邯郸市2026届高三年级第一次调研监测

数学参考答案

命卷意图

本套试卷是在认真分析研究2025年全国Ⅰ、Ⅱ卷的基础上，兼顾2026年复习备考的客观实际情况下命制的，深化基础性考查，聚焦主线内容，回归教材，强调学科知识体系构建，融入新高考的命题“新思想”和命题改革的“新方向”，突出对思维过程和思维品质的考查，努力落实“教—学—考”高度契合.

一、突出基础、落实基础

让“托底”的基础知识变成“真基础”，如集合、复数、平面向量、不等式、统计等基础知识就是“平平常常”的直接考，没有“花架子”、不“穿靴戴帽”、不虚设“情境”，不回避重复考查。一方面是为了整卷的知识结构的稳定，另一方面是为难度的稳定筑牢“地基”。

二、聚焦主线与核心概念

试题聚焦核心概念的理解。例如，第4题考查了三角函数的奇偶性应用和特殊角三角函数值；第5题考查圆的一般方程的概念及点与圆的位置关系，虽然是基本概念，但是对思维的考查有一定的深度；第18题考查了立体几何最重要的两个“量化角”的概念，本题并未依托于空间直角坐标系，而是直面“直线与平面所成角”和“平面与平面夹角”的概念，有效克服“机械式”带来的诟病。

三、创新试题布局设计、打破相对固化试题结构

试卷的解答题布局灵活多变，第一道解答题设计为导数问题，立体几何和解析几何携手压轴，打破相对固化的试卷结构，引导教学走出猜题、押题、弃题等误区。如导数大题往往以压轴形式出现，学生会有畏难情绪，直接放弃，长此以往，形成模块化题型短板，让学生失去解题信心，因此通过试题布局的变化，能减少机械训练、片面训练的弊端，把教学重心放在思维过程的形成和数学思想方法的培养上，放在培养学生的数学素养和关键能力上。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	B	D	A	C	B	B	C	C	BC	ACD	BCD

1. B **解析**：因为 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，所以 $-t-2\times3=0$，解得 $t=-6$，故选B.

2. D **解析**：因为 $2^{-x}<1$，即 $\left(\frac{1}{2}\right)^x<1$，解得 $x>0$，所以 $M=(0,+\infty)$，因为 $\log_x2>0$，则 $x>1$，即 $N=(1,+\infty)$，则 $\complement_UN=(-\infty,1]$，所以 $M\cap(\complement_UN)=(0,1]$，故选D.

3. A **解析**：因为 $z^3=z^2z=\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)^2\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)=\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)=1$，故选A.

4. C **解析**：因为函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}+\varphi\right)$ 为偶函数，所以 $-\frac{\pi}{6}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，即 $\varphi=k\pi+\frac{2\pi}{3},k\in$

$\mathbf{Z}$,当 $k=-1$,即 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$ 时,$|\varphi|$ 最小,此时 $\tan\frac{\varphi}{2}=\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,故选 C.

5. B **解析:** 依题意,若点 $(-1,-2)$ 在圆 $x^2+y^2-ax-2y+a^2-15=0$ 外部,则 $\begin{cases}\frac{a^2}{4}+1-a^2+15>0,\\1+4+a+4+a^2-15>0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a^2<\frac{64}{3},\\a^2+a-6>0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}-\frac{8\sqrt{3}}{3}<a<\frac{8\sqrt{3}}{3},\\a>2\text{ 或 }a<-3,\end{cases}$ 所以 $a\in\left(-\frac{8\sqrt{3}}{3},-3\right)\cup\left(2,\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)$,所以"$a\in(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)$"是"点 $(-1,-2)$ 在圆 $x^2+y^2-ax-2y+a^2-15=0$ 外部"的必要不充分条件,故选 B.

6. B **解析:** 因为 $m=4n$,所以 A,B 这两组数据构成的所有数据的平均数为 $\bar{x}=\frac{4}{5}\times80+\frac{1}{5}\times90=82$,方差 $s^2=\frac{4}{5}\times[15+(80-82)^2]+\frac{1}{5}\times[20+(90-82)^2]=32$,故选 B.

7. C **解析:** 因为 $\triangle POM$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin\angle OMP=\sqrt{3}$,所以 $\sin\angle OMP=\frac{\sqrt{3}}{2}$,因为 $\angle OMP\in(0,\pi)$,所以 $\angle OMP=\frac{\pi}{3}$ 或 $\angle OMP=\frac{2\pi}{3}$,当 $\angle OMP=\frac{\pi}{3}$ 时,$\angle POM=\frac{\pi}{3}$,此时 $k=\pm\sqrt{3}$,即 $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$,所以双曲线 C 的离心率为 2,当 $\angle OMP=\frac{2\pi}{3}$ 时,$\angle POM=\frac{\pi}{6}$,此时 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$,即 $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$(舍去),故选 C.

8. C **解析:** 因为 $\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$,且 $x_1\neq x_2$,$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0$,所以函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增,又 $f\left[f(x)+\frac{2}{x}\right]=1$,所以 $f(x)+\frac{2}{x}$ 为定值,令 $f(x)+\frac{2}{x}=t(t>0)$,则 $f(t)=1$,则 $f(t)+\frac{2}{t}=t$,即 $1+\frac{2}{t}=t$,即 $t^2-t-2=0$,解得 $t=2$ 或 $t=-1$(舍去),所以 $f(x)=2-\frac{2}{x}$,又 $f(1)=0$,且函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增,所以 $f(x)$ 的零点为 1,故选 C.

9. BC **解析:** 对于 A 选项,$a_1=S_1=3$,因为 $a_1+a_2=S_2=10$,所以 $a_2=7$,但不符合 $a_n=2n+1$,所以 A 选项不正确;对于 B 选项,每连续 $3n$ 项的和依然成等差数列,即 $S_{3n},S_{6n}-S_{3n},S_{9n}-S_{6n}$ 成等差数列,所以 B 选项正确;对于 C 选项,设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,则 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n$,令 $A=\frac{d}{2}$,$B=a_1-\frac{d}{2}$,则 $S_n=An^2+Bn$,$S_{2n}=4An^2+2Bn$,$S_{3n}=9An^2+3Bn$,若 S_n,S_{2n},S_{3n} 成等差数列,则 $2S_{2n}=S_n+S_{3n}$,即 $8An^2+4Bn=10An^2+4Bn$,当且仅当 $A=0$ 时,S_n,S_{2n},S_{3n} 成等差数列,所以 C 选项正确;对于 D 选项,若 S_n,S_{2n},S_{3n} 成等比数列,即 $(4An^2+2Bn)^2=(An^2+Bn)(9An^2+3Bn)$,整理得 $16A^2n^4+16ABn^3+4B^2n^2=9A^2n^4+12ABn^3+3B^2n^2$,若上式恒成立,则 $A=0,B=0$,此时 $a_1=d=0$,$S_n=0$,S_n,S_{2n},S_{3n} 不可能成等比数列,所以 D 选项不正确. 故选 BC.

10. ACD **解析:** 设 A="该人一周的跑步距离为 12 km",B="该人一周的跑步距离为 11 km",C="该人一周内第一次跑步距离为 6 km",D="该人一周内第二次跑步距离为 6 km",Q="该人被评定为'运动达人'". 依题意,可知 $P(C)=P(\bar{C})=\frac{1}{2}$,$P(D|C)=\frac{2}{5}$,$P(\bar{D}|C)=\frac{3}{5}$,$P(D|\bar{C})=\frac{2}{3}$,$P(\bar{D}|\bar{C})=\frac{1}{3}$,对于 A 选项,$P(A)=P(CD)=P(C)P(D|C)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$,所以 A 选项正确;对于 B 选项,$P(B)=P(\bar{C}D)+P(C\bar{D})=P(\bar{C})P(D|\bar{C})+P(C)P(\bar{D}|C)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{19}{30}$,所以 B 选项不正确;对于 C 选项,$P(Q)=P(A)+P(B)=\frac{1}{5}+\frac{19}{30}=\frac{5}{6}$,则 $P(A|Q)=\frac{P(AQ)}{P(Q)}=\frac{P(A)P(Q|A)}{P(Q)}=\frac{\frac{1}{5}\times1}{\frac{5}{6}}=\frac{6}{25}$,所以 C 选项正确;对于 D 选项,依题意,$X\sim B\left(4,\frac{5}{6}\right)$,则 $E(X)=4\times\frac{5}{6}=\frac{10}{3}$,所以 D 选项正确. 故选 ACD.

11. BCD　**解析:**依题意,由$\begin{cases}x^2=2py,\\y^2=2px,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2p,\\y=2p\end{cases}$或$\begin{cases}x=0,\\y=0,\end{cases}$故 $A(2p,2p)$,同理 $B(-2p,2p)$,所以 $|AB|=4p=8$,解得 $p=2$,所以 A 选项不正确;$\triangle AOB$ 为等腰直角三角形,其面积为$\frac{1}{2}\times8\times4=16$,所以 B 选项正确;对于 C 选项,根据对称性,不妨研究第一象限内"花瓣"的一半的面积,曲线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 在点 $A(4,4)$处的切线方程为 $y-4=2(x-4)$,即 $y=2x-4$,其与 x 轴的交点坐标为$(2,0)$,因此"半个花瓣"的面积一定小于$\frac{1}{2}\times2\times4=4$,所以 $S<32$,所以 C 选项正确;对于 D 选项,设直线 $y=-x+t$ 与抛物线 $x^2=4y$ 在第二象限内相切于 M,联立$\begin{cases}y=-x+t,\\x^2=4y,\end{cases}$整理得 $x^2+4x-4t=0$,令 $\Delta=16+16t=0$,解得 $t=-1$,此时切点 $M(-2,1)$,设直线 $y=-x+t$ 与抛物线 $y^2=-4x$ 在第二象限内相切于 N,同理可得切点 $N(-1,2)$,$|MN|=\sqrt{(-2+1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{2}$,则$|MN|$即为直线 $y=x+b$ 截第二象限"花瓣"的弦长的最大值,所以 D 选项正确. 故选 BCD.

12. $y=2x+4$　**解析:**因为 $f'(x)=3x^2-4x-5$,所以 $f'(-1)=2$, 又 $f(-1)=2$,所以切线方程为 $y-2=2(x+1)$,即 $y=2x+4$.

13. π　**解析:**因为 $PA=PC=PB=BA=BC=2$,$AC=2\sqrt{2}$,所以 $PA^2+PC^2=AC^2=BA^2+BC^2$,所以 $\angle APC=\angle ABC=90°$,所以三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心为 AC 的中点,记为 O,因为 $PB=2$,$PO=BO=\sqrt{2}$,所以 $PO\perp BO$,又 D 为 PB 的中点,所以 $OD=\frac{1}{2}PB=1$,当 OD 垂直截面时,截面面积最小,此时截面圆半径 $r=\sqrt{OB^2-OD^2}=BD=1$,所以截面面积的最小值为 π.

14. $\frac{7}{10}$　**解析:**当 M 中含有 7 时,$P(M)=\frac{C_6^2}{C_7^3}=\frac{3}{7}$,此时必有 $M>N$;当 M 中不含有 7 时,$P(M=N)=\frac{C_6^3}{C_6^3C_6^3}=\frac{1}{20}$,此时 $M>N$ 与 $M<N$ 的概率相同,即 $P(M>N)=P(M<N)=\frac{1}{2}[1-P(M=N)]=\frac{19}{40}$. 综上,$M>N$ 的概率 $P(M>N)=\frac{3}{7}+\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\frac{19}{40}=\frac{7}{10}$.

15. **解:**(1)当 $a=-1$ 时,$f(x)=2x-\ln(x+1)$,定义域为$(-1,+\infty)$,

则 $f'(x)=2-\frac{1}{x+1}=\frac{2x+1}{x+1}$,……………………………………………………………(2 分)

令 $f'(x)=0$,解得 $x=-\frac{1}{2}$,

当 $x\in\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$时,$f'(x)<0$,所以函数 $f(x)$在区间$\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$上单调递减,

当 $x\in\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$时,$f'(x)>0$,所以函数 $f(x)$在区间$\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$上单调递增,

所以函数 $f(x)$的单调递减区间为$\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$,单调递增区间为$\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$. ……………………(6 分)

(2)依题意,函数 $f(x)$的定义域为$(a,+\infty)$,

则 $f'(x)=2-\frac{1}{x-a}=\frac{2x-2a-1}{x-a}=2\cdot\frac{x-\left(\frac{1}{2}+a\right)}{x-a}$,……………………………………………(8 分)

因为$\frac{1}{2}+a>a$,所以当 $x\in\left(a,\frac{1}{2}+a\right)$时,$f'(x)<0$,函数 $f(x)$在区间$\left(a,\frac{1}{2}+a\right)$上单调递减,当 $x\in\left(\frac{1}{2}+a,+\infty\right)$时,$f'(x)>0$,函数 $f(x)$在区间$\left(\frac{1}{2}+a,+\infty\right)$上单调递增,

所以函数 $f(x)$在 $x=\frac{1}{2}+a$ 处取得极小值 $f\left(\frac{1}{2}+a\right)=1+2a+\ln 2$,也是最小值, ……………(11 分)

则 $1+2a+\ln 2\geqslant0$,解得 $a\geqslant\frac{-1-\ln 2}{2}$,

所以 a 的取值范围为 $\left[\frac{-1-\ln 2}{2},+\infty\right)$. ……………………………………………………（13 分）

16. **解**：(1)依题意，不妨令 $n=1$，则 S_2,S_1,S_3 成等差数列，

则有 $2S_1=S_2+S_3$，即 $2a_1=(a_1+a_1q)+(a_1+a_1q+a_1q^2)$，…………………………………（2 分）

因为 $a_1\neq 0$，所以 $q^2+2q=0$，即 $q(q+2)=0$，解得 $q=-2$ 或 $q=0$(舍去)，…………………（4 分）

经检验，$q=-2$ 时，S_{n+1},S_n,S_{n+2} 成等差数列，

所以 $q=-2$. ………………………………………………………………………………………（6 分）

(2)由(1)可知 $q=-2$，又 $a_1=1$，所以 $a_n=(-2)^{n-1}$，则 $|a_n|=2^{n-1}$，$b_n=\log_2|a_n|=n-1$，

所以 $a_nb_n=(n-1)(-2)^{n-1}$，…………………………………………………………………（8 分）

$T_n=0+1\times(-2)+2\times(-2)^2+\cdots+(n-2)(-2)^{n-2}+(n-1)(-2)^{n-1}$，

$-2T_n=0+1\times(-2)^2+2\times(-2)^3+\cdots+(n-2)(-2)^{n-1}+(n-1)(-2)^n$， …………………（10 分）

两式作差可得 $3T_n=0+(-2)+(-2)^2+\cdots+(-2)^{n-1}-(n-1)(-2)^n$

$$=\frac{(-2)[1-(-2)^{n-1}]}{1-(-2)}-(n-1)(-2)^n$$

$$=\frac{-2-(-2)^n}{3}-(n-1)(-2)^n,$$ ………………………………………（13 分）

所以 $T_n=\frac{-2-(3n-2)(-2)^n}{9}$. ……………………………………………………………（15 分）

17. **解**：(1)因为 $A+B+C=\pi$，所以 $\sin(A+C)=\sin B$，

所以 $2\sin(A+C)\left(2\cos^2\frac{B}{2}-1\right)-\sqrt{3}\cos 2B=2\sin B\cos B-\sqrt{3}\cos 2B=0$，…………………（2 分）

即 $\sin 2B-\sqrt{3}\cos 2B=0$，………………………………………………………………………（3 分）

所以 $\tan 2B=\sqrt{3}$，……………………………………………………………………………（4 分）

因为 $B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$2B\in(0,\pi)$，所以 $2B=\frac{\pi}{3}$，即 $B=\frac{\pi}{6}$. ……………………………………（5 分）

(2)由正弦定理 $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}=4$，所以 $BC=4\sin A$，$AB=4\sin C$，…………………（6 分）

因为 $B=\frac{\pi}{6}$，则 $C=\frac{5\pi}{6}-A$，

又△ABC 为锐角三角形，则 $\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2},\\ 0<\frac{5\pi}{6}-A<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 即 $A\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$，……………………………（7 分）

所以△ABC 的面积 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AB\sin B$

$$=4\sin A\sin C$$

$$=4\sin A\sin\left(\frac{5\pi}{6}-A\right)$$

$$=2\sin A\cos A+2\sqrt{3}\sin^2 A$$

$$=\sin 2A-\sqrt{3}\cos 2A+\sqrt{3}$$

$$=2\sin\left(2A-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3},$$ ………………………………………（8 分）

因为 $A\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $2A-\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$，

所以 $2\sin\left(2A-\frac{\pi}{3}\right)\in(\sqrt{3},2]$，……………………………………………………………（9 分）

所以△ABC 面积的取值范围是 $(2\sqrt{3},2+\sqrt{3}]$. ………………………………………………（10 分）

(3)证明：由(1)可知，$\cos 2B=\frac{1}{2}$，即证 $\cos 2A+\cos 2C+2\sqrt{3}\cos A\cos C+\frac{3}{2}=0$，…………（11 分）

因为 $\cos 2A+\cos 2C=\cos[(A+C)+(A-C)]+\cos[(A+C)-(A-C)]=2\cos(A+C)\cos(A-C)=-\sqrt{3}\cos A\cos C-\sqrt{3}\sin A\sin C$，

即证 $\sqrt{3}(\cos A\cos C-\sin A\sin C)+\frac{3}{2}=0$， ……………………………………………………（13 分）

即证 $\sqrt{3}\cos(A+C)+\frac{3}{2}=0$，又 $\cos(A+C)=-\cos B=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $\sqrt{3}\cos(A+C)+\frac{3}{2}=0$ 成立，原式得证. ……………………………………………………（15 分）

18. **解**：(1)证明：如图，取 PA 的中点 F，连接 EF，DF，

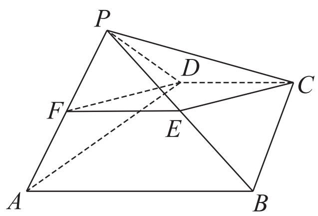
则 $EF/\!/AB$，且 $EF=\frac{1}{2}AB$，又 $AB/\!/CD$，且 $AB=2CD$，

所以 $EF/\!/CD$，且 $EF=CD$，

所以四边形 $EFDC$ 为平行四边形，所以 $CE/\!/DF$， ……………………………………………（3 分）

又 $CE\not\subset$ 平面 PAD，$DF\subset$ 平面 PAD，

所以 $CE/\!/$ 平面 PAD. ……………………………………………………………………………（4 分）



(2)因为 $CE/\!/DF$，所以直线 CE 与底面 $ABCD$ 所成角即直线 DF 与底面 $ABCD$ 所成角，

如图，过 F 作 $FM\perp AD$ 于 M，

又平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 底面 $ABCD=AD$，

则 $FM\perp$ 底面 $ABCD$，所以 $\angle FDM$ 即为直线 DF 与底面 $ABCD$ 所成角. ………………（6 分）

取 AD 的中点 O，连接 PO，因为 $AP=PD$，则 $PO\perp AD$.

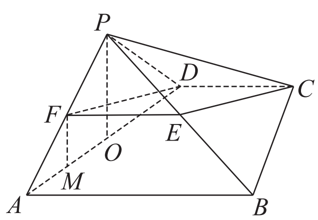
因为 F 为 PA 的中点，所以 M 为 PO 的中点.

又 $AB=2CD=2AP=2PD=4$，

在 $\text{Rt}\triangle FMD$ 中，$FM=\frac{1}{2}PO=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$DM=\frac{3\sqrt{2}}{2}$， ……………………………………………（8 分）

所以 $\tan\angle FDM=\frac{FM}{DM}=\frac{1}{3}$，

即直线 CE 与底面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\frac{1}{3}$. ……………………………………………（9 分）



(3)因为异面直线 PA 与 CD 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$，又 $AB/\!/CD$，

所以 $\angle PAB$（或其补角）即为异面直线 PA 与 CD 所成的角，……………………………（10 分）

所以 $\angle PAB=\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$. ……………………………………………………………………（11 分）

如图，取 AD 的中点 O，连接 PO，过 O 作 $ON\perp AD$ 交 AB 于 N，连接 PN，

则 $\angle PON$ 即为平面 PAD 和平面 ADB 的夹角. ……………………………………………（12 分）

由题易知 $\angle OAN=\frac{\pi}{4}$，$\angle AON=\frac{\pi}{2}$，即 $\triangle AON$ 为等腰直角三角形，

所以 $AN=2$. ……………………………………………………………………………………（13 分）

当$\angle PAB=\frac{\pi}{4}$时，在$\triangle PAN$中，$AN=2$，$PA=2$，

由余弦定理得$PN^2=AN^2+PA^2-2AN\cdot PA\cos\frac{\pi}{4}=8-4\sqrt{2}$. ……………………………… （14 分）

在$\triangle PON$中，$PO=\sqrt{2}$，$ON=\sqrt{2}$，$PN^2=8-4\sqrt{2}$，

由余弦定理得$\cos\angle PON=\frac{PO^2+ON^2-PN^2}{2PO\cdot ON}=\sqrt{2}-1$. …………………………………… （15 分）

当$\angle PAB=\frac{3\pi}{4}$时，在$\triangle PAN$中，$AN=2$，$PA=2$，

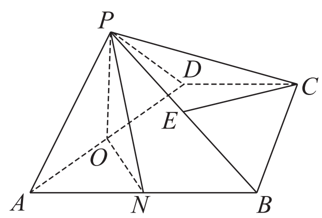
由余弦定理得$PN^2=AN^2+PA^2-2AN\cdot PA\cos\frac{3\pi}{4}=8+4\sqrt{2}$，

在$\triangle PON$中，$PO=\sqrt{2}$，$ON=\sqrt{2}$，$PN^2=8+4\sqrt{2}>8$，

所以$PN>2\sqrt{2}=PO+ON$，此时不能构成三角形，不合题意，舍去. ……………………………… （16 分）

综上，若异面直线PA与CD所成的角为$\frac{\pi}{4}$，平面PAD和平面ADB夹角的余弦值为$\sqrt{2}-1$. …………

……… （17 分）



19. **解**：(1)依题意可得$\begin{cases}\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\\ a^2+b^2=3,\end{cases}$ …………………………………………………………………… （1 分）

解得$a=\sqrt{2}$，$b=1$，…………………………………………………………………………………… （2 分）

所以C的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ………………………………………………………………………… （3 分）

(2)由题意可知，直线MN的方程可设为$x=my+t(m\neq 0)$，设$M(my_1+t,y_1)$，$N(my_2+t,y_2)$，

联立$\begin{cases}x=my+t,\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1,\end{cases}$整理得$(m^2+2)y^2+2mty+t^2-2=0$，$\Delta=8(m^2-t^2+2)>0$，……………… （5 分）

$\begin{cases}y_1+y_2=\frac{-2mt}{m^2+2},\\ y_1y_2=\frac{t^2-2}{m^2+2}.\end{cases}$ ……………………………………………………………………………………… （6 分）

因为$\angle MTN$恰好被x轴平分，即$\angle MTO=\angle NTO$，

易知直线MT的斜率k_{MT}与直线NT的斜率k_{NT}存在且$k_{MT}+k_{NT}=0$，

即$\frac{y_1}{my_1+t-2}+\frac{y_2}{my_2+t-2}=0$，……………………………………………………………… （7 分）

整理得$2my_1y_2+(t-2)(y_1+y_2)=0$，………………………………………………………………… （8 分）

即$2m(t^2-2)-(t-2)\cdot 2mt=0$，即$m(t-1)=0$.

因为$m\neq 0$，所以$t=1$时符合题意，即直线MN经过定点$(1,0)$，………………………………… （9 分）

所以$\triangle MTN$的面积$S_{\triangle MTN}=\frac{1}{2}|y_1-y_2|=\frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{m^2+1}}{2(m^2+2)}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{m^2+1}}{m^2+2}$

$$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{m^2+1}+\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}}\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2},$$ ………………………………… （10 分）

当且仅当$\sqrt{m^2+1}=\dfrac{1}{\sqrt{m^2+1}}$时，即$m=0$时，等号成立，

因为$m\neq0$，所以$\triangle MTN$面积的取值范围是$\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$. ……………………………………………………（11分）

(3)证明：依题意，根据对称性，不妨设A,B在x轴上方，

于是$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$可化为$y=\sqrt{1-\dfrac{x^2}{2}}$，

则$y'=-\dfrac{x}{2\sqrt{1-\dfrac{x^2}{2}}}=-\dfrac{x}{2\sqrt{y^2}}=-\dfrac{x}{2y}$，

设直线AB的方程为$x=ny+2$，$A(x_A,y_A)$，$B(x_B,y_B)$，

则C在A,B两点处的切线分别为$y-y_A=-\dfrac{x_A}{2y_A}(x-x_A)$，$y-y_B=-\dfrac{x_B}{2y_B}(x-x_B)$，

整理可得C在A,B两点处的切线分别为$\dfrac{x_Ax}{2}+y_Ay=1$，$\dfrac{x_Bx}{2}+y_By=1$. ……………………………（12分）

设$P(x_0,y_0)$，则$\dfrac{x_Ax_0}{2}+y_Ay_0=1$，$\dfrac{x_Bx_0}{2}+y_By_0=1$，

所以A,B两点均在直线$\dfrac{x_0x}{2}+y_0y=1$上，即直线AB的方程为$\dfrac{x_0x}{2}+y_0y=1$.

又直线AB的方程为$x=ny+2$，即$\dfrac{x}{2}-\dfrac{ny}{2}=1$，

所以$x_0=1$，$y_0=-\dfrac{n}{2}$，即$P\left(1,-\dfrac{n}{2}\right)$，……………………………………………………………………（14分）

则$k_{OP}\cdot k_{AB}=-\dfrac{n}{2}\times\dfrac{1}{n}=-\dfrac{1}{2}$， ……………………………………………………………………（15分）

又$Q\left(\dfrac{x_A+x_B}{2},\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$，

联立$\begin{cases}\dfrac{x_A^2}{2}+y_A^2=1,\\ \dfrac{x_B^2}{2}+y_B^2=1,\end{cases}$两式作差可得$\dfrac{(x_A+x_B)(x_A-x_B)}{2}+(y_A+y_B)(y_A-y_B)=0$，即

$\dfrac{(y_A+y_B)(y_A-y_B)}{(x_A+x_B)(x_A-x_B)}=-\dfrac{1}{2}$，即$\dfrac{2y_Q}{2x_Q}\cdot k_{AB}=-\dfrac{1}{2}$，即$k_{OQ}\cdot k_{AB}=-\dfrac{1}{2}$， ………………………………（16分）

所以$k_{OQ}=k_{OP}$，所以O,P,Q三点共线. ………………………………………………………………（17分）

编写细目表

1.能力要求：

Ⅰ．抽象概括能力　Ⅱ．推理论证能力　Ⅲ．运算求解能力

Ⅳ．空间想象能力　Ⅴ．数据处理能力　Ⅵ．应用意识和创新意识

2.核心素养：

①数学抽象　②逻辑推理　③数学建模　④直观想象　⑤数学运算　⑥数据分析

题号	题型	分值	知识点	能力要求						核心素养						难度
				Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	①	②	③	④	⑤	⑥	
1	选择题	5 分	平面向量的坐标运算与平行		√	√					√			√		易
2	选择题	5 分	集合的基本运算			√								√		易
3	选择题	5 分	复数的基本运算			√								√		易
4	选择题	5 分	三角函数性质与恒等变换		√	√					√			√		易
5	选择题	5 分	圆的基本概念与充分必要条件	√	√	√				√	√			√		易
6	选择题	5 分	样本的数字特征			√		√						√	√	中
7	选择题	5 分	双曲线的几何性质与圆的标准方程		√	√					√			√		中
8	选择题	5 分	函数的单调性及应用	√	√	√			√	√	√			√		难
9	选择题	6 分	等差数列的基本运算、性质		√	√					√			√		易
10	选择题	6 分	条件概率、二项分布		√	√			√		√			√		中
11	选择题	6 分	抛物线的标准方程及性质		√	√		√				√		√	√	难
12	填空题	5 分	导数的几何意义	√		√				√				√		易
13	填空题	5 分	多面体(三棱锥)的外接球			√	√						√	√		中
14	填空题	5 分	独立事件的概率			√		√	√			√		√	√	难
15	解答题	13 分	导数应用、单调性及恒成立	√	√	√				√	√			√		易
16	解答题	15 分	等差、等比数列的综合应用与求和		√	√					√			√		易
17	解答题	15 分	解三角形、三角恒等变换		√	√			√		√	√		√		中
18	解答题	17 分	直线与平面平行、直线与平面所成角、平面与平面的夹角		√		√						√	√		中
19	解答题	17 分	椭圆的基本性质、切线、直线与椭圆的位置关系		√	√			√		√		√	√		难