Devoir libre n° 2

Exercice 1

1. Soient a et b deux réels tels que : $2 \leq a \leq 5$ et $-4 \leq b \leq 1$.
   On pose $A = a^2 - 4b^2 + 2a - 4b - 1$ et $B = \dfrac{2a-1}{a+2}$.
   (a) Encadrer ab.
   (b) Vérifier que :$A = (a+1)^2 - (2b+1)^2 - 1$ et $B = 2 - \dfrac{5}{a+2}$.
   (c) En utilisant la question précédente ,donner un encadrement de A et B.
2. Développer $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2$ puis déduire la valeur de $A = \sqrt{17 - 4\sqrt{15}}$.
3. Soient $I =]-\infty; 2[$ et $J = [-4; 5[$.
   (a) Représenter I et J sur une même droite graduée.
   (b) Déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$.
4. Soient x et y deux réels tels que : $|3x+2| \leq 1$ et $\frac{1}{2}$ une valeur approchée par défaut du réel $2y - 1$ à $\frac{1}{4}$ prés.
   Montrer que :$-1 \leq x \leq \frac{-1}{3}$ et $\frac{3}{4} \leq y \leq \frac{7}{8}$.

Exercice 2

Soit $0 < x < 1$.On pose $A = \dfrac{\sqrt{x}+1}{2}$.

1. Montrer que :$A - 1 = \dfrac{x-1}{2(1+\sqrt{x})}$.
2. Montrer que :$0 < \dfrac{1}{1+\sqrt{x}} < 1$.
3. Montrer que : $|A-1| < \dfrac{1}{2}|x-1|$.
4. Conclure que 1 est une valeur approchée du nombre $\dfrac{\sqrt{0,8}+1}{2}$ à 10^{-1} prés.

Exercice 3

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.
Soient E et F deux points vérifiant : $\overrightarrow{AE} = \dfrac{-1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$. La droite (AC) coupe (EF) en K. Soient B' et D' les projetées de B et D respectivement sur (AC) parallèlement à (EF).

1. Construire une figure.
2. Montrer que O le milieu de $[B'D']$.
3. Montrer que :$\overrightarrow{AK} = \dfrac{-1}{4}\overrightarrow{AB'}$ et $\overrightarrow{AK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD'}$.
4. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AK}$.