编号：3 永年二中高三上学期数学试题

**一、单选题**

1．已知全集，集合，，是全集的三个子集，定义：表示集合中元素的个数，若，，则所有的有序子集列有（    ）

A．360个 B．640个 C．960个 D．1920个

【答案】C

【解析】由，得从全集中选择3个元素分别作为中的元素，不同方法种数是，

余下的两个元素中的每一个元素只能是属于中的一个或都不属于这3个集合，

因此余下的两个元素中的每一个元素都有4种不同的选择方法，

所以所有的有序子集列有个.

故选：C.

2．已知复数，则（   ）

A． B． C．8 D．10

【答案】B

【解析】由题意可得.

故选：B.

3．已知三棱柱的体积为12，则三棱锥的体积为（    ）

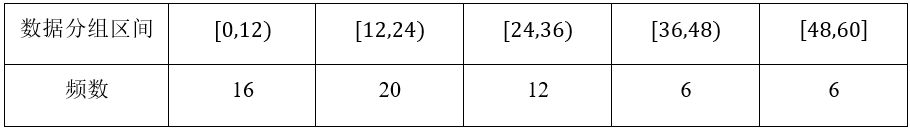
A．3 B．4 C．6 D．8

【答案】B

【解析】三棱锥与三棱柱等底等高，则三棱锥的体积是三棱柱体积的，即三棱锥的体积为4.

故选：B

4．设一组样本的容量为60，经过数据整理，得出了如下所示的频数分布表，则该组样本的第75百分位数为（ ）



A．31 B．32 C．33 D．34

【答案】C

【解析】因为，，，

故第75百分位数必在内，

设第75百分位数为，则有，解得.

故选：C.

5．等差数列前*n*项和为，，则（   ）

A．32 B．42 C．52 D．62

【答案】C

【解析】由等差数列得：，

，即，

；

故选：C．

6．函数*f*(*x*)＝tan *ωx*(*ω*>0)的图象的相邻两支截直线*y*＝2所得线段长为，则的值是（    ）

A． B．

C．1 D．

【答案】D

【解析】由题意可知该函数的周期为，所以，

*f*(*x*)＝tan 2*x*，所以

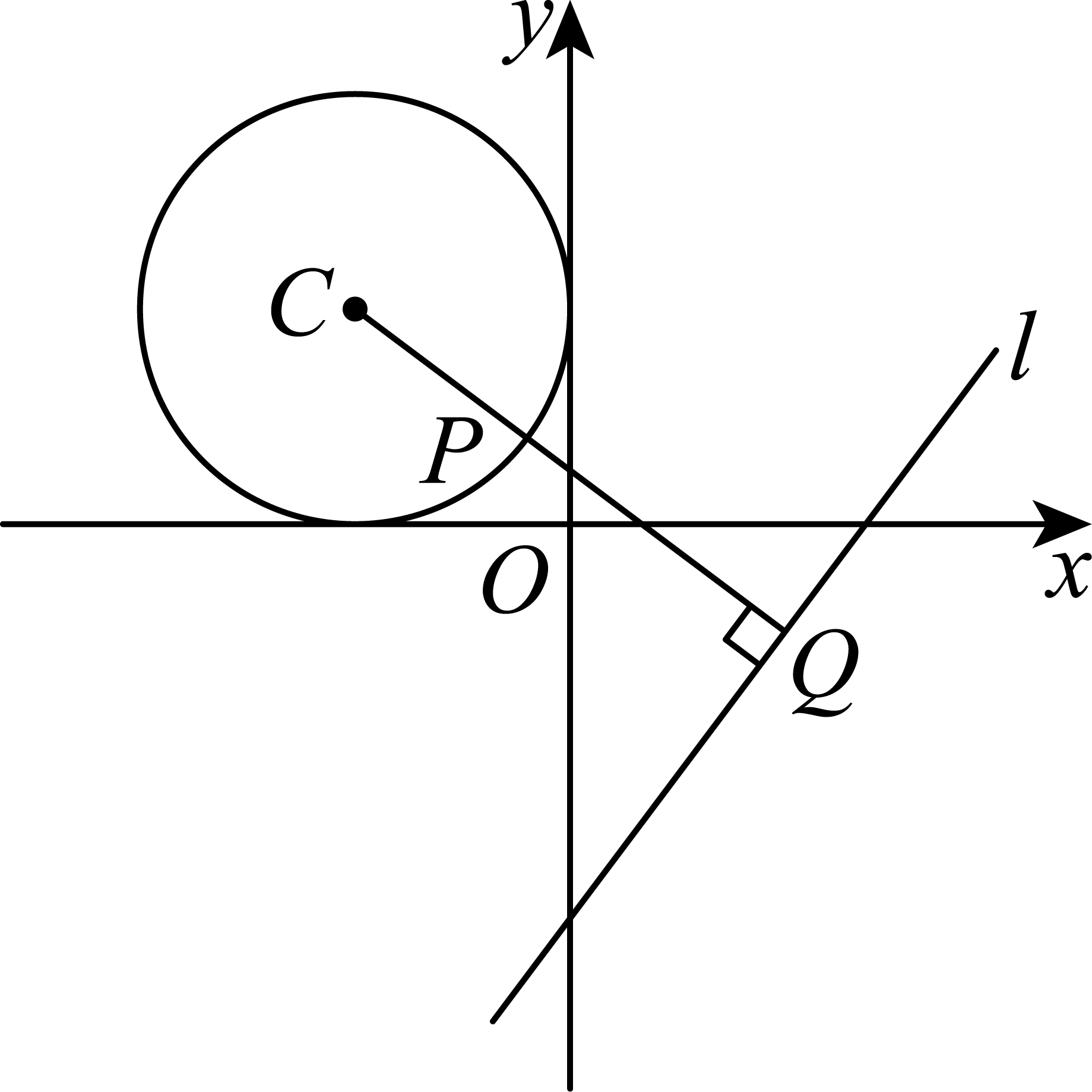
故选：D.

7．设分别是直线和圆上的动点，则的最小值是（   ）

A．1 B．3 C．5 D．7

【答案】B

【解析】圆方程可化为：，故圆心，半径，



∴圆心到直线的距离，

∴的最小值为.

故选：B.

8．函数及其导函数的定义域均为．若，，则不等式的解集为（   ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】令，则，

，，即在上单调递减，

又，则不等式等价于，

，即，

，解得.

所以不等式的解集为.

故选：C.

**二、多选题**

9．下列关于向量的说法正确的是（    ）

A．若，，则

B．若动点*P*满足，则点*P*为的重心

C．若且，则

D．若非零向量，满足，则

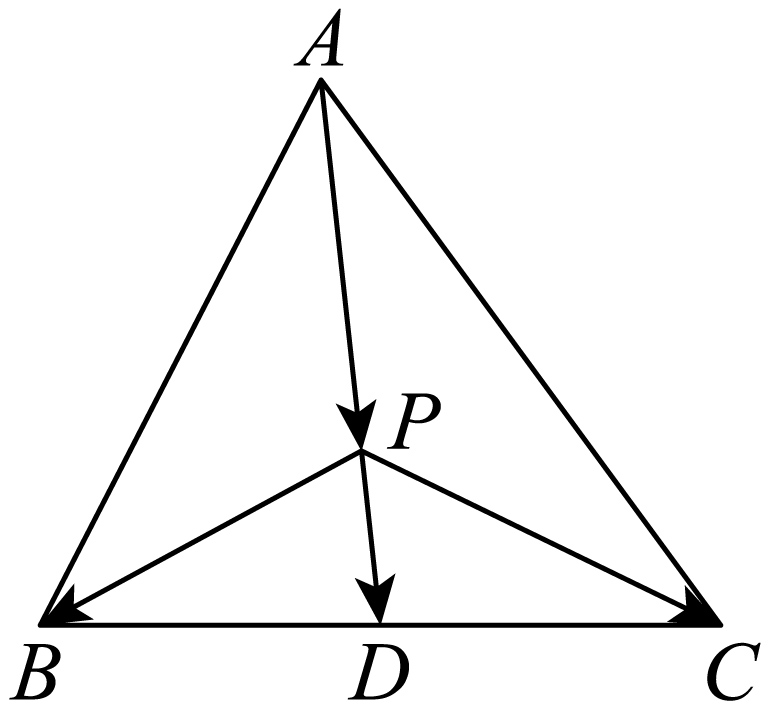
【答案】BD

【解析】对于A，因为零向量与任何向量平行，当时，不满足题意；故错误；

对于B，因为，

所以，即，

取中点，连接，



则，

所以，

所以点*P*为的重心，故正确；

对于C，因为且，

所以，

所以或，即，

所以或，故C错误；

对于D，因为非零向量，满足，

所以，，

所以，

所以，故D正确.

故选：BD.

10．已知抛物线的焦点为，准线为，过点作斜率为的直线与相交于两点，为弦的中点，于点，为与的交点，则（   ）

A．

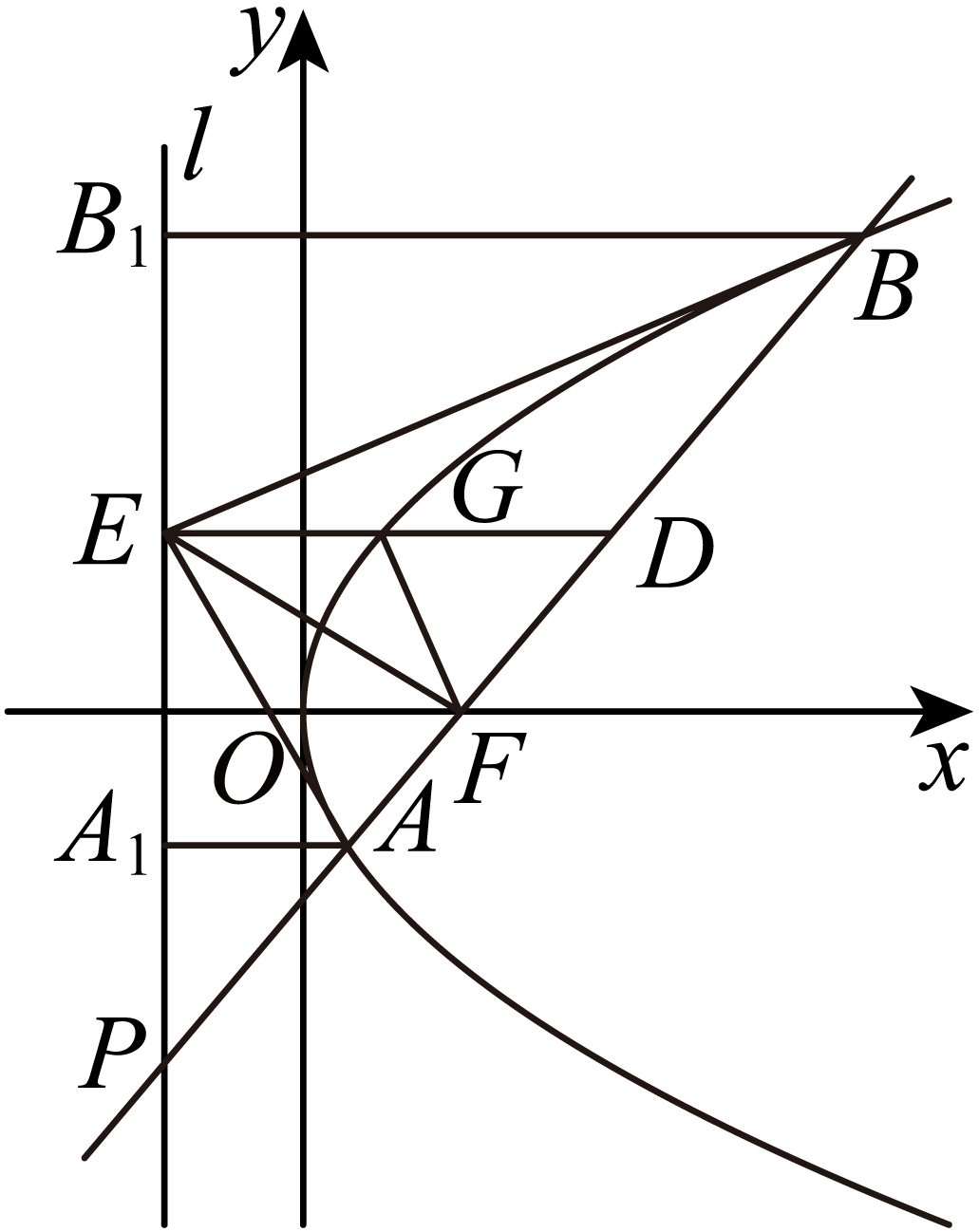
B．

C．

D．若，且，则的取值范围为

【答案】ABD

【解析】如图，作于点于点．



对于A，由抛物线的定义得，，所以，

所以是以为斜边的直角三角形，即，故A正确；

对于B，由，，得，所以，

因为，所以，又，

所以，所以，所以，故B正确；

对于C，在中，由，可知，所以，

所以，所以，故C错误；

对于D，设直线交准线于点，直线的倾斜角为，，

则，则，由，可得，

所以，因为是关于的减函数，

又，所以，所以，

又．所以的取值范围是，故D正确．

故选：ABD．

11．在中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，则下列说法正确的是（   ）

A．若，则

B．若，则

C．若，则是直角三角形

D．若为锐角三角形，则

【答案】BCD

【解析】对于A：若，

则可得或或，即或或，故A错误；

对于B：若，则由正弦定理可得，则，

所以，即，故B正确；

对于C：若，由余弦定理可得，

即，

所以，

即，

所以，

所以，

所以，即，所以是直角三角形，故C正确；

对于D：因为为锐角三角形，所以，所以，

所以，同理可得，，

所以，

则

，

即，故D正确.

故选：BCD.

**三、填空题**

12．过直线与的交点，且垂直于直线的直线方程是 ．

【答案】

【解析】过直线与的交点，

故，解得，故交点坐标为；

故过点且与直线垂直的直线方程为，整理得．

故答案为：．

13．已知角满足，则 .

【答案】2

【解析】由题意，可得，

因为，可得，

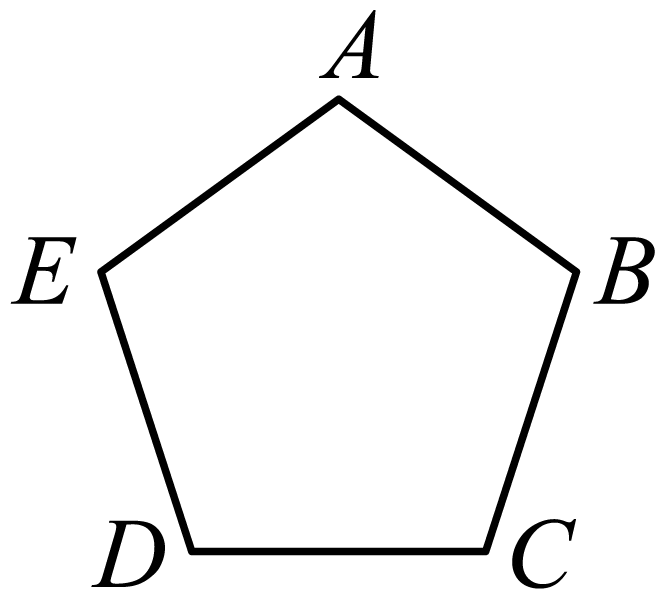
则

，

整理得 ，所以.

故答案为：.

14．五边形中，若把顶点、、、、染上红、黄、绿三种颜色中的一种，使得相邻顶点所染的颜色不相同，则不同的染色方法有 种．



【答案】30

【解析】由题意知本题需要分类来解答，

首先*A*选取一种颜色，有3种情况.

如果*A*的两个相邻点颜色相同，2种情况；

这时最后两个边也有2种情况；

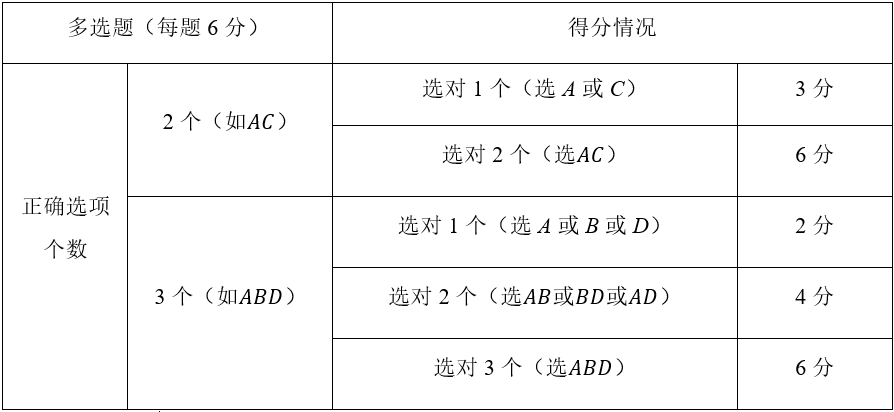
如果*A*的两个相邻点颜色不同，2种情况；

这时最后两个边有3种情况.

∴方法共有3(2×2+2×3)=30种.

**四、解答题**

15．2024年高考数学全国1卷采用新的试卷结构，其中多选题（每道题有*A*，*B*，*C*，*D*四个选项，考查位置：第9~11题），得分规则变化较大，具体如下：



为让学生适应新试卷结构，某学校组织了一场考试．已知每道多选题随机地从四个选项中做选择，每个选项是否正确相互独立．每道题正确选项为2个或3个的概率均为．

（1）第10题已知*A*选项是正确的，甲同学已判断出来，但其他选项不确定，所以只填了*A*选项，记甲同学第10题得分为*X*，求．

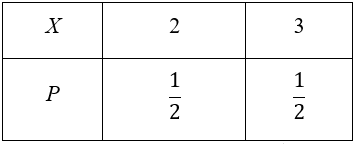
（2）第11题甲同学毫无头绪，随机填了*A*选项，记甲同学第11题得分为*Y*，求．

（3）若本次考试第9~11题正确选项都为2个，乙同学每道题都得满分，甲同学知道后说：“这3道题有些知识点你是会的．”若乙同学三道题都随机选择两个选项，求乙每道题都得分的概率*p*，并根据*p*值大小判定甲同学的话是否正确．（*p*值保留两位有效数字）

解：（1）由题，*X*的可能取值为2或3，因为每道题正确选项为2个或3个的概率均为，

所以，

所以*X*的分布列如下：



所以.

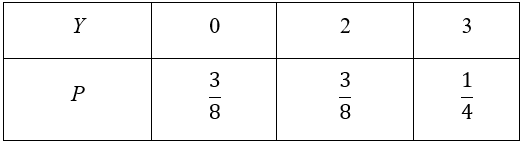
（2）由题，*Y*的可能取值为0，2，3，

因为，

，

，

所以*Y*的分布列如下：



所以.

（3）设事件*M*：“乙同学在某道题上选两个选项且得分”，

则，

设事件*N*：“乙同学每道题都得分”，

所以，

故事件*N*为小概率事件，所以乙同学不可能每道题都乱答且得满分，甲同学的话是正确的．

16．等差数列的前项和为，已知.

（1）求的通项公式；

（2）求，并求的最大值.

解：（1）设等差数列的首项为，公差为，

则，解得，

故数列的通项公式为；

（2）由（1），

故当时，取得最大值，最大值为16.

17．已知椭圆的短轴长为4，离心率为过右焦点*F*的动直线与*C*交于*A*，*B*两点，点*A*，*B*在*x*轴上的投影分别为，在的左侧).

（1）求椭圆*C*的方程；

（2）若直线与直线交于点*M，*的面积为求直线的方程.

解：（1）由题意可得：，解得：，

故，，，

所以椭圆*C*的方程为.

（2）当直线斜率为0时，不符合题意，舍去.

当直线斜率不为0时，设直线方程为，设，

联立，得，

易知，则，.

易知，，

所以直线：①，直线：②，

联立①②，

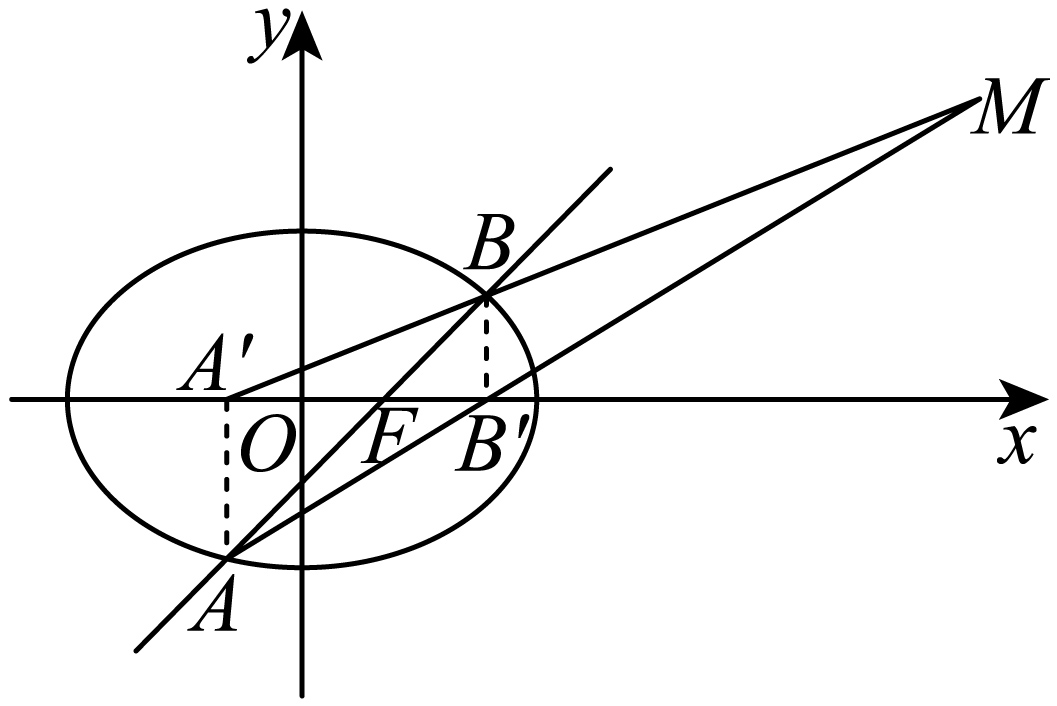
所以，

因为，

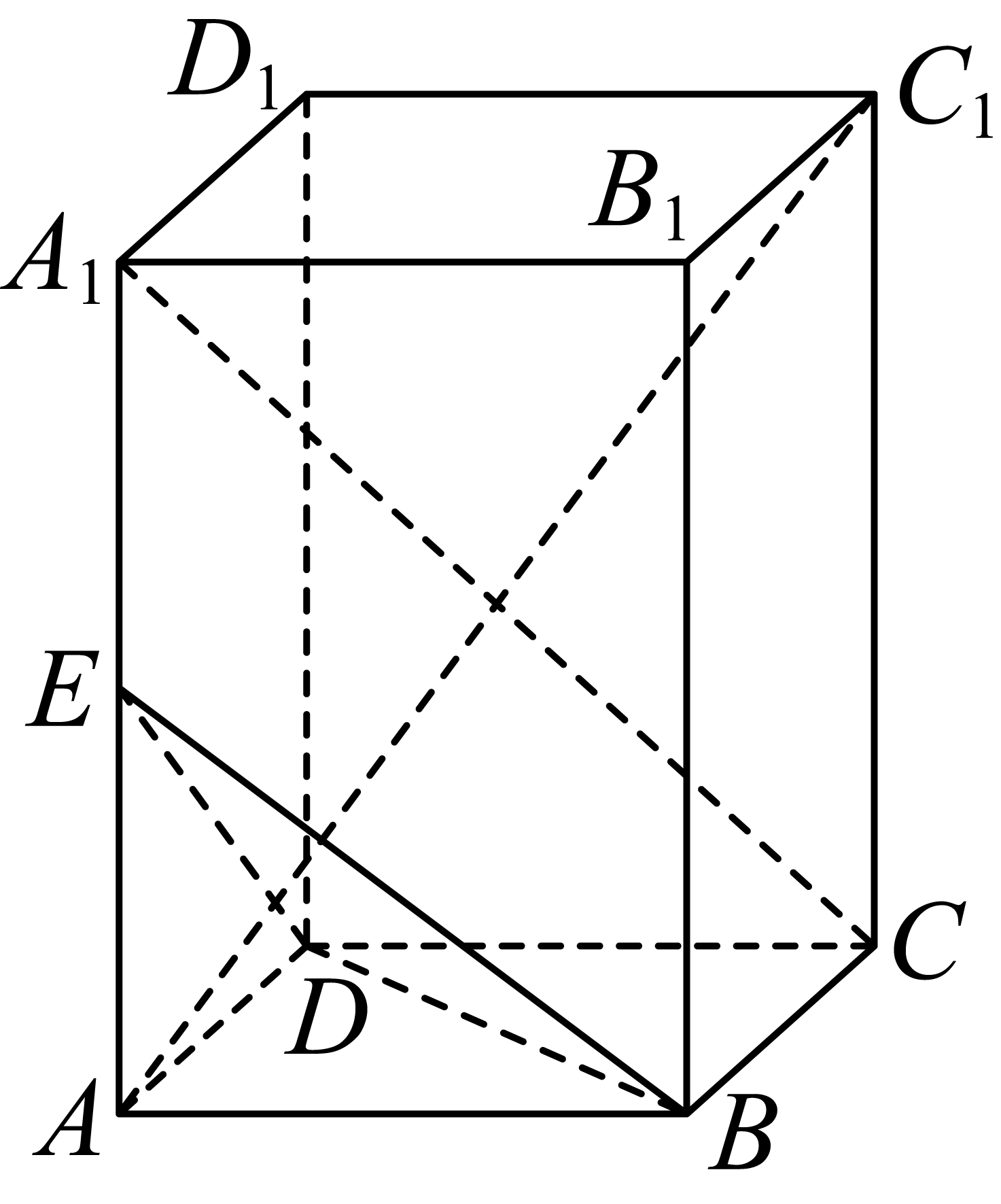
所以，

解得，

故直线的方程为或.



18．如图，在正四棱柱中，是的中点，且.



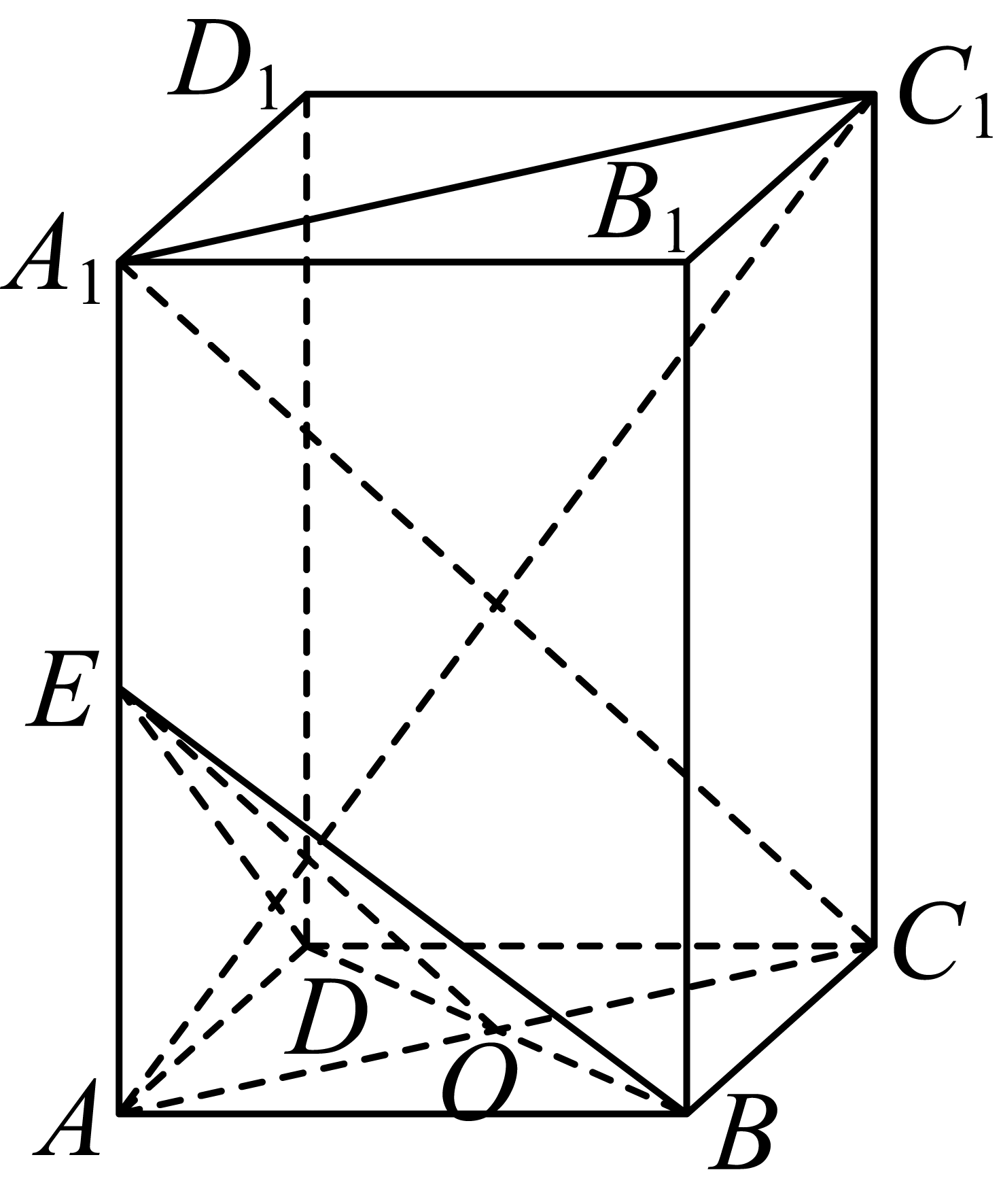
（1）证明： 平面.

（2）证明：平面.

证明：（1）在正四棱柱中，连接，连接，则为中点，

而是的中点，则，又平面，平面，

所以平面.



（2）四边形是正四棱柱的对角面，则四边形为矩形，

在正方形中，，则矩形为正方形，，而，

因此，又平面，平面，则，又，

平面，于是平面，而平面，

因此，又平面，

所以平面.

19．已知函数．

（1）若曲线在处的切线平行于直线，求的值以及函数的最小值；

（2）证明：对一切的，都有；

（3）当时，若曲线与曲线存在两交点，记直线的斜率为，证明：．

（1）解：由题意，，所以，

所以，

法1：，

当时，单调递减，

当时，单调递增，

所以．

法2：，

当且仅当，即时，取等号，所以函数的最小值为4；

（2）证明：先证，则．

设，则，

因为，所以，即在上单调递增，又，

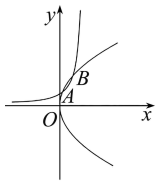
所以当时，，

当，则，所以；

同理，当，则也成立；

所以，则．

（3）证明：设，其中，由（2）知，则，



取，得，，所以①，

将和相减，得，，所以代入①，

所以，即．