

Esercizio 4: Applicazione del principio di inclusione-esclusione; numero di permutazioni senza punti fissi (derangement);

baudo81[at]gmail.com

June 12, 2017

1 TESTO

Un postino sbadato consegna a caso 6 raccomandate a 6 destinatari. Qual'è la probabilità che:

- almeno uno riceva la propria;
- esattamente 2 non ricevano la propria? (NOTA: Equivale a dire il contrario: esattamente 4 ricevano la propria. Per risolvere questo punto dovrebbe essere necessario leggere Derangement, partial derangement)

2 TEORIA

- Permutazioni
- Numero di permutazioni senza punti fissi (Derangement)
- Principio di inclusione-esclusione

3 SOLUZIONE

- Il numero di casi favorevoli è dato dal numero di casi totali, $6!$, da cui dobbiamo togliere il numero di casi in cui nessuno riceve la propria raccomandata, cioè il numero di permutazioni di 6 elementi senza punti fissi,

$$d_6 = 6! \sum_{i=0}^6 \frac{(-1)^i}{i!}$$

Ora dobbiamo dividere questo numero per il numero di casi totali, ottenendo:

$$\frac{6! - 6! \sum_{i=0}^6 \frac{(-1)^i}{i!}}{6!}$$

- Per trovare il numero di casi favorevoli dobbiamo solo scegliere i due che non ricevono la loro raccomandata. Questo può essere fatto in $\binom{6}{2}$. Ora dividiamo per il numero di casi totali,

$$\frac{\binom{6}{2}}{6!}$$