

# 線形MPCコントローラの設計と実装

このサンプルでは、線形MPCを設計するブロック“MPC Controller”を用いた設計の例を示す。

また、設計後のCコード生成、SIL、PILの例も合わせて紹介する。

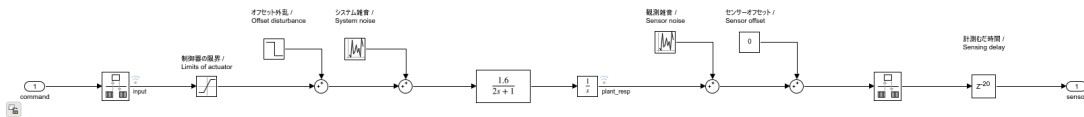
## 初期化

```
clc; Simulink.sdi.clear; Simulink.sdi.clearPreferences; Simulink.sdi.close;
model_name = 'unstable_system_Linear_MPC';
lin_controller_name = 'Linear_MPC_Controller';
plant_model_name = 'Unstable_plant_model';
ts = get_TimeStep('sim_data_unstable_system.slidd');
```

## プラントモデルを定式化

プラントモデルを確認する。

```
show_simulink_model(plant_model_name);
```



ベースの伝達関数「 $1.6/(2s + 1)s$ 」に加えて、制御器の限界、オフセット外乱、システム雑音、観測雑音、センサーオフセット、計測むだ時間を含むシステムであるが、ここでは伝達関数、制御器の限界、計測むだ時間が既知であり、何らかのオフセット外乱が加わるものとして設計を進める。

伝達関数を離散の状態空間モデルにする。このとき、むだ時間も含めて設計を行う。

```
plant_tf = tf(1.6, [2, 1, 0])
```

```
plant_tf =
```

```
1.6
-----
2 s^2 + s
```

連続時間の伝達関数です。

```
plant_tf_d = c2d(plant_tf, ts)
```

```
plant_tf_d =
```

```
3.993e-05 z + 3.987e-05
-----
z^2 - 1.995 z + 0.995
```

サンプル時間: 0.01 seconds

離散時間の伝達関数です。

```
plant_tf_d_delay = tf(plant_tf_d.Numerator, plant_tf_d.Denominator, ts, 'OutputDelay', 20)
```

```
plant_tf_d_delay =
```

$$z^{(-20)} * \frac{3.993e-05 z + 3.987e-05}{z^2 - 1.995 z + 0.995}$$

サンプル時間: 0.01 seconds

離散時間の伝達関数です。

```
plant_ss = ss(plant_tf_d_delay)
```

```
plant_ss =
```

```
A =
      x1      x2
x1  1.995 -0.995
x2      1      0
```

```
B =
      u1
x1 0.007813
x2      0
```

```
C =
      x1      x2
y1 0.005111 0.005103
```

```
D =
      u1
y1      0
```

出力遅延 (サンプル期間): 20

サンプル時間: 0.01 seconds

離散時間状態空間モデル。

入力外乱は状態空間モデルの、本来の入力とは異なる入力として扱う。以下のように、外乱の状態空間モデルを元々のプラントモデルに結合する。

```
B = [plant_ss.B, [1; 0]];
D = [plant_ss.D, 0];
plant_ss_indist = ss(plant_ss.A, B, plant_ss.C, D, ts, 'OutputDelay', 20)
```

```
plant_ss_indist =
```

```
A =
      x1      x2
x1  1.995 -0.995
x2      1      0
```

```
B =
      u1      u2
x1 0.007813      1
x2      0      0
```

```
C =
      x1      x2
y1 0.005111 0.005103
```

```
D =
      u1 u2
```

```
y1  0  0
```

出力遅延 (サンプル期間): 20

サンプル時間: 0.01 seconds

離散時間状態空間モデル。

## MPCオブジェクトを作る

入力外乱は計測できないものと想定する。よって、状態空間モデルの2番目の入力「計測できない外乱」であるとするために、以下のように「setmpcsignals」を用いて指定する。

```
plant_ss_indist = setmpcsignals(plant_ss_indist, 'MV', 1, 'UD', 2);
```

MPCオブジェクトを作成する。

```
% mpcObj = mpc(plant_ss, ts)
mpcObj = mpc(plant_ss_indist, ts)
```

```
-->"mpc" オブジェクトの "PredictionHorizon" プロパティが空です。PredictionHorizon = 10 を試用します。
-->"mpc" オブジェクトの "PredictionHorizon" プロパティ 10 が、モデルの最大遅延 20 より小さくなっています。より大きい予測ホライズンを選択してください。
-->"mpc" オブジェクトの "PredictionHorizon" プロパティがさらに 30 に増加されました。これはモデルに遅延が含まれているためです。
-->"mpc" オブジェクトの "ControlHorizon" プロパティが空です。2 であると仮定します。
-->"mpc" オブジェクトの "Weights.ManipulatedVariables" プロパティが空です。既定の 0.00000 を仮定します。
-->"mpc" オブジェクトの "Weights.ManipulatedVariablesRate" プロパティが空です。既定の 0.10000 を仮定します。
-->"mpc" オブジェクトの "Weights.OutputVariables" プロパティが空です。既定の 1.00000 を仮定します。
```

MPC object (created on 02-Oct-2020 19:12:21):

```
-----
Sampling time:      0.01 (seconds)
Prediction Horizon: 30
Control Horizon:    2
```

Plant Model: (max I/O delay = 20)

```
-----
1 manipulated variable(s) -->| 2 states |
                                |        | --> 1 measured output(s)
0 measured disturbance(s)  -->| 2 inputs  |
                                |        | --> 0 unmeasured output(s)
1 unmeasured disturbance(s) -->| 1 outputs|
-----
```

Indices:

```
(input vector)    Manipulated variables: [1 ]
                  Unmeasured disturbances: [2 ]
(output vector)   Measured outputs: [1 ]
```

Disturbance and Noise Models:

```
Output disturbance model: default (type "getoutdist(mpcObj)" for details)
Input disturbance model: default (type "getindist(mpcObj)" for details)
Measurement noise model: default (unity gain after scaling)
```

Weights:

```
ManipulatedVariables: 0
ManipulatedVariablesRate: 0.1000
OutputVariables: 1
ECR: 100000
```

State Estimation: Default Kalman Filter (type "getEstimator(mpcObj)" for details)

Unconstrained

制御器の限界が分かっているために、「ManipulatedVariables」の上下限を指令することができる。

```
mpcObj.ManipulatedVariables(1).Max = 0.2;  
mpcObj.ManipulatedVariables(1).Min = -0.2;
```

予測ホライズンと制御ホライズンを指定する。

```
mpcObj.PredictionHorizon = 32;  
mpcObj.ControlHorizon = 1;
```

パラメータのチューニングを行う。チューニングを行うと、MPCオブジェクトの以下の項目が調整される。調整後のパラメータを以下のようにコマンドで指定することで、過去に調整した結果を再現することができる。

```
dist_model = ss(1, 9.120108393559096e-04, 1, 0, ts);  
mpcObj.Model.Disturbance = dist_model;  
noise_model = ss(0, 0, 0, 10.964781961431852, ts);  
mpcObj.Model.Noise = noise_model;  
mpcObj.Weights.ManipulatedVariablesRate = 0.001831563888873;  
mpcObj.Weights.OutputVariables = 54.598150033144240;
```

## シミュレーション

モデルを実行して動作を確認する。

```
open_system(model_name);  
  
% 参照モデルをノーマルモードにセット  
set_param([model_name, '/MPC_Controller'], 'SimulationMode', 'Normal');  
% マニュアルスイッチをPID側にセット  
controller_sw = 1;  
  
% set_param(model_name, 'SimulationCommand', 'update');
```

「controller\_sw」で制御方式を切り替えられるようにしている。

ここではPID制御とMPC制御の比較を行う。PID制御の方も適度にチューニングされており、制御器の限界を考慮してアンチwindアップも設定している。両者共に最大限に応答速度を高めている。

```
sim(model_name);
```

-->遅延を状態に変換します。  
測定出力チャンネル #1 に外乱が追加されていないと仮定します。

```
controller_sw = 2;  
sim(model_name);
```

結果をシミュレーションデータインスペクターに表示する。

```
plot_unstable_system_result_in_SDI;
```

モデル予測制御の方が応答の性能が良いことがわかる。制御器の限界を陽に考慮したアルゴリズムである点、また、むだ時間を考慮した点で、PIDを上回る性能を発揮したと考えられる。

## コード生成

Embedded Coderによるコード生成結果を確認する。

```
return;  
rtwbuild(lin_controller_name);
```

## SIL検証

SILモードでモデルとコードの等価性を調べる。

```
return;  
set_param([model_name, '/MPC_Controller'], 'SimulationMode', 'Normal');  
sim(model_name);  
set_param([model_name, '/MPC_Controller'], 'SimulationMode', 'Software-in-the-Loop (SIL)');  
sim(model_name);
```

結果を比較する。

```
compare_previous_run;
```

計算結果は必ずしも一致するわけではない。アルゴリズムの計算は浮動小数点で行われているため、例えば四則演算の計算順序が変わると結果が僅かに異なる場合がある。コード生成前後で四則演算の順序は変わる可能性がある。

## PIL検証

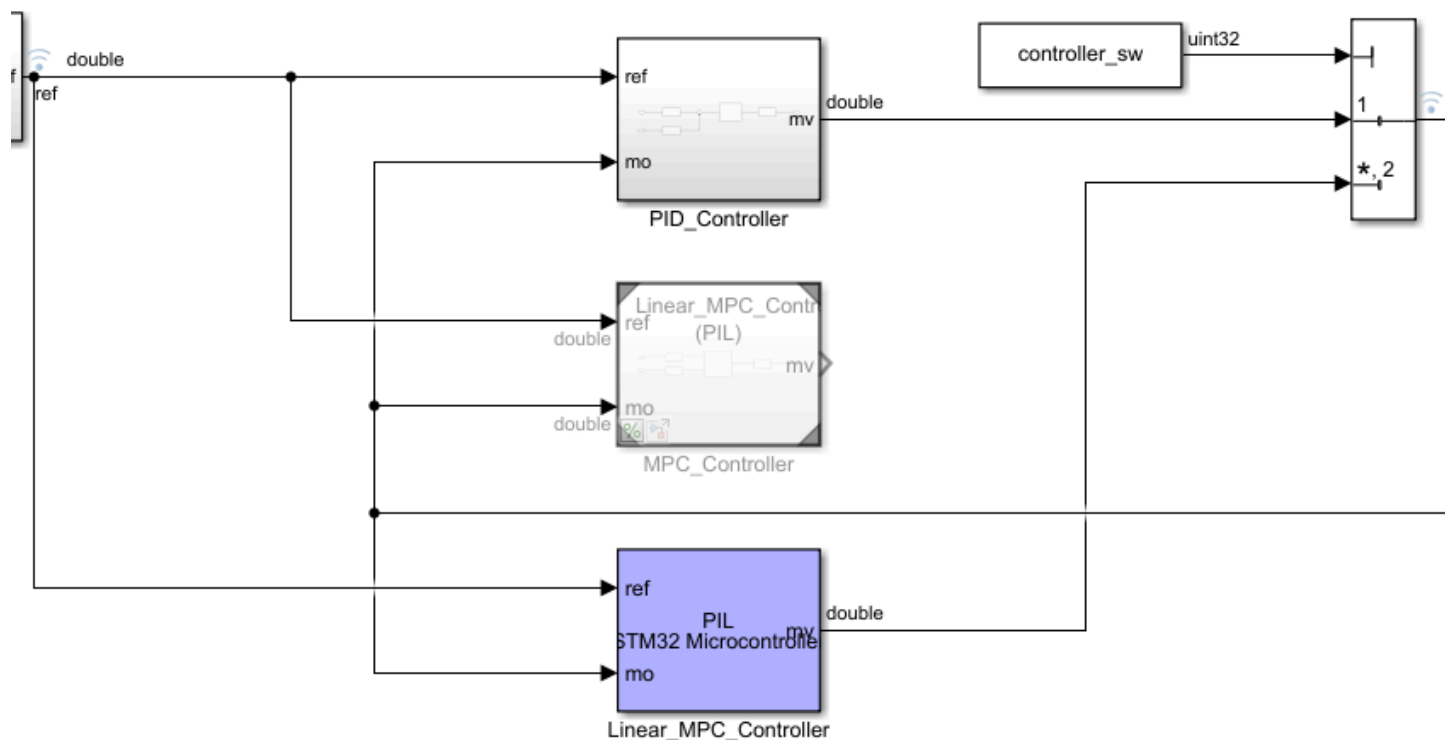
本節では、例としてSTM32 Nucleo F401REを用いたPIL検証を行う。STM32 Nucleo F401REの性能は以下の通りである。

- CPU: Coretex-M4F
- Clock: 84MHz
- Flash ROM: 512kB
- SRAM: 96kB

PIL検証の手順は使用する環境に依存しているため、本節ではコードを用いた説明は行わない。以下の手順を参考に、各自の実装環境で行うこと。

1. "Linear\_MPC\_Controller.slx"のコンフィギュレーションをPIL実行用の設定に変更する。参考までに、"sim\_data\_unstable\_system.sldd"の中のコンフィギュレーション"controller\_config\_PIL"が、今回行ったPIL検証の設定である。
2. 参照モデル"MPC\_Controller"のシミュレーションモードを'Processor-in-the-loop (PIL)'とする。または、"Linear\_MPC\_Controller.slx"をビルドし、PILブロックを生成し、"MPC\_Controller"と置き換える。（以下の図を参照）

3. 参照モデルを用いる場合は、“unstable\_system\_Linear\_MPC.slx”の方のコンフィギュレーションも“タスク実行時間を計測する”にチェックを入れる必要がある。
4. モデル“unstable\_system\_Linear\_MPC.slx”を実行する。



実行の際には、事前に**STM32 Nucleo F401RE**をUSBでPCに接続し、ポートの指定を正しく行うこと。  
今回は以下のような結果が得られた。

# Code Execution Profiling Report for unstable\_system\_Linear\_MPC/Linear\_MPC\_Controller

The code execution profiling report provides metrics based on data collected from a SIL or PIL execution. Execution times are calculated from data recorded by instrumentation probes added to the SIL or PIL test harness or inside the code generated for each component. See [Code Execution Profiling](#) for more information.

## 1. Summary

Total time	3749918405
Unit of time	ns
Command	report(executionProfile, 'Units', 'seconds', 'ScaleFactor', '1e-09', 'NumericFormat', '%0.0f');
Timer frequency (ticks per second)	8.4e+07
Profiling data created	31-Mar-2020 10:55:27

## 2. Profiled Sections of Code

Section	Maximum Execution Time in ns	Average Execution Time in ns	Maximum Self Time in ns	Average Self Time in ns	Calls	
<a href="#">Linear MPC Controller initialize</a>	14821	14821	14821	14821	1	
<a href="#">Linear MPC Controller_step [0.01 0]</a>	663976	624880	663976	624880	6001	
<a href="#">Linear MPC Controller terminate</a>	1512	1512	1512	1512	1	

## 3. CPU Utilization

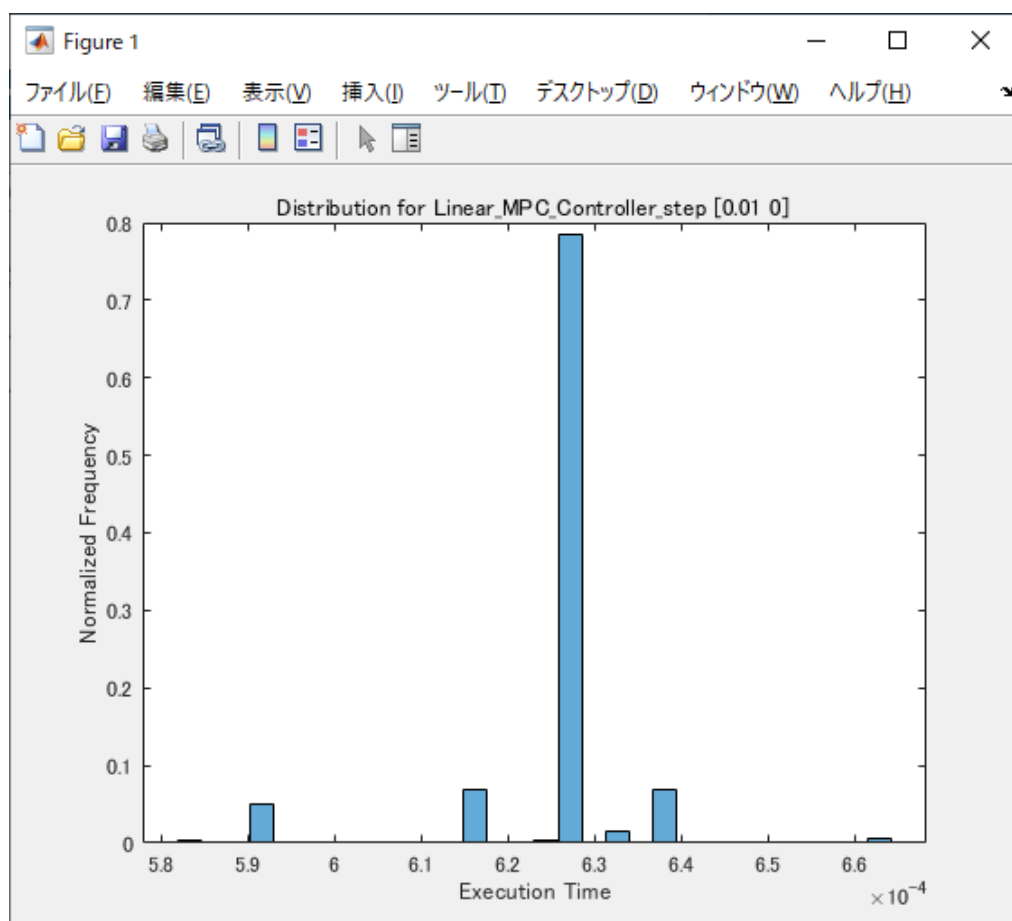
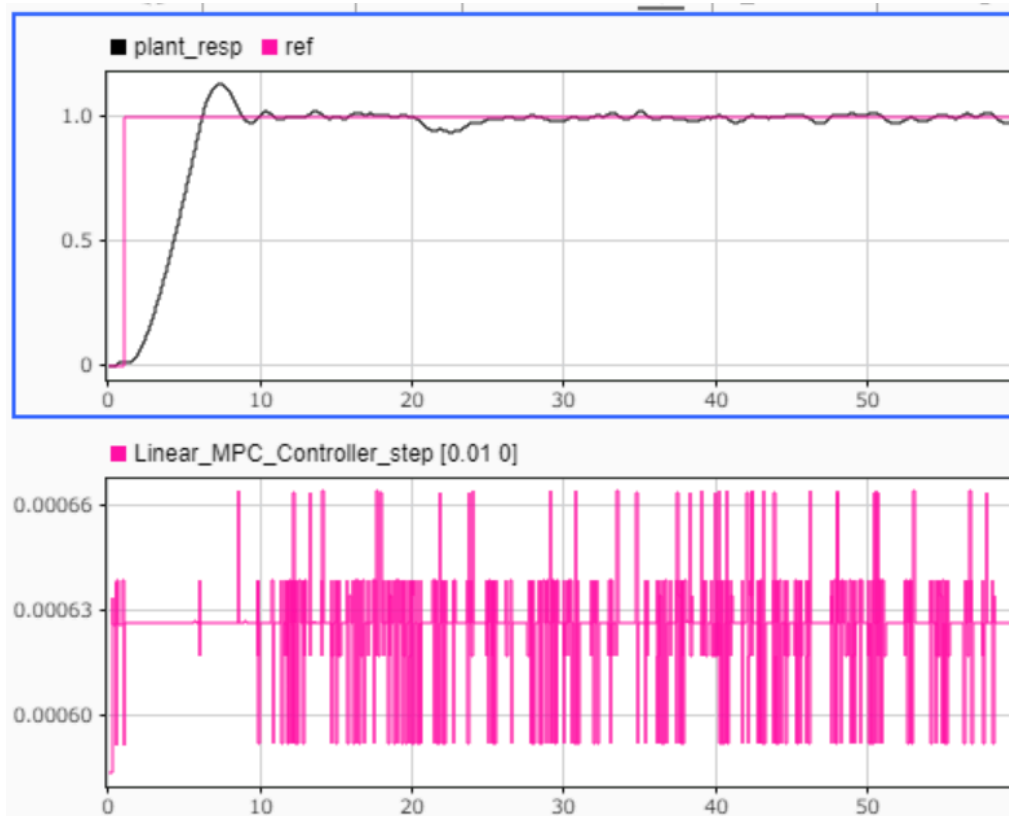
Task	Average CPU Utilization	Maximum CPU Utilization
<a href="#">Linear MPC Controller_step [0.01 0]</a>	6.249%	6.64%
Overall CPU Utilization	6.249%	6.64%

## 4. Definitions

**CPU Utilization:** Percentage of CPU time assigned to a task. Computed by dividing task execution time by sample time.

**Execution Time:** Time between start and end of code section.

**Self Time:** Execution time, excluding time in child sections.



1ステップ当たりの平均計算時間は $625 \mu\text{s}$ 、CPU使用率は5.249%である。



モデルとコードの実行の比較結果は以下のようになった。

