

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2015  
- الموضوع -

RS 22

ⵜⴰⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ  
ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ  
ⵏ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

## تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية وحساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقط

- بالنسبة للمسألة ،  $\ln$  يرمز للوغاريتم النبيري

### التمرين الأول ( 3 ن ) :

- نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، المستوى  $(P)$  الذي معادلته  $x + y + z + 4 = 0$  و الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1, -1, -1)$  و شعاعها  $\sqrt{3}$
- 1- أ) احسب المسافة  $d(\Omega, (P))$  و استنتج أن المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$  0.75
- ب) تحقق من أن النقطة  $H(0, -2, -2)$  هي نقطة تماس المستوى  $(P)$  و الفلكة  $(S)$  0.5
- 2- نعتبر النقطتين  $A(2, 1, 1)$  و  $B(1, 0, 1)$
- أ) تحقق من أن  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  و استنتج أن  $x - y - z = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$  0.75
- ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $\Omega$  و العمودي على المستوى  $(OAB)$  0.5
- ج) حدد مثلث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و الفلكة  $(S)$  0.5

### التمرين الثاني ( 3 ن ) :

- 1- حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 + 10z + 26 = 0$  0.75
- 2- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $\Omega$  التي ألقاها على التوالي هي  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $\omega$  بحيث :  $a = -2 + 2i$  و  $b = -5 + i$  و  $c = -5 - i$  و  $\omega = -3$
- أ) بين أن  $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$  0.5
- ب) استنتج طبيعة المثلث  $\Omega AB$  0.5
- 3- لتكن النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\vec{u}$  التي لحقها  $6 + 4i$
- أ) بين أن اللق  $d$  للنقطة  $D$  هو  $1 + 3i$  0.5
- ب) بين أن :  $\frac{b - d}{a - d} = 2$  و استنتج أن النقطة  $A$  هي منتصف القطعة  $[BD]$  0.75

### التمرين الثالث ( 3 ن ) :

- يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس) نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .
- 1) نعتبر الحدث  $A$  التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " . 1.5
- و الحدث  $B$  التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون " .
- بين أن  $p(A) = \frac{13}{28}$  و  $p(B) = \frac{1}{4}$
- 2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .
- أ) بين أن  $p(X = 2) = \frac{1}{28}$  0.5
- ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  1

### المسألة ( 11 ن ) :

I- لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $g(x) = e^x - 2x$

(1) احسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $IR$  ثم استنتج أن  $g$  تناقصية على  $]-\infty, \ln 2]$  و تزايدية على  $[\ln 2, +\infty[$  0.75

(2) تحقق من أن  $g(\ln 2) = 2(1 - \ln 2)$  ثم حدد إشارة  $g(\ln 2)$  0.5

(3) استنتج أن  $g(x) > 0$  لكل  $x$  من  $IR$  0.5

II- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة 1cm )

(1) أ) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$  ( لاحظ أن  $e^x - 2x = x \left( \frac{e^x}{x} - 2 \right)$  لكل  $x$  من  $IR^*$  ) 1

ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين . 0.5

(2) أ) بين أن  $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - 2x)^2}$  لكل  $x$  من  $IR$  0.75

ب) ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $IR$  ثم أعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $IR$  0.75

ج) بين أن  $y = x$  هي معادلة للمستقيم  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $O$  أصل المعلم . 0.25

(3) أنشئ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  ( نأخذ  $\frac{1}{e-2} \approx 1,4$  و نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطتي 1

انعطاف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال  $]0, 1[$  و أفصول الأخرى أكبر من  $\frac{3}{2}$  )

(4) أ- بين أن  $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e-2}$  لكل  $x$  من المجال  $[0, +\infty[$  0.75

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_0^1 xe^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$  0.75

ج- لتكن ، ب  $cm^2$  ،  $A(E)$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و محور الأفاصيل و المستقيمين 0.5

اللذين معادلتاهما  $x=1$  و  $x=0$

بين أن  $1 - \frac{2}{e} \leq A(E) \leq \frac{1}{e-2}$

III- لتكن  $h$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty, 0]$  بما يلي :  $h(x) = f(x)$

(1) بين أن الدالة  $h$  تقبل دالة عكسية  $h^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده . 0.5

(2) أنشئ ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، المنحنى  $(C_{h^{-1}})$  الممثل للدالة  $h^{-1}$  0.5

IV- لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $u_0 = -2$  و  $u_{n+1} = h(u_n)$  لكل  $n$  من  $IN$

(1) بين بالترجع أن  $u_n \leq 0$  لكل  $n$  من  $IN$  0.5

(2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية ( يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن  $h(x) \geq x$  لكل  $x$  من المجال  $]-\infty, 0]$  ) 0.75

(3) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة و حدد نهايتها . 0.75

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2015  
- عناصر الإجابة -

RR 22

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⵓⵔ  
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⵓⵔ  
ⵏ ⵓⵎⵎⵓⵔ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول ( 3 ن )

1.25	(1)	أ- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للحساب و 0.25 للاستنتاج ب- 0.5
1.75	(2)	أ- 0.5 للجداء المتجهي و 0.25 لمعادلة المستوى ب- 0.5 ج- 0.25 لكل مثلوث ( المثلوثان هما (0,0,0) و (2,-2,-2) )

التمرين الثاني ( 3 ن )

0.75	(1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين ( تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى )
1	(2)	أ- 0.5 ب- 0.25 للمثلث قائم الزاوية في $\Omega$ و 0.25 للمثلث متساوي الساقين
1.25	(3)	أ- 0.25 للصيغة $d - c = 6 + 4i$ و 0.25 للتوصل إلى $d = 1 + 3i$ ب- 0.25 للمتساوية و 0.5 للاستنتاج

التمرين الثالث ( 3 ن )

1.5	(1)	0.75 للتوصل إلى $p(A) = \frac{13}{28}$ و 0.75 للتوصل إلى $p(B) = \frac{1}{4}$
1.5	(2)	أ- 0.5 ب- 0.25 لـ $p(X=0) = \frac{15}{28}$ و 0.5 لـ $p(X=1) = \frac{3}{7}$ و 0.25 للتوصل إلى $E(X) = \frac{1}{2}$

المسألة ( 11 ن )		
0.75	(I 1)	0.25 لحساب $g'(x)$ و 0.25 ل $g$ تناقصية على $]-\infty, \ln 2]$ و 0.25 ل $g$ تزايدية على $[\ln 2, +\infty[$
0.5	(2)	0.25 للتحقق و 0.25 لإشارة $g(\ln 2)$
0.5	(3)	0.5
1.5	(II 1)	أ- 0.5 لحساب كل نهاية ب- 0.25 لكل تأويل
1.75	(2)	أ- 0.75 ب- 0.25 لإشارة $f'(x)$ على $]-\infty, 1]$ و 0.25 لإشارة $f'(x)$ على $[1, +\infty[$ و 0.25 لجدول التغيرات ج- 0.25
1	(3)	( انظر الشكل )
2	(4)	أ- 0.25 ل $\frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e - 2}$ و 0.5 ل $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x - 2x}$ ب- 0.5 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للحساب ج- 0.25 ل $A(E) = \left( \int_0^1 f(x) dx \right) cm^2$ و 0.25 ل $\int_0^1 xe^{-x} dx \leq \int_0^1 f(x) dx \leq \int_0^1 \frac{1}{e-2} dx$
0.5	(III 1)	0.25 ل $h$ تقبل دالة عكسية و 0.25 للتوصل إلى المجال $J = \left] -\frac{1}{2}, 0 \right]$
0.5	(2)	( انظر الشكل ) 0.5
0.5	(IV 1)	0.5
0.75	(2)	0.75
0.75	(3)	0.25 ل $(u_n)$ متقاربة ( تزايدية و مكبورة ) و 0.25 للتركيز على $h$ متصلة على $]-\infty, 0]$ و $h(]-\infty, 0]) \subset ]-\infty, 0]$ و 0.25 لنهاية المتتالية هي 0

