# Devoir libre n° 1

**Exercice 1**

1. Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes

   P :(($\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$) ou "4 est premier )    Q :($2,3 \notin \mathbb{N}$ et $|1-\sqrt{2}|=1-\sqrt{2}$).

   R :($(\forall x \in \mathbb{R}), x^3 \geq x^2$).    S :($(\exists n \in \mathbb{N}), n^2-6n+9=0$).

2. On considère la proposition suivante : $T : (\forall x \in \mathbb{R}), 3x^2-4x+2 \leq 0$
   (a) Donner la négation de $T$.
   (b) Déterminer la valeur de vérité de la proposition $T$.
3. En utilisant le raisonnement par équivalence,montrer que pour tout $a \in [3;+\infty[$ et $a \in [-1;+\infty[$ on a : $\left[\sqrt{a-3}+\sqrt{b+1}=\frac{a+b}{2}\right] \iff [a=4 \text{ et } b=0]$
4. En utilisant le raisonnement par la contraposée ,montrer que :
   $\forall x \in \mathbb{R}^+ : (x \neq 1) \Rightarrow \left(\dfrac{3-x}{1+\sqrt{x}} \neq 2-\sqrt{x}\right)$.
5. En utilisant le raisonnement par récurrence ,montrer que :
   $\forall n \in \mathbb{N}^* :\ 2+4+\cdots+2n=n(n+1)$.

**Exercice 2**

On considère la fonction $f$ définie par $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}$.

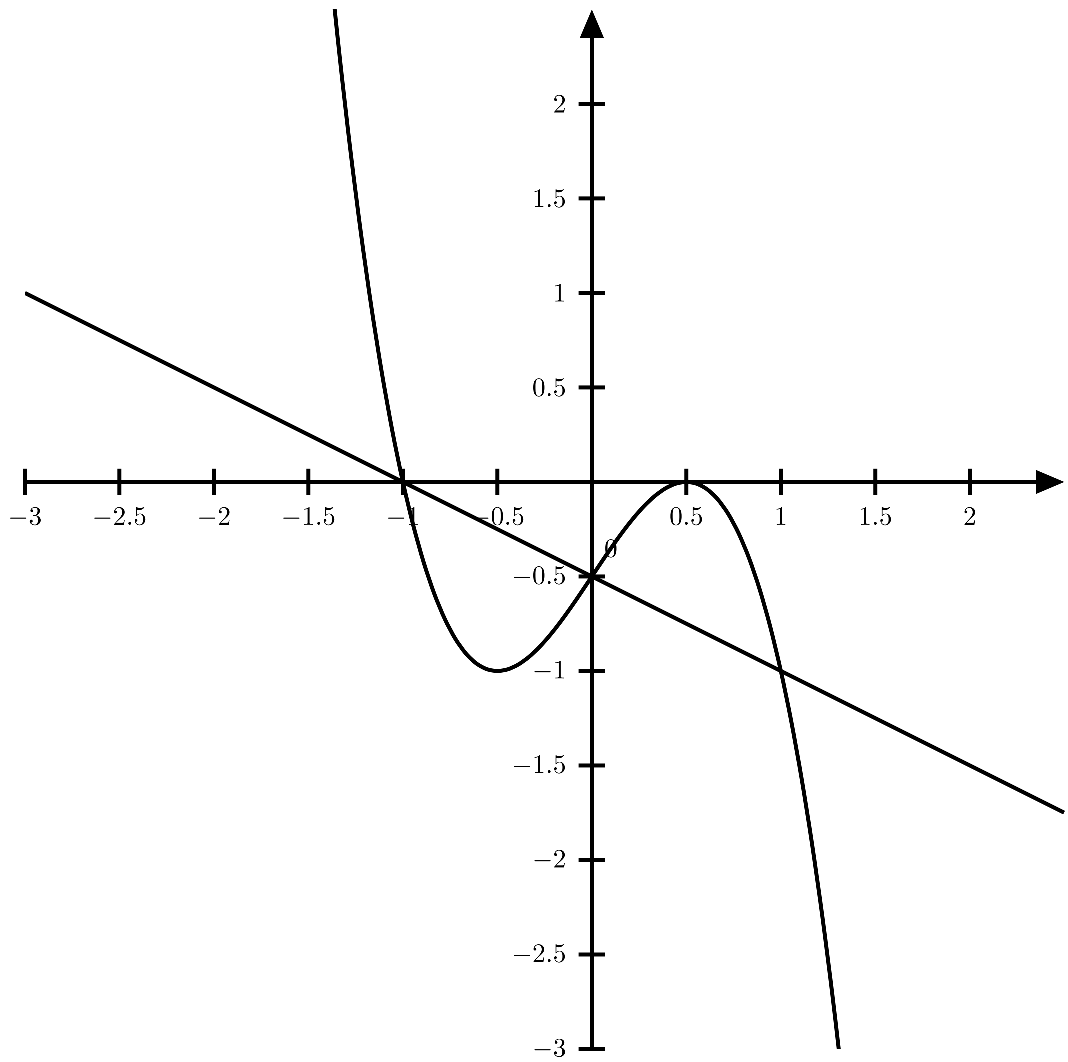
1. Déterminer $D_f$ le domaine de définition de la fonction $f$.
2. Montrer que $f$ est bornée sur $\mathbb{R}$ par $\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{3}{2}$.
3. Est-ce que $\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{3}{2}$ sont des extremums de $f$ sur $\mathbb{R}$ ?.
4. (a) Soient $x$ et $y$ deux réels tels que $x \neq y$.Montrer que $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{1-xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$.
   (b) Déduire les variations de la fonction $f$ sur les intervalles $[1;+\infty[$,$[-1;1]$ et $]-\infty;-1]$.

**Exercice 3**

1. Soit $h$ une fonction périodique définie par :$h(x)=2\sin(3x-\pi)$.déterminer la période de $h$.

**Exercice 4**

On considère la fonction numérique $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x^3+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ et la droite d'équation $y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ ,et $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ est la suivante :




1. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
2. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.
3. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \leq -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.