

الصفحة 1 4	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</p> <p>الدورة العادية 2017</p> <p>- الموضوع -</p> <p>★★</p>	<p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي</p> <p>المركز الوطني للتقوية والامتحانات والتوجيه</p> <p>NS 24</p>
------------------	--	--

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)	المعامل	9

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنىات الجبرية.....(3.5 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالحسابيات.....(3 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(10 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها
لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (3,5 نقط)

نذكر أن $(M_3(i), +, ')$ حلقة واحدة صفرها المصفوفة

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

و وحدتها المصفوفة $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ وأن $(\mathbb{F}, +, ')$ جسم تبادلي.

نضع: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ و لكل (a, b) من i^2 $M(a, b) = \begin{pmatrix} a & b & -b \\ 0 & 0 & 0 \\ b & -a & a \end{pmatrix}$

نعتبر المجموعة $E = \{M(a, b) / (a, b) \in i^2\}$

1- بين أن E زمرة جزئية للزمرة $(M_3(i), +)$ 0,5

2- نعرف على $M_3(i)$ قانون التركيب الداخلي "T" بما يلي: 0,5

$$M(a, b)TM(c, d) = M(a, b)' A' M(c, d) \quad (a, b, c, d) \in i^4$$

تحقق أن E جزء مستقر من $(M_3(i), T)$

3- ليكن j التطبيق من \mathbb{F}^* نحو E الذي يربط كل عدد عقدي غير منعدم $a + ib$ (حيث: $(a, b) \in i^2$) بالمصفوفة $M(a, b)$ من E

أ) تحقق أن j تشاكل من $(\mathbb{F}^*, ')$ نحو (E, T) وأن $(\mathbb{F}^*)' = E^*$ حيث: $E^* = E \setminus \{M(0, 0)\}$ 0,75

ب) استنتج أن (E^*, T) زمرة تبادلية ينبغي تحديد عناصرها المحايد J 0,75

4- أ) بين أن قانون التركيب الداخلي "T" توزيعي بالنسبة لقانون التركيب الداخلي "+" في E 0,5

ب) استنتج أن $(E, +, T)$ جسم تبادلي. 0,5

التمرين الثاني: (3,5 نقط)

ليكن m عددا عقديا غير منعدم.

الجزء الأول:

نعتبر في المجموعة \mathbb{F} المعادلة: $2z^2 - 2(m + 1 + i)z + m^2 + (1 + i)m + i = 0$ (E)

1- تحقق أن مميز المعادلة (E) هو: $D = (2im)^2$ 0,5

2- حل في المجموعة \mathbb{F} المعادلة (E) 0,5

الجزء الثاني: المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر (O, e_1, e_2)

نفترض أن: $\{0, 1, i\} \subset \mathbb{F}$ و $m \in \mathbb{F}$ ونضع: $z_1 = \frac{1+i}{2}(m+1)$ و $z_2 = \frac{1-i}{2}(m+i)$

نعتبر النقط A و B و M و M_1 و M_2 التي ألقاها على التوالي 1 و i و m و z_1 و z_2

1- أ) تحقق أن: $z_1 = iz_2 + 1$ 0,25

0,5 (ب) بين أن M_1 هي صورة M_2 بالدوران الذي مركزه النقطة W ذات اللق $w = \frac{1+i}{2}$ و قياس زاويته $\frac{p}{2}$

0,5 -2 (أ) تحقق أن : $\frac{z_2 - m}{z_1 - m} = i \frac{m - 1}{m - i}$

0,5 (ب) بين أنه إذا كانت النقط M و M_1 و M_2 مستقيمية فإن M تنتمي إلى الدائرة (G) التي أقطارها $[AB]$

0,75 (ج) حدد مجموعة النقط M بحيث تكون النقط W و M و M_1 و M_2 متداورة. (لاحظ أن: $\frac{z_1 - w}{z_2 - w} = i$)

التمرين الثالث: (3 نقط)

نقبل أن 2017 عدد أولي و أن $2016 = 2^5 3^2 7$
ليكن p عددا أوليا أكبر من أو يساوي 5

1- ليكن الزوج (x, y) من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ بحيث: $px + y^{p-1} = 2017$

0,25 (أ) تحقق أن: $p < 2017$

0,5 (ب) بين أن: p لا يقسم y

0,75 (ج) بين أن: $[p] \mid 1 - y^{p-1}$ ثم استنتج أن p يقسم 2016

0,5 (د) بين أن: $p = 7$

2- حدد ، حسب قيم p ، الأزواج (x, y) من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ التي تحقق : $px + y^{p-1} = 2017$ 1

التمرين الرابع: (10 نقط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي:

$$(\forall x \in]0, +\infty[) \quad f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} \quad \text{و} \quad f(0) = 0$$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نأخذ: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$)

0,25 1-أ) بين أن الدالة f متصلة على اليمين في 0

0,5 (ب) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0

0,5 (ج) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ ثم أحسب $f'(x)$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$

0,5 2-أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها.

0,25 (ب) اعط جدول تغيرات الدالة f

0,75 3-أ) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف I يتم تحديدها .

0,5 (ب) ارسم المنحنى (C) . (نأخذ: $f(1) = 0,7$ و $f(2) = 4e^{-3}$)

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي: $F(x) = \int_x^1 f(t) dt$

0,25 1- بين أن الدالة F متصلة على المجال $[0, +\infty[$

0,5 2- أ) باستعمال طريقة المكاملة بالأجزاء بين أن:

$$(\forall x \in]0, +\infty[) \quad \int_x^1 e^{-\frac{1}{t}} dt = e^{-1} - x e^{-\frac{1}{x}} - \int_x^1 \frac{1}{t} e^{-\frac{1}{t}} dt$$

0.25 (ب) حدد : $\int_x^1 \left(1 + \frac{1}{t}\right) e^{-\frac{1}{t}} dt$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$

0.5 (ج) بين أن: $\int_0^1 f(x) dx = e^{-1}$

0.5 3- احسب بالسنتيمتر مربع (cm^2) مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمات ذات المعادلات:

$$y = 0 \quad \text{و} \quad x = 2 \quad \text{و} \quad x = 0$$

4- نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي: $u_n = F(n) - F(n+2)$

0.5 (أ) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية، بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي n يوجد عدد حقيقي v_n من المجال

$$u_n = 2 \left(1 + \frac{1}{v_n}\right) e^{-\frac{1}{v_n}} \quad [n, n+2] \text{ بحيث:}$$

0.25 (ب) بين أن: $2 \left(1 + \frac{1}{n}\right) e^{-\frac{1}{n}} \leq u_n \leq 2 \left(1 + \frac{1}{n+2}\right) e^{-\frac{1}{n+2}}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

0.25 (ج) استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

الجزء الثالث:

0.5 1-أ) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n يوجد عدد حقيقي موجب قطعاً وحيد a_n بحيث: $f(a_n) = e^{-\frac{1}{n}}$

0.25 (ب) بين أن المتتالية العددية $(a_n)_{n \geq 1}$ تزايدية.

0.25 (ج) تحقق أن: $\frac{1}{a_n} + \ln \frac{1}{a_n} = \frac{1}{n} - \frac{1}{a_n^2}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

0.25 2-أ) بين أن: $1 - t \leq \frac{1}{1+t} \leq 1 - t + t^2$ ($\forall t \in [0, +\infty[$)

0.5 (ب) بين أن: $-\frac{x^2}{2} \leq -x + \ln(1+x) \leq -\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ ($\forall x \in [0, +\infty[$)

3- ليكن n عدداً صحيحاً طبعياً أكبر من أو يساوي 4

0.5 (أ) تحقق أن: $a_4^3 = 1$ ثم استنتج أن: $a_n^3 = 1$ (نقبل أن: $2 \leq a_4^3 \leq 4$)

0.5 (ب) بين أن: $1 - \frac{2}{3a_n} \leq \frac{2a_n^2}{n} \leq 1$ (يمكنك استعمال السؤالين 1-ج) و 2-ب) من الجزء الثالث)

0.5 (ج) بين أن: $a_n \leq \sqrt{\frac{n}{6}}$ (يمكنك استعمال السؤالين 3-أ) و 3-ب) ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

0.5 (د) حدد : $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n \sqrt{\frac{2}{n}}$

انتهى

الصفحة 1 3	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</p> <p>الدورة العادية 2017</p> <p>- عناصر الإجابة -</p> <p>★★</p>	<p>المملكة المغربية</p> <p>وزارة التربية الوطنية</p> <p>والتكوين المهني</p> <p>والتعليم العالي والبحث العلمي</p> <p>المركز الوطني للتقوية والامتحانات والتوجيه</p> <p>NR 24</p>
------------------	--	---

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)	المعامل	9

التمرين الأول	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	E زمرة جزئية من $(M_3(i), +)$	0.5
-2	الاستقرار	0.5
-3	(أ)	0,5
	$j(f^*) = E^*$	0.25
	(ب)	0,5
	(E^*, T) زمرة تبادلية	0,5
	تحديد J	0.25
-4	(أ)	0.5
	التوزيعية	0.5
	(ب)	0.5
	$(E, +, T)$ جسم تبادلي	0.5
التمرين الثاني	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
الجزء الأول	-1	0.5
	التحقق من D	
	-2	0.5
	حلا المعادلة	
الجزء الثاني	-1	0,25
	(أ)	
	التحقق من العلاقة : $z_1 = iz_2 + 1$	
	(ب)	0.5
	M_1 صورة M_2	
	-2	0.5
	(أ)	
	التحقق من المتساوية	
	(ب)	0.5
	الاستلزام	0.5
	(ج)	0,75
	المستقيم (AB) محروم من النقطتين A و B	
	تمنح النقطة كاملة حتى ولو كان الجواب هو المستقيم (AB) بدون حذف النقطتين A و B	

التمرين الثالث	عناصر الإجابة	سلم التقييم
-1 (أ)	التحقق	0,25
	(ب) p لا يقسم y	0,5
	(ج) تطبيق مبرهنة فيرما	0,25
	الاستنتاج	0,5
	(د) $p = 7$	0,5
-2	إذا كان: $p = 7$ لا يوجد أي زوج0.25 إذا كان : $p = 7$ فإن الأزواج هي: (288,1) و (279,2) و (184,3)0.75	1

التمرين الرابع	عناصر الإجابة	سلم التقييم
-1 (أ) الجزء الأول	الاتصال على اليمين في 0	0.25
	(ب) قابلية الاشتقاق على اليمين في 0	0.5
	(ج) قابلية الاشتقاق على المجال $]p, +\infty[$	0,25
	حساب $f'(x)$	0,25
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$	0,25
-2 (أ)	التأويل المبياني	0,25
	(ب) جدول تغيرات	0,25
	حساب $f''(x)$	0.25
-3 (أ)	إشارة $f''(x)$	0.25
	تحديد نقطة الانعطاف : $I_{\frac{1}{3}}, 4e^{-3 \cdot \frac{1}{3}}$	0.25
	(ب) رسم (C)	0,5
	الاتصال F على المجال $[0, +\infty[$	0,25
-1	الجزء الثاني	

0.5	المكاملة بالاجزاء	(أ)	-2	
0,25	تحديد التكامل بدلالة x : $\int_x^1 \frac{1}{t} e^{-\frac{1}{t}} dt = e^{-1} - x e^{-\frac{1}{x}}$	(ب)		
0.5	تحديد قيمة التكامل: الدالة F متصلة على اليمين في 0 إذن $\int_0^1 f(t) dt = F(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^1 f(t) dt = e^{-1}$	(ج)		
0.5	حساب المساحة بالسنتيمتر مربع: $A = \int_0^1 f(t) dt + \int_1^2 f(t) dt = 4 \text{ cm}^2$		-3	
0.5	البرهنة على المتساوية	(أ)	-4	
0,25	البرهنة على متفاوتة المزدوجة	(ب)		
0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$	(ج)		
0,5	وجود و وحدانية $a_n > 0$ و	(أ)	-1	
0,25	المتتالية $(a_n)_{n \geq 1}$ تزايدية	(ب)		الجزء الثالث
0,25	التحقق من المتساوية	(ج)		
0,25	المتفاوتة المزدوجة	(أ)	-2	
0,5	المتفاوتة المزدوجة	(ب)		
0.25	التحقق	(أ)	-3	
0.25	الاستنتاج			
0,5	المتفاوتة المزدوجة	(ب)		
0,25	البرهنة على متفاوتة	(ج)		
0,25	الاستنتاج			
0,5	تحديد النهاية	(د)		