

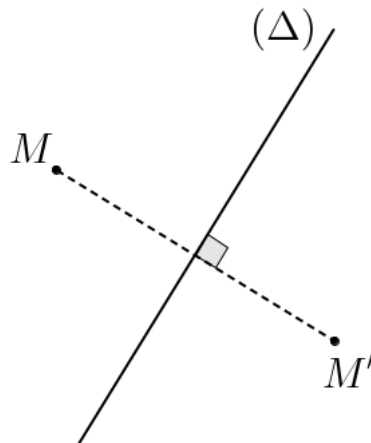
La symétrie axiale

I) Le symétrique d'un point par rapport à une droite

Définition 1:

Soit (Δ) une droite et M un point du plan.

On dit que le point M' est le point symétrique de M par rapport à la droite (Δ) si la droite (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$.



On a la droite Δ est la médiatrice du segment $[MM']$.

Donc le point M' est le symétrique de M par rapport à la droite (Δ) .

Remarque:

- Si le point M' est le symétrique de M par rapport à une droite (Δ) , alors le point M est le symétrique de M' par rapport à la même droite (Δ) .
- Si un point $M \in (\Delta)$, alors le point M' symétrique de M est confondu avec M' .

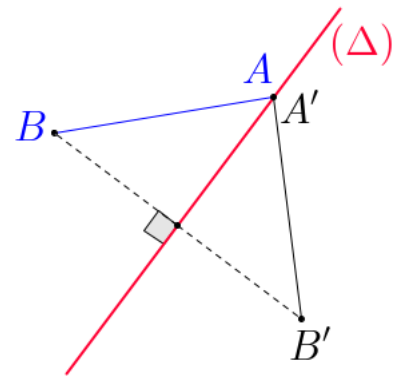
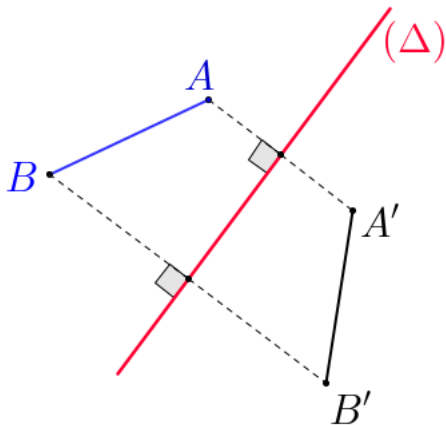
II) Le symétrique d'un segment par rapport à une droite

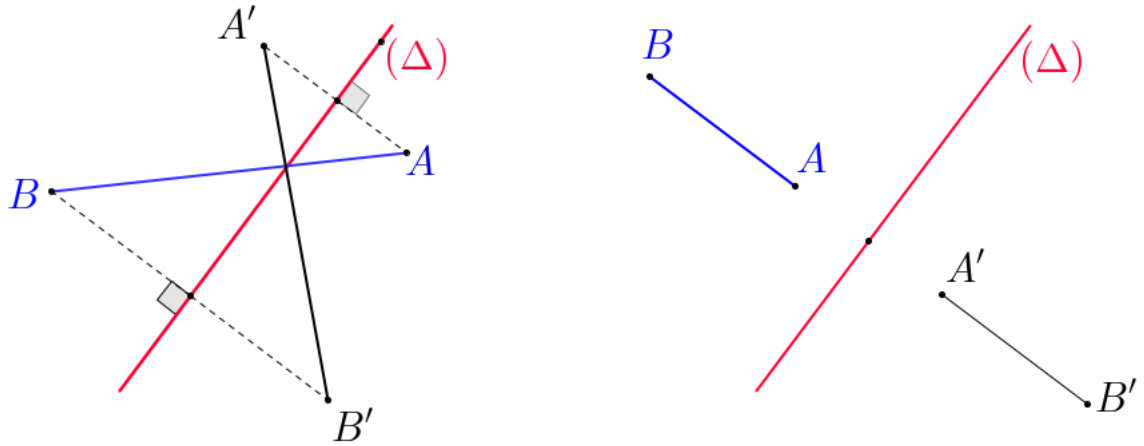
Définition 2:

Soit (Δ) une droite, A et B sont deux points du plan.

Le symétrique du segment $[A'B']$ par rapport à la droite (Δ) est le segment $[AB]$, tels que A' et B' sont respectifs les point symétriques de A et B par rapport à la droite (Δ) .

Exemples:





Dans tous les cas le segment $[A'B']$ est le symétrique de $[AB]$ par rapport à la droite (Δ)

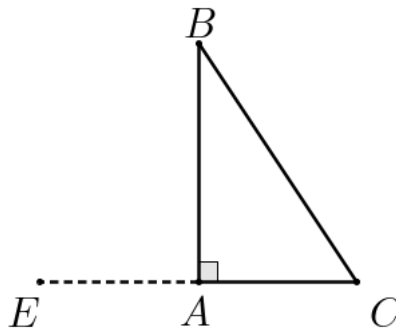
Exercice

Soit ABC un triangle rectangle en A .

- 1) Construire le point E symétrique de C par rapport à la droite (AB) .
- 2) Que représente la droite (AB) pour le segment $[EC]$.

Solution

1)



2)

On a E est le point symétrique de C par rapport à la droite (AB)
Donc (AB) est la médiatrice du segment $[EC]$.

propriété 1

Si le segment $[A'B']$ est le symétrique $[AB]$ par rapport à une droite (Δ) , alors $A'B'=AB$.

On dit que la symétrie axiale conserve les mesures des longueurs.

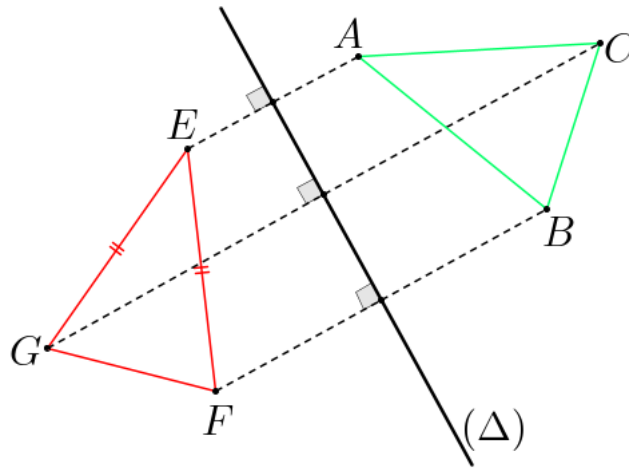
Exercice

Soit EFG un triangle isocèle en E . (Δ) est une droite qui ne coupe pas le triangle EFG .

- 1) Construire les points A , B et C symétriques de E , F et G respectivement par rapport à la droite (Δ) .
- 2) Déterminer la nature du triangle ABC .

Solution

1)



2)

On a EFG est un triangle isocèle en E .

ça veut dire que $EF=EG$.

On a les segments $[AB]$ et $[AC]$ sont les symétriques respectivement de $[EF]$ et $[EG]$ par rapport à la droite (Δ) .

et comme la symétrie axiale conserve les mesures des longueurs.

alors $EF=AB$ et $EG=AC$

donc $AB=AC$.

donc le triangle ABC est isocèle en A .

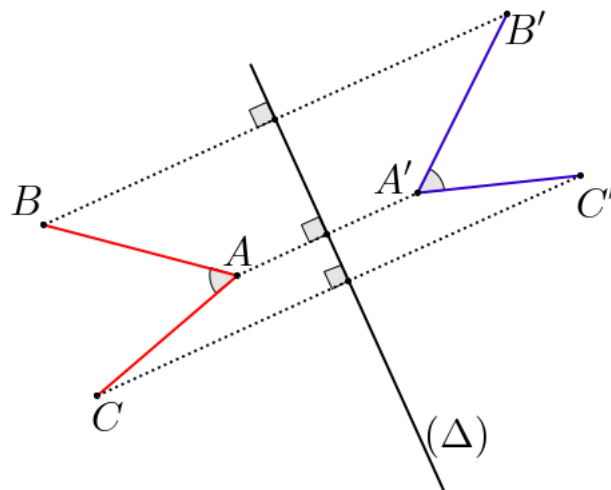
III) Le symétrique d'un angle par rapport à une droite

Définition 3:

Soit (Δ) une droite, A , B et C sont trois points du plan.

Le symétrique de l'angle $B\hat{A}C$ par rapport à la droite (Δ) est le segment $B'\hat{A}'C'$, tels que A' , B' et C' sont respectifs les point symétriques de A , B et C par rapport à la droite (Δ) .

Exemples:



propriété 2

Si l'angle $B'\hat{A}'C'$ est le symétrique $B\hat{A}C$ par rapport à une droite (Δ) , alors $A'B' = B'\hat{A}'C'$.

On dit que la symétrie axiale conserve les mesures des angles.

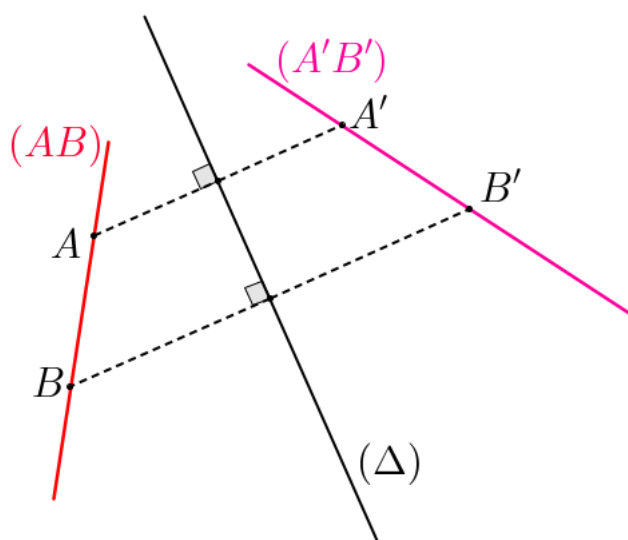
IV) La symétrique d'une droite par rapport à une droite

Définition 4:

Soit (Δ) une droite, A et B sont deux points du plan.

Le symétrique du droite (AB) par rapport à la droite (Δ) est le segment $(A'B')$, tels que A' et B' sont respectifs les points symétriques de A et B par rapport à la droite (Δ) .

Exemples:

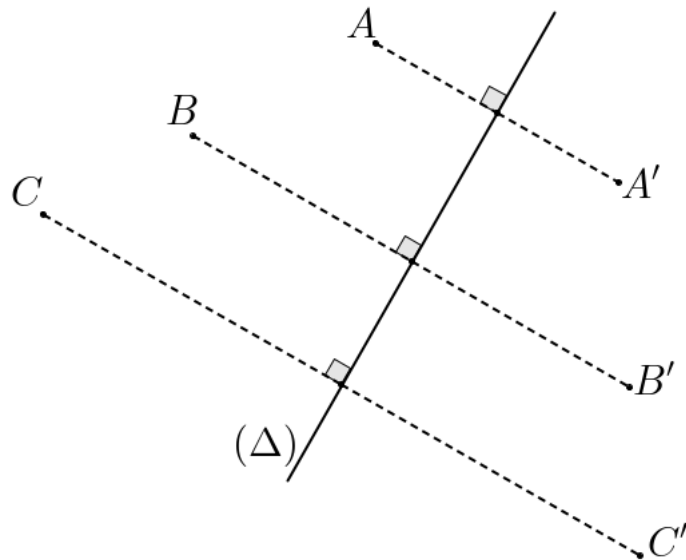


propriété 3

Soient A , B et C trois points du plan, A' , B' et C' sont respectifs les point symétriques de A , B et C par rapport à une droite (Δ) .

Si les points A , B et C sont alignés, alors A' , B' et C' sont aussi alignés.

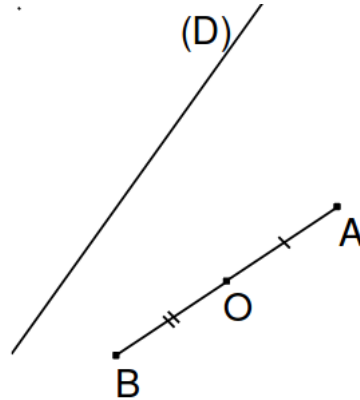
On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points.



Exercice

(D) est une droite. $[AB]$ est un segment et O son milieu.

A' , B' et O' sont les points symétrique de A , B et O par rapport à la droite (Δ) .



- Construire les points A' , B' et O' .
- Démontrer que O' est le milieu de $[A'B']$.
- Quelle propriété peut-on en déduire.

Exercice

ABC est un triangle tel que: $BC = 2AC$.

soit le point D est le symétrique de C par rapport à la droite (AB) .

- 1) Faire la construction.
- 2) Montrer que le point A est le milieu de $[AD]$.
- 3) Démontrer que ADC est un triangle équilatéral.
- 4) En déduire que $\hat{ABC} = 30^\circ$.