

## 2.7 Построение оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия

### 1 Практика

1. Используя метод моментов, оцените параметр  $\theta$  равномерного распределения на отрезке:

- $[\theta - 1; \theta + 1], \theta \in R$
- $[-\theta; \theta], \theta > 0.$

2. Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена распределением с плотностью  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta \alpha^\beta}{x^{\beta+1}}, & x \geq \alpha \\ 0, & x < \alpha \end{cases}$$

Здесь  $\alpha > 0$  и  $\beta > 0$ . С помощью метода максимального правдоподобия постройте оценку параметров  $\alpha$  и  $\beta$ .

3. Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена распределением с плотностью  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha(x-\beta)}, & x \geq \beta \\ 0, & x < \beta \end{cases}$$

Здесь  $\alpha > 0$ . Постройте оценки параметров  $\alpha$  и  $\beta$  с помощью метода моментов и метода максимального правдоподобия.

4. Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена распределением:

$$\begin{cases} P(X_i = 1) = p_1 \\ P(X_i = 2) = p_2 \\ P(X_i = 3) = p_3 \end{cases}$$

$p_1 + p_2 + p_3 = 1$ . Постройте оценку параметров  $p_1, p_2, p_3$  методом максимального правдоподобия.

## 2 Домашка

1. (1 балл) Используя метод моментов, постройте оценку  $\lambda > 1$  по выборке из распределения Пуассона с параметром  $\ln \lambda$ .
2. (1 балл) Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена распределением с плотностью  $f(x)$ :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2}}$$

Параметр  $a$  может принимать значения 1 или 2. Найдите оценку максимального правдоподобия параметра  $a$ .

3. (1 балл) Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена распределением с плотностью  $f_\theta(x)$ :  $f_\theta(x) = f(x - \theta)$ , где функция  $f(x)$  имеет единственный максимум в точке  $x = 0$ . Постройте оценку максимального правдоподобия  $\hat{\theta}$  параметра сдвига  $\theta$  по одному наблюдению  $X_1$ .
4. (1 балл) Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена распределением с плотностью  $f(x)$ :

$$f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x-\mu|}{\sigma}}$$

Постройте оценку максимального правдоподобия для вектора параметров  $(\mu, \sigma)$ .

5. Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена равномерным на отрезке  $[\theta; 2\theta]$  распределением. Постройте оценку параметра  $\theta$ :
  - (1 балл) Методом моментов.
  - (1 балл) Методом максимального правдоподобия.