# Indice

| 1 | Game Theory                           |
|---|---------------------------------------|
| 2 | Strategies                            |
|   | 2.1 Information in multistage games   |
|   | 2.2 Dominated and dominant strategies |
|   | 2.3 Deletion of dominated strategies  |
|   | 2.4 Equilibrium                       |
| 3 | Potential games                       |
|   | 3.1 Congestion games                  |

INDICE 2

## Capitolo 1

# Game Theory

### Capitolo 2

## Strategies

Il concetto di strategia varia a seconda del tipo di gioco. Cosa vuol dire che il concetto varia? Vuol dire che a seconda del gioco è rappresentato da un certo tipo di oggetto matematico. Quasi sempre comunque la strategia è un elemento di un insieme più o meno complesso. Quindi secondo questo ragionamento l'alternative set, strategy set, action profiles, etc. sono tutte strutture matematiche che possono essere annoverate tra quelle che rappresentano il concetto di strategia del mondo reale ed i cui elementi sono, appunto, strategie.

Cominciamo con gli appunti del Prof. Giovanni Rossi.

• In *simultaneous-move games* alla players move only once, simultaneously, hence choosing a strategy is the same as choosing a move. This is no longer true in *multistage games*, where choosing a strategy means choosing a *sequence of (conditional) moves*. Although the non-cooperative games to be dealt with shall be in simultaneous-move form, still multistage games are briefly described below in order to formally define strategies in a most general setting, namely where players have either perfect or else incomplete information, this latter being commonly modeled by means of partitions.

#### 2.1 Information in multistage games

As the name clearly suggests, multistage games are played in discrete time t=0,1,...,T, as t=0 is the starting point or root of the game tree (defined hereafter), where some (at last one, and possibly all) players move; next, depending on previous moves, at each  $t \geq 1$  a node is reached, corresponding either to a moment where at least one player has to move, or else to an end of the game or leaf. The concern is only with games where  $T < \infty$  (for any leaf).

- As the name clearly suggests, multistage games are played in discrete time t = 0, 1, ..., T, as t = 0 is the starting point or root of the game tree (defined hereafter), where some (at last one, and possibly all) players move; next, depending on previous moves, at each  $t \ge 1$  a node is reached, corresponding either to a moment where at least one player has to move, or else to an end of the game or leaf. The concern is only with games where  $T < \infty$  (for any leaf).
- Multistage games are thus commonly represented by a rooted and directed (game) tree

#### 2.2 Dominated and dominant strategies

#### 2.3 Deletion of dominated strategies

#### 2.4 Equilibrium

### Capitolo 3

## Potential games

Un gioco a potenziale, o gioco con potenziale, è un gioco in cui l'incentivo per i giocatori per passare da una strategia ad un'altra puèssere espresso con una singola funzione globale, detta funzione potenziale, richiamando l'omonimo concetto fisico.

Il concetto fu introdotto da Dov Monderer e Lloyd Shapley nel 1996. Vedi [2].

La funzione potenziale si rivela uno strumento utile per analizzare gli equilibri di Nash in certi giochi, dato che gli incentivi di tutti i giocatori sono mappati in una singola funzione, e l'insieme degli equilibri di Nash si trova fra gli ottimi locali della funzione potenziale.

I massimi della funzione potenziale sono equilibri di Nash, mentre l'inverso non è sempre vero. L'uso dei massimi della funzione potenziale permette di raffinare l'insieme degli equilibri di Nash.

il [2] è un tantino complesso da leggere, pertanto inizierei da qualcosa di more simple.

...e congestion games...

#### 3.1 Congestion games