

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2014

الموضوع

NS 22

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵏⵓⵔ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵏⵓⵔ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ
ⵏ ⵓⵏⵓⵔ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0, 3, 1)$ و $B(-1, 3, 0)$ و $C(0, 5, 0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$
- (1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية 0.75
- ب- بين أن $2x - y - 2z + 5 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 0.5
- (2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2, 0, 0)$ و أن شعاعها هو 3 0.5
- ب- بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) 0.75
- ج- حدد مثلث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني : (3 ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$ 0.75
- (2) نعتبر العدد العقدي $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$ 0.5
- أ- بين أن معيار العدد u هو $\sqrt{2}$ و أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ 0.5
- ب- باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي ، بين أن u^6 عدد حقيقي 0.75
- (3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b بحيث $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ و $b = 8$
- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$
- أ- عبر عن z' بدلالة z 0.5
- ب - تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R و استنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع 0.5

التمرين الثالث : (3 ن)

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 13$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 7$ لكل n من IN
- (1) بين بالترجع أن $u_n < 14$ لكل n من IN 0.75
- (2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث : $v_n = 14 - u_n$ لكل n من IN
- أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة n 1
- ب- استنتج أن $u_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75
- ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n > 13,99$ 0.5

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي كيس على تسع بیدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد : 0 و 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1 و 1 (1) نسحب عشوائيا و في آن واحد بیدقتين من الكيس ليكن A الحدث : " مجموع العددين اللذين تحملهما البیدقتين المسحوبتين يساوي 1 "

بين أن $p(A) = \frac{5}{9}$

(2) نعتبر اللعبة التالية : يسحب سعيد عشوائيا و في آن واحد بیدقتين من الكيس و يعتبر فائزا إذا سحب بیدقتين تحمل كل واحدة منهما العدد 1

أ- بين أن احتمال فوز سعيد هو $\frac{1}{6}$

ب- لعب سعيد اللعبة السابقة ثلاث مرات (يعيد سعيد البیدقتين المسحوبتين إلى الكيس في كل مرة) ما هو الاحتمال لكي يفوز سعيد مرتين بالضبط ؟

المسألة : (8 ن)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$

(1) بين أن $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ و استنتج أن الدالة g تزايدية على $]0, +\infty[$

(2) تحقق من أن $g(1) = 0$ ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, 1]$ و $g(x) \geq 0$ لكل x من $[1, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة

(2) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)^2}{x} = 0$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

ج- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة f تناقصية على $[0, 1]$

و تزايدية على $[1, +\infty[$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن $f(x) \geq 2$ لكل x من $]0, +\infty[$

(4) أنشئ (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب)

(5) نعتبر التكاملين I و J التاليين : $I = \int_1^e (1 + \ln x) dx$ و $J = \int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$

أ- بين أن $H : x \mapsto x \ln x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto 1 + \ln x$ على $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن $I = e$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $J = 2e - 1$

ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = e$ و $x = 1$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2014

عناصر الإجابة

NR 22

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ
ⵏ ⵓⵎⵓⵔ ⵏ ⵓⵎⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	المعامل	7

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (3 ن)

1.25	(1)	أ- 0.5 لحساب الجداء المتجهي و 0.25 للنقط غير مستقيمة ب- 0.5
1.75	(2)	أ - 0.25 للمركز و 0.25 للشعاع ب- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للحساب و 0.25 لـ (ABC) مماس ج- 0.25 للتمثيل البارامترى و 0.25 للمثلث هو (0,1,2)

التمرين الثاني (3 ن)

0.75	(1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين * (تمنح 0.75 إذا تم التوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)
1.25	(2)	أ - 0.25 للمعيار و 0.25 للعمدة ب- 0.25 لمعيار u^6 و 0.25 لعمدة للعدد u^6 و 0.25 للعدد u^6 حقيقي
1	(3)	أ- 0.5 ($z' = e^{i\frac{\pi}{3}} z$ أو $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) z$) ب- 0.25 للتحقق و 0.25 للمثلث متساوي الأضلاع

التمرين الثالث (3 ن)

0.75	(1)	0.75
2.25	(2)	أ- 0.5 للمتتالية هندسية و 0.5 للتوصل إلى $v_n = \left(\frac{1}{2} \right)^n$ ب- 0.25 للاستنتاج و 0.25 لـ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0$ و 0.25 لـ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 14$ ج- 0.5 للتوصل إلى أن القيمة هي 7

التمرين الرابع (3 ن)

1	(1)	0.75 للتوصل إلى صيغة $p(A)$ و 0.25 للحساب (سواء تم ذلك باستعمال صيغة C_n^p أو باستعمال الآلة الحاسبة)
2	(2)	أ- 0.75 للتوصل إلى صيغة الاحتمال و 0.25 للحساب (سواء تم ذلك باستعمال صيغة C_n^p أو باستعمال الآلة الحاسبة) ب- 0.75 للطريقة المتبعة المؤدية إلى حساب الاحتمال المطلوب و 0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو $\frac{5}{72}$

المسألة (8 ن)

0.5	(1-I)	0.25 للمشتقة و 0.25 للدالة تزايدية
0.75	(2)	0.25 للتحقق و 0.25 لإشارة $g(x)$ على المجال $]0,1[$ و 0.25 لإشارة $g(x)$ على $[1,+\infty[$
0.5	(1-II)	0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل
1.5	(2)	أ- 0.25 ب- 0.5 لكل نهاية ج- 0.25 (فرع شلجي في اتجاه محور الأفصيل)
2.5	(3)	أ- 1 لحساب المشتقة و 0.25 للدالة تناقصية على $]0,1[$ و 0.25 للدالة تزايدية على $[1,+\infty[$ ب- 0.5 (تخصص 0.25 ل $f(1)=2$) و 0.5 للاستنتاج
0.75	(4)	0.75 (انظر الشكل)
1.5	(5)	أ- 0.25 (تمنح كذلك 0.25 في حالة حساب $H'(x)$ دون ذكر قابلية اشتقاق H) و 0.25 لاستنتاج أن $I = e$ ب- 0.25 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للتوصل إلى أن $J = 2e - 1$ ج- 0.25 للمساحة ب cm^2 هي : $\int_1^e f(x)dx$ و 0.25 للحساب

