

Séance 2 de TP Automatique

TP4 : Méthode du premier harmonique

I. Introduction

Dans ce TP, nous allons utiliser la méthode du premier harmonique pour étudier et neutraliser les auto-oscillations d'un système non-linéaire composé d'un moteur et d'un relais qui ajoute une hystérésis (élément non linéaire). Pour cela, nous allons assimiler l'hystérésis à un gain complexe (qui dépend de l'amplitude du signal d'entrée). Les auto-oscillations d'un système peuvent poser problème dans un cadre industriel où l'on ne veut par exemple pas qu'un moteur puisse se mettre à tourner en l'absence d'une consigne en entrée.

II. Étude des auto-oscillations et tracé du lieu critique

Théorie

Le système est constitué de deux éléments principaux :

- La fonction de transfert du moteur à courant continu $G(s) = \frac{K_m}{1+\tau_m s}$ avec $K_m = 42.8 \text{ rad} \times V/s$ et $\tau_m = 0.214 \text{ s}$.
- L'hystérésis, une non-linéarité, représentée par son approximation du premier harmonique $N(A) = \frac{K \times 4H}{A\pi} \left(\sqrt{1 - \frac{H^2}{A^2}} - j \frac{H}{A} \right)$ avec $H = 1$ et A l'amplitude du sinus d'entrée.

Il y a également d'autres gains dans la boucle ouverte, représentés par K dans $N(A)$. Ainsi, $K = P_s \times R_r \times k_1 = \frac{1.58}{9} k_1$

Dans un premier temps, on souhaite déterminer l'amplitude et la fréquence des auto-oscillations du système en boucle fermée en résolvant l'équation suivante :

$$G(j\omega) \times N(A) + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow G(j\omega) = -\frac{1}{N(A)}$$

Il est possible de résoudre ce problème graphiquement, en traçant dans le plan de Nyquist $G(j\omega)$ et $C(A) = -\frac{1}{N(A)}$. Il suffit alors d'extraire les informations de l'intersection entre les deux courbes.

Pour cela, on utilise le code Matlab situé en annexe 1. Les courbes obtenues sont représentées sur la figure en annexe 2.

À l'intersection, il est possible de retrouver les valeurs de l'amplitude et de la fréquence du sinus à ce point critique.

Avec l'outil graphique, on trouve la **fréquence au point critique** $\omega_{crit} = 5.89 \text{ rad/s} = 1.88 \text{ Hz}$.

On peut retrouver cette valeur au point numéroté 855 dans le vecteur Gs. Donc l'**amplitude au point critique** est $A_{crit} = 855 \times 0.01 = 8.55 \text{ V}$.

Pratique

Dans un premier temps, nous branchons l'ensemble du matériel, mais nous laissons le boîtier pour l'hystérésis à part. En effet, il faut d'abord le régler aux bonnes valeurs. Pour cela, il est branché sur l'oscilloscope en mode XY. Nous souhaitons obtenir un seuil $T = 1$ et une amplitude $M = 7.25$. La forme obtenue sur l'oscilloscope devrait alors ressembler à ce qui est obtenu sur la figure en [annexe 3](#). Une fois le réglage effectué, l'hystérésis est intégrée au branchement du circuit.

Malheureusement, nous n'avons pas réussi à observer les oscillations dans cette configuration. **À partir de ce point, nous décidons de freiner le moteur avec l'aimant.** Les valeurs théoriques seront donc peu pertinentes car le modèle théorique est différent du système réel freiné.

Dans cette configuration, voici pour les différentes valeurs de k_1 , les oscillations observées :

Valeur de k_1	V_{PP} (en Volts)	f_{crit} (en mHz)
0.4	9.0	603
0.5	9.5	732
0.6	10.0	835
0.7	10.7	978

Les courbes correspondant à chaque ligne du tableau se trouvent en [annexes 4 à 7](#).

On observe bien une différence à la fois en amplitude et en fréquence, la solution de l'équation $G(j\omega) = \frac{-1}{N(A)}$ est donc différente pour chaque k_1 . Le croisement des deux courbes de la résolution graphique est légèrement décalé à chaque k_1 choisi. Ainsi, il faut faire le compromis entre des auto-oscillations de haute fréquence (donc filtrable) mais de grande amplitude, et des auto-oscillations de basse fréquence mais de plus petite amplitude (avec moins d'impact direct).

III. Amélioration des performances de l'asservissement

Une fois les auto-oscillations observées, nous nous demandons s'il est possible de les annuler, afin de rendre le système « plus linéaire ». Pour cela, un GBF est placé en entrée du système. Son objectif : faire osciller le système suffisamment rapidement pour annuler les auto-oscillations. Le GBF est réglé à 50Hz pour la suite des manipulations.

Tout d'abord, nous avons tenu à vérifier ce comportement en simulation. Nous avons construit un fichier Simulink (en [annexe 8](#)) et réalisé plusieurs simulations pour des valeurs radicalement différentes d'amplitude du GBF (en [annexe 9](#) pour $200mV_{PP}$, en [annexe 10](#) pour $5V_{PP}$).

Pour une amplitude élevée, les oscillations du GBF prennent le dessus sur les auto-oscillations, car elles activent l'hystérésis à une fréquence trop rapide pour le moteur. Les oscillations résultantes sont en haute fréquence pour le moteur car très rapides pour lui. On peut donc considérer ces oscillations comme nulles, c'est-à-dire que pour une consigne nulle, la sortie est à 0.

Ce phénomène est observé sur la maquette réelle en annexe 11. Les oscillations haute fréquences sont perçues par des grincements du moteur qui essaie de répondre aussi rapidement qu'il le peut.

La fréquence de 50Hz est intéressante car c'est celle du réseau électrique français, ce qui signifie que l'on peut utiliser cette source en réduisant simplement la tension du réseau avec un transformateur. Cela constitue une solution économique et pratique, notamment dans un système embarqué tel qu'un avion.

IV. Correction par boucle secondaire tachymétrique

Une autre méthode pour améliorer la linéarité du système est le retour tachymétrique. Nous utilisons le capteur de vitesse du moteur dont nous amplifions le signal par un gain k_2 . L'objectif est de diviser par deux l'amplitude des auto-oscillations par rapport à l'amplitude que nous avons mesuré précédemment de $4.5V$.

Nous essayons cette théorie en simulation, en construisant le schéma Simulink trouvable en [annexe 12](#). Plusieurs valeurs de k_2 sont utilisées pour montrer la corrélation entre k_2 et l'amplitude des oscillations. Il est donc possible de trouver un gain tel que l'amplitude sera exactement divisée par 2. Les figures correspondant à ces valeurs sont en [annexe 13](#) et [14](#).

Expérimentalement, nous trouvons qu'en réglant le gain k_2 à 10.55 à l'aide d'un montage amplificateur non inverseur, nous obtenons une amplitude des oscillations d'environ $2.2V$, ce qui correspond à une division par deux. La figure observée pour ce gain $k_2 = 10.55$ est trouvable en [annexe 15](#).

En implémentant le retour tachymétrique sur Simulink, on remarque qu'en faisant varier k_2 , on fait varier l'amplitude des oscillations du système.

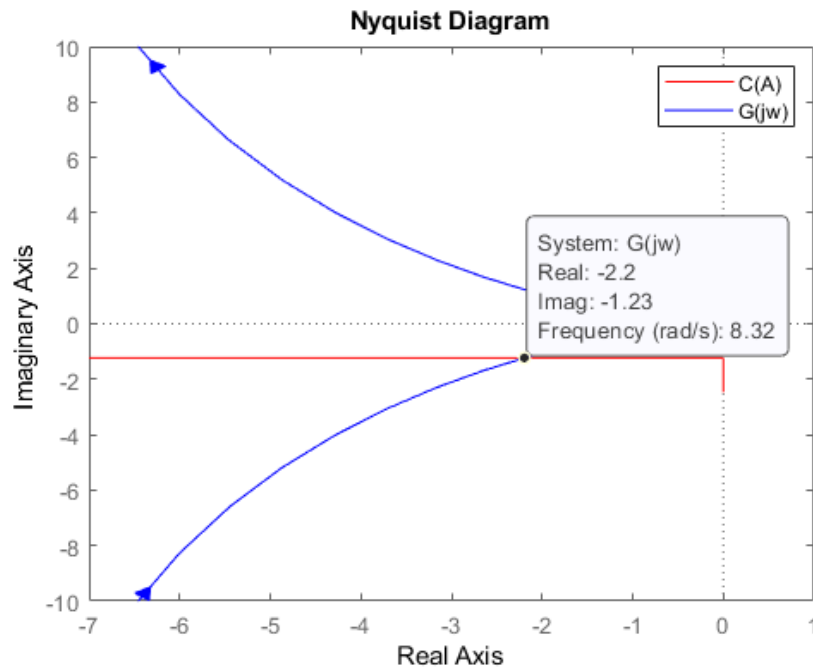
V. Conclusion

Dans ce TP, nous avons vu une méthode pour déterminer théoriquement et expérimentalement l'existence, la fréquence et l'amplitude d'auto-oscillations dans un système comportant des non-linéarités. Nous avons par la suite étudié et mis en place deux solutions différentes pour les réduire, voire les éliminer. En effet dans certains contextes, ces oscillations ne sont pas souhaitables car on souhaite ne pas avoir de phénomène oscillatoire en sortie quand aucune consigne n'est envoyée. En revanche, il existe d'autres domaines où cette propriété est exploitée pour créer des oscillateurs très performants.

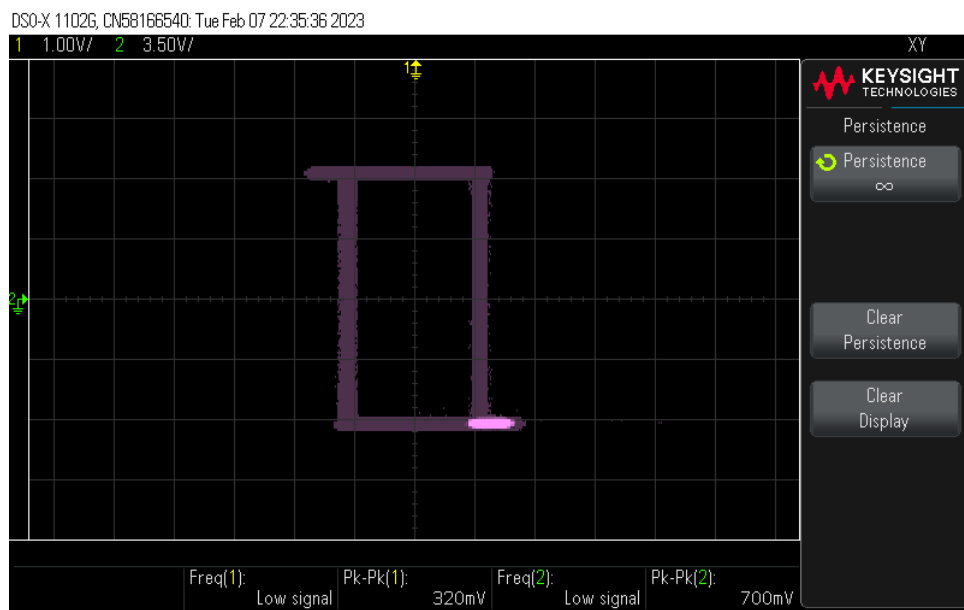
Annexes

```
clear
close all
% Construction de la non-linéarité
A = 0:0.01:15;
H = 1;
Sr = 7.25;
N = @(A) 4*Sr/(A*pi)*(sqrt(1-(H^2)/(A^2))-i*H/A);
Ps = 1.58;
Rr = 1/9;
k1 = 0.5;
% Construction de C(A)
Ctab = [];
for i = 1:length(A)
    Ctab = [Ctab -1/(N(A(i))*(k1*Rr*Ps))];
end
% Construction de la fonction de transfert G(jw)
Km = 42.8;
tm = 0.214;
G = tf(Km,[tm 1 0]);
% Tracé
figure
plot(Ctab, 'r')
hold on
nyquist(G, 'b')
legend("C(A)", "G(jw)")
axis([-7 1 -10 10])
```

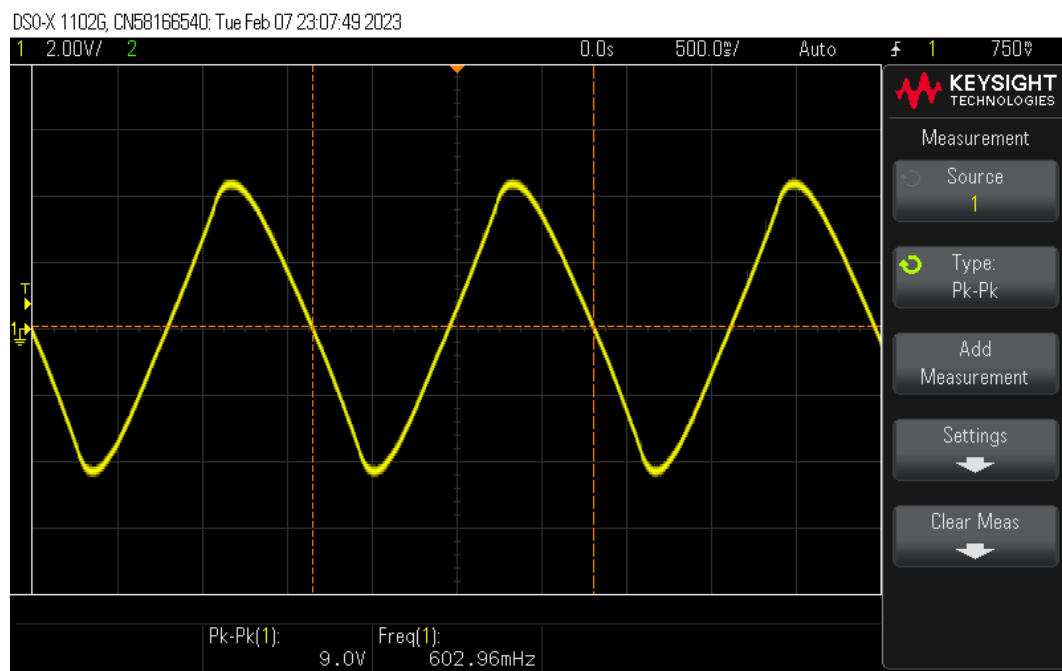
Annexe 1 : Code Matlab pour le tracé de $k_1 \times R_r \times P_s \times G(j\omega)$ et de $C(A)$



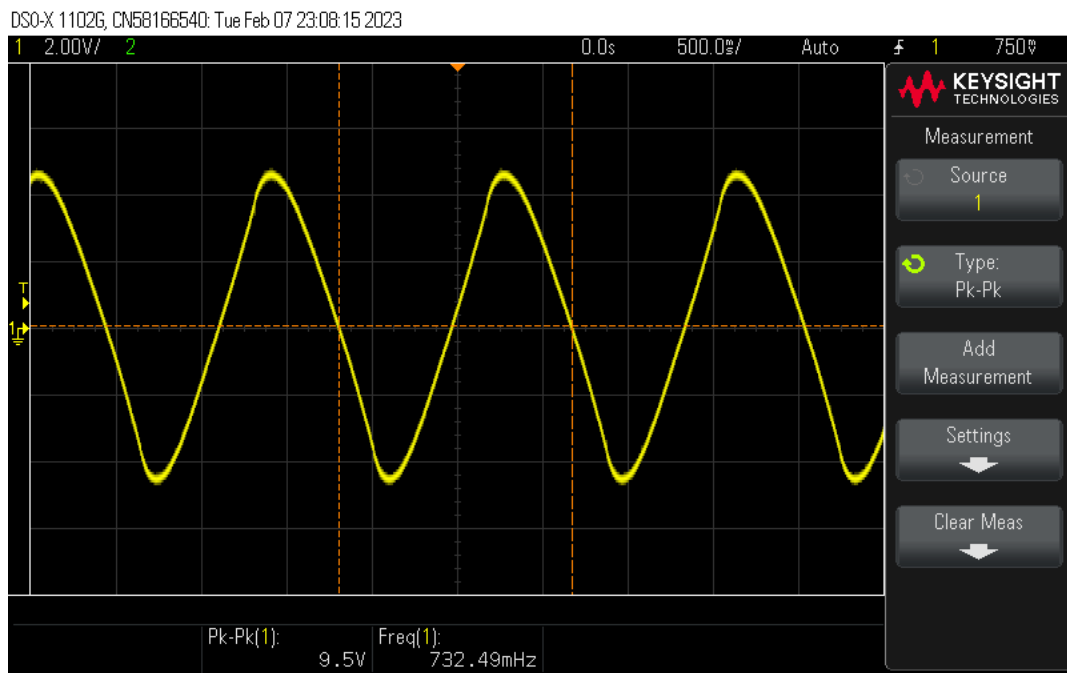
Annexe 2 : Tracé de $G(j\omega)$ en bleu, et de $C(A)$ en rouge dans le plan de Nyquist pour $k_1 = 0.5$



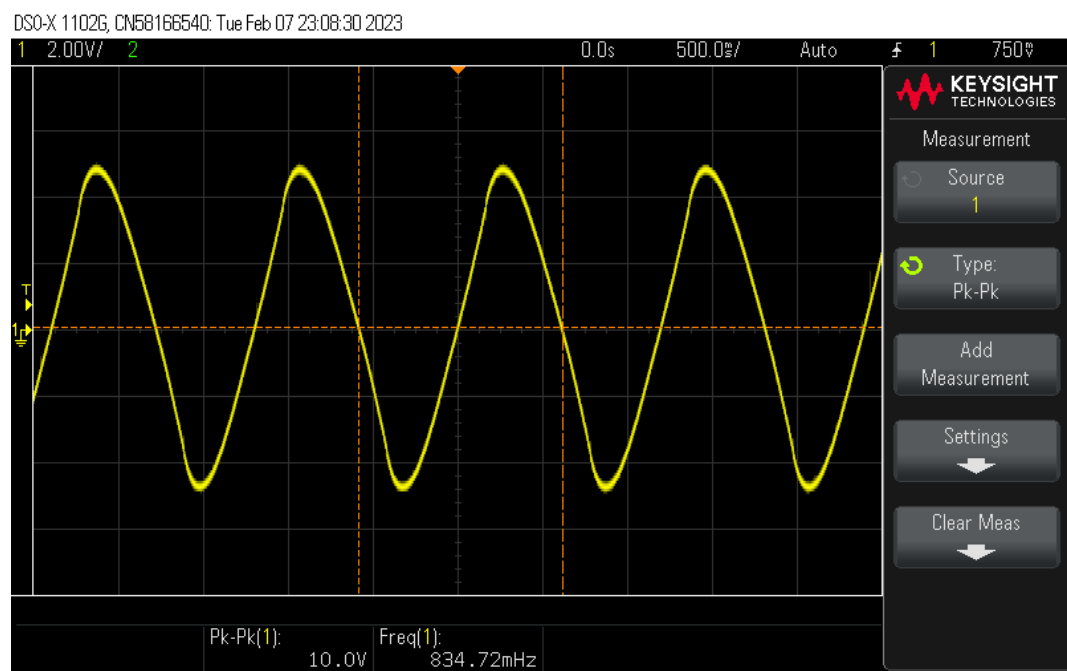
Annexe 3 : Signal mesuré en sortie de l'hystérésis alimenté par un GBF



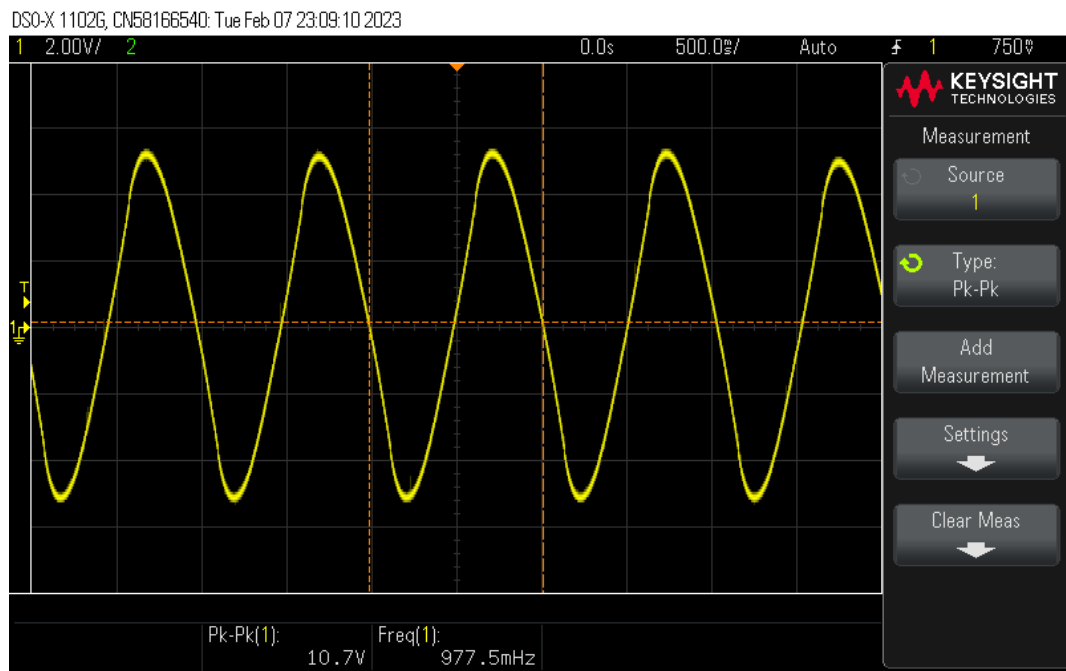
Annexe 4 : Auto-oscillations de la position du moteur mesurée pour $k_1 = 0.4$



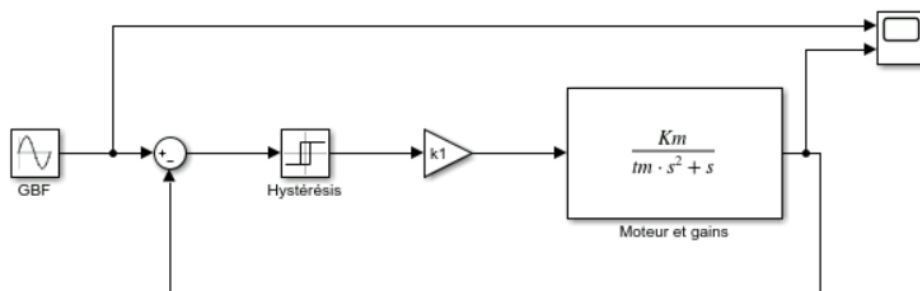
Annexe 5 : Auto-oscillations de la position du moteur mesurée pour $k_1 = 0.5$



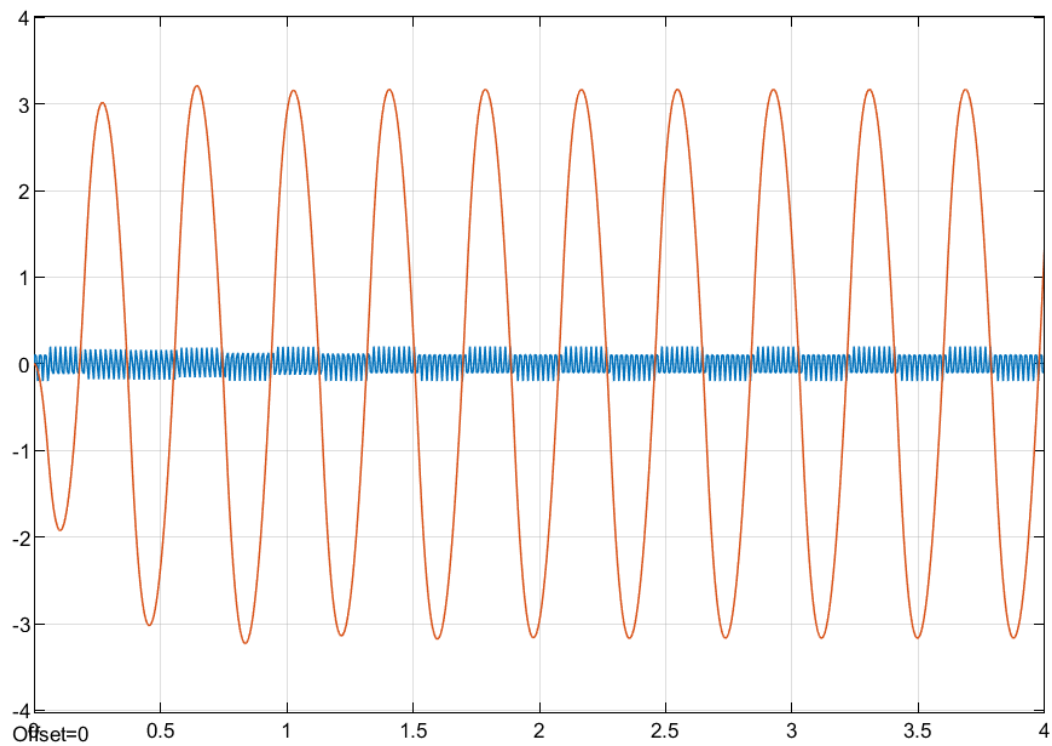
Annexe 6 : Auto-oscillations de la position du moteur mesurée pour $k_1 = 0.6$



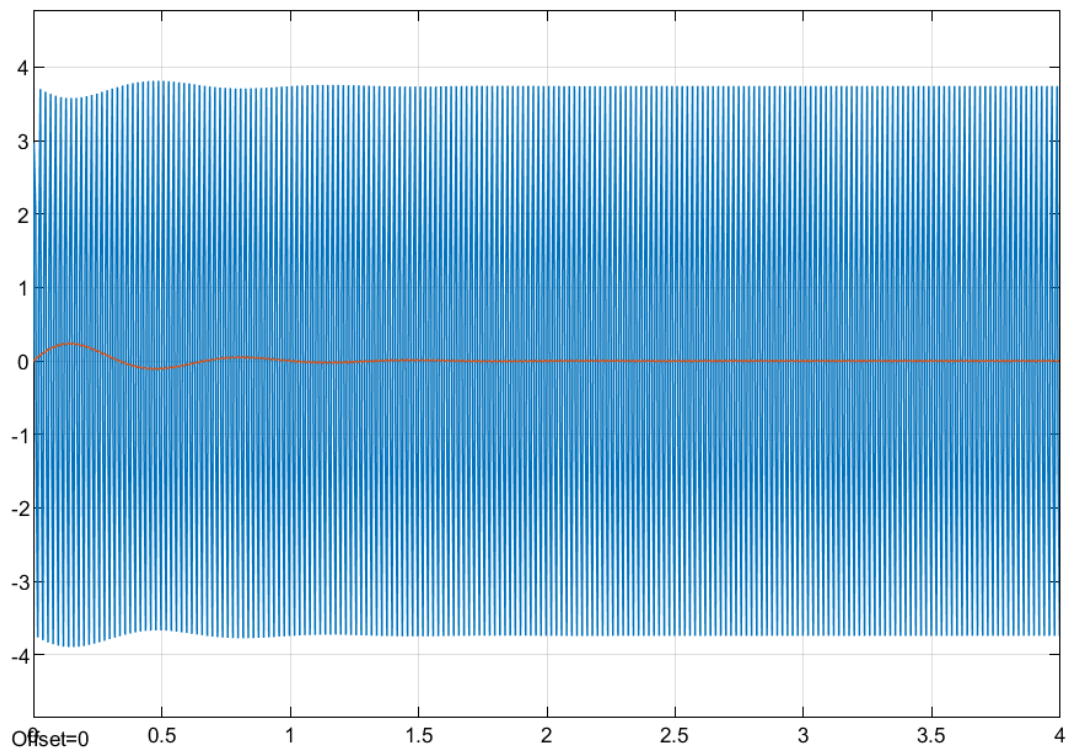
Annexe 7 : Auto-oscillations de la position du moteur mesurée pour $k_1 = 0.7$



Annexe 8 : Schéma Simulink pour la réaction du moteur au GBF

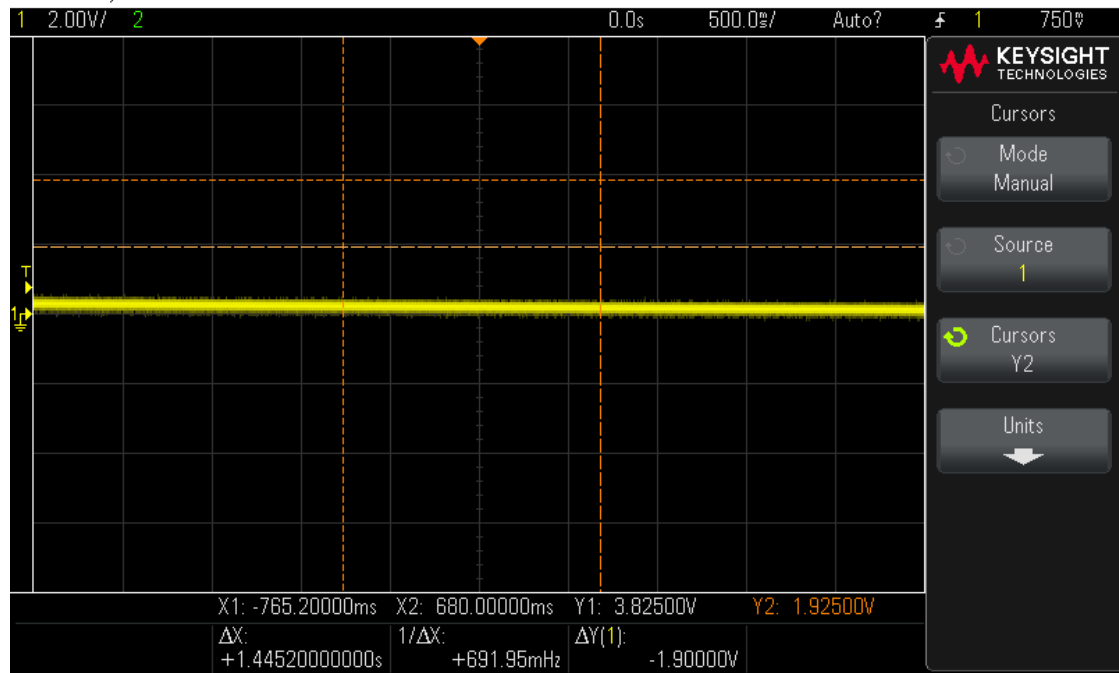


Annexe 9 : Position du moteur en orange, et signal du GBF à 50Hz et 200mV_{PP} en bleu, en simulation

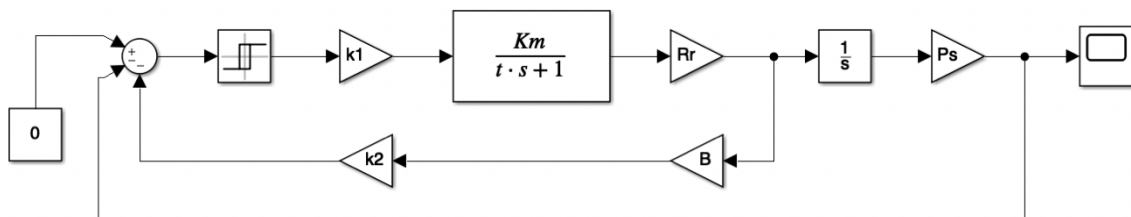


Annexe 10 : Position du moteur en orange, et signal du GBF à 50Hz et 5V_{PP} en bleu, en simulation

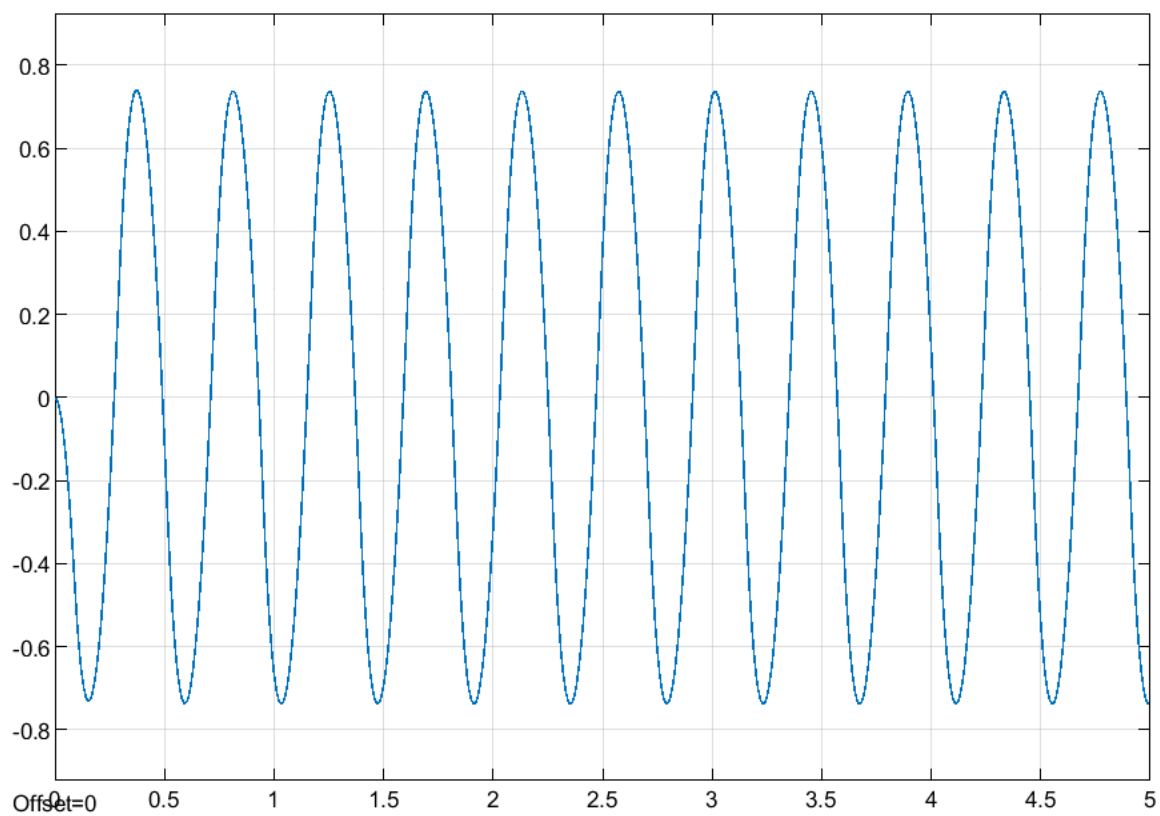
DSO-X 1102G, CN58166540: Tue Feb 07 23:53:23 2023



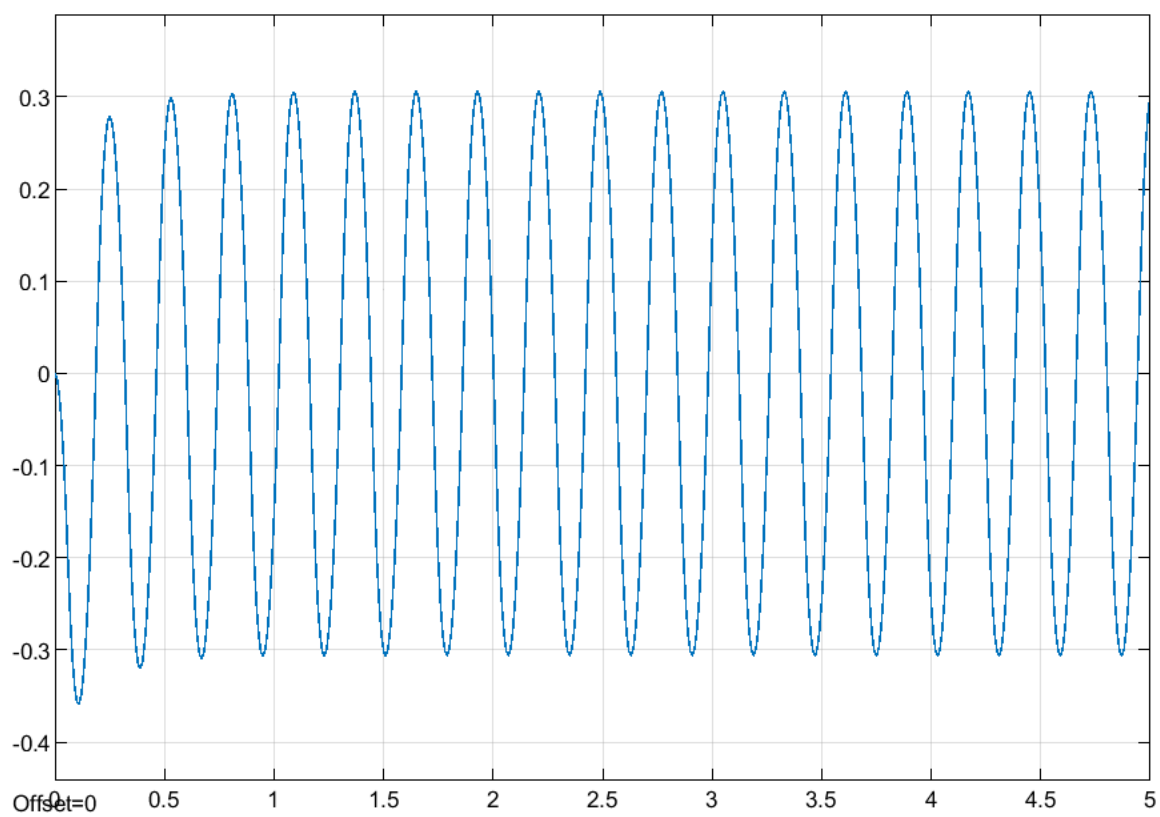
Annexe 11: Position du moteur mesurée pour un signal du GBF à 50Hz et 5V_{pp}



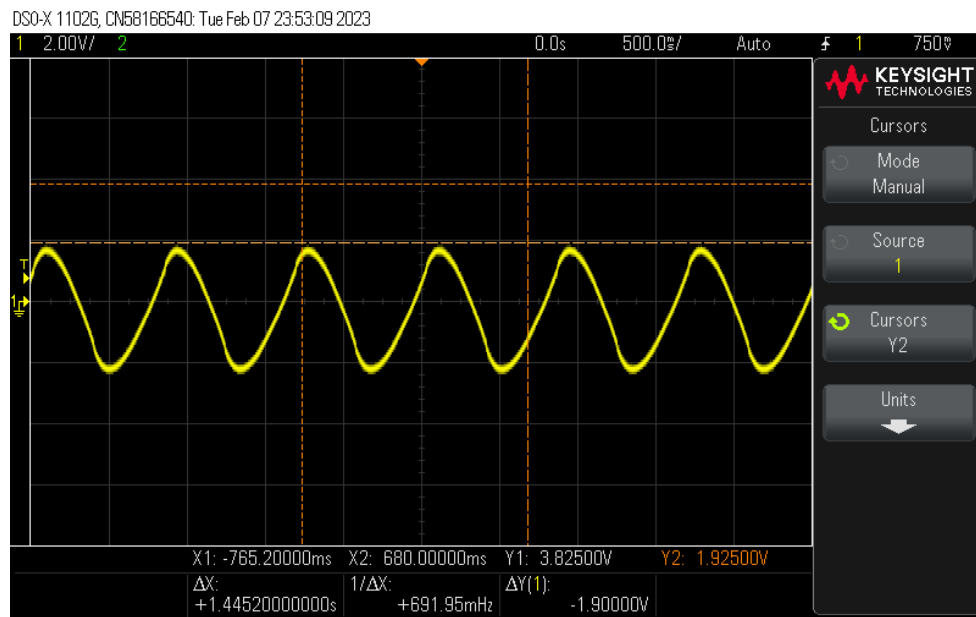
Annexe 12 : Montage complet avec retour tachymétrique sur Simulink



Annexe 13 : Position du système pour $k2 = 1$



Annexe 14 : Position du système pour $k2 = 2$



Annexe 15 : Oscillations avec retour tachymétrique tel que l'amplitude est divisée par 2.