

Devoir libre 2

Exercice 1

1. Chercher tous les entiers naturels n tel que : $\frac{2n+7}{n+2} \in \mathbb{N}$.
2. Montrer que : $\frac{(\sqrt{7-2\sqrt{6}} + \sqrt{7+2\sqrt{6}})^2}{2} \in \mathbb{Q}$.
3. Soient a et b deux réels tels que : $2 \leq a \leq 5$ et $-4 \leq b \leq 1$.
On pose $A = a^2 - 4b^2 + 2a - 4b - 1$ et $B = \frac{2a-1}{a+2}$.
 - (a) Encadrer ab .
 - (b) Vérifier que : $A = (a+1)^2 - (2b+1)^2 - 1$ et $B = 2 - \frac{5}{a+2}$.
 - (c) En utilisant la question précédente, donner un encadrement de A et B .
4. Développer $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2$ puis déduire la valeur de $A = \sqrt{17 - 4\sqrt{15}}$.
5. Soient $I =]-\infty; 2[$ et $J = [-4; 5[$.
 - (a) Représenter I et J sur une même droite graduée.
 - (b) Déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$.
6. Soient x et y deux réels tels que : $|3x+2| \leq 1$ et $\frac{1}{2}$ une valeur approchée par défaut du réel $2y-1$ à $\frac{1}{4}$ près.
Montrer que : $-1 \leq x \leq \frac{-1}{3}$ et $\frac{3}{4} \leq y \leq \frac{7}{8}$.

Exercice 2

1. Factoriser les expressions suivantes :
 $A = (x+3)(3x-1) + (x^2-9)(1-2x)$ $B = 27x^3 - 8$
 $C = 4x^2 - 4x + 1 - (2x-1)(3x^2+4)$.
2. Développer et réduire : $(x - \sqrt{2})(3+x)(x + \sqrt{2}) - (2x-3)^3$.

Exercice 3

Soit $0 < x < 1$. On pose $A = \frac{\sqrt{x}+1}{2}$.

1. Montrer que : $A - 1 = \frac{x-1}{2(1+\sqrt{x})}$.
2. Montrer que : $0 < \frac{1}{1+\sqrt{x}} < 1$.
3. Montrer que : $|A-1| < \frac{1}{2}|x-1|$.
4. Conclure que 1 est une valeur approchée du nombre $\frac{\sqrt{0,8}+1}{2}$ à 10^{-1} près.

Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère les points $A(0; 2)$, $B(1; 0)$ et $C(2; -2)$. Soit (D) une droite d'équation : $(D) : 2x - y + 1 = 0$.

1. Représenter les points A, B, C et la droite (D) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
2. (a) Déterminer les coordonnées de E tel que : $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{BC}$.
(b) Déterminer les coordonnées de I le milieu de $[AB]$.
3. Montrer que les points A, B et C sont alignés.
4. Donner une équation cartésienne de la droite (AB) .
5. Donner une représentation paramétrique de la droite (D) .
6. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (D) et l'axe des ordonnées.
7. Donner une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par A et parallèle à (D) .
8. Représenter la droite (Δ) dans le même repère.
9. Montrer que (D) et (Δ) sont sécantes en un point F .
10. Donner les coordonnées de F .