LÓGICA

DEF.: Una proposición es una oración (o un enunciado) del cual podemos decir si es verdadero ó FALSO.

VALOR DE VERDAD DE LA PROPOSICIÓN

Generalmente nombramos a las prop. con letras p, q, r, etc...

Siendo:

p: Buenos Aires es una provincia argentina
q: Tandil es una ciudad de la provincia de Entre Ríos
r: Córdoba y San Luis son provincias limítrofes

El valor de verdad de p es: VERDADERO

$\boxed{v(p) = V}$

NO-EJEMPLO: t: ¡HOLA! → NO es V ni F
NO es una prop.

OTRO EJEMPLO: w: $2+4 \cdot 3 = 18$ → $v(w) = F$

pues para calcular $2+4\cdot3$ hay que separar en términos $2 + 4\cdot3$

$2 + 12 = 14 \neq 18$

e: $2x+1=3$ → NO es una prop. pues no podemos decir si $2x+1=3$ pues NO conocemos el valor de "x"

si a "x" le damos un valor, podemos decir si es V o F, dar su valor de verdad.

Si $x=4$ → $\boxed{2x+1=3 : e(x)}$ → ESQUEMA PROPOSICIONAL

$2\cdot4+1 = 3$

$9 = 3$ → FALSO

$\boxed{v(e(4)) = F}$

$x=1$ → $2x+1=3$

$2\cdot1+1=3$ → $\boxed{v(e(1)) = V}$

PROP → SIMPLES: p; q; r; etc...

PROP → COMPUESTAS: Prop. simples conectadas con CONECTORES LÓGICOS.

NEGACIÓN (NO) | CONJUNCIÓN (y) | disyunción (o) | IMPLICANCIA (entonces) | EQUIVALENCIA (sí y solo sí)

TABLAS DE VERDAD

NEGACIÓN $\sim p$; $\neg p$; $-p$; $\bar{p}$	
p	$\sim(p)$
V	F
F	V

CONJUNCIÓN (y : $\wedge$)		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La conj. es Ⓕ cuando ALGUNA de todas las prop. conectadas por $\wedge$ es Ⓕ

La conj. es Ⓥ cuando las prop. conectadas por $\wedge$ son todas Ⓥ

DISYUNCIÓN (o : $\vee$)		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La disy. es Ⓥ cuando ALGUNA de todas las prop. conectadas por $\vee$ es Ⓥ

La disy. es Ⓕ cuando las prop. conectadas por $\vee$ son todas Ⓕ

IMPLICANCIA (ENTONCES: $\Rightarrow$)		
p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

ANTECEDENTE		CONSECUENTE
Si llueve	$\Rightarrow$	vamos al cine
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

La implicación es Ⓕ sólo cuando el antecedente es Ⓥ y el CONSECUENTE es Ⓕ.

EQUIVALENCIA (DOBLE IMPLICACIÓN) $p \Leftrightarrow q$		
p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

SÍ Y SOLO SI

DOBLE IMPLICACIÓN

SII (IFF)

Dos prop. son equivalentes si tienen mismo valor de verdad

$p: 2+3=4 \rightarrow v(p)=F$

$q: 5-1=7 \rightarrow v(q)=F$

$v(p \Leftrightarrow q) = V$

$F \quad V \quad F$

Ejercicio 1

Siendo:

p: Buenos Aires es una provincia argentina
q: Tandil es una ciudad de la provincia de Entre Ríos
r: Córdoba y San Luis son provincias limítrofes

expresar simbólicamente las siguientes proposiciones y dar el valor de verdad de cada una.

p ⇒ q

1. Si Buenos Aires es una provincia argentina, entonces Tandil es una ciudad de la provincia de Entre Ríos.
2. Córdoba y San Luis son provincias limítrofes sí y solo sí Buenos Aires es una provincia argentina.
3. Si Córdoba y San Luis son provincias limítrofes, entonces Buenos Aires es una provincia argentina yTandil es una ciudad de la provincia de Entre Ríos.

1. $\boxed{p \Rightarrow q}$

V ⇒ F

F

$\sigma(p) = V$

$\sigma(q) = F$

$\boxed{\sigma(1.) = F}$

Ejercicio 2

Construir la tabla de verdad e indicar en qué casos se trata de una tautología:

1. (p ⇒ q) ⇔ (¬p ∧ q)
2. (p ⇒ q) ⇔ (¬p ∨ q)
3. [p ⇒ (q ∧ r)] ∨ (¬q ∧ p)
4. [(p ⇒ q) ∧ (q ⇒ r)] ⇒ (p ⇒ r)

3. $\underbrace{[p \Rightarrow \underbrace{(q \wedge r)}_{1}]}_{2} \vee \underbrace{(\neg q \wedge p)}_{3\ 4}$ ⑤

	p	q	r	1 (q ∧ r)	2 (p ⇒ 1)	3 (¬q)	4 (3 ∧ p)	5 (2 ∨ 4)
1	V	V	V	V	V	F	F	V
2	V	V	F	F	F	F	F	F
3	V	F	V	F	F	V	V	V
4	V	F	F	F	F	V	V	V
5	F	V	V	V	V	F	F	V
6	F	V	F	F	V	F	F	V
7	F	F	V	F	V	V	F	V
8	F	F	F	F	V	V	F	V

$\#\text{renglones} = 2^{\#\text{ variables libres}} = 2^3 = 8$

TAUTOLOGÍA: El valor de verdad final en todos los renglones es V $(r \vee \neg r)$

CONTRADICCIÓN (ABSURDO): El valor de verdad final en todos los renglones es F $(r \wedge \neg r)$

CONTINGENCIA: En la tabla de verdad hay V y F como valor final en 2 renglones distintos.

Ejercicio 4

Suponiendo que las proposiciones p, q, r y s tienen respectivamente los valores de verdad V F F V, dar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

1. $(p \wedge q) \vee r$

$$\underset{V}{(p} \wedge \underset{F}{q)} \vee \underset{F}{r}$$

$$① \quad ②$$

$$F \vee F$$

$$F$$

p	q	r	① $p \wedge q$	② $① \vee r$
V	F	F	F	F

Ejercicio 3

Sabiendo que:

1. $v(p \Leftrightarrow q) = V$, ¿puede conocerse el valor de verdad de $\neg p \Leftrightarrow q$?
2. $v(p \Rightarrow q) = V$, ¿puede conocerse el valor de verdad de $p \wedge q$?
3. $v(p \vee q) = V$ y $v(\neg q) = V$, ¿puede conocerse el valor de verdad de $((p \vee q) \wedge \neg q) \Rightarrow q$?

① $\boxed{v(p \Leftrightarrow q) = V}$

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
F	F	V

p	q	$\neg p$	$\neg p \Leftrightarrow q$
V	V	F	F
F	F	V	F

$v(\neg p \Leftrightarrow q) = F$

LEYES DE SIMPLIFICACIÓN

① DOBLE NEGACIÓN: $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$

$\sim(\sim p) \equiv p$

② IDEMPOTENCIA: $p \wedge p \equiv p$

$p \vee p \equiv p$

③ CONMUTATIVIDAD $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

④ ASOCIATIVIDAD: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \equiv p \wedge q \wedge r$

(poner o sacar paréntesis según convenga) $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \equiv p \vee q \vee r$

⑤ DISTRIBUTIVA: $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

(FACTOR COMÚN) $2 \cdot (x + y) = 2 \cdot x + 2 \cdot y$

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

⑥ LEY DE ABSORCIÓN: $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$\boxed{p \wedge (p \vee q)} \equiv (p \wedge p) \vee (p \wedge q) \equiv p \vee (p \wedge q) = (p \vee p) \wedge (p \vee q) \equiv \boxed{p \wedge (p \vee q)}$

EQUIVALENCIA DE LA IMPLICACIÓN

(7) $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

(8) **LEYES DE MORGAN:**

$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

(9) **LEY DE LAS "PAREJITAS"**

$\overbrace{(r \wedge \sim r)}^{\text{¡ABS!}} \wedge p \equiv (r \wedge \sim r)$

$(r \wedge \sim r) \vee p \equiv p$

$(r \vee \sim r) \wedge p \equiv p$

$\underbrace{(r \vee \sim r)}_{\text{TAUTOLOGÍA}} \vee p \equiv \underbrace{(r \vee \sim r)}_{\text{TAUTOLOGÍA}}$

(10) **LEY DE LA NEGACIÓN DE LA IMPLICACIÓN**

$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv (p \wedge \sim q)$

(11) **EQUIVALENCIA DE LA DOBLE IMPLICACIÓN**

$(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$

(12) **LEY DEL CONTRARRECÍPROCO**

$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$

NOMBRES DADO: $\boxed{p \Rightarrow q}$ → IMPLICACIÓN DIRECTA

$q \Rightarrow p$ → IMPLICACIÓN RECÍPROCA

$\sim p \Rightarrow \sim q$ → IMPLICACIÓN CONTRARIA

$\sim q \Rightarrow \sim p$ → IMPLICACIÓN CONTRARRECÍPROCA

Hallar la implicación contraria de:

$\underbrace{\boxed{(p \Rightarrow q)}}_{\text{ANTECEDENTE}} \boxed{\Rightarrow} \underbrace{\boxed{(q \vee r)}}_{\text{CONSECUENTE}}$

IMPLICACIÓN CONTRARIA

$\sim \boxed{(p \Rightarrow q)} \boxed{\Rightarrow} \sim \boxed{(q \vee r)} \equiv$

$\equiv \boxed{(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim q \wedge \sim r)} \equiv$

$\equiv \sim(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim r) \equiv$

$\equiv (\sim p \vee q) \vee (\sim q \wedge \sim r) \equiv \ldots$

¡LUNES!