

2025春季THY概统期末

回忆版, 仅供参考

注: 今年的试卷和thy放在网络学堂的往年题 (非常侧重假设检验) **完全正交** !

1. 设随机变量 $X_1 \sim N(0, 1)$, $X_2 \sim N(0, 1)$, 且 X_1, X_2 无关, $Y_1 = X_1 + 2X_2 + 1$, $Y_2 = X_1 - 2X_2 + 2$.

(1) 求 (Y_1, Y_2) 的分布;

(2) $E(Y_1|Y_2 = 4)$, $\text{Var}(Y_1|Y_2 = 4)$;

(3) 若 $Y_1, Y_2 + aY_2$ 无关, 求 a .

2. 设某机器每个元件的寿命 $\sim N(100, 25^2)$, 元件至少 k 个才能工作.

(1) 求单个元件至少正常工作 80 小时概率;

(2) 整个机器工作正常工作超过 80 小时的概率 $> 95\%$, 求 k 的最大值.

3. 设某一批商品的次品率为 θ , 抽查 10 个样本有 3 个次品, 设 θ 先验分布为 $\text{Beta}(3, 6)$.

(1) 求后验分布;

(2) 求后验众数估计;

(3) 求后验均值估计.

4. 多项分布 p_1, p_2, p_3 的结果为 $(24, 26, 10)$.

(1) 求最大似然估计 p_1^*, p_2^*, p_3^* ;

(2) 检验 $p_1 = p_2 = p_3$;

(3) 若 $p_1 = p_2$, 求 $p = p_1 = p_2$ 的极大似然估计;

(4) 根据 Fisher 信息量估计 p^* 的SE;

(5) 计算 p 的 95% 置信区间.