Activité : modéliser un réseau social à l'aide d'un graphe

Exercice 1 : différentes représentations

On considère un réseau social « miniature » comportant 8 membres dans lequel on a les relations d'amitié suivantes :

- · Cléo est amie avec Mathias, Stella, Carla et Léopold
- · Mathias est ami avec Cléo, Maxime, Carla, Léopold et Léane
- · Léane est amie avec Mathias, Charles et Léopold
- Léopold est ami avec Maxime, Cléo, Mathias et Léane
- Carla est amie avec Cléo et Mathias
- Stella est amie avec Cléo
- Maxime est ami avec Léopold et Mathias
- Charles est ami avec Léane

On peut représenter ces amitiés par deux méthodes :

• Un tableau à double entrée dans lequel on met 1 dans une case pour signifier une relation d'amitié entre les deux personnes et 0 sinon.

Compléter ainsi le tableau grâce aux données.

| | Cléo | Mathias | Léane | Léopold | Carla | Stella | Maxime | Charles |
|---------|------|---------|-------|---------|-------|--------|--------|---------|
| Cléo | | 1 | | 1 | | | | |
| Mathias | | | | | | | | |
| Léane | | | | | | | | |
| Léopold | | | | | | | | |
| Carla | | | | | | | | |
| Stella | | | | | | | | |
| Maxime | | | | | | | | |
| Charles | | | | | | | | |

 Un graphe, où chaque sommet représente une personne et on relie deux sommets entre eux par un arc dans le cas d'une relation d'amitié.

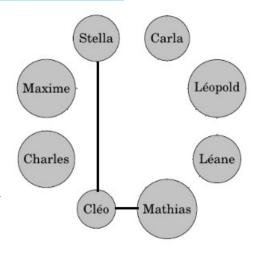
Compléter ainsi le graphe ci-contre grâce aux données.

Exercice 2 : symétrie

- 1. Dans le tableau complété à l'exercice précédent, quelle **symétrie** peut-on observer ?
- 2. (a) Interpréter en terme d'amitié entre membres de ce réseau social
- (b) Donner deux exemples de réseaux sociaux qui reproduisent ce mode de fonctionnement et deux exemples de réseaux qui ne le reproduisent pas.
- (c) Pour un réseau social qui ne reproduit pas ce mode de fonctionnement, comment pourrait-on adapter la représentation par un graphe pour tenir compte de cette spécificité ?

Exercice 3: distance entre deux sommets

La **distance** entre deux sommets d'un graphe est le nombre minimal d'arêtes qu'il faut parcourir pour aller d'un sommet à l'autre.



1. On reprend le graphe de l'Exercice 1. Remplir le tableau ci-dessous avec la distance entre chacun des sommets.

| | Cléo | Mathias | Léane | Léopold | Carla | Stella | Maxime | Charles |
|---------|------|---------|-------|---------|-------|--------|--------|---------|
| Cléo | 0 | 1 | 2 | | | | | |
| Mathias | | | | | | | | |
| Léane | | | | | | | | |
| Léopold | | | | | | | | |
| Carla | | | | | | | | |
| Stella | | | | | | | | |
| Maxime | | | | | | | | |
| Charles | | | | | | | | |

2. Que vaut la distance entre deux sommets qui représentent des personnes liées par une relation d'amitié ?

Exercice 4 : écartement d'un sommet

L'écartement (ou excentricité) d'un sommet est la distance maximale entre ce sommet et les autres sommets du graphe.

Sommet Cléo Mathias Léane Léopold Carla Stella Maxime Charles

Remplir le tableau ci-contre pour le graphe de l'Exercice 1.

Exercice 5 : diamètre d'un graphe

Le diamètre d'un graphe est la distance maximale entre deux sommets de ce graphe.

Quel est le diamètre du graphe de l'Exercice 1?

Exercice 6 : centre d'un graphe

Le **centre** d'un graphe est le (ou les) sommet(s) qui ont un écartement minimal.

- 1. Déterminer le centre du graphe de l'Exercice 1.
- 2. Dans un réseau social, que peut-on dire des personnes occupant le centre du graphe correspondant ?

Exercice 7: rayon d'un graphe

Le **rayon** d'un graphe est l'écartement d'un des sommets du centre du graphe.

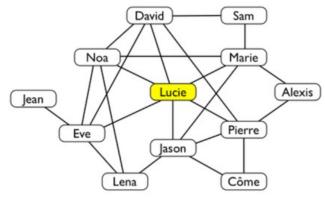
Déterminer le rayon du graphe de l'Exercice 1.

Exercice 8 : graphes et partage de photos

Le graphe ci-contre représente les relations d'amitié sur un réseau social entre les élèves d'une classe.

La politique du réseau social concernant le partage de photos est décrite ci-dessous :

« Quelqu'un peut partager une photo avec certains de ses amis. Les amis avec qui la photo est partagée, peuvent voir et commenter la photo. Si quelqu'un commente une photo alors



tous ses propres amis peuvent à leur tour voir la photo et le commentaire. Par contre, ils ne peuvent pas commenter la photo (sauf si son propriétaire avait choisi de partager les photos avec eux initialement). »

- 1. Si Lucie publie une photo à tous ses amis directs, est ce que Côme pourra visualiser la photo ? donner une justification précise.
- 2. Lucie a ajouté une nouvelle photo sur son profil, elle ne veut pas que Jason puisse la voir. Avec qui peut-elle partager sa photo, sans que Jason puisse la voir ?
- 3. A quel réseaux sociaux réels ce principe de fonctionnement vous fait-il penser?
- 4. D'après vous, quel est le point de vigilance à avoir lors de la publication d'un support ?

Exercice 9 : autres graphes

Déterminer le rayon, le diamètre et le centre pour chacun des graphes suivants.

