

Марковские цепи. ЗБЧ для марковских

1. Рассмотрим марковскую цепь (автомат) с 2 состояниями и матрицей переходов.

$$Q = \begin{bmatrix} 1-a & a \\ b & 1-b \end{bmatrix} \quad (0 < a+b < 1)$$

Попадая в первое состояние мы пишем в строку a , во второе - b . Начальное распределение $\mu = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Найти

- (a) Q^n
 - (b) Стационарное распределение
 - (c) Отношение количеств букв a к буквам b в бесконечной строке.
 - (d) Отношение количество пар ab к парам bb в бесконечной строке.
2. (Команда X сдаёт задачу за малый промежуток времени Δt с вероятностью $p = \lambda \Delta t + o(\Delta t)$ при $\Delta t \rightarrow 0$. За этот промежуток времени они могут сдать больше одной задачи: вероятность этого равна $o(\Delta t)$. В начале соревнования у ребят нет решённых задач. Пусть $X(t)$ - случайная величина, показывающая, сколько задач команда сдаст за время t . Найдите распределение $X(t)$. Покажите, что данная модель является марковским процессом с непрерывным временем, где число задач - состояния, t - время.
 3. Предположим, что временные интервалы между последовательными приходами в магазин посетителей — независимые случайные величины, имеющие показательное распределение с параметром λ . Постройте для состояний из $\{0, 1, 2, \dots\}$ (число посетителей) марковскую цепь с непрерывным временем. Найдите вероятность того, что к моменту времени 5 придут ровно k посетителей.

4.