RAPPORT
Séance-Projet 1 : Application de l'ACP : les «Eigenfaces» – Méthode de la Puissance Itérée

DEGAIL Dylan
FERRATO Mathys
LAVAUR Jonas

Département Sciences du Numérique - Première année
2021-2022

Table des matières

Table des figures

1 Les «Eigenfaces»

1.1 Exercice 1 : Analyse en Composantes Principales (Question 1)

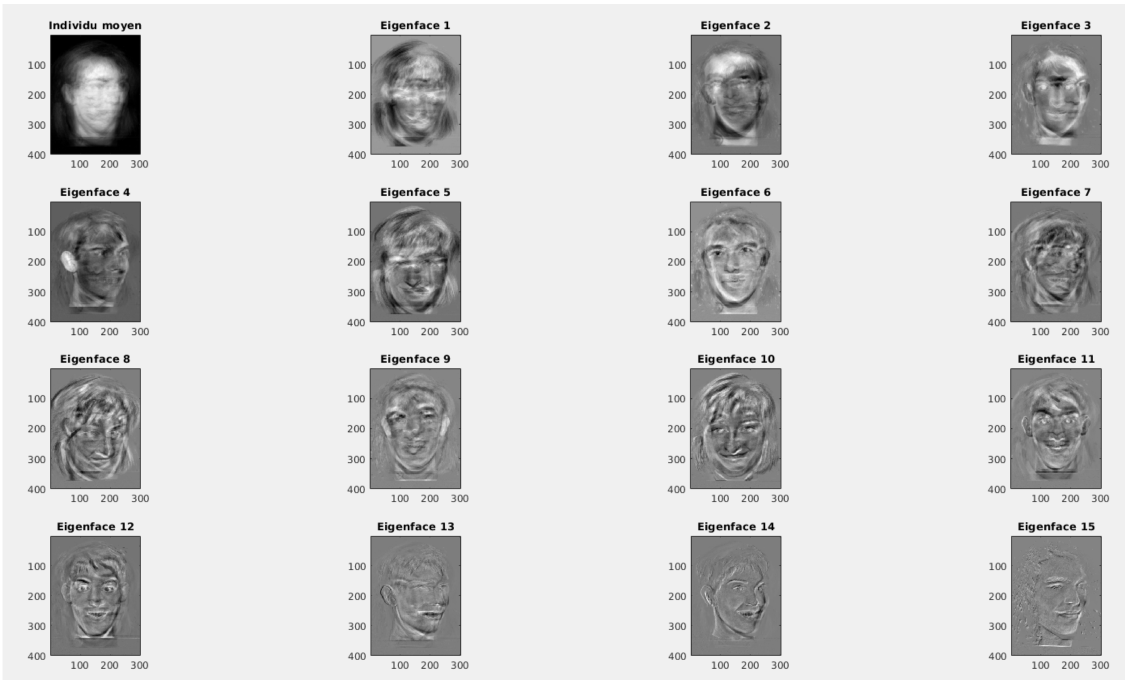

Figure 1 – Individu moyen et eigenfaces

1.2 Exercice 2 : Projection des images sur les eigenfaces (Question 2)

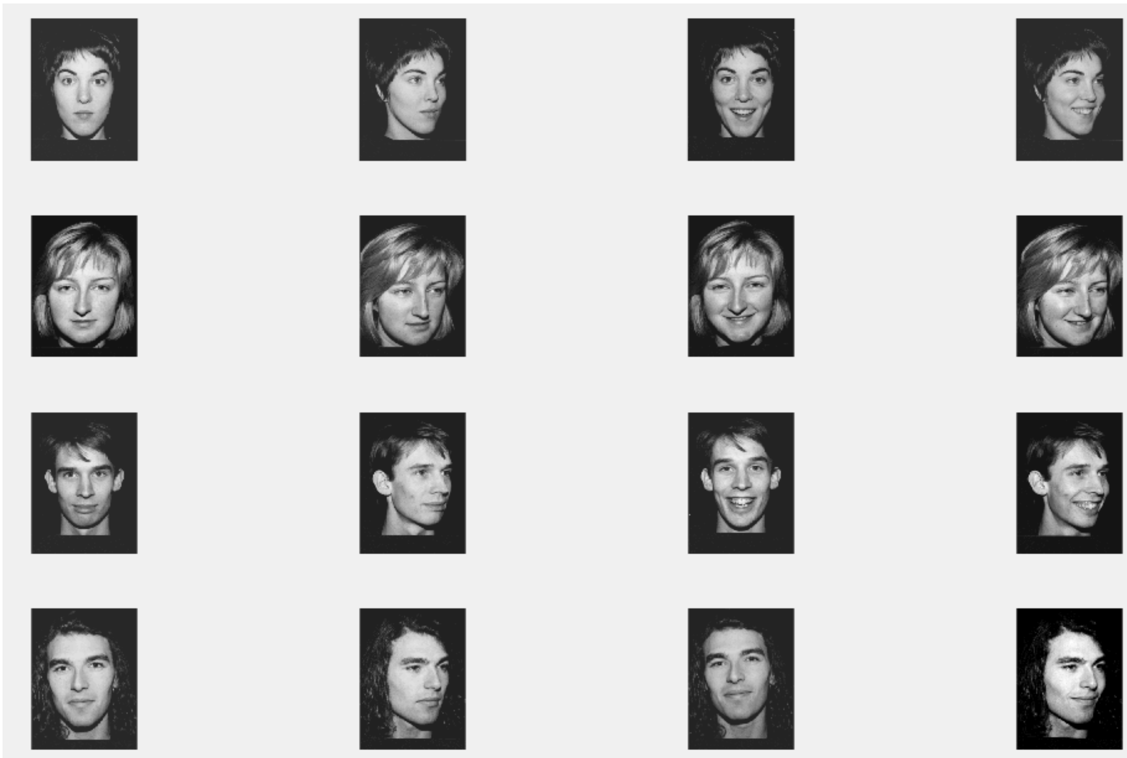

Figure 2 – Utilisation des 15 premières composantes principales sans masque

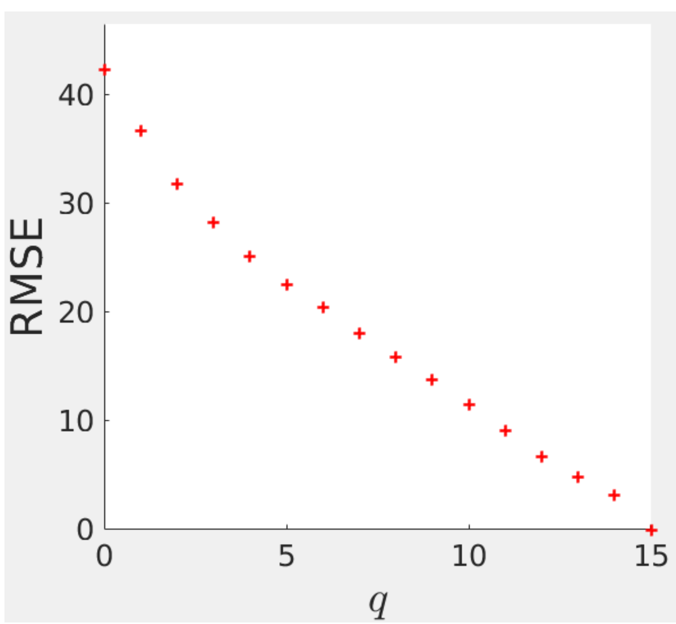

Figure 3 – RMSE en fonction du nombre de composantes principales sans masque

1.3 Exercice 3 : Travail sur les visages masqués (Question 3)

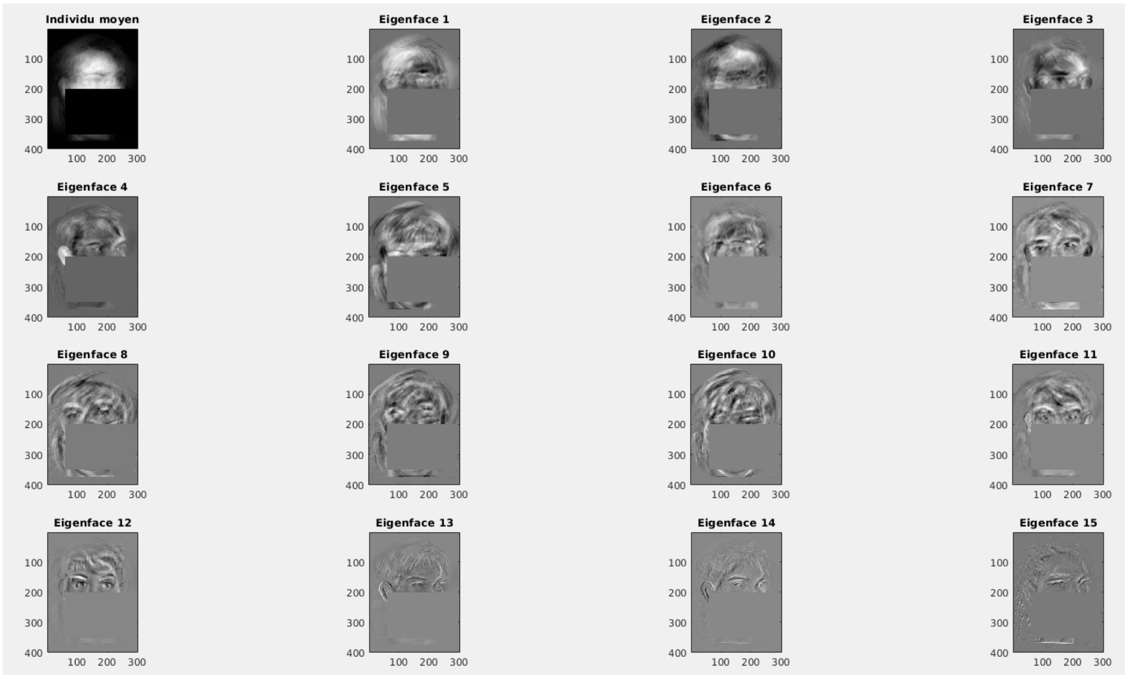

FIGURE 4 – Individu moyen et eigenfaces avec masque

FIGURE 5 – Utilisation des 15 premières composantes principales avec masque

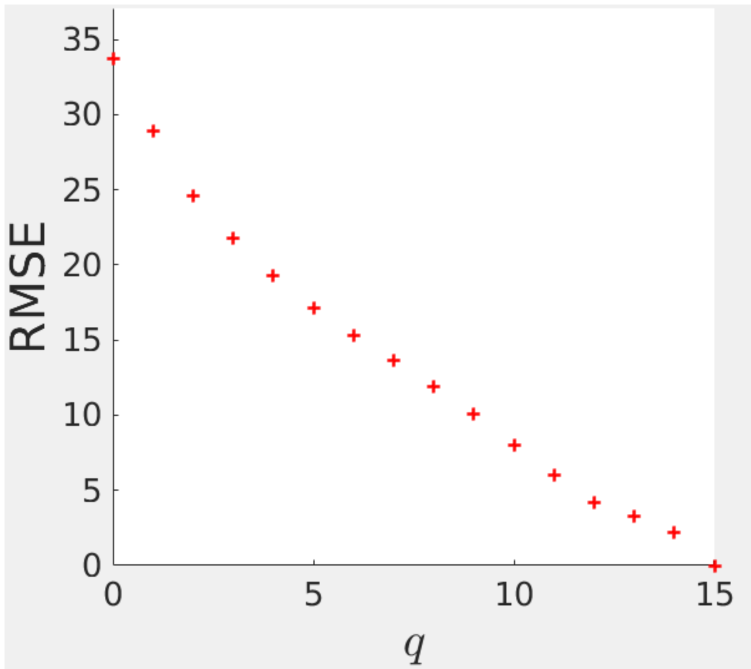

FIGURE 6 – RMSE en fonction du nombre de composantes principales avec masque

2 L'ACP et la méthode de la puissance itérée

2.1 Question 4

Soit une matrice rectangulaire $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{p\times n}$. Supposons qu'on connaisse les éléments propres de $\mathbf{H}^\top\mathbf{H}$. Soit λ valeur propre de $\mathbf{H}^\top\mathbf{H}$ avec $\lambda \neq 0$ et X vecteur propre de $\mathbf{H}^\top\mathbf{H}$ ($\mathrm{X} \neq 0$).

On a : $\mathrm{H}^\top\mathrm{H}\mathrm{X} = \lambda\mathrm{X} \Rightarrow \mathrm{H}\mathrm{H}^\top\mathrm{H}\mathrm{X} = \mathrm{H}\lambda\mathrm{X} \Rightarrow (\mathrm{H}\mathrm{H}^\top)\mathrm{H}\mathrm{X} = \lambda\mathrm{H}\mathrm{X}$

De plus, HX est un vecteur non nul car sinon cela impliquerait que $\lambda\mathrm{X} = 0$. Or, c'est impossible car $\lambda \neq 0$ (par hypothèse) et $\mathrm{X} \neq 0$ (car X vecteur propre). Ainsi, HX est un vecteur propre de $\mathbf{H}\mathbf{H}^\top$ associé à la valeur propre λ.

Par conséquent, connaître les éléments propres de $\mathbf{H}^\top\mathbf{H}$ permet de connaître les éléments propres de $\mathbf{H}\mathbf{H}^\top$.

2.2 Question 5

```
**Calcul de lambda1**
**Calcul de lambda2**
**Affichage des résultats**
Erreur pour la methode avec la grande matrice = 9.774e-09
Erreur pour la methode avec la petite matrice = 9.518e-09
Ecart relatif entre les deux valeurs propres trouvees = 5.36e-09
Temps pour une ite avec la grande matrice = 6.984e-03
Temps pour une ite avec la petite matrice = 1.288e-04

Valeur propre dominante (methode avec la grande matrice) = 9.349e+04
Valeur propre dominante (methode avec la petite matrice) = 9.349e+04
Valeur propre dominante (fonction eig) = 9.349e+04
```

Figure 7 – Exemple des résultats obtenus pour la puissance itérée

2.3 Question 6

L'algorithme de la puissance itérée retourne le couple dominant de la matrice en entrée tandis que la fonction *eig* de MATLAB retourne l'ensemble des valeurs propres dans la matrice diagonale ainsi que l'ensemble de leurs vecteurs propres associés.

Avec la méthode de l'ACP, il faut que le vecteur propre de l'itération courante soit orthogonal à tous les vecteurs propres des itérations précédentes. Or *eig* retourne une base propre orthogonale tandis qu'avec la puissance itérée il sera nécessaire d'orthogonaliser la base propre courante à chaque itération.

Ainsi, il apparaît que *eig* est plus pertinent que la puissance itérée pour l'ACP.

2.4 Question 7

D'après les résultats obtenus pour la puissance itérée, le temps pour une itération avec la petite matrice $\mathbf{A}^\top\mathbf{A}$ est toujours au moins 10 fois inférieur à celui de la grande matrice $\mathbf{A}\mathbf{A}^\top$.

Ainsi, il vaut mieux appliquer la puissance itérée sur la petite matrice $\mathbf{A}^\top\mathbf{A}$.