6月13日作业考试化解析版

一、单选题

1．若 $zi+z=1+3i$，则 $z\bar{z}=$（　）

A．2　　B．1　　C．$\sqrt{5}$　　D．5

2．数据2，3，5，6，7，7，8，10的上四分位数为（　）

A．7.5　　B．8　　C．7　　D．4

3．已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{17}$，则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量的模长为（　）

A．6　　B．3　　C．2　　D．$\frac{6\sqrt{5}}{5}$

4．在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，且 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{5}$，$M$ 是 BC 的中点，O 是线段 AM 的中点，则 $\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$ 的值为（　）

A．0　　B．$-\frac{\sqrt{5}}{4}$　　C．$-\frac{5}{4}$　　D．$-\frac{5}{8}$

5．已知一个直四棱柱的高为4，其底面 $ABCD$ 水平放置的直观图（斜二测画法）是边长为2的正方形，则这个直四棱柱的表面积为（　）

A．40　　B．$32+16\sqrt{2}$　　C．$64+16\sqrt{2}$　　D．$64+16\sqrt{3}$

6．从甲队60人、乙队40人中，按照分层抽样的方法从两队共抽取10人，进行一轮答题.相关统计情况如下：甲队答对题目的平均数为1，方差为1；乙队答对题目的平均数为1.5，方差为0.4，则这10人答对题目的方差为（　）

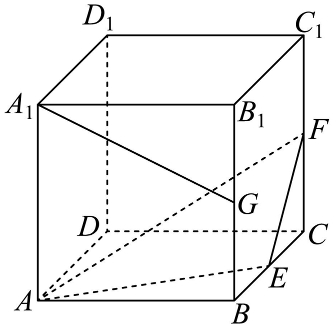
A．0.8　　B．0.675　　C．0.74　　D．0.82

7．在△ABC 中，内角 A、B、C 的对边长分别为 a、b、c，已知 $\frac{3\cos A}{\cos C}=\frac{a}{c}$，且 $a^2-c^2=2b$，则 $b=$（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

二、多选题

8．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，E，F，G 分别为 BC,CC_1,BB_1 的中点，则下列说法正确的是（　）



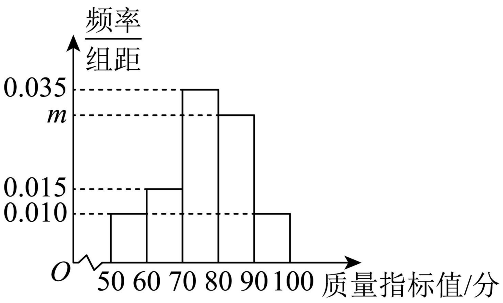
A．直线 D_1D 与直线 AF 垂直

B．直线 A_1G 与平面 AEF 平行

C．平面 AEF 截正方体所得的截面面积为 $\dfrac{9}{8}$

D．点 C 与点 G 到平面 AEF 的距离相等

9．某灯具配件厂生产了一种塑胶配件，该厂质检人员某日随机抽取了100个该配件的质量指标值（单位：分）作为一个样本，得到如下所示的频率分布直方图，则（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）（　）



A．$m = 0.030$

B．样本质量指标值的平均数为75

C．样本质量指标值的众数小于其平均数

D．样本质量指标值的第75百分位数为85

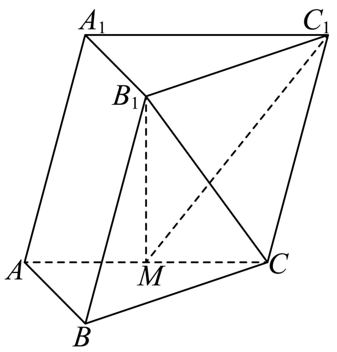
三、填空题

10．已知向量 $\overrightarrow{BC}=(3,1),\overrightarrow{AC}=(2,3),\overrightarrow{AD}=(m,-3)$，若 B，C，D 三点共线，则 $m=$________.

11．设一组样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 的平均值是1，且 $x_1^2,x_2^2,\cdots,x_{10}^2$ 的平均值是3，则数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 的方差是______.

四、解答题

12．如图，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC, M$ 为 AC 的中点，$MB_1\perp AB$．



(1)证明：$MC_1\perp AB$．

(2)若 $AB=BC=2, BB_1=4, MB_1=\sqrt{14}$，求直线 B_1C 与平面 MB_1C_1 所成角的正弦值.

参考答案：

1．D

【分析】根据复数的四则运算得到z，再计算$z\overline{z}$即可.

【详解】因为$z\mathrm{i}+z=1+3\mathrm{i}$，所以$z=\frac{1+3\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(1+3\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=2+\mathrm{i}$，

所以$\overline{z}=2-\mathrm{i}$，所以$z\overline{z}=5$.

故选：D.

2．A

【分析】根据题意，结合百位数的定义和计算方法，即可求解.

【详解】由题意，上四分位数是75%分位数，又由$8\times 75\%=6$，

所以75%分位数为$\frac{7+8}{2}=7.5$.

故选：A.

3．C

【分析】由条件结合向量的数量积的性质可求$\vec{a}\cdot\vec{b}$，再根据投影向量，向量的模的定义求解即可.

【详解】因为$\vec{a}=(1,2)$，所以$|\vec{a}|=\sqrt{5}$，

因为$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{17}$，所以$(\vec{a}-2\vec{b})^2=17$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{a}-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}\cdot\vec{b}=17$，又$|\vec{b}|=3$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=6$，

所以向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量的模的值为$\frac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{b}|}=\frac{6}{3}=2$，

故选：C.

4．C

【分析】建系求出各点的坐标，进而应用数量积的坐标运算即可.

【详解】如图，以A为原点，AB，AC所在直线分别为x轴，y轴建立直角坐标系，

则$A(0,0)$，$B(\sqrt{5},0)$，$C(0,\sqrt{5})$，

因为M是BC的中点，所以$M\left(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$，

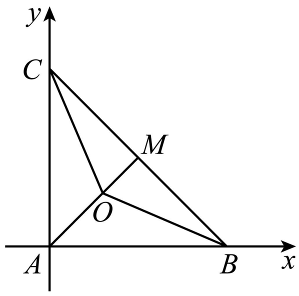
因为O是线段AM的中点，所以$O\left(\frac{\sqrt{5}}{4},\frac{\sqrt{5}}{4}\right)$，

所以$\overrightarrow{OB}=\left(\frac{3\sqrt{5}}{4},-\frac{\sqrt{5}}{4}\right)$，$\overrightarrow{OC}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{4},\frac{3\sqrt{5}}{4}\right)$，$\overrightarrow{OA}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{4},-\frac{\sqrt{5}}{4}\right)$，

所以$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\left(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$，

所以$\overrightarrow{OA}\cdot\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=-\frac{\sqrt{5}}{4}\times\frac{\sqrt{5}}{2}+\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}\right)\times\frac{\sqrt{5}}{2}=-\frac{5}{4}$.

故选：C.



.

【点睛】关键点点睛：本题解决的关键是建立直角坐标系，将问题转化为向量的坐标运算，从而得解.

5．C

【分析】分别求出侧面积和底面积，即可得到表面积.

【详解】由于直观图是正方形，所以$ABCD$是两邻边分别为2与6，高为$4\sqrt{2}$的平行四边形，

其周长是$2+6+2+6=16$，面积是$2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$，

所以直四棱柱的表面积是$16\times4+8\sqrt{2}\times2=64+16\sqrt{2}$.

故选：C

6．D

【分析】根据分层抽样的均值与方差公式计算即可.

【详解】根据题意，按照分层抽样的方法从甲队中抽取$10\times\frac{60}{100}=6$人，

从乙队中抽取$10\times\frac{40}{100}=4$人，

这10人答对题目的平均数为$\frac{1}{10}\left(6\times1+4\times1.5\right)=1.2$，

所以这10人答对题目的方差为$\frac{1}{10}\left[6\left(1+\left(1-1.2\right)^2\right)+4\left(0.4+\left(1.5-1.2\right)^2\right)\right]=0.82$.

故选：D.

7．A

【分析】根据正弦定理及余弦定理可求解.

【详解】$\dfrac{3\cos A}{\cos C}=\dfrac{a}{c}$，即为 $3c\cos A=a\cos C$，

即有 $3c\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=a\cdot\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$，

即有 $a^2-c^2=\dfrac{1}{2}b^2$，

又 $a^2-c^2=2b$，则 $2b=\dfrac{1}{2}b^2$，

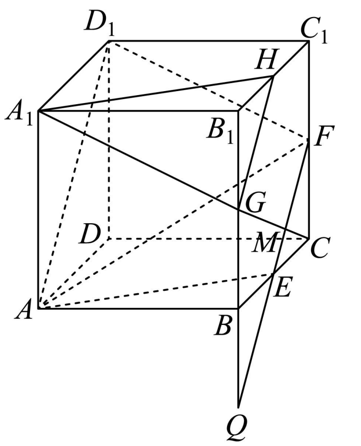
解得 $b=4$．

故选：A．

8．BC

【分析】A 选项根据正方体的性质判断；B 选项根据面面平行的判定定理和性质定理判断；C 选项根据基本事实得到平面 AEF 截正方体的截面为 $AEFD_1$，然后求面积；D 选项根据点 C 和点 G 与平面 AEF 的位置判断.

【详解】



A 选项：$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体，所以 $DD_1 \parallel CC_1$，直线 AF 与直线 CC_1 不垂直，所以直线 AF 与直线 DD_1 不垂直，故 A 错；

B 选项：取 B_1C_1 中点 H，连接 A_1H，GH，因为 H，E，G 分别为 B_1C_1，BC，BB_1 中点，所以 $GH \parallel EF$，$A_1H \parallel AE$，又 $GH, A_1H \not\subset$ 平面 AEF，$AE, EF \subset$ 平面 AEF，所以 $GH, A_1H \parallel$ 平面 AEF，

因为 $GH \cap A_1H = H$，$GH, A_1H \subset$ 平面 A_1GH，所以平面 $A_1GH \parallel$ 平面 AEF，

因为 $A_1G\subset$ 平面 A_1GH，所以 A_1G // 平面 AEF，故 B 正确；

C 选项：连接 AD_1，D_1F，因为 E,F 为 BC,CC_1 的中点，所以 $EF/\!/AD_1$，所以平面 AEF 截正方体的截面为 $AEFD_1$，$S_{AEFD_1}=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\dfrac{3\sqrt{2}}{4}}{2}=\dfrac{9}{8}$，

故 C 正确；

D 选项：连接 CG 交 EF 于点 M，延长 FE 交 B_1B 的延长线于点 Q，

因为 E,F 为 BC,CC_1 的中点，所以 $BQ=FC$，$GQ=2FC$，又 $\triangle FMC\backsim\triangle QMG$，所以 $\dfrac{MC}{GM}=\dfrac{1}{2}$，

即 M 为 CG 的三等分点，M 不是 CG 的中点，所以点 C 和点 G 到平面 AEF 的距离不相等，

故 D 错.

故选：BC.

9．ACD

【分析】运用频率分布直方图中所有频率之和为 1 及平均数、众数、百分位数公式计算即可.

【详解】对于 A 项，由题意知 $(0.010+0.015+m+0.035+0.010)\times10=1$，解得 $m=0.030$，故 A 项正确；

对于 B 项，样本质量指标值的平均数为 $55\times0.1+65\times0.15+75\times0.35+85\times0.3+95\times0.1=76.5$，故 B 项错误；

对于 C 项，样本质量指标值的众数是 $\dfrac{70+80}{2}=75<76.5$，故 C 项正确；

对于 D 项，前 3 组的频率之和为 $(0.010+0.015+0.035)\times10=0.60$，前 4 组的频率之和为

$0.60+0.030\times10=0.90$，

故第 75 百分位数位于第 4 组，设其为 t，

则 $(t-80)\times0.030+0.60=0.75$，解得 $t=85$，

即第 75 百分位数为 85，故 D 项正确.

故选：ACD 项.

10．-16

【分析】求出 $\overrightarrow{CD}$，再利用共线向量的坐标表示求出 m.

【详解】依题意，$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}=(m-2,-6)$，由 B，C，D 三点共线，得 $\overrightarrow{BC}/\!/\overrightarrow{CD}$，

则 $m-2=-18$，所以 $m=-16$.

故答案为：-16

11．2

【分析】根据平均数以及方差的定义，代入公式计算即可得结果.

【详解】由题意得 $x_1+x_2+\cdots+x_{10}=10, {x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+x_{10}^2=30$ ，

所以数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 的方差 $s^2=\frac{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+\cdots+(x_{10}-1)^2}{10}$

$=\frac{(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2)-2(x_1+x_2+\cdots+x_{10})+10}{10}=\frac{30-20+10}{10}=2$.

故答案为：2.

12．(1)证明见解析

(2)$\frac{1}{4}$

【分析】(1）取 AB 的中点 N ，连接 NB_1,NM ，将 $MC_1\perp AB$ 转换为线面 $AB\perp$ 平面 MNB_1C_1 ，通过线面垂直的判断定理证明即可；

（2）先通过线面证明 $MB_1\perp$ 平面 ABC ，并求出 $B_1C=4$ ，$BN=1$ ，直线 B_1C 与平面 MB_1C_1 所成角的正弦值为 $\frac{BN}{B_1C}$.

【详解】(1）取 AB 的中点 N ，连接 NB_1,NM ，如图所示.

因为 M 为 AC 的中点，所以 $NM//BC$.

又 $AB\perp BC$ ，所以 $AB\perp MN$ ，

因为 $B_1C_1//BC$ ，所以 $B_1C_1//MN$ ，

所以 M,N,B_1,C_1 四点共面，

因为 $AB\perp MN, MB_1\perp AB, MB_1\cap MN=M$, 且都在面 MNB_1C_1 ，

所以 $AB\perp$ 平面 MNB_1C_1 ，又因为 $MC_1\subset$ 平面 MNB_1C_1 ，

所以 $MC_1\perp AB$.

（2）因为 $AB\perp$ 平面 MNB_1C_1 ，$NB_1\subset$ 面 MNB_1C_1 ，所以 $AB\perp NB_1$.

又 $AB=BC=2, BB_1=4$，由 $NB_1^2+NB^2=BB_1^2$，即 $NB_1=\sqrt{15}$，

因为 $MN=\dfrac{BC}{2}=1, MB_1=\sqrt{14}$，

所以 $MB_1^2+MN^2=B_1N^2$，则 $MB_1\perp MN$.

由题设知 $AB\perp MB_1$，因为 $MN\cap AB=N$，且都在 ABC 内，

所以 $MB_1\perp$ 平面 ABC，$MC\subset$ 面 ABC，所以 $MB_1\perp MC$，且 $B_1C=\sqrt{14+2}=4$

设 C 到平面 MB_1C_1 的距离为 d，

由 $AB\perp NB_1, AB\perp MB_1, NB_1\cap MB_1=B_1$，且都在面 MB_1C_1 内，故 $AB\perp$ 面 MB_1C_1，

因为 $BC//MN$，$BC\not\subset$ 平面 MB_1C_1，$MN\subset$ 平面 MB_1C_1，所以 $BC//$ 平面 MB_1C_1，

综上，$d=BN=1$

设直线 B_1C 与平面 MB_1C_1 所成的角为 θ，则 $\sin\theta=\dfrac{d}{B_1C}=\dfrac{1}{4}$.

所以直线 B_1C 与平面 MB_1C_1 所成角的正弦值为 $\dfrac{1}{4}$.