

## Esercizio 3: Trovare il nucleo di un omomorfismo di gruppi

baudo81[at]gmail.com

June 13, 2017

### 1 TESTO

Sia

$$G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix} ; a, b \in R, a \neq 0 \right\}$$

- Dimostrare che  $G$  è un sottogruppo di  $GL_2(R)$ .
- Dimostrare che la funzione  $f : G \longrightarrow R^*$  definita da

$$f \left( \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix} \right) = a$$

è un omomorfismo del gruppo  $G$  nel gruppo moltiplicativo  $R^*$ .

- Determinare il nucleo  $\ker(f)$ .

### 2 TEORIA

- Teoria degli insiemi
- Nucleo di un omomorfismo di gruppi

### 3 SOLUZIONE

$$\ker(f) = \{A \in G, \text{taliche } f(A) = 1\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ; b \in R \right\}$$

### 4 IDEA A BASE DELLA SOLUZIONE

Ho individuato facilmente gli elementi neutri di  $R^*$  e cioè 1!!! dopodichè ho cercato l'elemento di  $G$  che applicato tramite la  $f$  mi dia come risultato 1. Lo si può fare a occhio.