

Calcolare le permutazioni di  $S_8$ , periodo e segno,  
inversa di una permutazione, Sottogruppo ciclico  
dell permutazioni

baudo81[at]gmail.com

June 13, 2017

## 1 TESTO

Si considerino le seguenti permutazioni di  $S_8$ :

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 2 & 1 & 7 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 2 & 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 7 & 2 & 8 & 4 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

- Calcolare il periodo ed il segno delle tre permutazioni.
- Calcolare l'inversa di ciascuna permutazione.
- Determinare esplicitamente gli elementi del sottogruppo ciclico generato da  $\beta$ .

## 2 TEORIA

- Permutazione
- Ciclo di una permutazione
- Order of a group
- Segno di una permutazione
- Inversa di una permutazione
- Sottogruppo ciclico generato da una permutazione

### 3 SOLUZIONE

- $\alpha = (13284)(576)$ ,  $\beta = (17)(2365)$ ,  $\gamma = (273)(485)$  Siccome il segno di un prodotto di cicli è il prodotto dei segni e siccome il segno di un ciclo di lunghezza  $s$  è  $(-1)^{s-1}$ , abbiamo che il segno di  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  è sempre 1.

•

$$\alpha^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 1 & 8 & 6 & 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\beta^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 7 & 5 & 8 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

- Siccome il periodo di  $\beta$  è 4 abbiamo che il sottogruppo generato da  $\beta$  conterra  $id$ ,  $\beta$ ,  $\beta^2$ ,  $\beta^3$  e si avrà

$$\beta^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\beta^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

.