

Контрольная 3. Непрерывные СВ.

1. (3б) Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{2007} dx}{(1+x)^{2018}}$$

2. (3б) На окружности равновероятно выбираются 3 точки, какова вероятность того, что центр окружности лежит внутри.
3. (3б) На отрезке $[0, 1]$ равновероятно выбираются 2 числа. Найдите вероятность, что их сумма не больше 0,9, а произведение не меньше 0.15.

4. (3б) Острый угол прямоугольного треугольника с единичной гипотенузой распределен равномерно от 0 до $\frac{\pi}{2}$. Найти функцию распределения и плотность площади треугольника.

5. (3б) Случайная величина ξ имеет непрерывную функцию распределения $F_{\xi}(x)$. Найдите функцию распределения случайной величины $\eta = 2 - \sqrt{\xi}$.

6. (3б) Пусть случайная величина ξ имеет стандартное распределение Коши. Найти плотности распределения следующих случайных величин:

(a) $\frac{1}{\xi}$

(b) $2\xi + 1$

(c) $\frac{1}{1+\xi^2}$

7. (3б) Найти коэффициент корреляции между ξ и $\eta = a\xi^2 + c$, если ξ имеет стандартное нормальное распределение $N(0, 1)$.

8. (3б) Случайные величины ξ и η независимы и имеют экспоненциальное распределение с параметром $\lambda > 0$. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $|\xi - \eta|$.

9. (3б) Совместное распределение случайных величин ξ и η имеет плотность $\rho = e^{-(x+y)}$ ($x, y > 0$).

(a) $(1)E_{\xi}, E_{\eta}$

(b) $(1)D_{\xi}, D_{\eta}$

(c) $(1)cov(\xi, \eta)$

10. (3б) Найти $E(\xi|\eta)$, если совместная плотность случайного вектора (ξ, η) равна:

$$\rho_{\xi, \eta}(x, y) = \begin{cases} ye^{-x} + e^{-2x}, & 0 \leq x, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$$