★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- الموضوع -

NS 22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (3 نقط)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، المستوى (P) المار من النقطة $A(0\ ,\ 1\ ,\ 1)$
و $\vec{u}(1\ ,\ 0\ ,\ -1)$ متجهة منظمية عليه و الفلكة (S) التي مركزها النقطة $\Omega\left(0\ ,\ 1\ ,\ -1\right)$ و شعاعها $\sqrt{2}$

1) أ- بين أن $x-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P) 0.5

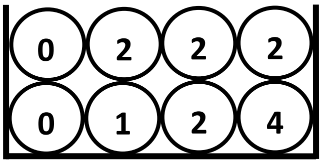
ب- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) و تحقق من أن $B(-1,1,0)$ هي نقطة التماس. 0.75

2) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة A و العمودي على المستوى (P) 0.25

ب- بين أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) في النقطة $C\left(1\ ,\ 1\ ,0\right)$ 0.75

3) بين أن $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$ و استنتج مساحة المثلث OCB 0.75

التمرين الثاني : (3 نقط)



يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل جانبه.
نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل العدد **0** ". 1.5
و الحدث B : " جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي **8** ".
بين أن $p(A)=\dfrac{5}{14}$ و أن $p(B)=\dfrac{1}{7}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.

أ- بين أن $p(X=16)=\dfrac{3}{28}$ 0.5

ب- الجدول جانبه يتعلق بقانون احتمال المتغير العشوائي X 1
أتمم ملء الجدول بعد نقله على ورقة تحريرك معللا أجوبتك.

x_i	0	4	8	16
$p(X=x_i)$				$\dfrac{3}{28}$

التمرين الثالث : (3 نقط)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+\left(\sqrt{3}+1\right)i$

1) أ- تحقق من أن $b=(1+i)a$ 0.25

ب- استنتج أن $|b|=2\sqrt{2}$ و أن $\arg b\equiv\dfrac{5\pi}{12}\ [2\pi]$ 0.5

ج- استنتج مما سبق أن $\cos\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 0.5

2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\ \vec{u}\ ,\ \vec{v}\right)$
نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b و النقطة C التي لحقها c بحيث $c=-1+i\sqrt{3}$

أ- تحقق من أن $c=ia$ و استنتج أن $OA=OC$ و أن $\left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$ 0.75

ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OC}$ 0.5

ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع . 0.5

المسألة : (11 نقطة)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

1) تحقق من أن $g(1)=0$ 0.25

x	0 $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

2) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g جانبه : 1

بين أن $g(x)\leq 0$ لكل x من المجال $]0\,,1]$

و أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $[1\,,+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\ cm$)

1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أول هندسيا النتيجة. 0.5

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 0.25

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ 0.75

3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ 1

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0\,,1]$ و تزايدية على المجال $[1\,,+\infty[$ 0.75

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ 0.25

4) أ- حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x=0$ 0.5

ب- استنتج أن المنحنى (C) يقطع المستقيم (D) في نقطتين يتم تحديد زوج إحداثيتي كل منهما. 0.5

ج- بين أن $f(x)\leq x$ لكل x من المجال $[1\,,2]$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $[1\,,2]$ 0.75

5) أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (D) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين $2{,}4$ و $2{,}5$) 1

6) أ- بين أن $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$ 0.5

ب- بين أن الدالة $H:x\mapsto 2\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \dfrac{2}{x}-1$ على المجال $]0,+\infty[$ 0.25

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\displaystyle\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$ 0.5

د- احسب ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$ 0.5

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{3}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$

1) بين بالترجع أن $1\leq u_n\leq 2$ لكل n من $I\!N$ 0.5

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II) 4) ج-) 0.5

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها. 0.75

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- عناصر الإجابة -
NR 22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵓⴷⵙ ⴰⵣⵣⴰⵢⵔⴰⵏ ⴷ ⵓⵙⵙⵏⵎⵍⵉ ⴰⵏⵙⵙⴰⵡⴰⵏ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

- تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل -

التمرين الأول (3 ن)

1.25	(1	أ- 0.5 ب- 0.25 ل $d(\Omega,(P))=\sqrt{2}$ و 0.25 ل (P) مماس ل (S) و 0.25 للتحقق
1	(2	أ- 0.25 ب- 0.5 للمستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) و 0.25 لنقطة التماس هي C
0.75	(3	0.5 للجداء المتجهي و 0.25 لمساحة المثلث تساوي 1

التمرين الثاني (3 ن)

1.5	(1	0.75 للتوصل إلى $p(A)=\frac{5}{14}$ و 0.75 للتوصل إلى $p(B)=\frac{1}{7}$
1.5	(2	أ- 0.5 ب- 0.25 ل $p(X=8)=\frac{1}{7}$ و 0.25 ل $p(X=4)=\frac{3}{28}$ و 0.5 ل $p(X=0)=\frac{9}{14}$

التمرين الثالث (3 ن)

1.25	(1	أ- 0.25 للتحقق ب- 0.25 لمعيار العدد b و 0.25 ل عمدة للعدد b ج- 0.5
1.75	(2	أ- 0.25 للتحقق و 0.25 ل $OA=OC$ و 0.25 ل $\left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\,[2\pi]$ ب- 0.5 ج- 0.25 ل $OABC$ متوازي أضلاع و 0.25 ل $OABC$ مربع

المسألة (11 ن)

	(I	
0.25	(1	0.25
1	(2	0.5 ل $g(x)\le 0$ لكل x من المجال $]0,1]$ و 0.5 ل $g(x)\ge 0$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$
	(II	
0.5	(1	0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل الهندسي
1	(2	أ- 0.25 ب- 0.5 ل $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ و 0.25 ل $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=+\infty$
2	(3	أ- 1 ب- 0.25 لإشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ و 0.25 ل f تناقصية على $]0,1]$ و 0.25 ل f تزايدية على $[1,+\infty[$ ج - 0.25
1.75	(4	أ- 0.25 لكل حل من الحلين ب- 0.25 لكل نقطة من النقطتين ج- 0.5 لإثبات المتفاوتة و 0.25 للاستنتاج
1	(5	1 (انظر الشكل أسفله)
1.75	(6	أ- 0.5 ب- 0.25 ج- 0.25 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للتوصل إلى النتيجة د- 0.25 للمساحة ب cm^2 هي $\int_1^2(x-f(x))dx$ و 0.25 للتوصل إلى أن المساحة هي $(1-\ln 2)^2\ cm^2$
	(III	
0.5	(1	0.5
0.5	(2	0.5
0.75	(3	0.25 للمتتالية (u_n) متقاربة (تناقصية و مصغورة) و 0.25 ل (التأكيد على أن f متصلة على $[1,2]$ و $f([1,2])\subset[1,2]$) و 0.25 لنهاية المتتالية هي 1