高一期末数学收官试卷

姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 考号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

一、单选题（共10小题）

1. 下列命题中，正确的是（　　）

A. 若，，则 B. 若则或

C. 对于任意向量，有 D. 对于任意向量，有

2. 已知复数 ，则 （    ）

A. B. C. D.

3. 已知 的外接圆圆心为 ，且 ，则向量 在向量 上的投影向量为(    )

A. B. C. D.

4. 已知向量 ， 的夹角为 ，且 ， ，则向量 在向量 上的投影向量为(    )

A. B. C. D.

5. 在三棱锥 中， 平面 ，则三棱锥 外接球的表面积为(    )

A. B. C. D.

6. 从装有两个红球和两个黑球的口袋内任取两个球，那么互斥而不对立的两个事件是(　　)

A. “至少有一个黑球”与“都是红球”B. “至少有一个黑球”与“至少有一个红球”

C. “至少有一个黑球”与“都是黑球” D. “恰有一个黑球”与“恰有两个黑球”

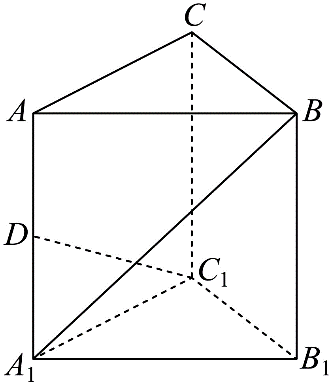
7. 掷两枚质地均匀的骰子，设*A*=“第一枚出现奇数点”，*B*=“第二枚出现偶数点”，则*A*与*B*的关系为(　　)

A. 互斥　 B. 互为对立　 C. 相互独立　 D. 相等

8. 某班有男生30人、女生20人,按性别进行分层,用比例分配的分层随机抽样的方法从该班中选出5人负责校园开放日的接待工作,现从这5人中随机选取2人,至少有1名男生的概率是()

A. B. C. D.

9. 如图，正三棱柱 的各棱长相等， 为 的中点，则异面直线 与 所成角的余弦值为(　　)



A. B. C. D. 0

10. 从三个白球和一个黑球中任意抽取两球，分别采用有放回简单随机抽样、不放回简单随机抽样，抽到的两球都是白球的概率分别是(　　)

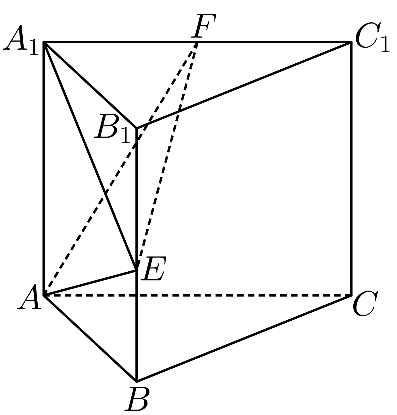
A. Jby Picture，Jby Picture B. Jby Picture，Jby Picture C. Jby Picture，Jby Picture D. Jby Picture，Jby Picture

二、多选题（共3小题）

11. 已知复数 的共轭复数为 ，则下列命题正确的是（    ）

A. B. 为纯虚数 C. D.

12. 如图，已知在直三棱柱 中，*F*为 的中点，*E*为棱 上的动点， ， ， ， ，则下列结论正确的是(    )



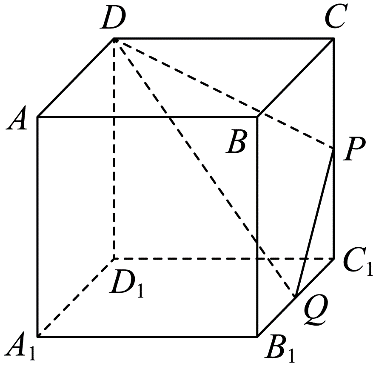
A. 点 到平面*AEF*的距离的最大值为

B. 该直三棱柱 的外接球的表面积为

C. 当三棱锥 的外接球的半径最小时，直线*EF*与 所成角的余弦值为

D. 若*E*是棱 的中点，过*A*，*E*，*F*三点的平面作该直三棱柱 的截面，则所得截面的面积为

13.如图，在棱长为2的正方体Jby Picture中，Jby Picture为线段Jby Picture的中点，Jby Picture为线段Jby Picture上的动点(含端点)，则下列结论错误的是(　　)



A. 三棱锥Jby Picture的体积为定值

B. Jby Picture为线段Jby Picture的中点时，过Jby Picture三点的平面截正方体Jby Picture所得的截面的面积为Jby Picture

C. Jby Picture的最小值为Jby Picture

D. 直线Jby Picture与直线Jby Picture所成角的取值范围为Jby Picture

三、填空题（共3小题）

14. 已知 、 、 两两垂直且 ，则过 四点的球的表面积为        .

15. 某射击运动员在一次训练中10次射击成绩（单位：环）如下： 5，5，6，6，7，7，8，9，9，9，这组数据的第60百分位数为

．

16. 在△*ABC*中，∠*BAC*＝60°，*AB*＝2，*BC*＝Jby Picture，∠*BAC*的角平分线交*BC*于*D*，则*AD*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

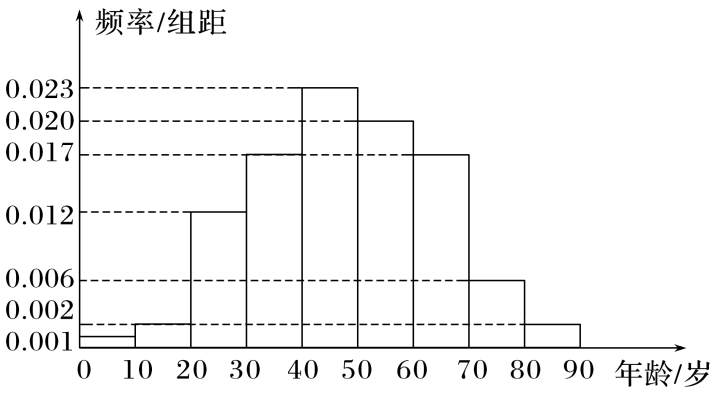
四、解答题（共3小题）

17. 的内角 所对的边分别为 ， 的面积为 ，从条件① ；条件② ；条件③ 中选择一个作为已知，并解答下列问题．

(1)求角 的大小；

(2)点 是 外一点， ，若 ，求四边形 面积的最大值．

18. 在某地区进行流行病学调查，随机调查了100位某种疾病患者的年龄，得到如下的样本数据的频率分布直方图：

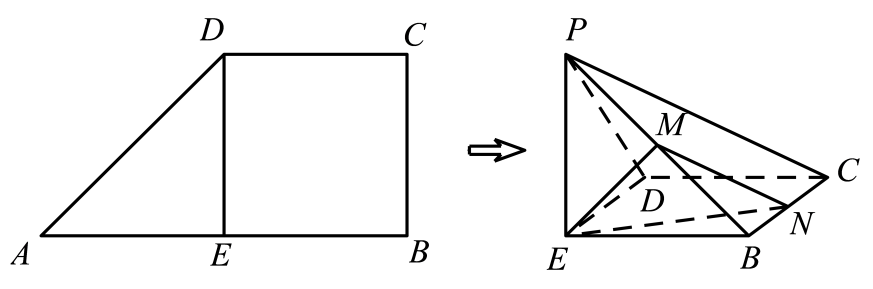


(1)估计该地区这种疾病患者的平均年龄(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)；

(2)估计该地区一位这种疾病患者的年龄位于区间[20，70)的概率；

(3)已知该地区这种疾病的患病率为0.1%，该地区年龄位于区间[40，50)的人口占该地区总人口的16%.从该地区中任选一人，若此人的年龄位于区间[40，50)，求此人患这种疾病的概率(以样本数据中患者的年龄位于各区间的频率作为患者的年龄位于该区间的概率，精确到0.000 1.)

19. (2023·四川省内江市第六中学月考)如图，在直角梯形Jby Picture中，Jby Picture，Jby Picture，Jby Picture，Jby Picture为Jby Picture的中点，沿Jby Picture将Jby Picture折起，使得点*A*到点Jby Picture的位置，且Jby Picture，Jby Picture为Jby Picture的中点，Jby Picture是Jby Picture上的动点(与点Jby Picture，Jby Picture不重合)．



(1)证明：平面Jby Picture平面Jby Picture；

(2)是否存在点Jby Picture，使得二面角Jby Picture的正切值为Jby Picture？若存在，确定Jby Picture点位置；若不存在，请说明理由．

参考答案

1. 【答案】D

【解析】对于A，当 时，满足 ， ，但 不一定平行，故A错误；

对于B，当 ， 时，满足 ，但 ， 不成立，故B错误；

对于C，若非零向量 方向相反，则 ，故C错误；

对于D，当 中有零向量时， ；

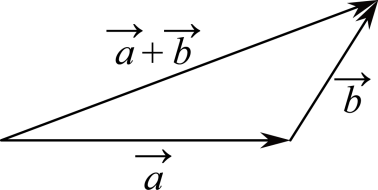
当 为非零向量时，若 共线且方向相同时，则 ，

当 为非零向量时，若 共线且方向相反时，则 ，

当 为非零向量时，且 不共线时，如图所示， ，

综上， ，故D正确．

故选：D．



2. 【答案】B

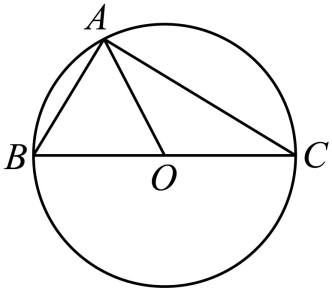
【解析】由题， .

故选：B．

3. 【答案】B

【解析】因为 ，

所以 外接圆圆心 为 的中点，即 为外接圆的直径，如图，



又 ，所以 为等边三角形，

则 ，故 ，

所以向量 在向量 上的投影向量为

．

故选：B．

4. 【答案】D

【解析】易知 ，

由投影向量的定义可得向量 在向量 上的投影向量为 .

故选：D.

5. 【答案】C

【解析】设 外接圆的半径为 ，圆心为 ，

根据正弦定理，则 ，故 ，

设三棱锥 外接球的半径为 ,

由 ，可知 为等腰三角形，

过 作 于 ，则 为 中点，由 平面 ， 平面 ，

故 ，则 共面，

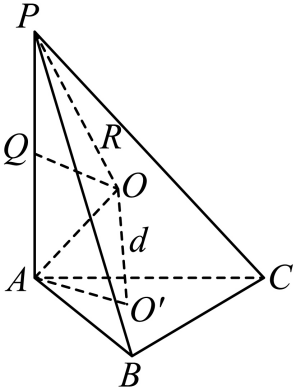
平面 ， 平面 ， ，

又 ，故 ，于是四边形 为平行四边形，

四边形 为为矩形，则 ，

故外接球的表面积 .

故选：C.



6. 【答案】D

【解析】A中的两个事件是对立事件，不符合要求；

B中的两个事件不是互斥事件，不符合要求；

C中的两个事件不是互斥事件，不符合要求；

D中的两个事件是互斥而不对立的两个事件.

7. 【答案】C

8. 【答案】D

【解析】依题意,男生应抽取 *×*5*=*3(人),分别记为*A*,*B*,*C*;女生应抽取2人,分别记为甲、乙*.*

从这5人中随机选取2人,试验的样本空间*Ω=*{(*A*,*B*),(*A*,*C*),(*A*,甲),(*A*,乙),(*B*,*C*),(*B*,甲),(*B*,乙),(*C*,甲),(*C*,乙),(甲,乙)},共有10个样本点*.*

其中1名男生也没有的事件包含的样本点为(甲,乙),只有1个,所以至少有1名男生的概率为*P=*1*-* *.*

9. 【答案】D

【解析】取 中点 ，因为 ，可得 ，

又因为 平面 ，且 平面 ，所以 ，

因为 ，且 平面 ，所以 平面 ，

又因为 平面 ，所以 ，

在正方形 中， 分别为 的中点，

设 可得 ，

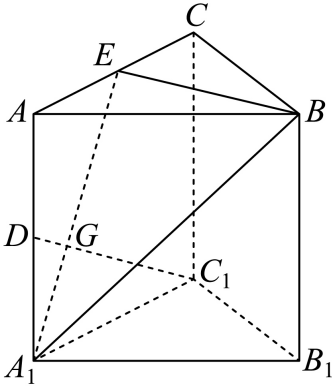
可得 ，所以 ，

所以 ，即 ，

因为 且 平面 ，所以 平面 ，

又因为 平面 ，所以 ，所以异面直线 与 所成的角为 .

故选：D.



10. 【答案】A

【解析】采用有放回简单随机抽样抽到的两球都是白球的概率是Jby Picture；

采用不放回简单随机抽样，抽到的两球都是白球的概率是Jby Picture.

11. 【答案】ACD

【解析】设复数 ，则 ，故 ，

A正确；

，当 时， 为实数，B错误；

，则 ，C正确；

，

，故 ，

则 ，D正确.

故选：ACD.

12. 【答案】ACD

【解析】A选项：因为 ，所以三棱锥 的体积为定值，

设点 到平面*AEF*的距离为*d*，若*d*最大，则 的面积最小，

即点*E*到边*AF*的距离最小，其最小值为异面直线*AF*与 的距离，

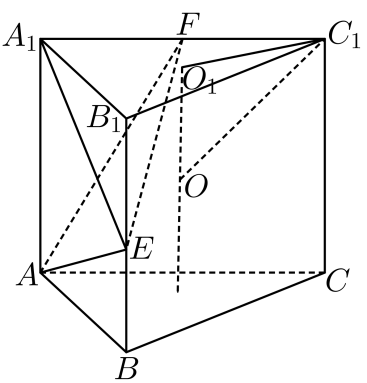
即为 与平面 的距离，即点*B*与平面 的距离，记为*h*，

由 ，得 ，所以 ，

解得 ，故A项正确；

B选项：外接球的球心*O*是上、下底面外接圆的圆心连线的中点，

设上底面外接圆圆心为 ，外接圆半径为*r*，



在 中，由余弦定理可得 ，

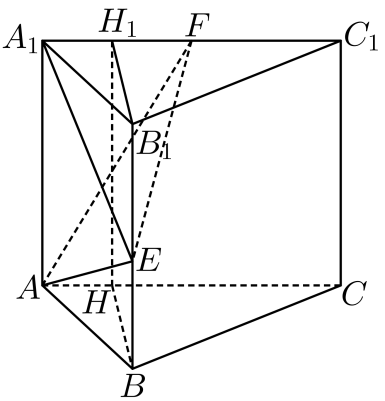
所以 ，

由正弦定理得 ，所以 ，

设外接球的半径为*R*，则 ，

所以外接球的表面积为 ，故B项错误；

C选项：作 ，垂足为*H*，作 ，垂足为*H*1，



易证棱 在平面 上的射影为 ，

则点*E*在平面 上的射影 在线段 上，

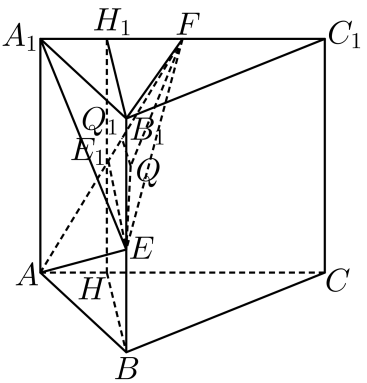
由B选项可知， ，故 ，解得 ，

故 ，则 ，

设*AF*的中点为 ，外接球的球心为 ，半径为 ，则 平面 ，

即 ，在 中， ①，

又因为 ②，



由①②可得 ，所以当 取最小值时， 最小，即 最小，

此时 ，因为 是*AF*的中点，则 是 的中点，则*E*是棱 的中点，

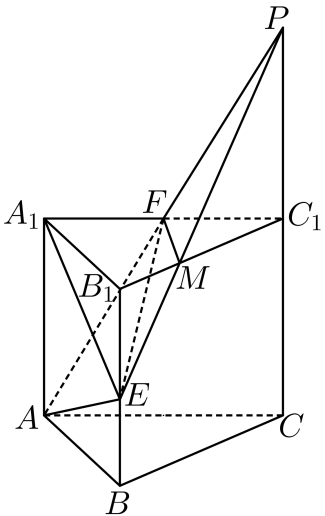
因为 ，所以直线*EF*与 所成角即为直线*EF*与 所成角，

由B项中 ，再由余弦定理可得

，

因为 ，所以 ， ，故C项正确；

D项：延长*AF*， 交于点*P*，连接*PE*交 于点*M*，



则四边形*AEMF*是截面，且点*F*是*AP*的中点，点*M*是 上靠近 的三等分点，

由勾股定理求得 ， ， ，

因为 ，所以 为直角，

故 ，

又 ， ，

易知 ，

所以四边形*AEMF*的面积为 ，故D项正确.

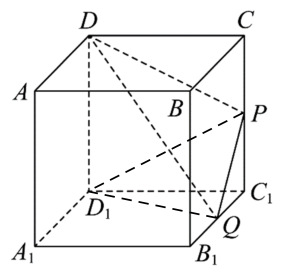
故选：ACD.

13. 【答案】BC

【解析】选项A，∵Jby Picture，Jby Picture面Jby Picture，Jby Picture面Jby Picture，∴Jby PictureJby Picture面Jby Picture，

∴Jby Picture到面Jby Picture的距离等于Jby Picture到面Jby Picture的距离，

∴Jby Picture，故A正确；



选项B，连接Jby Picture，

∵Jby Picture分别为线段Jby Picture的中点，∴Jby Picture且Jby Picture，

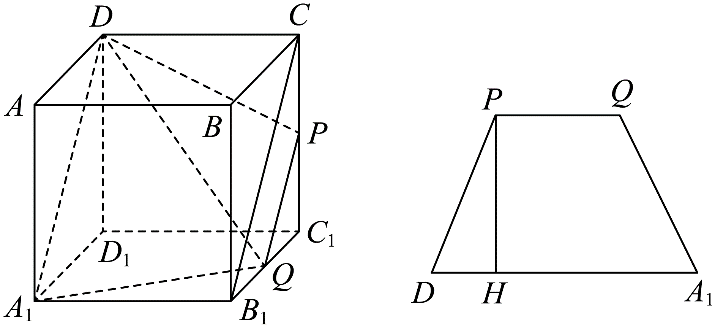
又Jby Picture且Jby Picture，∴Jby Picture且Jby Picture，

所以过Jby Picture三点的截面为梯形Jby Picture，

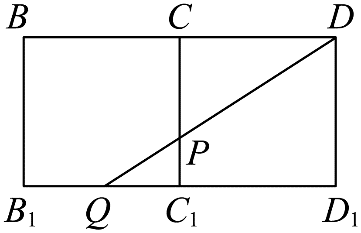
易知Jby Picture，

作Jby Picture，则Jby Picture，

所以梯形Jby Picture的面积Jby Picture，故B错误；



选项C：将侧面展开如图，显然当Jby Picture三点共线时，Jby Picture取得最小值，最小值为Jby Picture，故C错误；



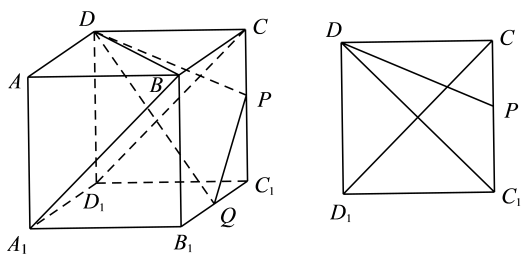
选项D，连接Jby Picture，则Jby Picture，

则直线Jby Picture与直线Jby Picture所成角即为直线Jby Picture与直线Jby Picture所成角，

则当Jby Picture与Jby Picture重合时，直线Jby Picture与直线Jby Picture所成角最小为Jby Picture，

当Jby Picture与Jby Picture重合时，直线Jby Picture与直线Jby Picture所成角最大为Jby Picture，

所以直线Jby Picture与直线Jby Picture所成角的取值范围为Jby Picture，故D正确.

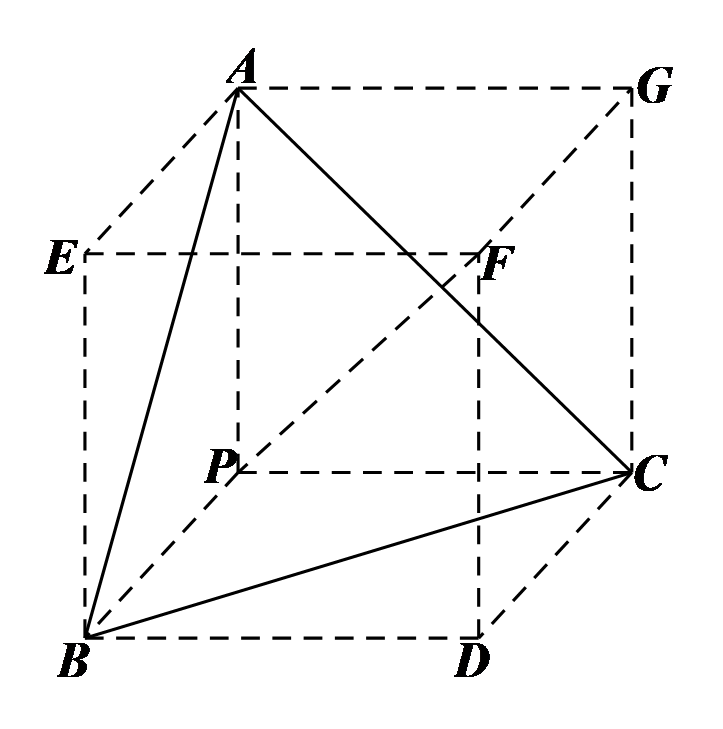


故选：BC.

14. 【答案】

【解析】由于 ， ， 两两垂直，将三棱锥 补成长方体 ，

如图所示，



则长方体 的体对角线长为 ，

故三棱锥 的外接球的半径为 ，

因此，该球的表面积为 .

故答案为： .

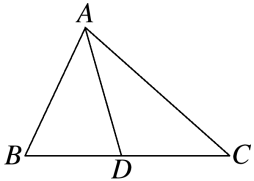
15. 【答案】7.5

【解析】由题意 ，所以这组数据的第60百分位数为 .

故答案为：7.5.

16. 【答案】2

【解析】如图所示，记*AB*＝*c*＝2，*AC*＝*b*，*BC*＝*a*＝Jby Picture.



方法一　在△*ABC*中，由余弦定理可得，

*a*2＝*b*2＋*c*2－2*bc*cos∠*BAC*，

即6＝*b*2＋22－2×*b*×2×cos 60°，

解得*b*＝1＋Jby Picture (负值舍去)，

由*S*△ABC＝*S*△ABD＋*S*△ACD可得，

Jby Picture×2×(1＋Jby Picture)×sin 60°＝Jby Picture×2×*AD*×sin 30°＋Jby Picture×(1＋Jby Picture)×*AD*×sin 30°，

解得*AD*＝2.

方法二　在△*ABC*中，由余弦定理可得，*a*2＝*b*2＋*c*2－2*bc*cos∠*BAC*，

即6＝*b*2＋22－2×*b*×2×cos 60°，

解得*b*＝1＋Jby Picture (负值舍去)，

由正弦定理可得Jby Picture＝Jby Picture＝Jby Picture，

解得sin *B*＝Jby Picture，sin *C*＝Jby Picture，

因为1＋Jby Picture>Jby Picture>2，

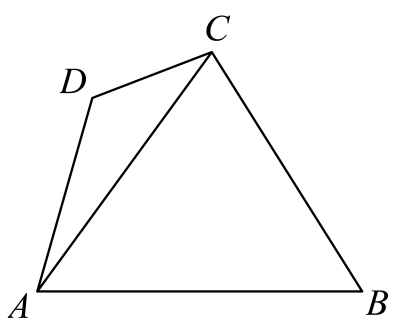
所以*C*＝45°，*B*＝180°－60°－45°＝75°，

又∠*BAD*＝30°，

所以∠*ADB*＝75°，即*AD*＝*AB*＝2.

17. 【答案】解：(1)选①，方法一(射影定理)，因为 ，

由射影定理 得 ，即 ，



因为 ，所以 .

方法二(边化角)，因为 ，

由正弦定理得 ，

即 ，

因为 ，所以 ，

所以 ，

因为 ，所以 ，所以 ．

方法三(角化边)，因为 ，由余弦定理得

，

即 ，

所以 ，

因为 ，所以 ．

选②，方法一(角化边)，因为 ，

由余弦定理得 ，

即 ，所以 ，

因为 ，所以 ．

方法二(边化角)，因为 ，

由正弦定理得 ，

因为 ，所以 ，

所以

，

因为 ，所以 ，

因为 ，所以 ．

选③，因为 ，

由 得 ，

由余弦定理得， ，

即 ，

因为 ，所以 ．

(2)在 ，

所以 为等边三角形，

设 ，

在 中，由余弦定理可得 ，

由于 ，代入上式可得 ，

所以四边形 的面积

，

因为 ，所以 ，

所以当 时，四边形 的面积取最大值，最大值为 ．

18. 【答案】解　(1)估计该地区这种疾病患者的平均年龄Jby Picture＝10×(5×0.001＋15×0.002＋25×0.012＋35×0.017＋45×0.023＋55×0.020＋65×0.017＋75×0.006＋85×0.002)＝47.9.

(2)方法一　由于患者的年龄位于区间[20，70)是由患者的年龄位于区间[20，30)，[30，40)，[40，50)，[50，60)，[60，70)组成的，且相互独立，

所以所求概率*P*＝(0.012＋0.017×2＋0.023＋0.020)×10＝0.89.

方法二　由于患者的年龄位于区间[20，70)是由患者的年龄位于区间[20，30)，[30，40)，[40，50)，[50，60)，[60，70)组成的，且相互独立，

所以所求概率*P*＝1－(0.001＋0.002＋0.006＋0.002)×10＝0.89.

(3)设从该地区任选一人，年龄位于区间[40，50)为事件*A*，患这种疾病为事件*B*，则*P*(*A*)＝16%.

由频率分布直方图知这种疾病患者年龄位于区间[40，50)的概率为0.023×10＝0.23，

结合该地区这种疾病的患病率为0.1%，可得*P*(*AB*)＝0.1%×0.23＝0.000 23，

所以从该地区任选一人，若年龄位于区间[40，50)，则此人患这种疾病的概率为*P*(*B*|*A*)＝Jby Picture＝Jby Picture≈0.001 4.

19. 【答案】解：(1)因为Jby Picture，

所以Jby Picture平面Jby Picture，

因为Jby Picture平面Jby Picture，

所以Jby Picture，

因为Jby Picture，

所以Jby Picture平面Jby Picture，

因为Jby Picture平面Jby Picture，

所以Jby Picture，

因为Jby Picture，所以Jby Picture,

因为Jby Picture，

所以Jby Picture平面Jby Picture，

因为Jby Picture平面Jby Picture，

所以平面Jby Picture平面Jby Picture，

(2)假设存在点Jby Picture满足题意，如图，过Jby Picture作Jby Picture于Jby Picture，

因为Jby Picture，所以Jby Picture∥Jby Picture，

由(1)知Jby Picture平面Jby Picture，所以Jby Picture平面Jby Picture，

因为Jby Picture平面Jby Picture，所以Jby Picture，

过Jby Picture作Jby Picture于Jby Picture，连接Jby Picture，

因为Jby Picture，所以Jby Picture平面Jby Picture，

因为Jby Picture平面Jby Picture，所以Jby Picture，

所以Jby Picture为二面角Jby Picture的平面角，

不妨设Jby Picture，则Jby Picture，

在Jby Picture中，设Jby Picture，

因为Jby Picture∽Jby Picture，

所以Jby Picture，所以Jby Picture，得Jby Picture，

所以Jby Picture，解得Jby Picture，

即此时Jby Picture为Jby Picture的中点，

综上，存在点Jby Picture，使得二面角Jby Picture的正切值为Jby Picture，此时Jby Picture为Jby Picture的中点，

