Calcolare le permutazioni di S_8, periodo e segno, inversa di una permutazione, Sottogruppo ciclico dell permutazioni

baudo81[at]gmail.com

June 19, 2017

1 TESTO

Si considerino le seguenti permutazioni di S_8:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 2 & 1 & 7 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 2 & 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 7 & 2 & 8 & 4 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

- Calcolare il periodo ed il segno delle tre permutazioni.
- Calcolare l'inversa di ciascuna permutazione.
- Determinare esplicitamente gli elementi del sottogruppo ciclico generato da β.

2 TEORIA

- Permutazione
- Ciclo di una permutazione
- Order of a group
- Segno di una permutazione
- Inversa di una permutazione
- Sottogruppo ciclico generato da una permutazione

3 SOLUZIONE

- $\alpha = (13284)(576)$, $\beta = (17)(2365)$, $\gamma = (273)(485)$ Siccome il segno di un prodotto di cicli è il prodotto dei segni e siccome il segno di un ciclo di lunghezza s è $(-1)^{s-1}$, abbiamo che il segno di α, β e γ è sempre 1.

-
$$\alpha^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 1 & 8 & 6 & 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\beta^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 7 & 5 & 8 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

- Siccome il periodo di β è 4 abbiamo che il sottogruppo generato da β conterra id, β, β^2, β^3 e si avrà

$$\beta^{2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\beta^{3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

.