

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2019-2020 学年第 2 学期

考试科目：数理统计

考试类型：（闭卷）考试

考试时间：120 分钟

学号 姓名 年级专业

题号	一	二	三	四	总分
得分					
评阅人					

得分	
----	--

一、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 设 $X \sim U[a,1]$, X_1, \dots, X_n 是从总体 X 中抽取的样本, 求 a 的矩估计为_____。
2. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 $D(\bar{X} - X_1) =$ _____。
3. 已知 $F_{0.1}(8,20) = 2$, 则 $F_{0.9}(20,8) =$ _____。
4. 设某个假设检验问题的拒绝域为 W , 且当原假设 H_0 成立时, 样本值 (x_1, \dots, x_n) 落入 W 的概率为 0.15, 则犯第一类错误的概率为_____。
5. $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\beta}$ 都是参数 a 的无偏估计, 若_____成立, 则称 $\hat{\theta}$ 是比 $\hat{\beta}$ 有效的估计。
6. 设总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$, X_1, X_2, \dots, X_9 是容量为 9 的简单随机样本, 均值 $\bar{x} = 5$, 则未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间是____。(已知 $U_{0.025} = 2, U_{0.05} = 1.65$)

得分	
----	--

二、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 已知 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的样本, 则下列是统计量的是 ()

(A) $X + \bar{X} + A$ (B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2$ (C) $\bar{X} + a + 10$ (D) $\frac{1}{3} \bar{X} + a \bar{X}_1 + 5$

2. 设 X_1, \dots, X_8 和 Y_1, \dots, Y_{10} 分别来自两个相互独立的正态总体 $N(-1, 2^2)$ 和 $N(2, 5)$

的样本, S_1^2 和 S_2^2 分别是其样本方差, 则下列服从 $F(7, 9)$ 的统计量是 ()

- (A) $\frac{2S_1^2}{5S_2^2}$ (B) $\frac{5S_1^2}{4S_2^2}$ (C) $\frac{4S_1^2}{5S_2^2}$ (D) $\frac{5S_1^2}{2S_2^2}$

3. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, \dots, X_n 为抽取样本, 则 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 是 ()

- (A) μ 的无偏估计 (B) σ^2 的无偏估计 (C) μ 的矩估计 (D) σ^2 的矩估计

4. 在单因子方差分析中, 设因子 A 有 s 个水平, 每个水平测得一个容量为 n_j 的样本, 则下列说法正确的是 ()

(A) 方差分析的目的是检验方差是否相等

(B) 方差分析中的假设检验是双边检验

(C) 方差分析中 $S_e = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{.j})$ 包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

(D) 方差分析中 $S_A = \sum_{j=1}^s n_j (\bar{X}_j - \bar{X})$ 包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

5. 在一次假设检验中, 下列说法正确的是 ()

(A) 既可能犯第一类错误也可能犯第二类错误

(B) 如果备择假设是正确的, 但作出的决策是拒绝备择假设, 则犯了第一类错误

(C) 增大样本容量, 则犯两类错误的概率都不变

(D) 如果原假设是错误的, 但作出的决策是接受备择假设, 则犯了第二类错误

6. 对总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的均值 μ 作区间估计, 得到置信度为 95% 的置信区间, 意义是指这个区间 ()

(A) 平均含总体 95% 的值

(B) 平均含样本 95% 的值

(C) 有 95% 的机会含样本的值

(D) 有 95% 的机会含 μ 的值

得分	
----	--

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 48 分)

1. 设 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, 证明:

$$(1) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \quad (2) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x}\bar{y}$$

2、某车间有同型号的机床 100 部, 在某段时间内每部机床开动的概率为 0.8, 假定各机床开关是相互独立的, 开动时每部机床要消耗电能 15 个单位, 问电站最少要供应这个车间多少个单位电能, 才可以有 95% 的概率, 保证不致因供电不足而影响生产. (已知 $\Phi(1.65) = 0.95$, $\Phi(2) = 0.975$, $\Phi(3.5) \approx 1$)

3、设 X_1, \dots, X_{10} 为总体 $X \sim N(0, 0.3^2)$ 的样本, 求

$$(1) \text{ 确定常数 } a, \text{ 使 } a \sum_{i=1}^3 X_i / \sqrt{\sum_{i=4}^{10} X_i^2} \text{ 服从 } t \text{ 分布}; \quad (2) P\{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\}$$

$$\chi_{0.05}^2(9) = 16, \chi_{0.01}^2(10) = 16$$

4. 设总体 ξ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-x^2/(2\theta^2)}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

求参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量 ($\theta > 0$)。

5. 测试某溶液的水分, 测得 10 个观测值, 样本均值为 0.452%, 标准差为 0.037%. 设总体服从正态分布, 试在显著性水平 0.05 下, 分别检验假设

$$(1) H_0: \mu \geq 0.5\%, H_1: \mu < 0.5\%$$

$$(2) H_0: \sigma \leq 0.03\%, H_1: \sigma > 0.03\%$$

$$u_{0.05} = 1.64, u_{0.025} = 1.96, t_{0.025}(9) = 2.2622, t_{0.05}(9) = 1.8331$$

$$\chi_{0.025}^2(9) = 19.022, \chi_{0.05}^2(9) = 16.919, \chi_{0.025}^2(10) = 20.483, \chi_{0.05}^2(10) = 18.307$$

6. 设有三台机器制造同一种产品，今比较三台机器生产能力，记录其五天的日产量

机器	I	II	III
日 产 量	138	163	155
	144	148	144
	135	152	159
	149	146	141
	143	157	153

现把上述数据汇总成方差分析表如下

方差来源	平方和	自由度	均方和	F 比
A	352.933			
e				
T	893.733			

写出该检验的原假设，完成方差分析表格并做出结论

$F_{0.05}(2, 12) = 3.89$, $F_{0.1}(2, 12) = 2.81$, $F(3, 12) = 3.49$, $F_{0.1}(3, 12) = 2.61$

得分	
----	--

四、应用题（本大题共 2 小题，每题 8 分，共 16 分）

掷一骰子 120 次，得到数据如下表

出现点数	1	2	3	4	5	6
次数	x	20	20	20	20	$40 - x$

若我们使用 χ^2 检验，则 x 取哪些整数值时，此骰子是均匀的的假设在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下被接受？ $\chi_{0.05}^2(6) = 12.595$, $\chi_{0.05}^2(5) = 11.07$,

2、某地区第1年到第6年（1981年-1986年）间用电量(y)和年次 (x)的统计数据

如下：

年次	1	2	3	4	5	6
用电量	10.4	11.4	13.1	14.2	14.8	15.7

假设 Y 与 X 之间符合一元线性回归模型 $Y = a + bx + \varepsilon$

(1) 试建立线性回归方程。

(2) 在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下，检验一元线性回归方程有效性

$t_{0.01}(4)=3.7469$ $t_{0.005}(4)=4.6041$