

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

## الدورة الاستدراكية 2013

### الموضوع

RS22



3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

### معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المرشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الخامس ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

## الموضوع

### التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقط  $A(0,0,1)$  و  $B(1,1,1)$  و  $C(2,1,2)$  و الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1,-1,0)$  و شعاعها هو  $\sqrt{3}$
- (1) بين أن  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  وتحقق من أن  $A$  تنتمي إلى  $(S)$  0.75
- (2) أ- بين أن  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  واستنتج أن  $x - y - z + 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  0.75
- ب- احسب المسافة  $d(\Omega, (ABC))$  ثم استنتج أن المستوى  $(ABC)$  مماس للفلكة  $(S)$  في  $A$  0.75
- (3) ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من  $\Omega$  والعمودي على  $(ABC)$
- أ- بين أن  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$  تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$  0.25
- ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و الفلكة  $(S)$  0.5

### التمرين الثاني (3 ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 8z + 25 = 0$  0.75
- (2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي
- أ- بين أن لحق النقطة  $D$  صورة النقطة  $A$  بالإزاحة  $T$  هو  $d = 10 + 9i$  و  $a = 4 + 3i$  و  $b = 4 - 3i$  و  $c = 10 + 3i$  والإزاحة  $T$  التي متجهتها  $\overrightarrow{BC}$  0.75
- ب- تحقق من أن  $\frac{b-a}{d-a} = -\frac{1}{2}(1+i)$  ثم اكتب العدد العقدي  $-\frac{1}{2}(1+i)$  على الشكل المثلثي. 1
- ج- بين أن  $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$  0.5

### التمرين الثالث (3 ن)

- نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$
- (1) تحقق من أن  $u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(u_n - 1)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5
- (2) أ- بين بالترجع أن  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5
- ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية . 0.5
- ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة . 0.25
- (3) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية بحيث  $v_n = u_n - 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$
- أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{5}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  0.5
- ب- بين أن  $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.75

يحتوي كيس على 9 بیدقات : أربع بیدقات بيضاء و ثلاث بیدقات سوداء و بیدقتان خضراوان .  
 ( لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس )

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس .

(1) نعتبر الحدثين  $A$  : " الحصول على ثلاث بیدقات من نفس اللون " و  $B$  : " الحصول على ثلاث بیدقات مختلفة اللون مثلي مثلي " .

$$\text{بين أن } P(A) = \frac{5}{84} \text{ و } P(B) = \frac{2}{7}$$

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البیدقات السوداء المسحوبة .

أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  هي 0 و 1 و 2 و 3

$$\text{ب- بين أن } P(X=2) = \frac{3}{14} \text{ و } P(X=1) = \frac{15}{28}$$

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$

التمرين الخامس ( 8 ن )

I- نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x^2 - x - \ln x$

(1) أ- تحقق من أن  $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  .

ب- بين أن  $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  واستنتج أن الدالة  $g$  تناقصية على  $[0,1]$  و تزايدية على  $[1, +\infty[$

(2) بين أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  ( لاحظ أن  $g(1) = 0$  ) .

II- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة : 1 cm ) .

(1) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  و أول هندسيا هذه النتيجة .

ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  ( لاحظ أن  $f(x) = x^2 \left( 1 - \frac{1}{x^2} - \left( \frac{\ln x}{x} \right)^2 \right)$  )

ج- استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل فرعاً شلجيميا بجوار  $+\infty$  يتم تحديد اتجاهه .

(2) أ- بين أن  $f'(x) = 2 \left( \frac{x^2 - \ln x}{x} \right)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  .

ب- تحقق من أن  $\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln x}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  و استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية على  $]0, +\infty[$

(3) أ- بين أن  $y = 2x - 2$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $A(1,0)$

ب- أنشئ في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  المستقيم  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  (نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف وحيدة هي  $A$ )

(4) أ- تحقق من أن  $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$  دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto \ln x$  على  $]0, +\infty[$  ثم بين أن  $\int_1^e \ln x \, dx = 1$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن :  $\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين  $(C)$  ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 1$

$$\text{و } x = e \text{ هي } \frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) \text{ cm}^2$$

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

## الدورة الاستدراكية 2013

### عناصر الإجابة



RR22

3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول ( 3 ن )		
0.75	(1)	0.5 للمعادلة و 0.25 للتحقق من انتماء $A$ ل $(S)$
1.5	(2)	أ- 0.5 لحساب الجداء المتجهي و 0.25 لمعادلة المستوى ب- 0.25 لحساب المسافة و 0.25 للمستوى مماس للفلكة و 0.25 ل $A$ هي نقطة التماس
0.75	(3)	أ - 0.25 ب- 0.25 لمثلوث إحداثيات كل نقطة
التمرين الثاني ( 3 ن )		
0.75	(1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين ( تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى )
2.25	(2)	أ- 0.25 للتوصل إلى $d - a = c - b$ أو $z' = z + 6 + 6i$ و 0.5 لتحديد $d$ ب- 0.5 لحساب $\frac{b-a}{d-a}$ لمعيار العدد و 0.25 لعمدة العدد
		ج- 0.25 للكتابة $[2\pi] \arg\left(\frac{b-a}{d-a}\right) \equiv (\overline{AD}, \overline{AB})$ و 0.25 للتوصل إلى أن $\frac{5\pi}{4}$ قياس للزاوية
التمرين الثالث ( 3 ن )		
0.5	(1)	0.5
1.25	(2)	أ- 0.5 ب- 0.5 ج- 0.25
1.25	(3)	أ - 0.25 للمتتالية هندسية و 0.25 لكتابة $v_n$ بدلالة $n$ ب- 0.25 لكتابة $u_n$ بدلالة $n$ و 0.25 ل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0$ و 0.25 ل $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
التمرين الرابع ( 3 ن )		
1	(1)	0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو $\frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب و 0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو $\frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب
2	(2)	أ- 0.25 ب- 0.25 للتوصل إلى أن $P(X=2) = \frac{C_3^2 \times C_6^1}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب و 0.25 للتوصل إلى أن $P(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_6^2}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب
		ج- 0.25 ل $P(X=0)$ و 0.25 ل $P(X=3)$ و 0.25 لقانون الاحتمال

الصفحة 1 2		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2013 عناصر الإجابة RR22		المملكة المغربية التمرين الخامس (8 ن) 1.25 (1-I) 0.25 0.5 لحساب $g'(x)$ و $0.25$ ل $g$ تناقصية على $[0,1]$ و $0.25$ ل $g$ تزايدية على $[1,+\infty[$	
3		مدة الإختبار		0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل	
7		المعامل		0.25 ل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و 0.25 للرياضيات	
7		المعامل		0.25 لشعبة العلوم والتكنولوجيا بمسلكها	
7		المعامل		1 لحساب المشتقة	
3		المادة		0.25 للتحقق من المتساوية و 0.5 ل $f$ تزايدية على $]0,+\infty[$	
3		المادة		أ- 0.5	
3		المادة		ب- 1 ( انظر الشكل )	
3		المادة		أ- 0.5 ل $H$ دالة أصلية ل $h$ ( تمنح كذلك 0.5 في حالة حساب $H'(x)$ دون ذكر قابلية اشتقاق $H$ )	
3		المادة		و 0.25 لحساب التكامل	
3		المادة		ب- 0.25 لتقنية المعاملة بالأجزاء و 0.25 للحساب	
3		المادة		ج- 0.25 لحساب $\int_1^e (x^2-1)dx$ و 0.25 للتوصل إلى أن المساحة هي $\frac{1}{3}(e^3-6e+8)cm^2$	
3		المادة		( يتعلق الأمر بمساحة الجزء الملون )	

