编号：1高三上学期开学考试数学答案

**一、单选题**

1．已知集合，则（　　）

A． B． C． D．

【答案】B

【解析】已知集合，

则，则.

故选：B.

2．已知复数满足，则复数在复平面对应的点位于（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【答案】A

【解析】由题意可得，

所以在复平面对应点，在第一象限，

故选：A.

3．已知直线，，是三条不同的直线，，为两个不同的平面，则下列说法正确的是（　　）

A．若，，，，则

B．若，，则

C．若，，，则

D．若，，，，则

【答案】D

【解析】若，，，，则或，故选项A不正确；

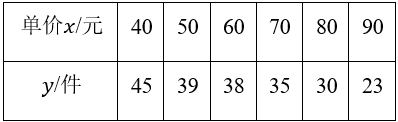
若，，则或，故选项B不正确；

若，，，则或，故选项C不正确；

由面面垂直的性质定理可知选项D正确.

故选：D.

4．已知某企业对新品按事先拟定的价格进行试销，得到以下数据



由表中数据，求得经验回归方程为，下列说法错误的是（　　）

A．产品的销售量和单价呈负相关

B．该经验回归直线过点

C．样本点的残差为

D．当单价定为100元时，销量估计为21件

【答案】C

【解析】由线性回归方程中的回归系数，可知产品的销售量和单价呈负相关，故选项A正确；

由表中数据得，，所以该经验回归直线过点，故选项B正确；

由得，解得，所以.

当时，所以样本点的残差为，故选项C错误；

当时，所以当单价定为100元时，销量估计为21件，故选项D正确.

故选：C.

5．已知直线，圆，直线与圆交于两点，则弦长的最小值为（　　）

A．2 B． C． D．2

【答案】D

【解析】由题设即，

令得，所以直线过定点，

而即，

所以，即定点在圆内，且圆心为，半径为3，

所以定点与圆心的距离，

要使最小，即定点与圆心所在直线与垂直，此时.

故选：D.

6．已知函数，函数的图像向左平移个单位，再向上平移1个单位长度，得到函数的图像，则下列说法正确的是（　　）

A．函数图像关于对称

B．函数在上单调递增

C．函数图像在内有3个极值点

D．函数图像关于中心对称

【答案】B

【解析】，

函数的图像向左平移个单位得函数的图象，

再向上平移1个单位长度得到函数的图象，

对于A，，

所以函数图像不关于对称，故A错误；

对于B，，，由在上单调递增，

所以函数在上单调递增，故B正确；

对于C，当时，，

由或，可得或是函数的极值点，

故函数图像在内有2个极值点，

，

所以函数图像关于中心对称，故D错误.

故选：B.

7．设的外心为，若，则（　　）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】因为为的外心，

则在上的投影向量为，在上的投影向量为，

所以，，

所以，

同理根据外心的性质和数量积的几何意义得，，

由得，

即，又及正弦定理得，

所以，即，由余弦定理得.

故选：A.

8．已知定义在上的函数，若满足不等式的整数解的个数恰好为2个，则实数的取值范围是（　　）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】已知定义在上的函数，若满足不等式的整数解的个数恰好为2个，

所以定义在时，不等式的整数解的个数恰好为2个，

令，

求导得，

令，则，

令，则，

所以在上单调递增，所以，

所以在上单调递增，

而，

所以存在，使得当时，，当时，，

所以在上单调递减，在上单调递增，

因为当从0的右边趋于0时，，不满足不等式，

所以只能，解得.

故选：C.

**二、多选题**

9．已知，则（　　）

A．最小值为1 B．最小值为2

C． D．最小值为4

【答案】BD

【解析】对于A，由，得，当且仅当时取等号，A错误；

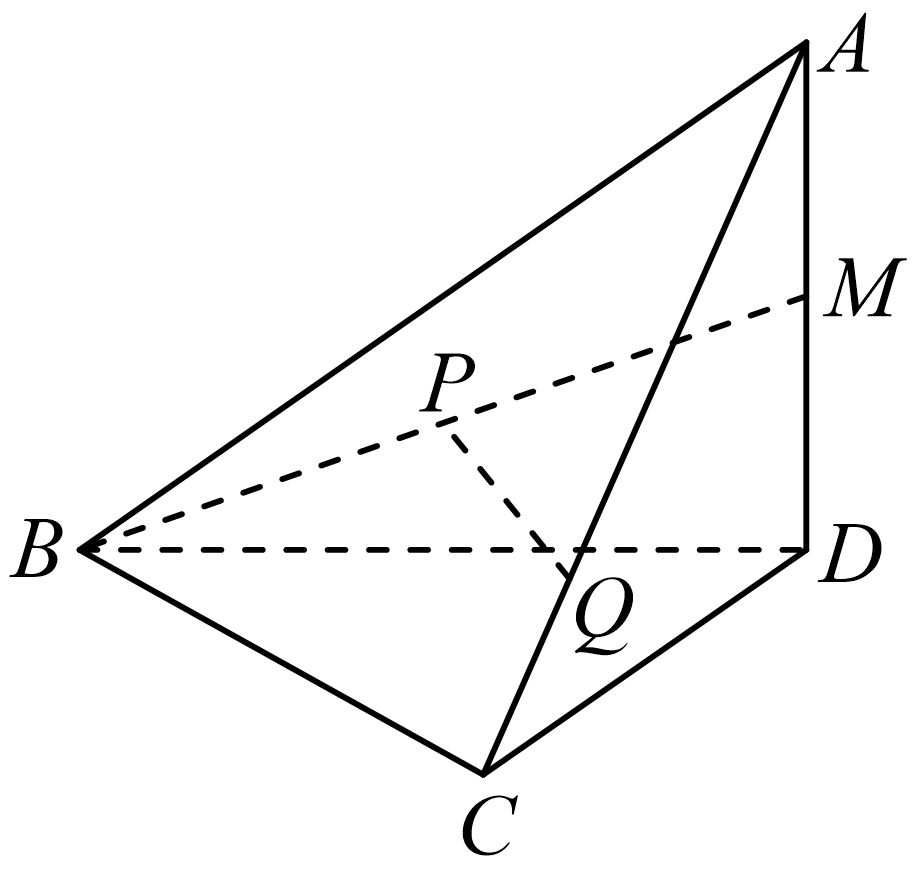
对于B，，当且仅当时取等号，B正确；

对于C，取，则，C错误；

对于D，，当且仅当时取等号，D正确.

故选：BD.

10．如图所示，在三棱锥中，平面，，是的中点，是的中点，，则下列结论正确的有（　　）



A．平面

B．存在，使得平面

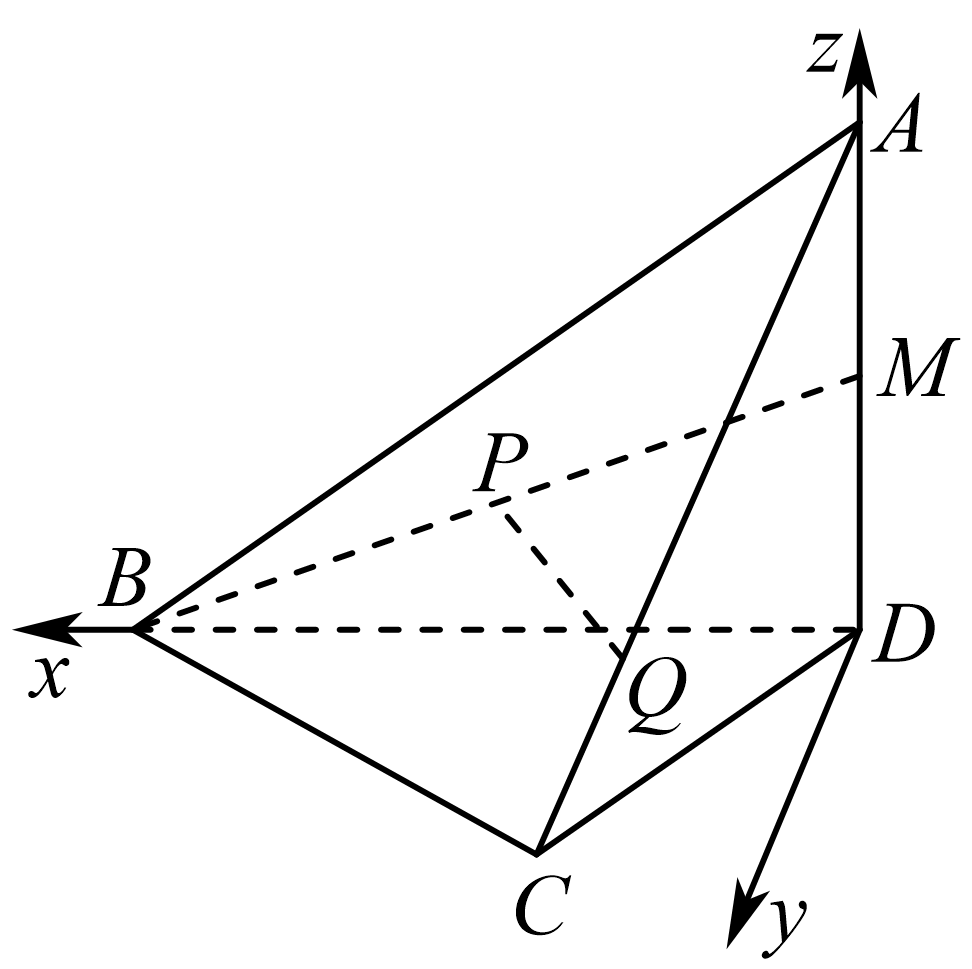
C．存在，使得平面

D．若存在，使得平面，则

【答案】ACD

【解析】在平面中，故作直线垂直于，而平面，

故可建立如图所示的空间直角坐标系，设，，



则，

设，则，，，

因为，故，故，故，

对于A，设平面的法向量为，则即，

故可取，因为，故即平面，故A正确；

对于B，若平面，则，故四点共面，

故五点共面，而平面即为平面，故在平面中，

这与题设矛盾，故B错误；

对于C，因为，所以，

所以，而，故，故，

若平面，因为平面，故，

所以即，故C正确；

对于D，平面的法向量为，若平面，

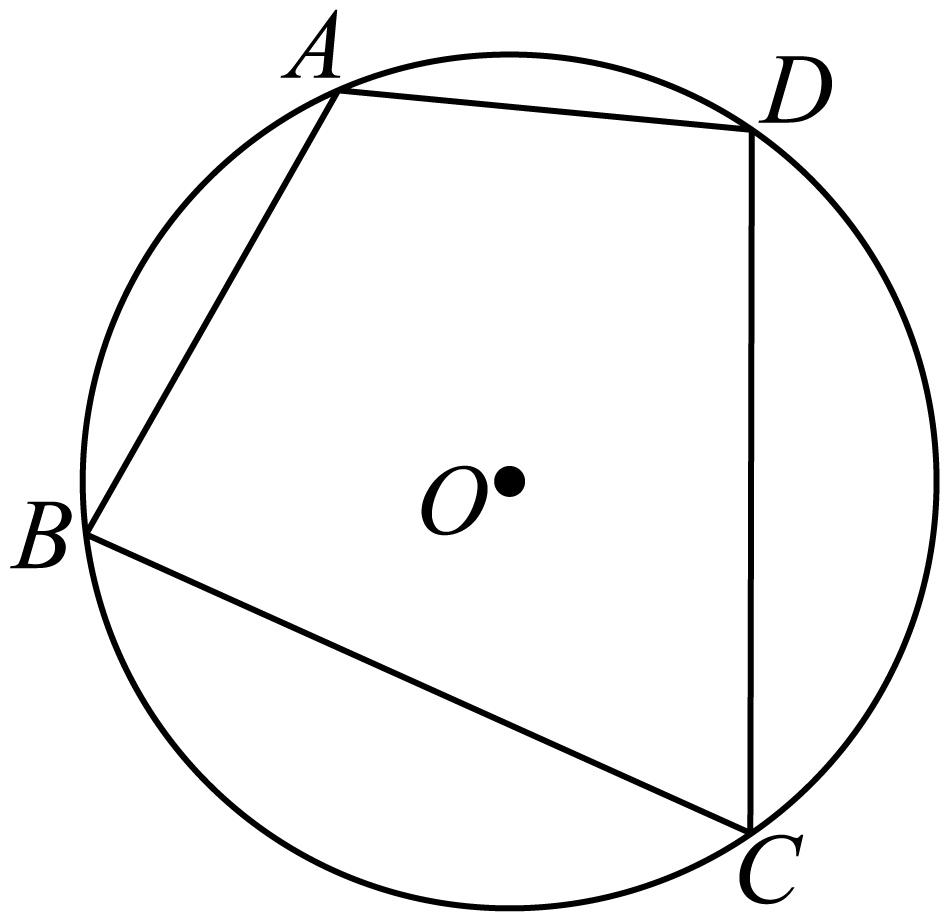
则，故即，而即，

故，故，

而，故，故D正确；

故选：ACD.

11．四边形内接于半径为的圆，如图所示，其中，，则下列结论正确的有（　　）



A． B．

C．四边形的面积为 D．

【答案】ACD

【解析】对于A，连接，在中，，，

，，解得，

，即，故A正确；

对于B，，

由正弦定理得，

该外接圆的半径为，故B错误；

对于C，，

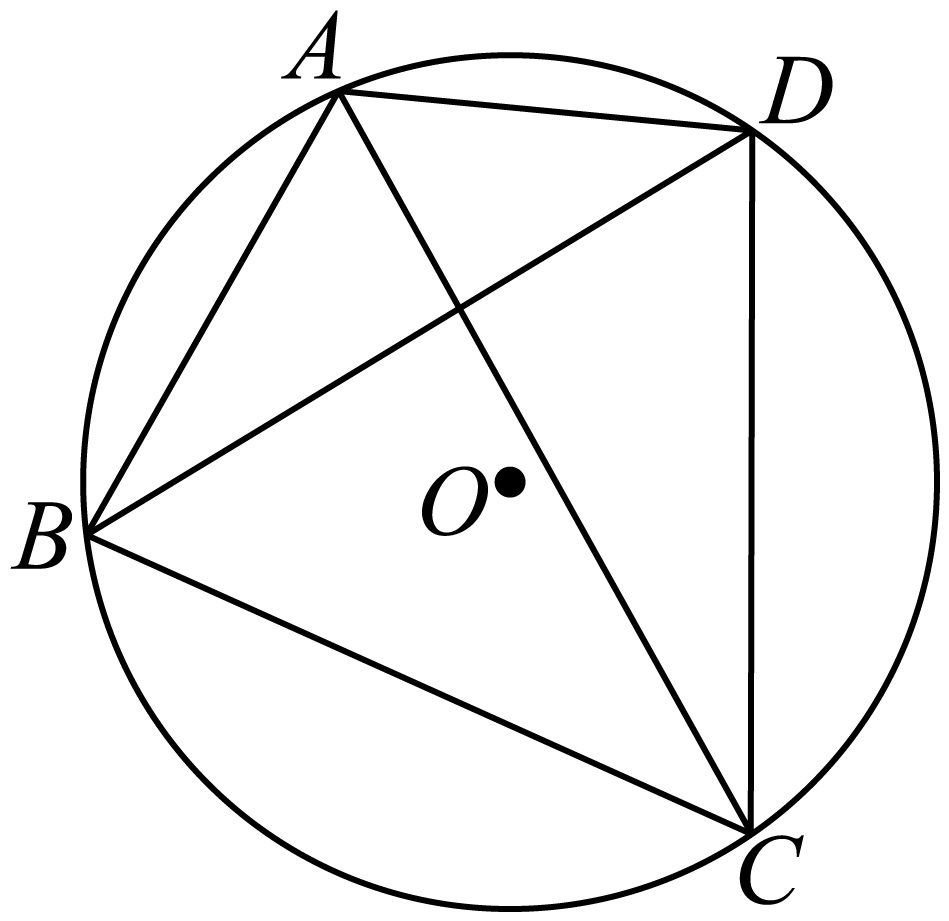
，

四边形的面积，故C正确；

对于D，连接，，，

解得，，

则，故D正确．



故选：ACD．

**三、填空题**

12．在的展开式中，的系数为 ．

【答案】8

【解析】对于，其展开式的通项为：，

易知，中不含项，

故令，则

要得到与，需要与（）中的相乘，即，

所以的系数为8.

故答案为：8

13．已知等差数列的前项和分别为，且，则 ．

【答案】

【解析】由可得，

又，

故，

故答案为：.

14．设为双曲线的左右焦点，为坐标原点，过双曲线上任一点作两条渐近线的垂线，记垂足分别为，有，且当时，的面积为12，过点的直线与双曲线的右支交于两点，设分别为内切圆的圆心，则的取值范围是 ．

【答案】

【解析】因为点*P*是双曲线上一点，所以设点，则 ,

因为双曲线*C*的渐近线方程为,

所以点*P*到两条渐近线的距离分别为:，

而 ,

因此由，得，

即，

即，解得或，

所以由得: ，

因为当时，面积为12，

所以，即，因此，

所以双曲线*C*的方程为，

因为是双曲线*C*的左、右焦点，所以，，

因为过点的直线与双曲线*C*的右支交于两点，

所以设直线的方程为：，

，

由，整理得，

依题意得，，得，

因此，

设圆*G*与三边：分别切于点：，

由于点*M*在双曲线右支上，因此， 所以点是双曲线*C*的右顶点，且轴，

同理可得：轴，

因此若圆的半径分别为，则 ，

因为，

所以，及，

而，

即，因此 ，

因为双曲线*C*的右准线为：，离心率，

所以双曲线的定义知：

，

因此

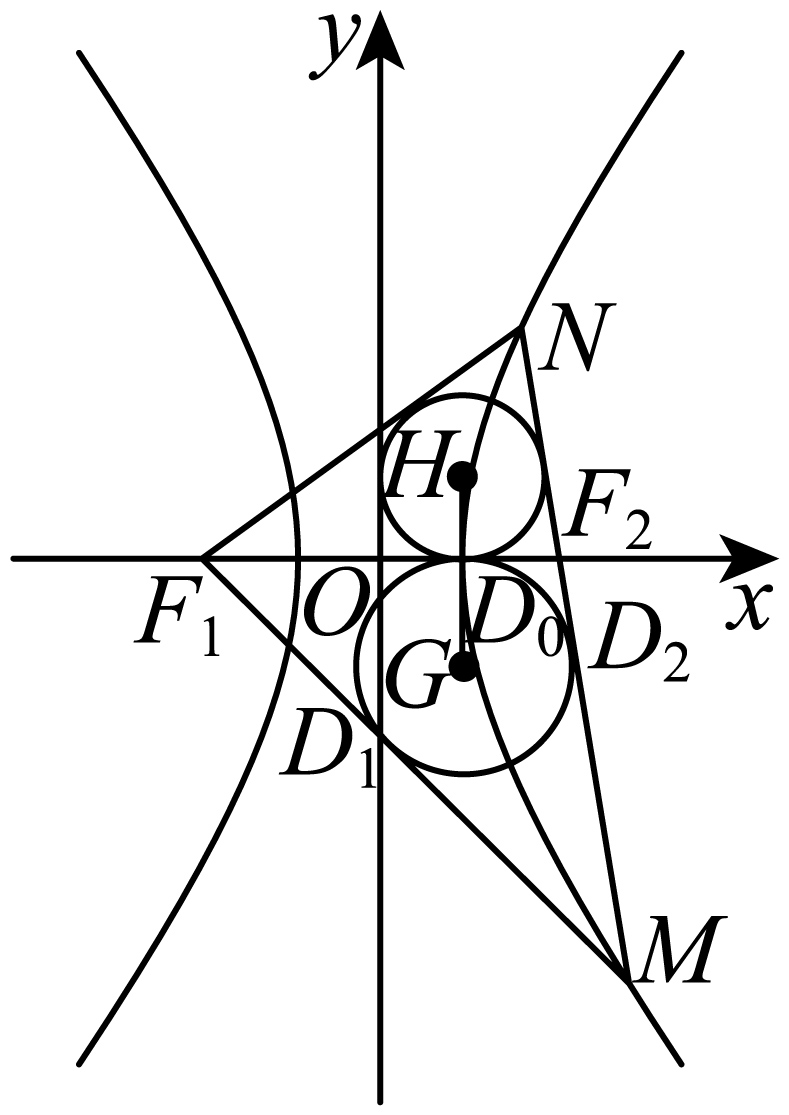
，

因为，所以，

因此，

所以的取值范围是：

故答案为：.



**四、解答题**

15．高考结束后，小明一家四口到阳新仙岛湖度假，中午在某餐厅就餐，该餐厅推出七种特色美食，其中有1种汤类，3种炒菜类，3种米面类，小明一家要点四道美食（每道不重复）．

（1）小明家点一道汤和恰好一种米面类美食的不同组合方式有多少种？

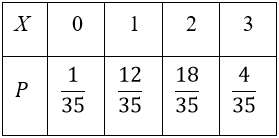
（2）用随机变量表示所选美食中米面类的数量，求的分布列和期望．

解：（1）汤有一种选择；米面类美食三种里选择一种方法数为；其他菜类3种里选择2种方法数为；

不同组合共计（种）

（2）的可能取值有0、1、2、3；

分布列为：



所以.

16．记为数列的前项和，已知．

（1）求；

（2）设，求数列的前项和．

解：（1）令时，，即得，

时，①，②，

由①-②得，，

又由，

又，

所以数列是以4为首项，公比为4的等比数列，

所以.

（2）因为．

所以

．

17．在平面四边形中，，将沿边翻折至，得到三棱锥．

（1）当二面角的大小为时，求三棱锥的体积；

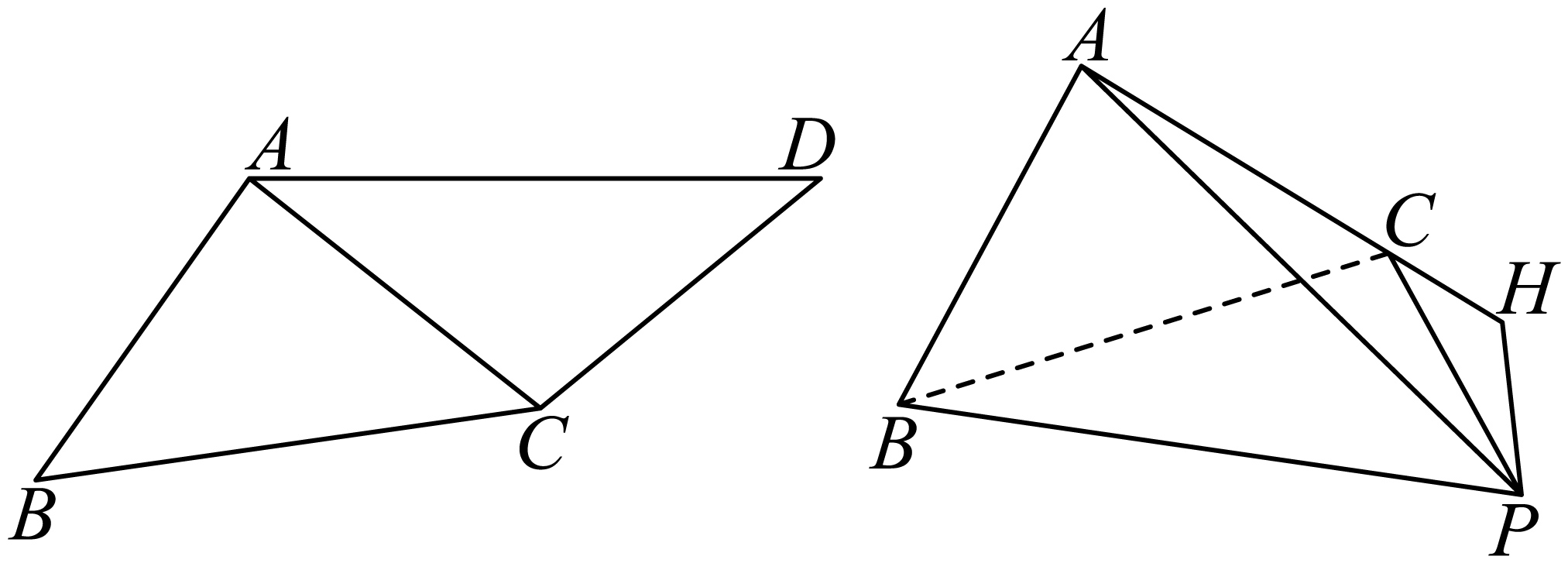
（2）当时，求二面角的余弦值．

解：（1），则，

.

，

过点作延长线的垂线，交于点，则,



．

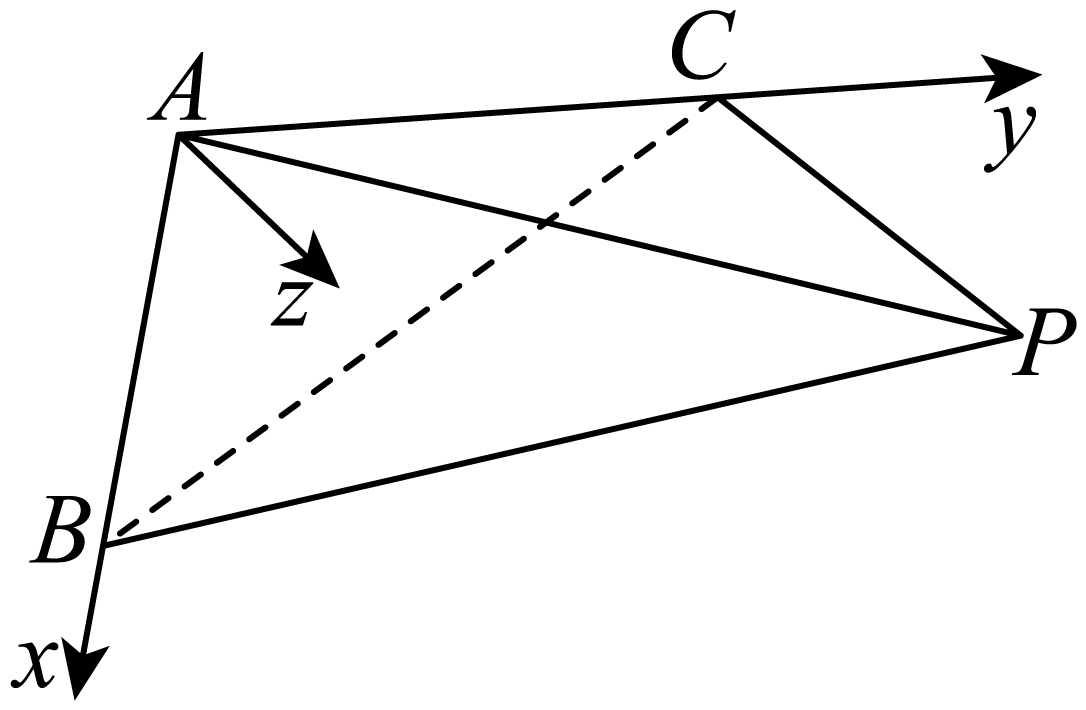
因为二面角等于，所以点到平面的距离为，

所以三棱锥体积为.

（2）由于，故，则

又，故平面．

以为原点，建立空间直角坐标系如图：



．

对于平面，，设其法向量为，

则，令得．

对于平面，，设其法向量为

则令得．

结合图形可知该二面角为锐角，

．

18．已知．

（1）若时，求在上的最大值和最小值；

（2）若恒成立，求的取值范围；

（3）设，证明：．

（1）解：因为，

当时，令，

因为函数定义域为，所以；

当时，单调递增，

当时，单调递减，

所以为的一个极大值点，也为最大值点，

所以

而，

又因为，

又因为，

所以，

所以.

（2）解：若时，因为，不满足题目要求，

若时，，

当时，单调递增，

当时，单调递减，

所以为的一个极大值点，也为最大值点，

所以即可，

令，

因为单调递减，且，

所以.

（3）证明：由（2）知，当时，恒成立，

即，等号成立当且仅当时取得．

所以.

令，代入化简即得，

又因为时，．

即得，

累加即得．

19．已知椭圆，左右焦点分别为，左右顶点为，离心率为，点在椭圆上．

（1）求椭圆的标准方程；

（2）若直线与椭圆交于两点，直线𝑙不过原点、椭圆顶点且不垂直于*x*轴．

（i）设直线和的斜率分别为，用表示；

（ii）设点关于原点的对称点为点，直线与直线交于点，直线与直线交于点，其中为坐标原点，证明：点在一条定直线上．

（1）解：由椭圆的离心率为，得，解得，

由椭圆过点，得，解得，，

所以椭圆的方程为.

（2）（i）解：由消去得，

设点，

则，而，依题意，

所以.

（ii）证明：法一：设，由点关于原点的对称点为点，为中点，得，

直线的斜率，，，

由（i）得，解得，则直线方程为：，

由，消去得，而不恒为0，解得，

所以点在定直线上.

法二：由（i）得，

设，由点关于原点的对称点为点，得，

由三点共线，得，由三点共线，得，

则，

解得，因此直线方程为：，

由，消去得，而不恒为0，解得，

所以点在定直线上.

