9月新起点

编号：2 永年二中高三上学期数学试题摸底考

**一、单选题**

1．若复数满足，则的虚部是（    ）

A． B． C．1 D．3

【答案】D

【解析】因为，

代入原式得：，

所以复数标准形式中，虚部为3.

故选：D.

2．设集合，则的真子集的个数是（    ）

A．8 B．7 C．4 D．3

【答案】D

【解析】，因为集合中有个元素，所以真子集个数为.

故选：D.

3．已知双曲线，则的右焦点到其渐近线的距离为（    ）

A．2 B．6 C． D．

【答案】B

【解析】因为，所以，

可得右焦点坐标为，其中一条渐近线方程为，

右焦点到其渐近线的距离为.

故选：B.

4．记为等差数列的前项和，若，，则（    ）

A．-4 B．-16 C．-32 D．-64

【答案】D

【解析】设等差数列的首项为，公差为，则，解得：，所以，

故选：D.

5．高三（1）班班主任从4名男同学和2名女同学中随机选出3人去参加志愿服务活动，则选出的3人中至少有2名男生的概率为（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】从6名学生中任选3人，有种方法，其中最多有1名男生的情况有种，

所以所求概率为.

故选：C.

6．已知样本数据15，28，30，32，37，39，41，43，则这组样本数据的上四分位数是（    ）

A．42 B．40 C．31 D．29

【答案】B

【解析】，所以这组数据的上四分位数是.

故选：B.

7．已知函数，则满足不等式的实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】设，的定义域为，关于原点对称，

，所以是奇函数，

，所以在上单调递减，

由得，

即，，

因为在上单调递减，所以，解得，

故选：C.

8．已知的内角，，满足，其面积，则的外接圆半径为（    ）

A．2 B． C．4 D．

【答案】A

【解析】，

即，

即，

又，故，，

所以，

所以，

，.

因为，

又因为，

，

所以，

所以，解得.

故选：A.

**二、多选题**

9．设，，下列不等式恒成立的是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】ABC

【解析】对于A，因为，所以，故A正确；

对于B，，，所以，

当且仅当即时等号成立，故B正确；

对于C，，，所以，

当且仅当即时等号成立，故C正确；

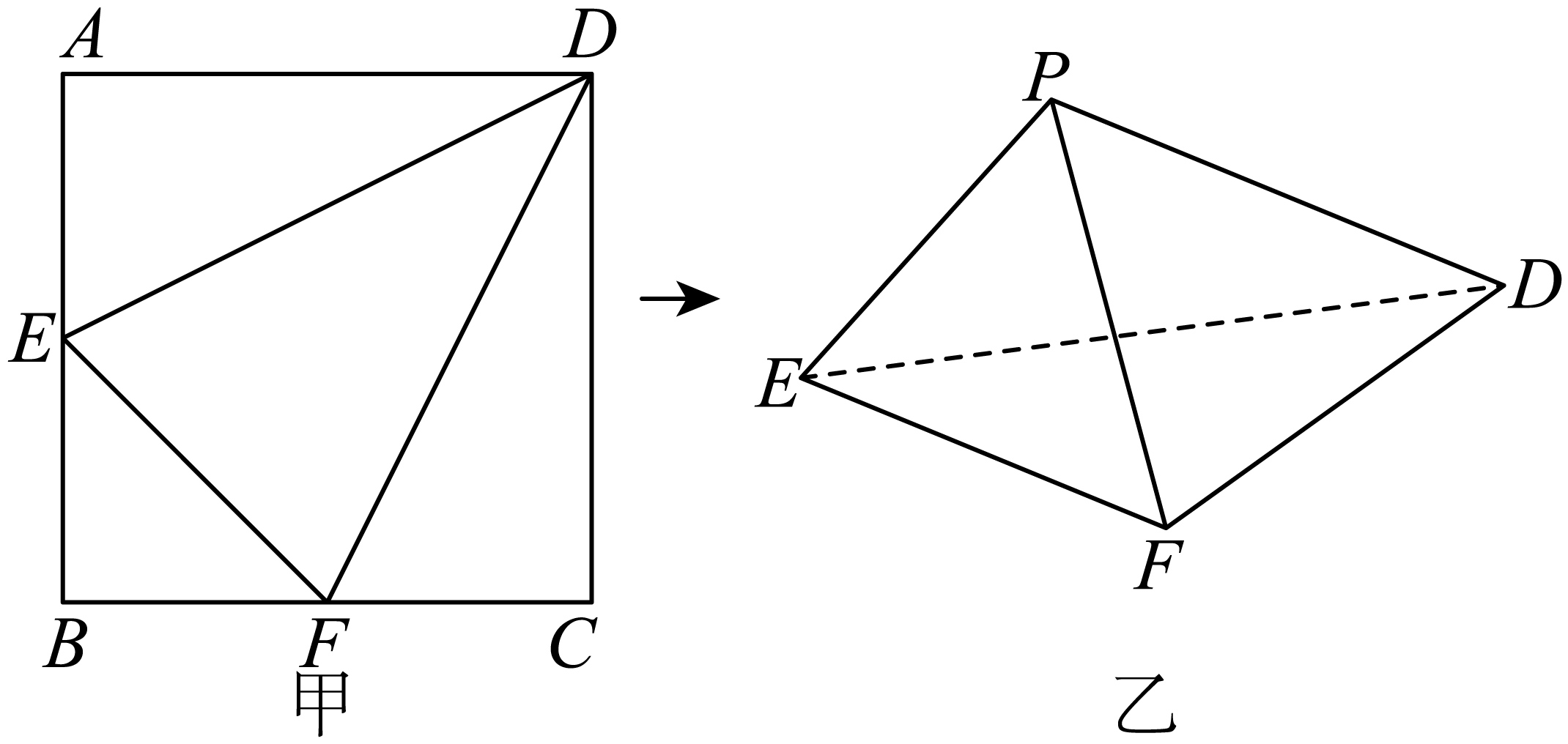
对于D，，，

，

所以，故D错误.

故选：ABC.

10．如图甲，边长为2的正方形中，，分别是，的中点，将，，分别沿，，折起，使，，三点重合于点（如图乙），则下列结论正确的是（    ）



A．

B．平面平面

C．平面与平面夹角的余弦值为

D．三棱锥的外接球半径是

【答案】ABD

【解析】折叠前：，，；

折叠后：，，三点重合于点，故，，，

又，分别是，的中点，边长为2，故，.

选项A：因为，，平面，

所以平面，又因为平面，

所以，故A对.

选项B：因为，，平面，

所以平面；又平面，故平面平面，故B对.

选项C：以为原点，为轴，为轴，为轴，建立空间直角坐标系，则

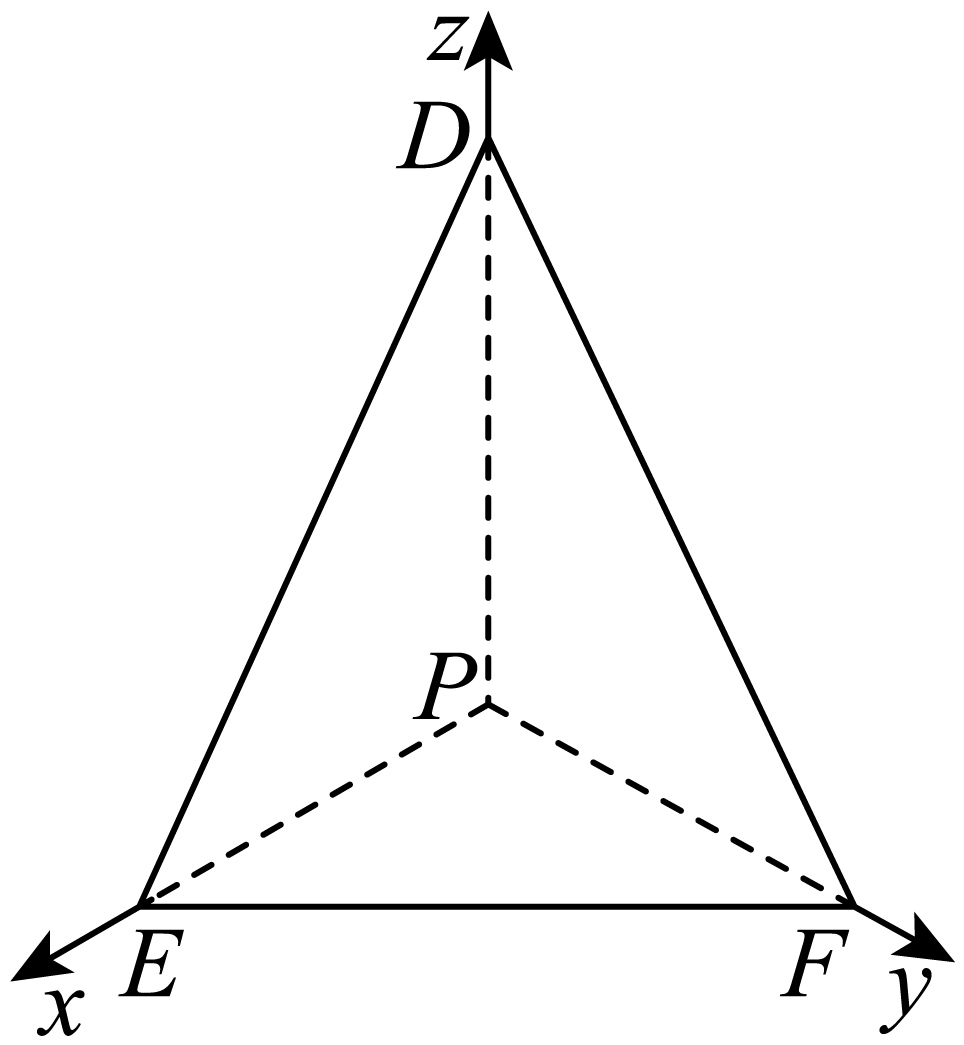
，，.

，，设平面的法向量为，

则，令，得.

平面是平面，其法向量为.

所以二面角的余弦值：，故C错.



选项D：因为，，，所以三棱锥的外接球等价于以为棱的长方体的外接球.

长方体的对角线长，

故外接球半径，故D对.

故选：ABD.

11．数学中有很多形状优美、寓意美好的曲线，曲线就是其中之一，给出下列四个结论，其中正确的选项是（    ）

A．曲线关于轴对称

B．曲线恰好经过6个整点（即横、纵坐标均为整数的点）

C．曲线所围成的区域的面积小于3

D．曲线上任意一点到原点的距离最小值为

【答案】ABD

【解析】对于A,用代替，可得曲线不变，则曲线关于轴对称，故A正确；

对于B，当时，方程变形为，则，

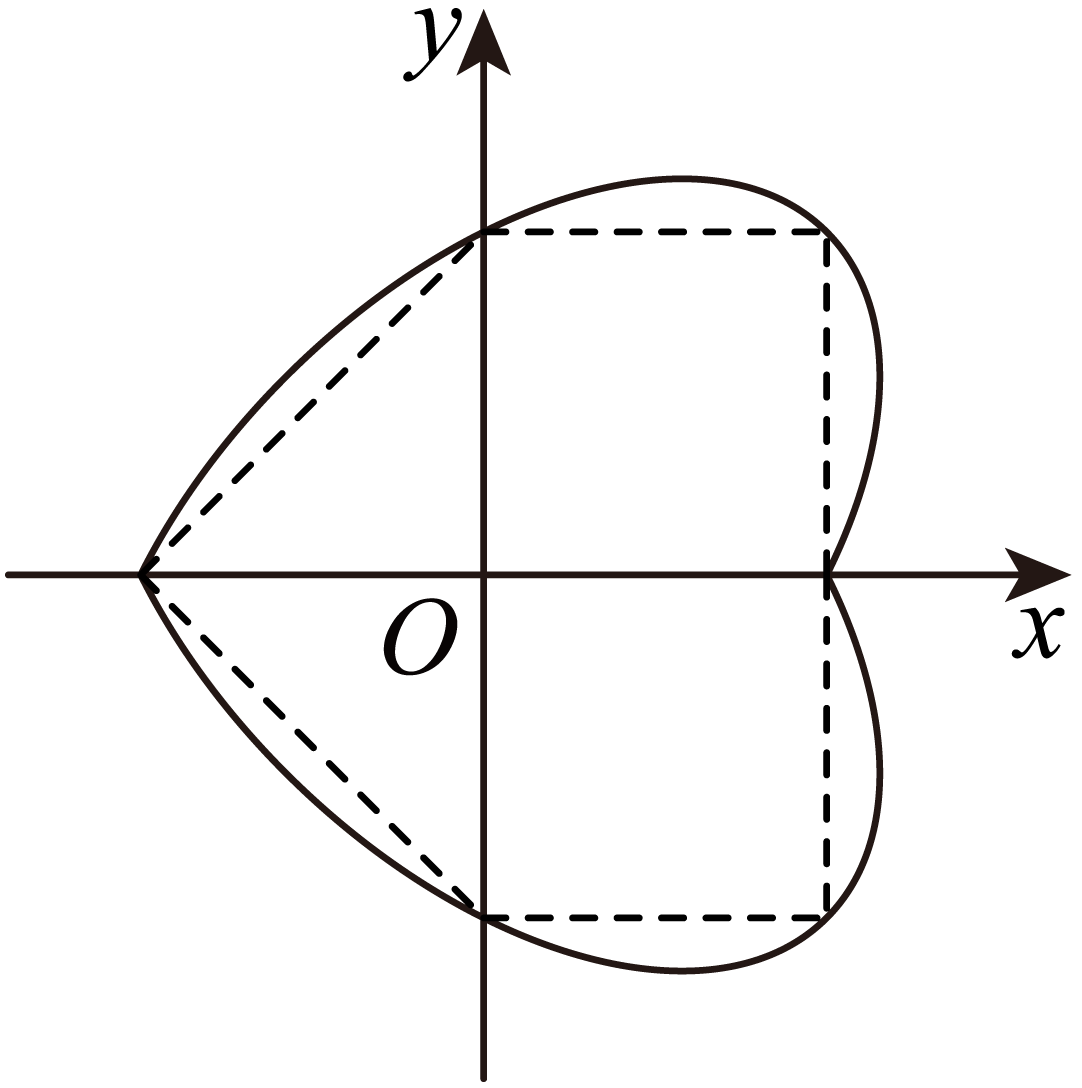
因为为整数，所以只能为0，，只能为0，1，

当时，解得，当时，解得，

当时，解得：或，当时，解得或

所以当，对应的点为，，，

因为曲线关于轴对称，所以当时，对应的点有，，



所以曲线恰好经过6个整点（即横、纵坐标均为整数的点），故B正确，

对于C，由B选项可得曲线恰好经过6个整点，分别为，，，，，

结合图形可知这6个点围成的面积，

因为曲线围成的图形在这6个点围成图形的外围，所以曲线所围成的区域的面积大于3，故C不正确；

对于D，当时，方程变形为，即，

令，，即，

设曲线上任意一点为，则到原点的距离

，（其中），

所以当时，，

因为曲线关于轴对称，则当时，也成立，故D正确；

故选：ABD.

**三、填空题**

12．若圆台的上下底面半径分别为1，2，母线长为，则该圆台的体积为 ．

【答案】

【解析】由题意圆台的高为，

体积为．

故答案为：．

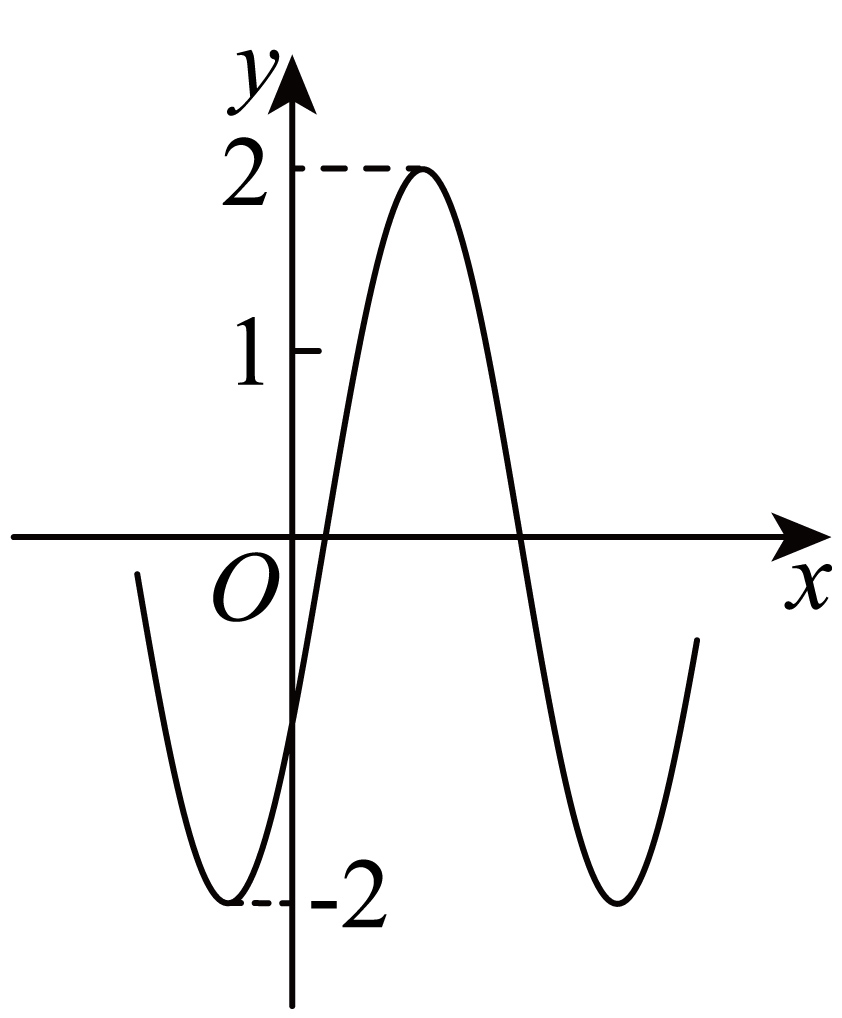
13．将函数的图象向右平移个单位长度得到函数的图象，若在区间上的最大值为1，则 .

【答案】

【解析】将函数的图象向右平移个单位长度得到函数的图象，

则，

当时，，

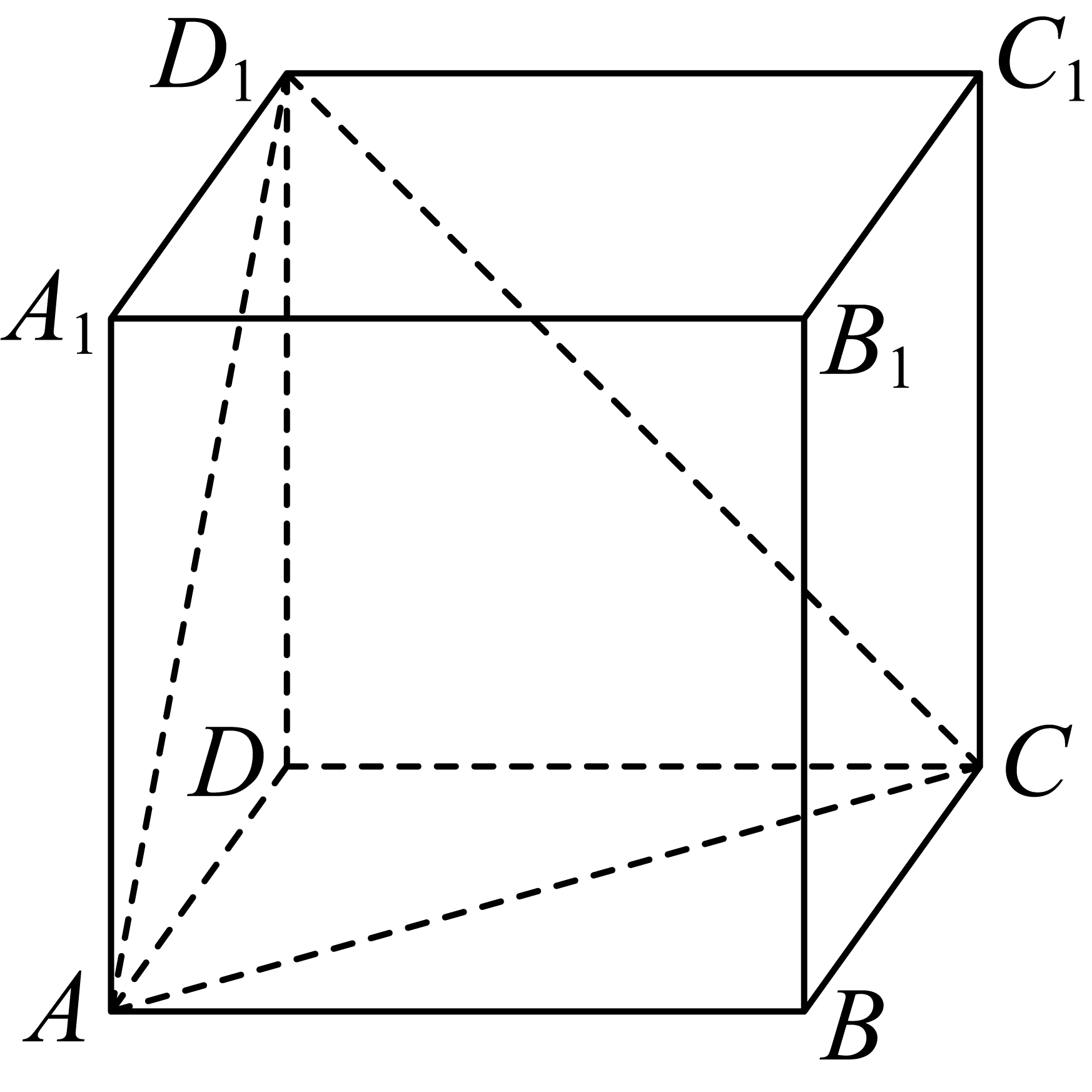


由于在区间上的最大值为1，则在区间上单调递增，即，

所以，解得：.

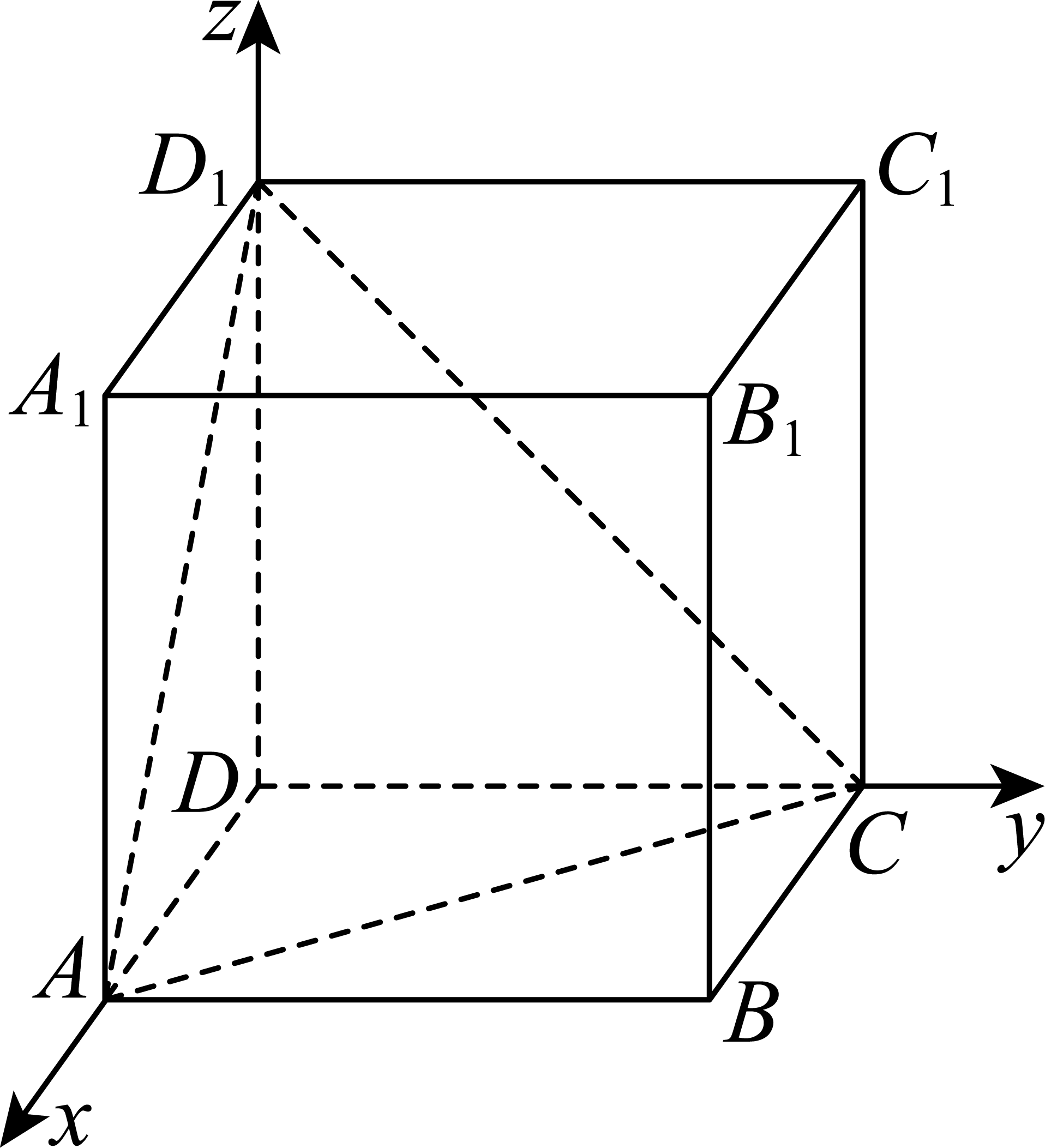
故答案为：.

14．已知正方体的棱长为1，正方形内部有一片区域，是的中点，是的中点，若对于区域内的任意一点，总存在线段上一点，使得平面，则区域的面积最大值是 .



【答案】

【解析】以*D*为顶点，*DA*、*DC*、分别为*x*、*y*、*z*轴建立空间直角坐标系，如图，



,

线段*EF*满足，

设，，，

设平面的法向量为，

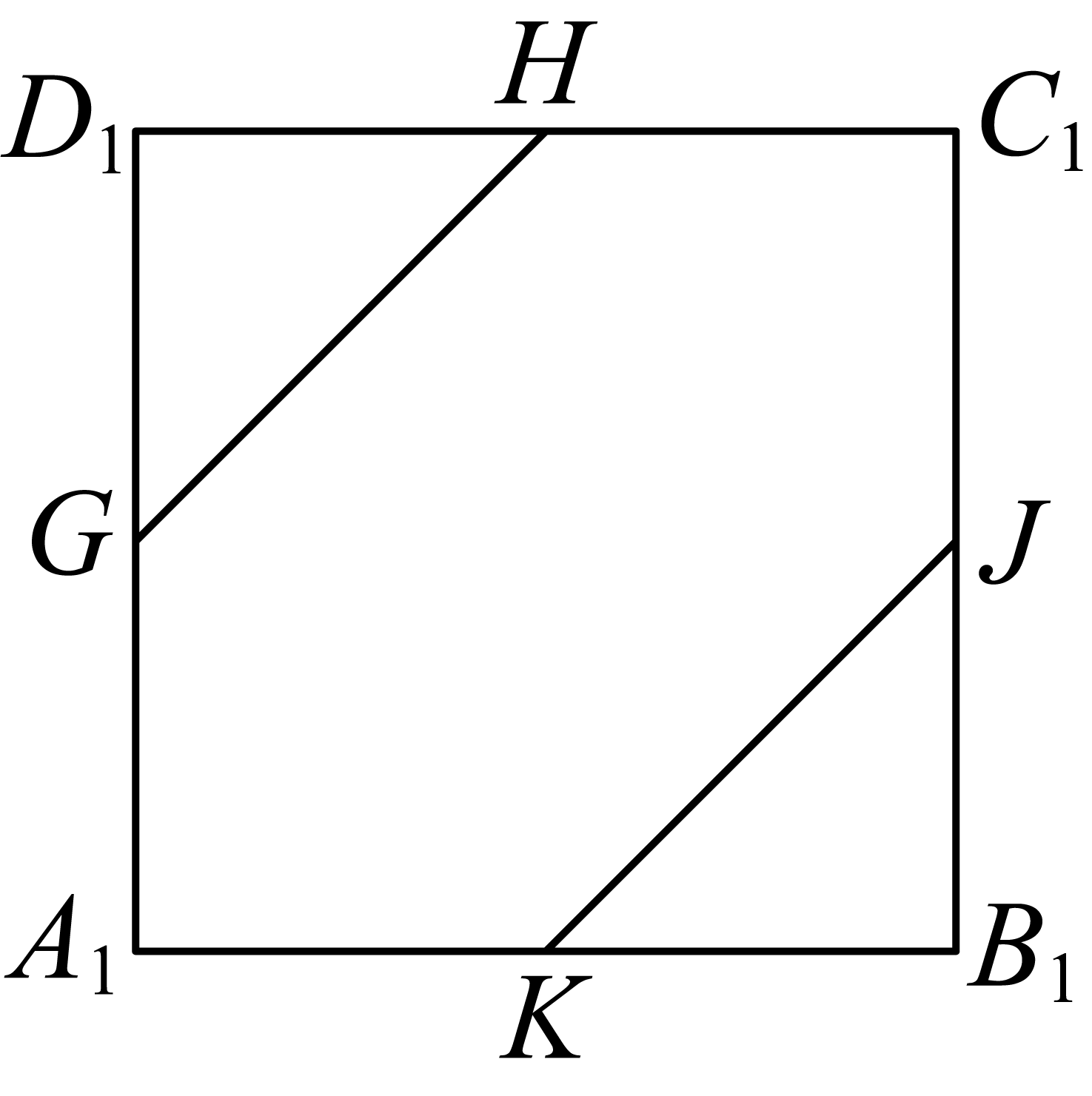
，，

，令得，则，

因为平面，

所以，，

因为点*Q*在线段*EF*上，所以，，所表示的范围为多边形，其中，面积为，



所以区域的面积最大值是.

故答案为：.

**四、解答题**

15．在中，角，，的对边分别是，，，且.

（1）求角的大小；

（2）若，且，求的面积.

解：（1）由，

根据正弦定理可得，

即，

即，，

所以，又，则.

（2）由，可得，，

因为，所以①，

因为，所以②，

联立①②可得，解得.

故的面积为.

16．甲、乙两选手进行的每一场体育竞技比赛，都采用局胜制的比赛规则，即先赢下局比赛者最终获胜.已知每局比赛甲获胜的概率为，乙获胜的概率为，比赛结束时，甲最终获胜的概率为.

（1）若，，设比赛结束时比赛的局数为，求的分布列与数学期望；

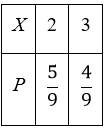
（2）若采用5局3胜制比采用3局2胜制对甲更有利，即，求的取值范围.

解；（1）若，，则比赛为3局2胜制，每局比赛甲获胜的概率为，

*X*的可能取值为2,3，

，，

的分布列如下：



.

（2），

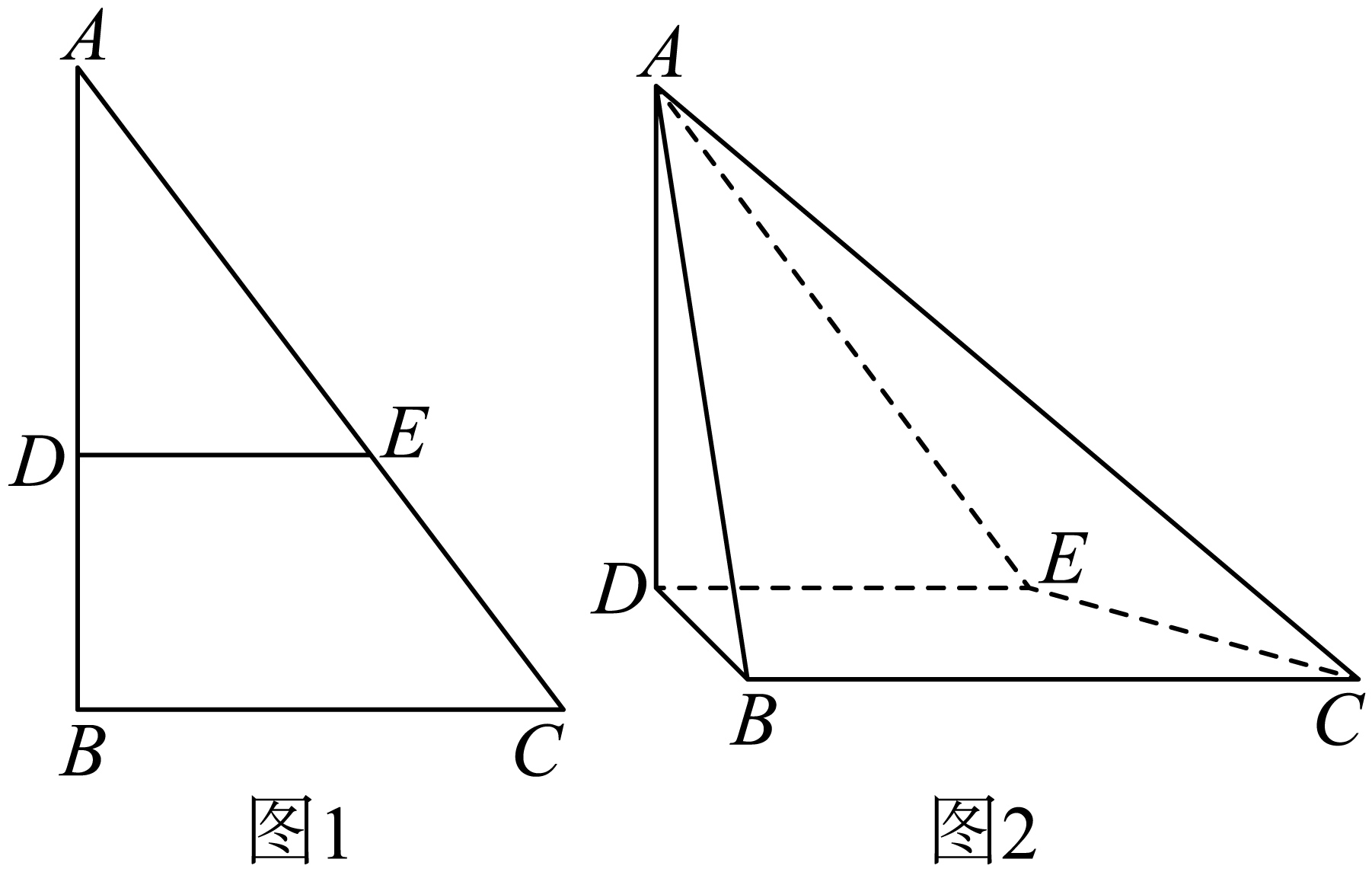
，

因为，所以，

即，解得，

所以.

17．如图1，在中，，、两点分别在、上，使.现将沿折起得到四棱锥，在图2中.



（1）求证：平面；

（2）求平面与平面所成角的余弦值.

（1）证明：在图1的中，，

所以，，且，，

因为，所以，，则，，

在中，，，，则，

在图2的中，，，，

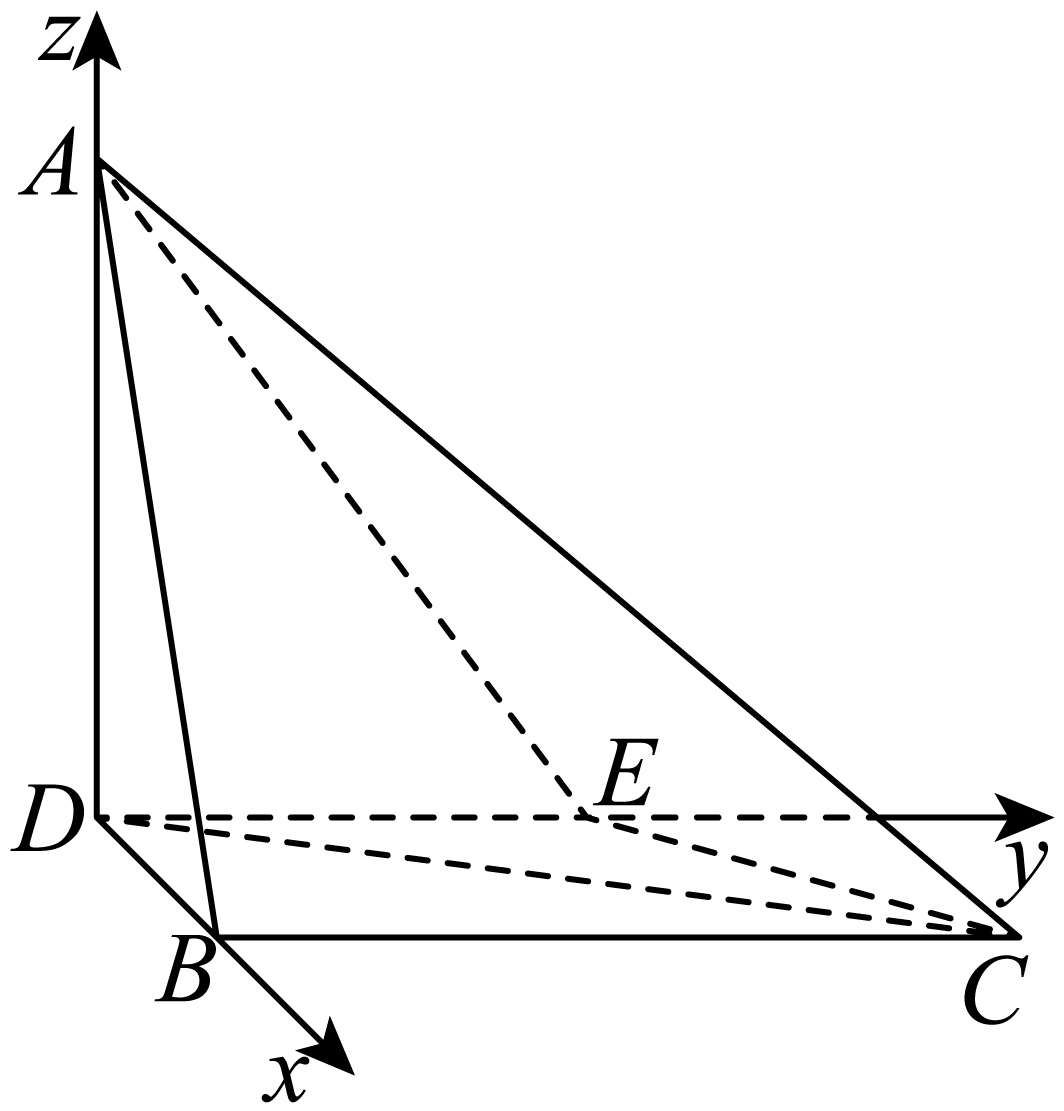
满足，所以，

因为，，，、平面，

所以平面.

（2）解：因为平面，，

以点为原点，、、的方向分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，



则、、，，，

设平面一个的法向量，则，

取，可得，

设平面的一个法向量为，，，

则，取，则，

设平面与平面所成角为，

则，

因此，平面与平面所成角的余弦值为.

18．已知点是圆上的任意一点，点，线段的垂直平分线交于点.

（1）求动点的轨迹的方程；

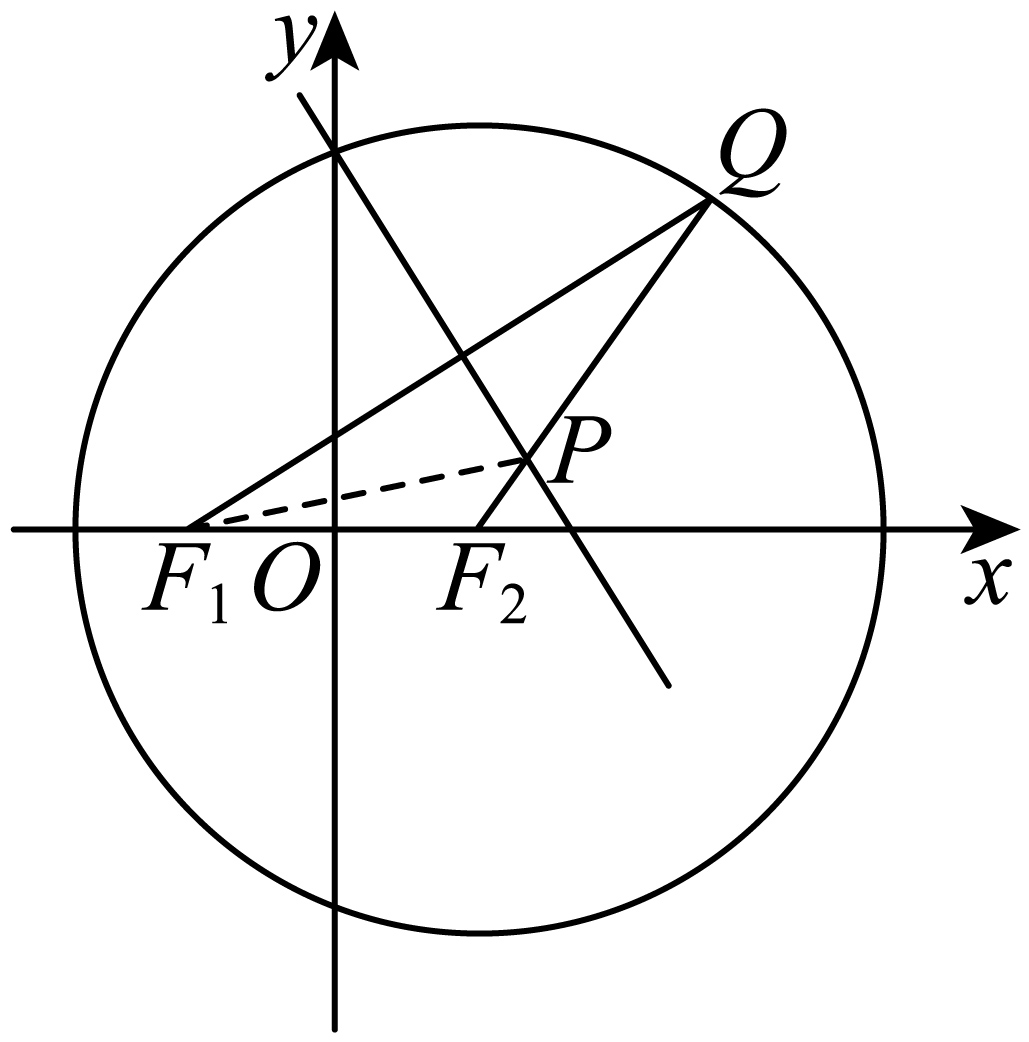
（2）分别过，作平行直线，，若直线与交于，两点，直线与交于，两点，其中点，在轴上方.

（ⅰ）若，求的值；

（ⅱ）求四边形的面积的取值范围.

解：（1）圆，则圆心，，

因为线段的垂直平分线交于点，



所以，

由于，所以，又，

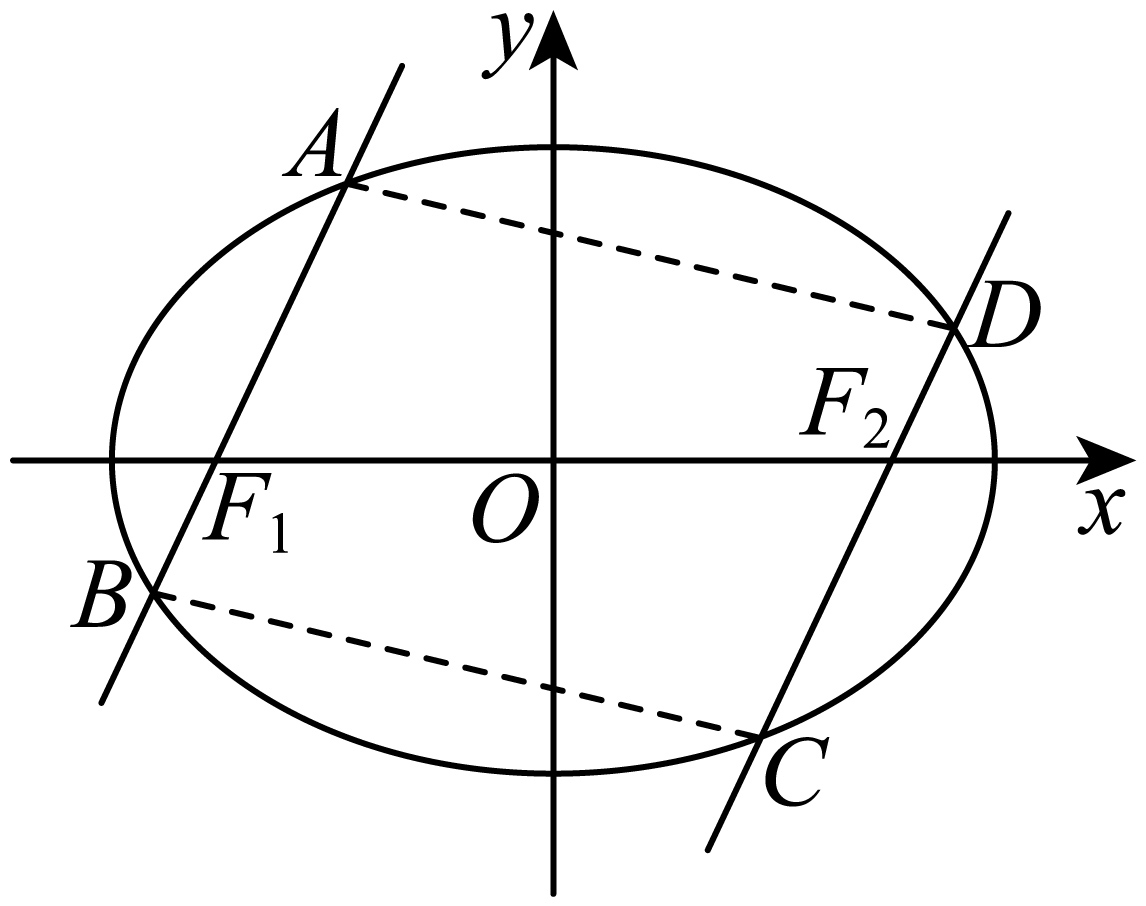
根据椭圆的定义可知，动点的轨迹是以，为焦点的椭圆，其中，，

所以，

则动点的轨迹的方程为：.

（2）由题可得直线，的斜率不为0，

设直线的方程为：，直线的方程为：，，



（ⅰ）因为，所以，

联立，可得：，解得：或，

因为点在轴上方.，所以，即，

所以

联立，可得：，解得：或，

因为点，在轴上方.，所以，即，

所以，

所以.

（ⅱ）联立，可得：，

所以， ，

则，

联立，可得：，

所以， ，

则.

所以，且，则四边形为平行四边形，为对角线的交点，

根据对称性可知，四边形的面积四边形的面积的一半，

四边形的高，

所以，

，

因为，所以，当且仅当时取等号，

所以，

所以四边形的面积的取值范围为：.

19．已知函数.

（1）当时，求函数在的最小值；

（2）当时，求函数在的最大值；

（3）求证：对，都有.

（1）解：由题可得，因为，所以，

当时，，所以函数在上单调递增，，

当时，令，即，

因为在上单调递减，所以存在唯一的，使得，

当时，，所以在上单调递增，

当时，，所以在上单调递减，

由于，，

当，即时，，

当，即时，，

综上，当时，，

当时，，

当时，

（2）解：由题可得，因为时，，

当，，等号仅在某些特殊值时取得，所以在上单调递减，

所以

（3）证明：由（2）知，当，时，，即，

令，则

有，

令，①

，②

①②可得：，

化简得：，

所以，

当或2时，，

则成立

当时，，

则成立；

当时，，

所以，

综上：对，都有，得证.