1 Erlaeuterungen

Der Berechnung habe ich folgende Formel zugrundegelegt: $5\alpha \equiv -1 \mod q$, $n_\alpha * q - 1 = 5\alpha$ in $\mathbb{Z}$, $\alpha, n_\alpha \geq 0$

$$
\begin{aligned}
&\sum_i \frac{1}{F_k^{i+1}} \psi(F_k^{q-t} G \prod_l x_l \Delta^i) \frac{\Omega}{p^2 \prod_l x_l} \\
&\simeq \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{F_k^{i+1}} \psi(F_k^{q-t} G \prod_l x_l (F_k(\overline{x}^q) - F_k(\overline{x})^q)^i) \frac{\Omega}{p^2 \prod_l x_l} \\
&= \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{F_k^{i+1}} \psi(F_k^{q-t} G \prod_l x_l (\sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} F_k(\overline{x}^q)^{i-j} (-1)^j F_k(\overline{x})^{qj})) \frac{\Omega}{p^2 \prod_l x_l} \\
&= \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{F_k^{i+1}} \sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} (-1)^j \psi(F_k^{q-t} G \prod_l x_l F_k(\overline{x}^q)^{i-j} F_k(\overline{x})^{qj}) \frac{\Omega}{p^2 \prod_l x_l} \\
&= \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{F_k^{i+1}} \sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} (-1)^j F_k(\overline{x})^{i-j} \psi(F_k^{q-t+qj} G \prod_l x_l) \frac{\Omega}{p^2 \prod_l x_l} \\
&= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} (-1)^j \frac{\psi(F_k^{q-t+qj} G \prod_l x_l)}{F_k^{j+1}} \frac{\Omega}{p^2 \prod_l x_l} \\
&= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} (-1)^j \frac{\sum_{\overline{t} \in T_j} B(\overline{t}) \phi_j(p) x_0^{n_\alpha(2t_0+k_0)+5t_2} x_1^{n_\alpha(2t_1+k_1)+5t_3} x_2^{n_\alpha(3t_0+3t_1+k_2)+5t_4}}{F_k^{j+1}} \frac{\Omega}{p^2 \prod_l x_l} \\
&= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} (-1)^j \sum_{\overline{t} \in T_j} B(\overline{t}) \phi_j(p) \frac{x_0^{n_\alpha(2t_0+k_0)+5t_2-1} x_1^{n_\alpha(2t_1+k_1)+5t_3-1} x_2^{n_\alpha(3t_0+3t_1+k_2)+5t_4-1}}{F_k^{j+1}} \frac{\Omega}{p^2} \\
&= \sum_{j=0}^{N-1} (-1)^j \sum_{i=j}^{N-1} \binom{i}{j} \sum_{\overline{t} \in T_j} B(\overline{t}) \phi_j(p) \frac{x_0^{n_\alpha(2t_0+k_0)+5t_2-1} x_1^{n_\alpha(2t_1+k_1)+5t_3-1} x_2^{n_\alpha(3t_0+3t_1+k_2)+5t_4-1}}{F_k^{j+1}} \frac{\Omega}{p^2} \\
&=: \sum_{j=0}^{N-1} c_j \frac{\sigma(j)}{F_k^{j+1}} \frac{\Omega}{p^2} \\
&= \sum_{j=0}^{N-2} c_j \frac{\sigma(j)}{F_k^{j+1}} \frac{\Omega}{p^2} + c_{N-1} \frac{\overline{\sigma}(N-1)}{F_k^{N-1}} \frac{\Omega}{p^2}
\end{aligned}
$$

wobei $k_i = e_i + 1$ fuer $i = 0, 1, 2$ und e_i sind die Exponenten der Basisvektoren $\frac{x_0^{e_0} x_1^{e_1} x_2^{e_2}}{F_k^t} \Omega$,

$$\frac{\overline{\sigma}(N-1)}{F_k^{N-1}}\frac{\Omega}{p^2} = \frac{\sigma(N-1)}{F_k^N}\frac{\Omega}{p^2} \text{ und}$$

$$\begin{aligned}
T_j := \{\overline{t} = (t_0, t_1, t_2, t_3, t_4)| \\
& q - t + qj \geq t_0, t_1 \geq 0, \\
& n_\alpha(t_0 + t_1 + t) + t_2 + t_3 + t_4 = j + 1, \\
& 0 \leq \alpha(3t_0 + 3t_1 + k_2) + qt_4, \\
& 0 \leq \alpha(2t_0 + k_0) + qt_2, \\
& 0 \leq \alpha(2t_1 + k_1) + qt_3\} \subset \mathbb{Z}^5 \\
B(\overline{t}) := & \begin{pmatrix} q - t + qj \\ t_0, t_1, \alpha(2t_0 + k_0) + qt_2, \alpha(2t_1 + k_1) + qt_3, \alpha(3t_0 + 3t_1 + k_2) + qt_4 \end{pmatrix} \\
\phi_j(p) := & p^{k(\alpha(3t_0+3t_1+k_2)+qt_4)}
\end{aligned}$$

2 Implementierung

- *singularcurve.lib* enthaelt procedures, die allgemein sind und getestet wurden (*testing.singular.lib.sing*)
- *helpers.sing* Hilfsfunktionen, mehrheitlich getestet (*testing.helpers.sing*)
- *Psi.sing* Funktionen zur eigentlichen Berechnung von *psi*. Braucht die Definition der Funktion **IndicesExponents**, die in *IndicesExponents.sing* ist. *NaiveIndicesExponents.sing* eine andere Definition, die dieselben Resultate (aufwaendiger berechnet) enthaelt.
- *setup.sing* selbstredend
- *calculate.sing* `$ Singular calculate.sing > /dev/null` berechnet $det(1 - q^2 T\psi | H^2_{MW}(\overline{U}, \mathbb{Q}_q)) \mod p^N$ und schreibt es als *P1.tmp* in das WD und seine padische Approximation als *p1.tmp*. Anschliessend koennen die Eigenwerte davon berechnet werden in Singular

```
LIB "solve.lib";
ring r = 0, T, dp;
<"p1.tmp";
def R = solve(std(p1));
setring R;
SOL;
```

  Der Betrag der Eigenwerte kann berechnet werden mittels

```
 LIB "singularcurve.lib";
 LIB "atkins.lib";
 <"helpers.sing";
 for(int i = 1; i<=size(SOL); i++){
  complexAbs(SOL[i]);
 }
```

- **Mein Problem** Die Eigenwerte, die ich so erhalte sind nicht ansatzweise nahe an $\sqrt{7}$, bzw. 7.