

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2016
- الموضوع -

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

RS24



4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بحساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6.5 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل.....(3.5 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (3 نقط)

لدينا صندوقان U و V . الصندوق U يحتوي على 4 كرات حمراء و 4 كرات زرقاء؛
الصندوق V يحتوي على كرتين حمراوين و 4 كرات زرقاء.

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U : إذا كانت حمراء، نضعها في الصندوق V ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V ؛ و إذا كانت زرقاء، نضعها جانبا؛ ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V .

لتكن الأحداث التالية: R_U : "الكرة المسحوبة من الصندوق U حمراء"؛

B_U : "الكرة المسحوبة من الصندوق U زرقاء"؛

R_V : "الكرة المسحوبة من الصندوق V حمراء"؛

B_V : "الكرة المسحوبة من الصندوق V زرقاء"؛

1- أحسب احتمال كل من الحدثين R_U و B_U . 0.5

2- (أ) أحسب احتمال الحدث B_V علما أن الحدث R_U محقق. 0.5

(ب) أحسب احتمال الحدث B_V علما أن الحدث B_U محقق. 0.5

3- بين أن احتمال الحدث B_V هو: $\frac{13}{21}$ 1

4- استنتج احتمال الحدث R_V . 0.5

التمرين الثاني: (3.5 نقط)

نذكر أن $(M_3(\mathbb{C}), +, \cdot)$ حلقة واحدة وحدتها $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ و أن $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ جسم تبادلي.

لكل عدد عقدي $z = x + iy$ حيث $x, y \in \mathbb{R}$ ، نضع $M(z) = \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix}$.

و نعتبر المجموعة $E = \{M(z) / z \in \mathbb{C}\}$

1- نزود المجموعة E بقانون تركيب الداخلي $*$ المعروف بما يلي:

$$M(z) * M(z') = M(z) + M(z') - M(0) \quad (z, z' \in \mathbb{C})$$

بين أن $(E, *)$ زمرة تبادلية. 1

2- نعتبر التطبيق $\alpha: E \rightarrow \mathbb{C}^*$ الذي يربط كل عدد عقدي z من \mathbb{C}^* بالمصفوفة $M(z)$

(أ) بين أن α تشكل من (\mathbb{C}^*, \cdot) نحو $(E, *)$ 1

(ب) استنتج أن $(E - \{M(0)\}, \cdot)$ زمرة تبادلية. 0.5

3- بين أن $(E, *, \cdot)$ جسم تبادلي. 1

التمرين الثالث: (3.5 نقط)

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة التالية:

$$(E): z^2 - (1 + \sqrt{3})(1 + i)z + 4i = 0$$

0.5 1- أ) تحقق أن مميز المعادلة (E) هو: $D = (\sqrt{3} - 1)(1 - i)$

1 ب) أكتب على الشكل المثالي كل حل من حل المعادلة (E)

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر (O, u, v) .

نعتبر النقطتين A و B التي لحقيهما على التوالي $a = 1 + i\sqrt{3}$ و $b = \sqrt{3} + i$

0.75 أ) بين أن (D) مجموعة النقط من المستوى العقدي التي لحقها z يحقق: $z = \frac{1}{2}a\bar{z}$ هي مستقيم يمر من النقطة B

ب) لتكن M و M' نقطتان لحقاهما على التوالي z و z' بحيث: $z' = a\bar{z} - b$ و $z' = b$

0.5 بين أن: $\frac{b^2}{(z' - b)(z - b)} = \frac{2}{|z - b|^2}$

0.75 ج) استنتج أن المستقيم (D) هو منصف الزاوية (BM, BM')

التمرين الرابع: (6.5 نقط)

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي: $f_n(x) = \ln(x) - \frac{n}{x}$

و ليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد و ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

0.75 1- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_n)

0.75 ب) أدرس تغيرات الدالة f_n على $]0, +\infty[$ ثم أعط جدول تغيراتها.

0.5 ج) أنشئ (C_2)

0.5 2- بين أن الدالة f_n تقابل من $]0, +\infty[$ نحو \square

0.5 3- أ) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي n أكبر من أو يساوي 1، يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $]0, +\infty[$

بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$

0.5 ب) قارن $f_n(x)$ و $f_{n+1}(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$

0.5 ج) بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n \geq 1}$ تزايدية قطعاً.

0.5 4- أ) بين أن: $\ln(x) < x$; $(x > 0)$

0.5 ب) بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = +\infty$

5- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع: $I_n = \frac{1}{\alpha_{n+1} - \alpha_n} \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f_n(x) dx$

(أ) بين أن: $I_n = f_n(c_n)$: $(\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}])$: $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ 0.5

(ب) بين أن: $0 \leq I_n \leq \frac{1}{\alpha_{n+1}}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ 0.5

(ج) حدد: $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ 0.5

التمرين الخامس: (3.5 نقط)

n عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2 .

نعتبر الدالة العددية g_n ذات المجهول x المعرفة على المجال $[n, +\infty[$ بما يلي: $g_n(x) = \int_n^x \frac{1}{\ln t} dt$

1- (أ) بين أن الدالة g_n قابلة للاشتقاق على المجال $[n, +\infty[$ ثم حدد دالتها المشتقة الأولى g'_n 0.5

(ب) بين أن الدالة g_n تزايدية قطعاً على المجال $[n, +\infty[$ 0.25

2- (أ) بين أن: $g_n(x) \geq \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)$; $(\forall x \geq n)$ 0.5

(ب) يمكنك استعمال المتفاوتة التالية: $\ln(1+t) \leq t$; $(\forall t \geq 0)$

(ب) استنتج أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty$ 0.25

3- (أ) بين أن الدالة g_n تقابل من المجال $[n, +\infty[$ نحو المجال $[0, +\infty[$ 0.25

(ب) استنتج أن: $\int_n^{u_n} \frac{1}{\ln t} dt = 1$: $(\exists! u_n \geq n)$; $(\forall n \geq 2)$ 0.5

4- نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 2}$ المعرفة في السؤال 3- (ب)

(أ) بين أن: $\int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt = \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt$; $(\forall n \geq 2)$ 0.5

(ب) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً. 0.5

(ج) حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.25

انتهى

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016
- عناصر الإجابة -

RR24

ⵜⴰⵎⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه



الرياضيات

المادة

4

مدة الإنجاز

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

الشعبة أو المسلك

9

المعامل

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الأول
0.5	$p(R_V) = \frac{1}{2}$ و $p(R_U) = \frac{1}{2}$	-1
0.5	$p(B_V / R_U) = \frac{4}{7}$	-2 (أ)
0.5	$p(B_V / B_U) = \frac{4}{6}$	(ب)
1	$p(B_V) = \frac{13}{21}$	-3
0.5	$p(R_V) = \frac{8}{21}$	-4

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الثاني
1	$(E, *)$ زمرة تبادلية	-1
1	j تشاكل	-2 (أ)
0.5	الاستنتاج	(ب)
1	$(E, *, ')$ جسم تبادلي	-3

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الثالث
0.5	التحقق	-1 (أ)

0.5+0.5	$z = 2e^{i\frac{p}{6}}$ أو $z = 2e^{i\frac{p}{3}}$	(ب)	
0.75	0.5..... مستقيم (D)	(أ)	-2
	0.25..... $b = \frac{1}{2}a\bar{b}$		
0.5	اثبات المتساوية	(ب)	
0.75	الاستنتاج	(ج)	

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الرابع
0.75	0.25..... بالنسبة للدراسة على اليمين في 0	(أ)
	0.5..... بالنسبة للدراسة بجوار $\mathbb{Y} +$	
0.75	0.5..... دراسة التغيرات	(ب)
	0.25..... جدول التغيرات	
0.5	الانشاء	(ج)
0.5	الدالة تقابل	-2
0.5	استعمال التقابل أو أية طريقة صحيحة أخرى	(أ)
0.5	المقارنة	(ب)
0.5	رتابة المتتالية	(ج)
0.5	اثبات المتفاوتة	(أ)
0.5	اثبات النهاية	(ب)
0.5	البرهنة	(أ)
0.5	اثبات المتفاوتة المزدوجة	(ب)
0.5	تحديد النهاية	(ج)

النقط	عناصر الإجابة	التمرين الخامس
0.5	0.25..... قابلية الاشتقاق	(أ)

-1

	حساب المشتقة.....0.25		
0.25	الدالة تزايدية قطعاً	(ب)	
0.5	حساب $\int_1^x \frac{1}{t-1} dt = \ln \frac{x-1}{x-n}$0.25	(أ)	-2
	المتفاوتة.....0.25		
0.25	الاستنتاج	(ب)	
0.25	g_n تقابل	(أ)	-3
0.5	الاستنتاج	(ب)	
0.5	اثبات المتساوية	(أ)	-4
0.5	الاستنتاج	(ب)	
0.25	تحديد النهاية	(ج)	