x-y+12=0$.

故满足条件的直线 l 的方程为 $3x-7y=0$ 或$x-y+12=0$.——————————————————————13 分

16.解（1）由于 AD 所在直线的方程为 $x-2y+2=0$，故 AD 的斜率为 $\frac{1}{2}$，

$\because BC$ 与 AD 互相垂直，$\therefore$ 直线 BC 的斜率为 $k=-2$，

结合 $B(1,3)$，可得 BC 的点斜式方程：$y-3=-2(x-1)$，

化简整理，得 $2x+y-5=0$，即为所求的直线 BC 方程．——————————————————5 分

（2）由 $x-2y+2=0$ 和 $y=0$ 联解，得 $A(-2,0)$ ——————————————————————————8 分

由此可得直线 AB 方程为：$\frac{y-0}{3-0}=\frac{x+2}{1+2}$，即 $y=x+2$，———————————————————11 分

$\because AB$，AC 关于角 A 平分线 x 轴对称，$\therefore$ 直线 AC 的方程为：$y=-x-2$，———————13 分

$\because$ 直线 BC 方程为 $y=-2x+5$，

$\therefore$ 将 AC、BC 方程联解，得 $x=7$，$y=-9$，

因此，可得 C 点的坐标为 $(7,-9)$．————————————————————————————————15 分

17.解（1）设圆的标准方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，

因为圆经过 $A(-1,1)$ 和点 $B(-2,-2)$，且圆心在直线 $l:x+y-1=0$ 上，

所以 $\begin{cases}(-1-a)^2+(1-b)^2=r^2\\(-2-a)^2+(-2-b)^2=r^2\\a+b-1=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=3\\b=-2\\r=5\end{cases}$，

所以圆的标准方程为$(x-3)^2+(y+2)^2=25$.————————————————————————————7 分

（2）当直线l的斜率不存在时，$l:x=-2$，圆心到直线的距离为 5，等于半径，故满足题意；——9 分

当直线l的斜率存在时，设$l:y-1=k(x+2)$，即$kx-y+2k+1=0$，

则点$C(3,-2)$到直线l的距离为圆C的半径，

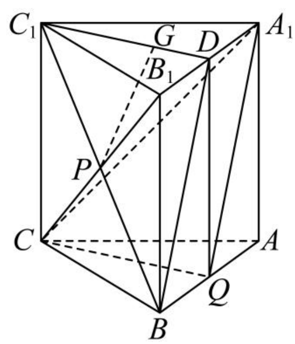
即$d=\dfrac{|3k+2+2k+1|}{\sqrt{1+k^2}}=5$，解得$k=\dfrac{8}{15}$，此时$l:y=\dfrac{8}{15}x+\dfrac{31}{15}$.

综上，直线 l 的方程为$x=-2$或$y=\dfrac{8}{15}x+\dfrac{31}{15}$.——————————————————————15 分

18.解（1）连接C_1G并延长，交A_1B_1于点D，则D为A_1B_1的中点，连接BD,DQ，

因为$ABC-A_1B_1C_1$为直三棱柱，所以平面ABC//平面$A_1B_1C_1$，$A_1B_1//AB$，$A_1B_1=AB$，

又D,Q分别为A_1B_1,AB的中点，所以$A_1D//BQ$，$A_1D=BQ$，



所以四边形BQA_1D为平行四边形，所以$BD//A_1Q$，

又因为平面$CQDC_1\cap$平面$ABC=CQ$，平面$CQDC_1\cap$平面$A_1B_1C_1=CD$，

所以$C_1D//CQ$，

因为$C_1D\not\subset$平面A_1CQ，$CQ\subset$平面A_1CQ，所以C_1D//平面A_1CQ，

同理可得BD//平面A_1CQ，————————————————————————————4 分

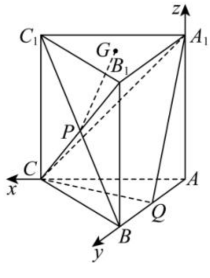
因为$BD,C_1D\subset$平面BDC_1，且$BD\cap C_1D=D$，

所以平面BDC_1//平面A_1CQ，又$PG\subset$平面BDC_1，所以PG//平面A_1CQ. ——————————7 分

（2）以 A 为原点，分别以AC,AB,AA_1所在直线为x,y,z轴，建立如图空间直角坐标系，

设$AQ=m\left(0<m<3\right)$，则$A_1\left(0,0,3\right),B_1\left(0,3,3\right),C_1\left(3,0,3\right),C\left(3,0,0\right)$，$Q\left(0,m,0\right)$，$G\left(1,1,3\right)$，

所以$\overrightarrow{CQ}=\left(-3,m,0\right),\overrightarrow{QA_1}=\left(0,-m,3\right)$，——————————————————————9 分



由直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$可得，P为B_1C的中点，

所以$P\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)$，则$\overrightarrow{PG}=\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$，

设平面A_1CQ的一个法向量为$\vec{n}=\left(x,y,z\right)$，

由$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CQ}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{QA_1}=0\end{cases}$得，$\begin{cases}-3x+my=0\\ -my+3z=0\end{cases}$，取$x=m$，则$\vec{n}=(m,3,m)$，————————————————————12 分

因为直线PG与平面A_1CQ所成的角正弦值为$\frac{1}{11}$，

所以$\dfrac{\left|\overrightarrow{PG}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{PG}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|m-\frac{3}{2}\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}\times\sqrt{2m^2+9}}=\dfrac{1}{11}$，————————————————————————————————14 分

整理得，$(7m-15)(m-1)=0$，解得$m=\dfrac{15}{7}$或$m=1$，所以$AQ=\dfrac{15}{7}$或 1．————————————17 分

19.解（1）连接CM，因为$PA=AD$，且M为线段PD中点，则$AM\perp PD$，

又因为$AC\perp PD$，$AC\cap AM=A$，$AC,AM\subset$平面ACM，所以$PD\perp$平面ACM，

由$CM\subset$平面ACM，可得$PD\perp CM$，所以$PC=CD=\sqrt{5}$，

取AB的中点O，连接OP,OC，

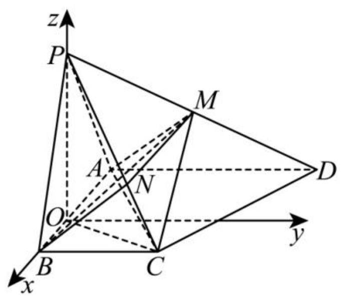
因为$AB=PA=PB=2$，则$PO\perp AB$，且$PO=\sqrt{3},OC=\sqrt{2}$，

可知$PO^2+OC^2=PC^2$，可得$PO\perp OC$，

且$AB\cap OC=O$，$AB,OC\subset$平面$ABCD$，所以$PO\perp$平面$ABCD$，

又因为$PO\subset$平面PAB，所以平面$PAB\perp$平面$ABCD$.——————————————————————4 分

（2）如图，以O为坐标原点建立空间直角坐标系，



则$A(-1,0,0),B(1,0,0),C(1,1,0),P(0,0,\sqrt{3}),D(-1,2,0),M\left(-\frac{1}{2},1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

可得$\overrightarrow{AP}=$（$1,0,\sqrt{3}$），$\overrightarrow{AC}=$（$2,1,0$），$\overrightarrow{AB}=$（$2,0,0$），$\overrightarrow{AM}=$（$\frac{1}{2},1,\frac{\sqrt{3}}{2}$），

$\overrightarrow{CP}=$（$-1,-1,\sqrt{3}$）

设平面PAC的法向量$\vec{n}=(x_1,y_1,z_1)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AP}=x_1+\sqrt{3}z_1=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=2x_1+y_1=0\end{cases}$，令$x_1=\sqrt{3}$，则$y_1=-2\sqrt{3},z_1=-1$，可得

$\vec{n}=$（$\sqrt{3},-2\sqrt{3},-1$），————————--6 分

设平面ABM的法向量$\vec{m}=(x_2,y_2,z_2)$，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=2x_2=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}x_2+y_2+\frac{\sqrt{3}}{2}z_2=0\end{cases}$，

令$y_2=\sqrt{3}$，则$x_0=0,z_2=-2$，可得$\vec{m}=$（$0,\sqrt{3},-2$），————————————————————————7 分

则$\cos\langle\vec{n},\vec{m}\rangle=\frac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}||\vec{m}|}=\frac{-4}{4\sqrt{7}}=-\frac{\sqrt{7}}{7}$，——————————————————————————————9 分

且平面PAC与平面ABM夹角为锐角，所以平面PAC与平面ABM夹角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.————————10 分

（3）设 $N(x,y,z)$，$\overrightarrow{CN}=\lambda\overrightarrow{CP}$，$\lambda\in[0,1]$

因为 $\overrightarrow{CN}=(x-1,y-1,z)$，则 $\begin{cases}x-1=-\lambda\\ y-1=-\lambda\\ z=\sqrt{3}\lambda\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=1-\lambda\\ y=1-\lambda\\ z=\sqrt{3}\lambda\end{cases}$，即 $N\left(1-\lambda,1-\lambda,\sqrt{3}\lambda\right)$，

可得 $\overrightarrow{BN}=\left(-\lambda,1-\lambda,\sqrt{3}\lambda\right)$，又因为 $\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{m}=\sqrt{3}(1-\lambda)-2\sqrt{3}\lambda=0$，解得 $\lambda=\frac{1}{3}$，即 $N\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，——11 分

可得 $\overrightarrow{BN}=\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，$\overrightarrow{MN}=\left(\frac{7}{6},-\frac{1}{3},-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$ 则 $\left|\overrightarrow{BN}\right|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\left|\overrightarrow{MN}\right|=\frac{\sqrt{14}}{3}$，$\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{MN}=-\frac{7}{9}$，

可得 $\cos\angle BNM=\frac{\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{MN}}{\left|\overrightarrow{BN}\right|\cdot\left|\overrightarrow{MN}\right|}=\frac{-\frac{7}{9}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{14}}{3}}=-\frac{\sqrt{7}}{4}$，可知 $\angle BNM$ 为钝角，则 $\sin\angle BNM=\sqrt{1-\cos^2\angle BNM}=\frac{3}{4}$，

所以△BNM 的面积为 $S_{\triangle BNM}=\frac{1}{2}\times\left|\overrightarrow{BN}\right|\left|\overrightarrow{MN}\right|\sin\angle BNM=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{14}}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{\sqrt{7}}{6}$——————————13 分

又因为 $\overrightarrow{AB}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{AM}=\left(\frac{1}{2},1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 则 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{AM}\right|=\sqrt{2}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=1$，

可得 $\cos\angle BAM=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AM}\right|}=\frac{1}{2\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

可知 $\angle BAM$ 为锐角，则 $\sin\angle BAM=\sqrt{1-\cos^2\angle BAM}=\frac{\sqrt{14}}{4}$，

所以△ABM 的面积为 $S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}\times\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AM}\right|\sin\angle BAM=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{14}}{4}=\frac{\sqrt{7}}{2}$

可知四边形 $ABNM$ 的面积为 $S_{ABNM}=S_{\triangle BNM}+S_{\triangle ABM}=\frac{\sqrt{7}}{6}+\frac{\sqrt{7}}{2}=\frac{2\sqrt{7}}{3}$，———————————————15 分

又因为点 P 到平面 $ABNM$ 的距离 $d=\frac{\left|\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AP}\right|}{\left|\overrightarrow{m}\right|}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$，——————————————————————16 分

所以四棱锥 $P-ABNM$ 的体积 $V_{P-ABNM}=\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{21}}{7}\times\frac{2\sqrt{7}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{9}$.————————————————————17 分