

# Introducción

La modelación de redes de fracturas es de suma importancia en los medios porosos fracturados, en particular dentro de la modelación geológica-petrofísica. En un contexto dinámico las redes de fracturas pueden afectar el comportamiento del flujo y almacenamiento de fluidos subterráneos. En un contexto estático, también son importantes porque ayudan a explicar parte de la historia geológica de la zona de estudio o forman vetas o corredores de vetas en las que se almacenan minerales. Como Nelson (2001) lo describe: inicialmente hay que considerar que el yacimiento es fracturado.

Los modelos de redes de fracturas principalmente se clasifican continuos y discretos (Romano-Pérez 2016). Debido a que los sistemas de fracturas muestran una amplia complejidad (Adler and Thovet 1999) y que, por razones económicas y prácticas, el volumen de roca muestreada es típicamente una muy pequeña fracción del yacimiento (Chilès and Delfiner 2012, p. 1), el enfoque de modelación adoptado sólo puede ser probabilístico, ya que permite cuantificar la incertidumbre de los parámetros medidos o estimados. Es decir, cada propiedad involucrada es usualmente modelada mediante una variable aleatoria.

Gracias al poder computacional que existe actualmente, el modelo de redes de fracturas Discretas (DFN, por sus siglas en inglés) se ha vuelto realizable. Este enfoque estocástico consiste en aplicar un método de simulación basada en objetos, el cual también se conoce como método booleano (Stoyan, Kendall, and Mecke 1987; Cacas, Daniel, and Letouzey 2001; Chilès and Delfiner 2012), en donde las fracturas son representadas como objetos geométricos simplificados. Por ejemplo, las fracturas en 2D se representan usualmente como segmentos rectilíneos cuya orientación y longitud representan las características de mismo nombre de las fracturas. Algunas propiedades de fracturas como la porosidad y la apertura no se modelan geoméricamente pero sí como atributos de las fracturas. El método booleano también es importante dentro de un contexto dinámico al ser ampliamente utilizado en la teoría de percolación continua (Meester and Roy 1996). En la tesis de Ayala-García and Díaz-Viera (2014) se muestran resultados de percolación en redes de fracturas similares a la de esta tesis.

**Commented [LF1]:** Esta referencia no está en la bibliografía

La metodología estándar supone independencia entre las variables aleatorias que modelan cada propiedad, ya que cada propiedad de fractura se modela de manera independiente (Elmo et al. 2014; Bourbiaux et al. 2002; Zellou et al. 2003; Gringarten 1997; Adler and Thovet 1999). Se ha demostrado (Mendoza-Torres, Díaz-Viera, and Erdely 2017) que cuando existe dependencia, las redes de fracturas simuladas suponiendo propiedades univariadas independientes pueden tener un comportamiento totalmente diferente al de los datos, incluso aun obedeciendo las mismas distribuciones individuales (marginales). Un ejemplo de este caso, es cuando se espera (por observaciones geológicas) que las fracturas más largas estén alineadas en cierta dirección y lo que se obtiene con el enfoque independiente es que tales fracturas se simulen en la dirección perpendicular.

La dependencia estadística entre las propiedades de las fracturas usualmente es no-lineal y compleja. Por lo tanto, las técnicas estadísticas tradicionales, que generalmente se basan en suposiciones de linealidad, son muy restrictivas para modelar dichas redes.

Algunos autores (Balankin et al. 2001; Olson 2007) reportan que las longitudes y aperturas de fracturas siguen distribuciones de probabilidad con colas pesadas, lo que a su vez provoca diagramas de

dispersión complicados, no solamente entre las variables, sino también entre otras variables que no necesariamente tienen colas pesadas.

En particular, la dependencia entre longitud, orientación y apertura, tanto por pares como de manera trivariada, es no lineal y generalmente no se modela. Esto también debido a la falta de modelos para la dependencia entre datos orientados y datos convencionales, tales como la longitud. Cabe notar, que estas relaciones de dependencia son muy importantes dentro de un contexto de flujo y transporte, ya que pueden afectar severamente las propiedades de percolación.

Un enfoque ampliamente utilizado para modelar las relaciones de dependencia es el enfoque de regresión lineal. Debido a sus limitaciones, en muchas ocasiones ajustan modelos de manera artificial al transformar matemáticamente alguna de las variables involucradas o ambas. Decimos de manera artificial por tres aspectos principales: 1) no es claro que la regresión satisfaga los requisitos de la teoría de regresión lineal; 2) el sesgo que se obtiene al transformar los datos (Seber and Wild 2003; Miller 1984; Box 1971); y 3) el esfuerzo que conlleva comparar transformaciones y evaluar los supuestos de la regresión.

Comúnmente, con en análisis de regresión se tienen los coeficientes de correlación. Éstos son estadígrafos que intentan explicar la dependencia entre los datos. En ciencias de la tierra, comúnmente se tienen estructuras de dependencia entre los datos que los coeficientes de correlación no pueden explicar. Por otro lado, se sabe que dos conjuntos de datos pueden tener el mismo coeficiente de correlación y, por el contrario, tener estructura de dependencia diferente (Kat 2003; Embrechts, McNeil, and Straumann 1999; King 1986; Chernih, Maj, and Vanduffel 2007).

Como solución a estas limitantes, la teoría de cópulas ha mostrado modelar de manera flexible y general una gran gama de estructuras de dependencia. Una de las ventajas de esta teoría, es poder separar la estructura de dependencia de las funciones de distribución marginales univariadas (Sklar 1959), cuando éstas son continuas.

Una función cópula válida es la aproximación de la cópula empírica (Deheuvels 1979; Fermanian et al 2004; Berghaus, et al. 2017; Radulović, et al. 2017; Bucher and Volgushev 2011; Carnicero, et al. 2013) mediante los polinomios de Bernstein (Sancetta and Satchell 2004). Este enfoque no paramétrico es más fácil de usar que otros en los que se utilizan cópulas paramétricas, no depende de la forma de la dependencia y la reproduce de manera adecuada.

Sin embargo, una de sus limitantes es no poder modelar de manera natural datos orientados, como es el caso de las direcciones de fracturas. Carnicero, Ausín, and Wiper (2013) adaptaron este modelo para incluir datos periódicos. La teoría de cópulas ya ha tenido aplicaciones dentro de Ciencias de la Tierra, por ejemplo, en geoestadística (Díaz-Viera and Casar-González 2005a; Bárdossy 2006; Haslauer, et al. 2010; Kazianka and Pilz 2010; Kazianka and Pilz 2011; Kazianka 2012) o en valores extremos (Salvadori et al. 2007). En particular, las cópulas de Bernstein se han utilizado para datos no periódicos (V. Hernández-Maldonado, Díaz-Viera, and Erdely 2012c; V. Hernández-Maldonado, Díaz-Viera, and Erdely 2012b; Erdely and Díaz-Viera 2009), pero esta tesis es el primer proyecto en considerar explícitamente la función de relación entre dirección de fracturas y la longitud y apertura de las mismas.

El objetivo de este trabajo fue establecer una metodología sistemática para la simulación estocástica de propiedades de redes de fracturas discretas en medios porosos. En particular, considerando las

**Deleted:** veces

**Commented [LF2]:** De que manera las transforman, porque así la frase queda truncada

**Deleted:** a

**Deleted:** dos

**Deleted:** , Radulović, and Wegkamp

**Commented [LF4]:** En el caso de más de dos autores se acostumbra poner et al. porque serían demasiados nombres en las citas

**Deleted:** Bucher, and Volgushev

**Deleted:** Wegkamp, and Zhao

**Deleted:** Ausín, and Wiper

dependencias complejas de los objetos que representan a las fracturas discretas mediante la modelación de su función de distribución de probabilidad conjunta usando cópulas.

El desarrollo de esta tesis se llevó a cabo en 8 capítulos iniciando con la presente introducción. en el capítulo 2 se muestra una revisión de las redes de fracturas dentro de la modelación geológica-petrofísica de yacimientos; así mismo se muestran algunos enfoques de modelación de redes de fracturas, entre ellos el modelo adoptado en esta tesis. Los fundamentos matemáticos parten de la geometría estocástica concerniente a los modelos booleanos (tomados de la literatura) se muestran en él : procesos puntuales y modelos booleanos. se muestran en el capítulo 3. Estos modelos están constituidos por objetos que tienen propiedades. La orientación de las fracturas es una de ellas para la cual se utiliza la estadística de datos orientados. Las características de estos objetos se modelaron conjuntamente. Para lograr tal cometido, se muestra a detalle el tema principal de este trabajo. Se muestran las bases de la teoría de cópulas, el caso de cópulas de Bernstein y su adaptación para incluir datos orientados. También se muestran algunos resultados multivariados, así como el enfoque de cópulas de Vine para el caso trivariado. Cabe mencionar que, como parte de nuestra aportación al conocimiento, a lo largo de este capítulo se relacionan los modelos matemáticos, sus algoritmos numéricos, su almacenaje en memoria computacional y el nombre del código que contiene dicha implementación. La siguiente parte de nuestra aportación se escribe en el , el cual es una síntesis en flujos de trabajo del capítulo anterior, así como también se proporciona una metodología general para simulación estocástica de redes de fracturas discretas. En el se aplica la metodología y los programas computacionales en dos casos de estudio: uno bivariado y otro trivariado. Aquí se comparan los resultados con la metodología estándar. En el se muestran las conclusiones y trabajo futuro. Por último, la teoría de aproximación se expone en el ya que no es totalmente necesaria dentro del cuerpo de la tesis.

De esta manera, en este trabajo se enriquece la metodología de la modelación de redes de fracturas discretas al considerar la dependencia que existe entre las propiedades intrínsecas de los modelos booleanos, en particular, en la modelación de redes de fracturas discretas. Se brindan diagramas de flujo de trabajo en cada parte de la modelación, así como un flujo de trabajo general. Esta metodología se aplicó a dos casos de estudio que reprodujeron la dependencia de los datos; en contraparte, se hizo una comparación con la metodología estándar que produjo resultados bivariados diferentes a los esperados.

**Deleted:** En el

**Commented [LF5]:** Creo que deberías incluir el número de capítulo en cada descripción porque no se entiende o tal vez al pasarlo a word se perdieron los numeros de capítulo

**Deleted:** de parte

**Commented [LF6]:** Aquí no me queda clara la intención de la frase

**Deleted:** e

**Deleted:**

**Deleted:** explicada en el

**Commented [LF7]:** Francisco en este párrafo se perdieron los numeros de capítulo pero como estaban en la version de latex estaban bien